

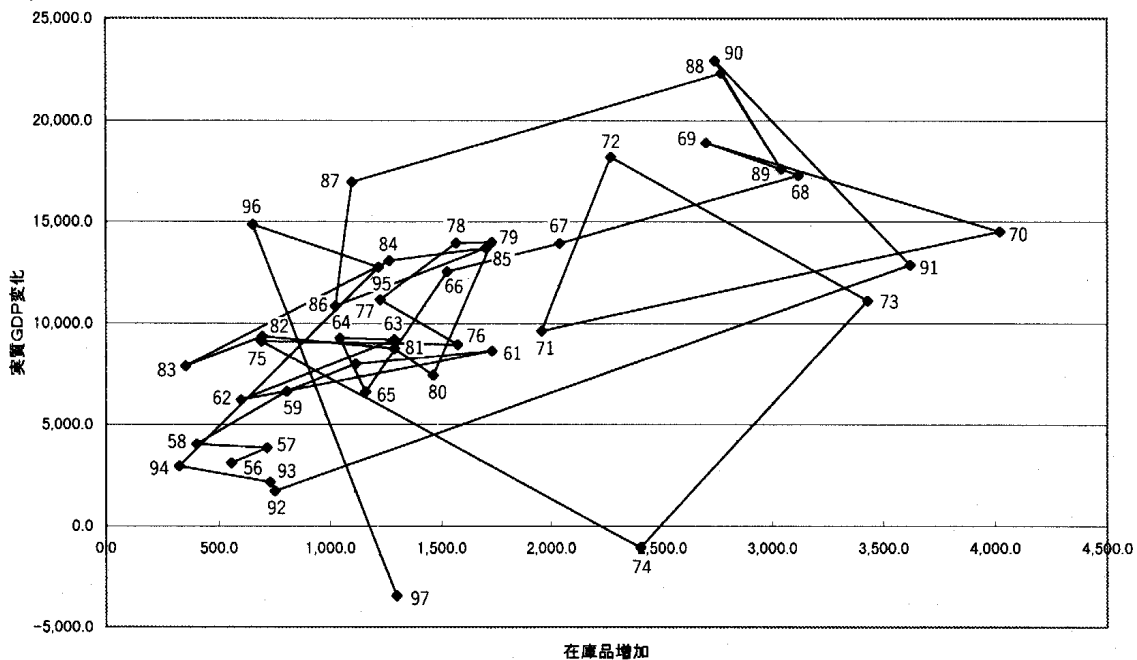
# 在庫投資を考慮したカオスマクロ動学モデル

馬田 哲次

## I はじめに

図1は、在庫投資を横軸に、実質GDPの変化を縦軸にとったグラフである。なお、図中の数字は年度を表す。本稿の目的は、このような変化を説明するマクロモデルを提示することである。

図1

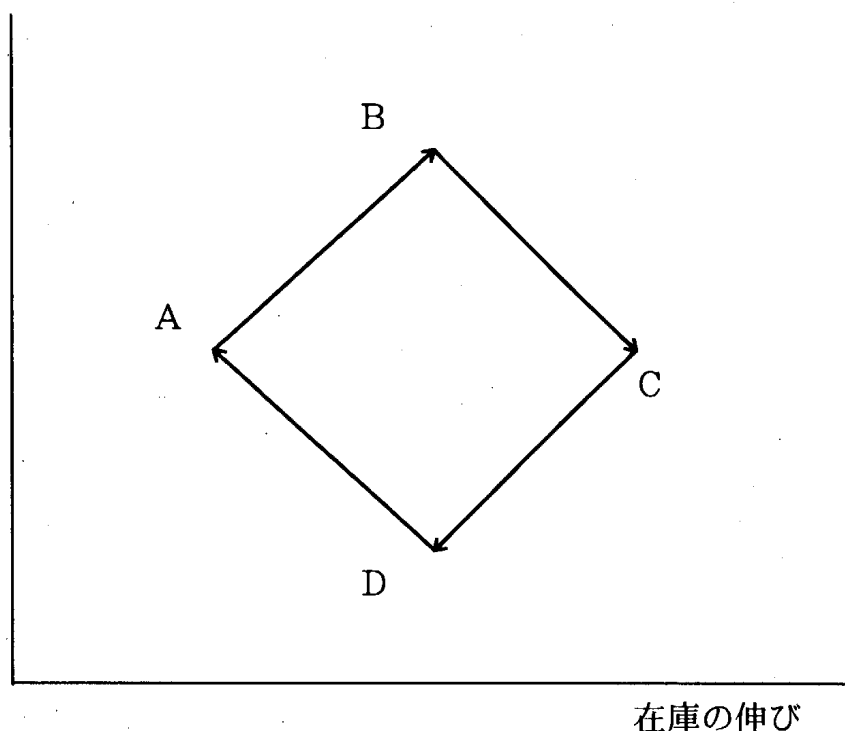


(出所) 経済企画庁ホームページより作成

ところで、通常在庫投資の変動は、次のように説明されることが多い。  
図2において、点Dからの変動を説明する。

図2

出荷の伸び



点Dは景気の底である。景気が上昇し始めると、物が売れ始め、出荷の増加が始まり、意図せざる在庫の減少が始まる。点Aになると、企業家は景気の回復を確信し、意図的に在庫を増加し始める。点Bになると、景気が反転し、出荷の伸びが減少し始め、意図せざる在庫の増加が始まる。点Cになると、企業家は景気が悪くなったと判断し、意図的な在庫の減少を始める。点Dに到る。以下繰り返してである。

このような変化がGDPについても生じているかを見たのが、図1である。マクロ経済の運動では、図2のようなきれいな循環は生じていないが、右回りの循環は見られる。しかもその変動はカオスのようであり、閉軌道に収束するわけでもないが、発散するわけでもなく、ストレンジ・アトラクターと呼べるような変動をしている。本稿の目的を再度より正確に言えば、横軸に在庫の伸び、縦軸にGDPの伸びをとったとき、その運動の軌跡がストレンジ・アトラクターになるようなマクロ動学モデルを提示することである。

ところで、在庫投資の変動を考慮に入れたマクロモデルはあまりない。

在庫投資をケインジアンモデルに適用したのとして Metzler [1941] があるが、このモデルは意図した在庫投資と意図せざる在庫投資とを明確に区別していない。また、そのモデルで在庫投資と GDP の伸びをグラフに書いてみると、図 1 のようなストレンジ・アトラクターにならない。

また、在庫投資に絞った分析は、森岡 [1991]、森岡 [1992] 等でなされているが、1 部門を多部門に拡張したり、製品在庫ばかりでなく、原材料在庫も考慮したモデルになっているが、分析の中心が安定性に置かれている。

このように、マクロ経済に在庫投資を考慮し、在庫投資と GDP の伸びの関係がストレンジ・アトラクターになることを分析の中心にしたモデルは、あまりないようである。

在庫は、合理性の限界を持つ人間が経済行動をするときに必要不可欠なものである。全ての市場で需要と供給が一致して始めて取引がなされる一般均衡モデルと違い、現実の経済では、ある程度の販売予測をたてながら、現実が予想と違っていてもある程度対応できるために、在庫を所有している。そして、在庫投資の循環は、経済循環の重要な要因の一つでもある。さらに、図 1 のような在庫投資と GDP の伸びの関係が、ストレンジ・アトラクターになることが、経済の運動に内生化されているか、外生的な要因で起こるのかの分析も経済循環の予測を行うときにも重要になってくる。

また、マクロモデルの構築において、拙稿馬田 [1998] で述べたような方法をとるならば、在庫投資と GDP の伸びの関係が、ストレンジ・アトラクターになることを説明できないようなモデルは、マクロモデルとして採用されないことになる。したがって、そのような経済の変動を説明するマクロモデルの存在を示すことは意味があることと思われる。

II 節では、そのようなモデルを提示する。モデルの特長は、投資関数に資本ストック調整原理を用い、投資の調整速度が失業率の大きさによって変化することと、資本減耗率も失業率の大きさによって変化することである。III 節で、本稿のまとめと今後の課題が述べられる。

## II モデル

この節では、在庫投資と実質GDPの伸びがストレンジ・アトラクターとなるようなモデルを考える。

次のようなモデルを考える。

$$Y_t = S_t^e + (Z_t^d - Z_{t-1}) \quad (1)$$

$$Y_t = S_t + (Z_t - Z_{t-1}) \quad (2)$$

$$S_t^e = S_{t-1}^e + \beta(S_{t-1} - S_{t-1}^e) \quad (3)$$

$$Z_t^d = \alpha S_t^e \quad (4)$$

$$S_t = C_t + I_t \quad (5)$$

$$C_t = c Y_{t-1} \quad (6)$$

$$N_t = n Y_t \quad (7)$$

$$I_t = \lambda_t (\sigma Y_t - K_{t-1}) \quad (8)$$

$$K_t = K_{t-1} + I_t - d_t K_{t-1} \quad (9)$$

$$L_{t+1} = (1 + \mu) L_t \quad (10)$$

$$v_t = \frac{N_t}{L_t} \quad (11)$$

$$x_t = 1 - v_t \quad (12)$$

$$\lambda_t = \lambda (x_{t-1}) \quad (13)$$

$$d_t = d(x_t) \quad (14)$$

ここで、 $Y$ は生産量、 $S^e$ は予想販売量、 $S$ は販売量、 $Z^d$ は望ましい在庫ストック量、 $Z$ は在庫ストック量、 $C$ は消費、 $I$ は投資、 $N$ は雇用量、 $L$ は労働供給量、 $K$ は資本ストック、 $v$ は雇用率、 $x$ は失業率、 $\lambda$ は投資の調整速度、 $d$ は資本減耗率である。なお添え字の $t$ は期を表す。

(1)式は、 $t$ 期の生産量は、 $t$ 期の予想販売量に、望ましい在庫ストック量から $t-1$ 期末に存在する在庫量を引いた量を加えた量になるというこ

とを示す。

(2)式は  $t$  期末の在庫ストック量の決定式である。 $t$  期末の在庫ストック量は、 $t$  期の生産量に  $t-1$  期末の在庫ストック量を加えた量から、 $t$  期の販売量を引いた量になることを示す。GDP統計に出てくる在庫量増加は、この式の  $Z_t - Z_{t-1}$  である。また、 $t$  期末の在庫ストック量は負にはなりえないから、 $t$  期の生産量と  $t-1$  期の在庫ストック量との和が  $t$  期の最大販売量である。

(3)式は、予想販売量の期待形成が、適応的期待に基づいてなされることを示す。期待形成については、合理的期待が主流の考え方であるが、合理性に限界をもった人間が期待形成を行う場合、期待形成の一次近似としては、適応的期待の方が合理的期待よりももっともらしいと考えられる。

(4)式は、望ましい在庫ストック量が予想される販売量の一定割合であることを示す。意図した在庫投資と意図せざる在庫投資の区別で言えば、 $Z_t^d - Z_{t-1}$  が意図した在庫投資で、 $Z_t - Z_t^d$  が意図せざる在庫投資である。現実に観察される在庫投資  $Z_t - Z_{t-1}$  は、意図した在庫投資  $Z_t^d - Z_{t-1}$  と意図せざる在庫投資  $Z_t - Z_t^d$  との和となる。

(5)式は、販売量が、消費と投資の和であることを示す。

(6)式は、消費が前期の所得の関数であることを示す。

(7)式は、雇用量が生産量の関数であることを示す。 $n$  は一定である。

(8)式は、投資関数である。資本ストックと生産量の間、資本係数を  $\sigma$  とすると、

$$K_t = \sigma Y_t \quad (15)$$

の関係があると考えられる。企業家は、来期に  $Y_t$  生産するから、それに必要な資本ストックは、 $\sigma Y_t$  となる。 $t$  期に必要とされる資本ストックと  $t-1$  期に存在する資本ストックとの差を企業は投資しようとするが、計画通りに投資はなされずとは限らない。好景気になれば資本ストックの稼働率も高く、計画される投資財を調達することができないかもしれない。逆に不景気の際は遊休資本ストックが存在し、計画通りに投資がなされる可能性は

高くなる。このようなことを考慮して投資の調整速度 $\lambda$ をかけてある。なお、 $\lambda$ は、定数ではない。

(9)式は、 $t$ 期末の資本ストックが、 $t-1$ 期末の資本ストックに $t$ 期の設備投資を加え、資本減耗を引いたものに等しいことを示している。この資本減耗率 $d$ も定数ではない。

投資の調整係数 $\lambda$ と資本減耗率 $d$ が変数であることは、本稿のモデルにおいて重要な役割をはたす。もしこの二つが定数であるならば、体系は、(1), (2), (3), (4), (5), (6), (8), (9)の8式からなり、変数が $S, S^e, Z, Z^e, Y, C, I, K$ の8変数からなる。この体系は、線形差分方程式体系のため、体系は、収束するか発散する。収束または発散をするモデルは、ストレンジ・アトラクターになることはない。ストレンジ・アトラクターになるためには、体系の中に、非線形性があることが絶対に必要である。マクロ経済の変動を見た場合に、消費はGDPに対して安定的な関係にある。それに対して、設備投資はGDPに対して大きく変動している。従って、投資の変動に非線形性を仮定するのが自然である。

(10)式は、労働供給が一定の増加率で増加することを示す。

(11)式は、雇用率の定義式である。

(12)式は、失業率の定義式である。

(13)式は、投資の調整係数が失業率の関数であることを示す。体系が発散しないためには、設備投資が一方的に増加したり、減少したりするのではなく、好景気になると減少し、不景気になると増加する仕組みをモデルに組み込む必要がある。この関係を簡単に、 $\lambda$ は失業率の関数であるとした。つまり、景気が悪くなり失業率が高くなると、遊休資本ストックが多くなり、企業は計画通りの投資が出来やすくなるために、投資の調整速度は大きくなる。逆に、景気が良くなり、失業率が低くなると、設備がフル稼働に近くなり、計画通りの投資をすることが難しくなるために、 $\lambda$ が小さくなるのである。

(14)式は、資本ストックの減耗率が失業率の関数であることを示す。こ

れも体系が一方的に発散しないための工夫である。つまり、景気が悪くなると生産量も低くなるために、必要とされる資本ストックが少なくなるので設備投資も減少する。景気が反転するためには、このとき、設備投資が増加する仕組みがなくてはならない。投資の調整係数 $\lambda$ が変化するというのも一つの仕組みであるが、資本減耗率が変化するというのも、もう一つの仕組みである。つまり、景気が悪くなると、資本減耗率が高まることによって、資本ストック量が減少し、設備投資が増加するのである。景気が悪くなると資本ストックの減耗率が高まるのは、次のように説明できる。つまり、不景気になると、販売量が減少するが、それは、既存の商品が売れないことを意味する。従って、企業は新製品を生産して不況を脱しようとするかもしれない。新製品を生産するためには新しい資本設備が必要とされるため、古い資本設備は、強制的に廃棄されるかもしれない。また、不景気から脱するために、より安い商品を生産して、販売量を増加させようとするかもしれない。そのためにも同様に、古い生産設備を強制的に廃棄する必要がある。

以上、(1)式から(14)式の14式からなり、変数は、 $Y, Z^d, S, S^e, Z, C, N, I, K, v, L, x, \lambda, d$ の14である。

この体系は、非線形の差分方程式体系であるため、一般に解くことはできない。線形近似すれば、非線形性がなくなり、ストレンジ・アトラクターになるモデルにはならない。そこで、数値計算をして運動を分析することにする。

数値計算に際しては、計算していると、経済的におかしい計算結果になることがあるので、そうならないための制約を以下の通りつけた。

$$S_t = \min(Y_t + Z_{t-1}, C_t + I_t) \quad (16)$$

$$Y_t = \min(S_t^e + Z_t^d - Z_{t-1}, L/n) \quad (17)$$

$$I_t = \max(\lambda(\sigma Y_t - K_{t-1}), 0) \quad (18)$$

(16)式は、 $t$ 期の販売量が、 $t-1$ 期末の在庫ストック量と $t$ 期の生産量を越えないという制約である。

(17)式は、生産量が、完全雇用生産量を越えないという制約である。

(18)式は、このモデルの設備投資は粗投資であるため、粗投資は負にならないという制約である。

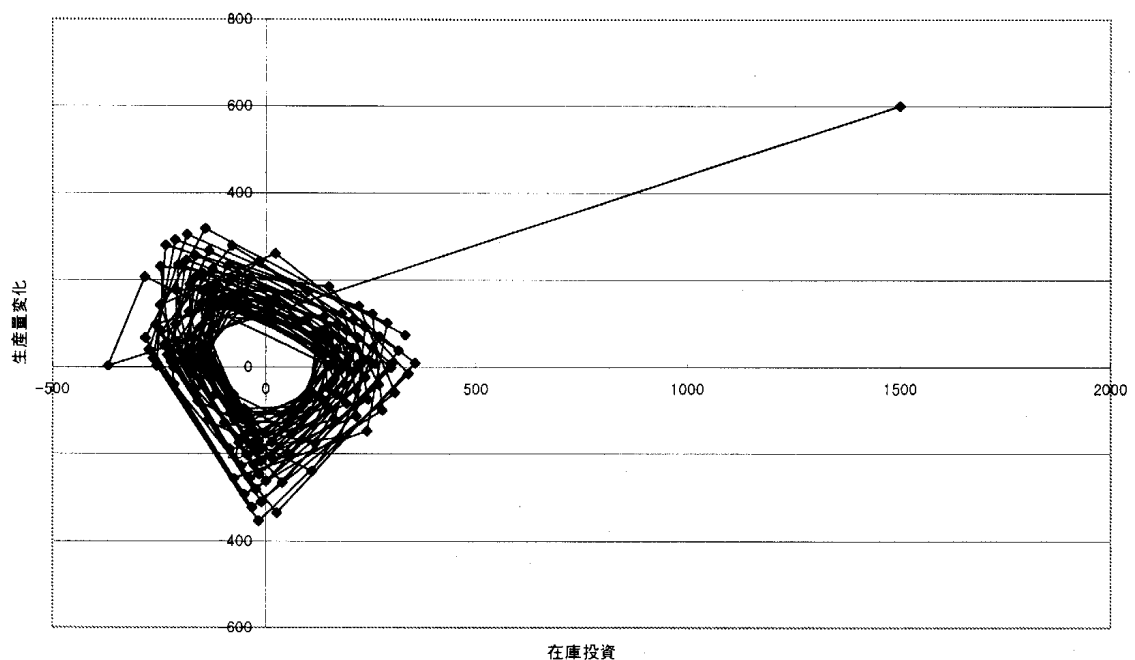
さらに、(13)式と、(14)式は、次のように関数を特定化した。

$$\lambda_t = A(x_{t-1} - 1) + 1 \quad (19)$$

$$d_t = \delta x_t \quad (20)$$

ここで、 $A$ 、 $\delta$ は定数である。表計算ソフトEXCEL97を用いて数値計算を行い、グラフを描かせてみた。1期を初期とし、200期まで数値計算を行った。在庫ストックの変化つまり在庫投資を横軸に、 $Y$ つまり実質GDP変化を縦軸にとり各期の点をプロットしたものが図3である。ストレンジ・アトラクターになっていると判断される。

図 3

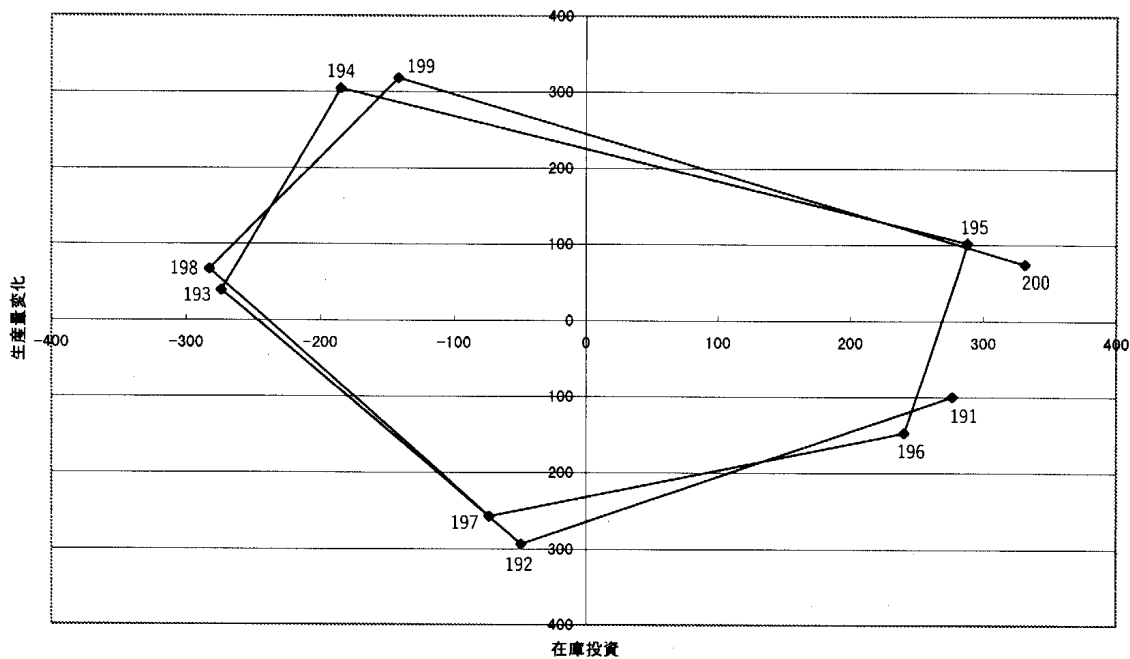




なお、このときのパラメータは、 $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0.1$ ,  $n=1$ ,  $\mu=0.005$ ,  $c=0.8$ ,  $\sigma=4$ ,  $A=0.99$ ,  $\delta=0.9$ である。初期値は、 $S=1500$ ,  $S=510$ ,  $Y=600$ ,  $Z=1500$ ,  $L=800$ ,  $K=500$ である。このパラメータのセットを以下基本パラメータという。

図3では短期間の運動がわかりにくいので、191期から200期までの運動をグラフにしたのが図4である。なお、図の数字は期を表す。各点が時計回りに運動し、発散も収束もせず、一定の範囲内を運動しているのが分かる。

図4



この運動を簡単に説明する。図5が191期から200期までの生産量，販売量，予想販売量の運動であり，図6が同じ期の意図した在庫投資，意図せざる在庫投資，在庫投資の運動である。在庫投資は，意図した在庫投資と意図せざる在庫投資の和である。これらの図を基に説明する。

191期から192期までは，販売量が予想販売量を下回っているため，予想販売量は減少する。予想販売量が減少するため，意図した在庫投資も減少する。

図5 生産量，販売量，予想販売量の運動

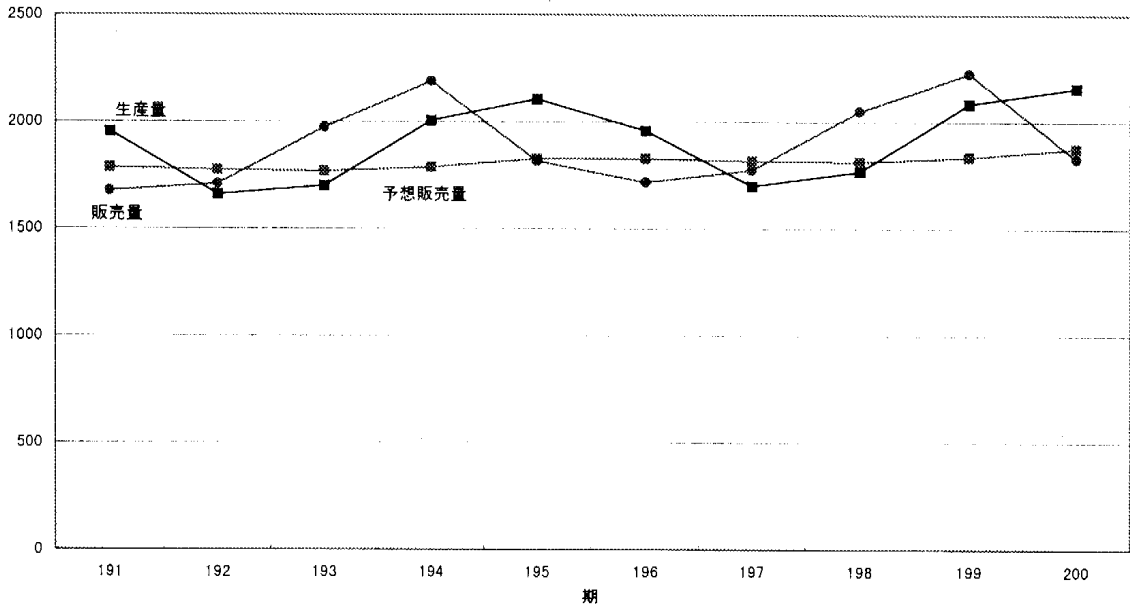
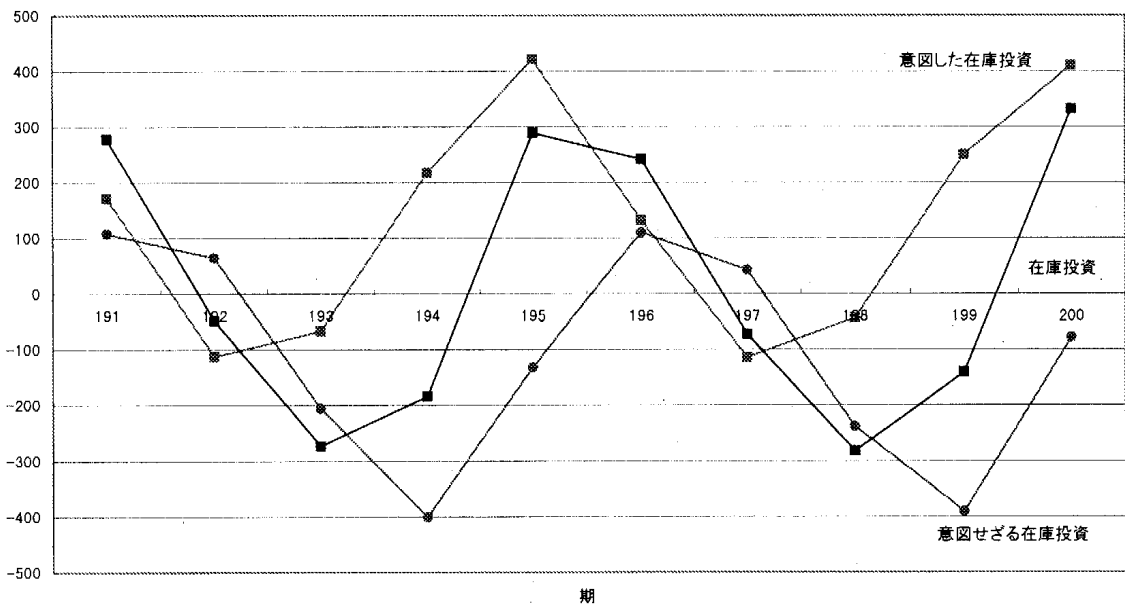


図6 在庫投資の運動



193期は、192期に比べると販売量が増加している。これは失業率が増加するので、投資の調整係数と、資本減耗率が大きくなり、投資が増加するためである。また、193期は販売量が予想販売量を上回るのので、予想販売量は上昇する。予想販売量が増加するので、意図した在庫投資は増加するが、

販売量は増加しているのですが、意図せざる在庫投資は減少を続けている。

194期に販売量がピークになると、195期には販売量が減少する。これは失業率が小さくなるので、投資の調整係数が小さくなり、投資が減少するためである。195期には、生産量よりも販売量がかなり小さくなるため、意図せざる在庫投資が増加する。

195期には、販売量が予想販売量を下回る。その結果、意図した在庫投資は195期にピークになり、196期に減少を始める。生産量と販売量が減少を続け、191期と同様の状態になる。以下繰り返す。

次にパラメータの変化により、運動がどう変化するか見てみる。

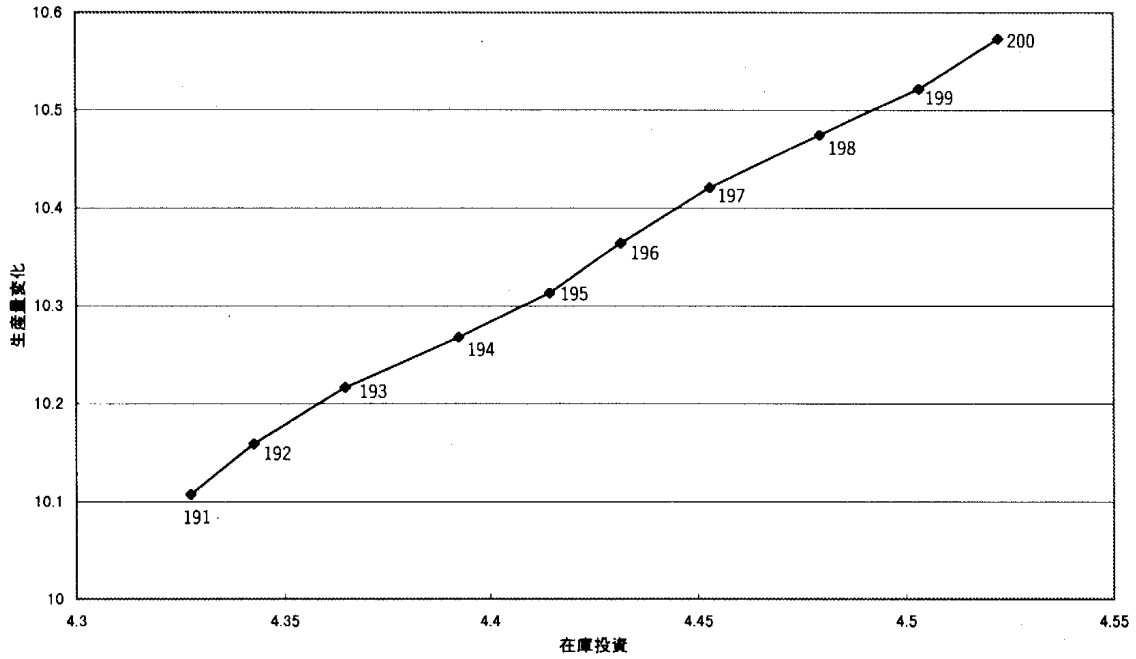
まず、適正在庫比率 $\alpha$ の変化を見る。 $\alpha$ が小さくなると、在庫ストックが0になり、在庫投資が0のままになる。基本パラメータのうち、 $\alpha$ のみ0.05に変えたところ、138期以降在庫投資がほぼ0になり、それ以降ほぼ0または0のままになった。ストレンジ・アトラクターになるためには、十分な在庫ストックを保有しておく必要がある。

次に、予想販売量の修正係数 $\beta$ を変化させた場合をみる。 $\beta$ が大きくなると運動は発散する。基本パラメータのうち、 $\beta$ のみ0.42に変化させると、5期目にYがマイナスになった。ストレンジ・アトラクターになるためには、予想販売量の修正が近視眼的に行われなければならない必要がある。

次に、人口増加率の変化を見る。基本パラメータのうち、人口増加率のみを0.05に変化させると、39期目に在庫ストック量が0になる。人口増加率が大きくなると、雇用の天井が高くなり、生産量が増加するため、消費が増加する。また、予想販売量も増加するため設備投資も増加する。従って、販売量が増加し、在庫ストックが0になりその状態が続くと考えられる。

次に、消費性向の変化を見る。基本パラメータのうち、消費性向のみを0.96にあげると、ストレンジ・アトラクターとは違った運動をする。図5は191期から200まで、在庫投資とGDPの変化をプロットしたものである。

図7



この場合は、消費性向が大きいので、需要量が大きく、完全雇用の近くで天井にはりついた形で運動している。完全雇用に近いので、投資は計画よりも小さく押さえ込まれている。生産と在庫投資は、増加しながら運動をしている。

図8

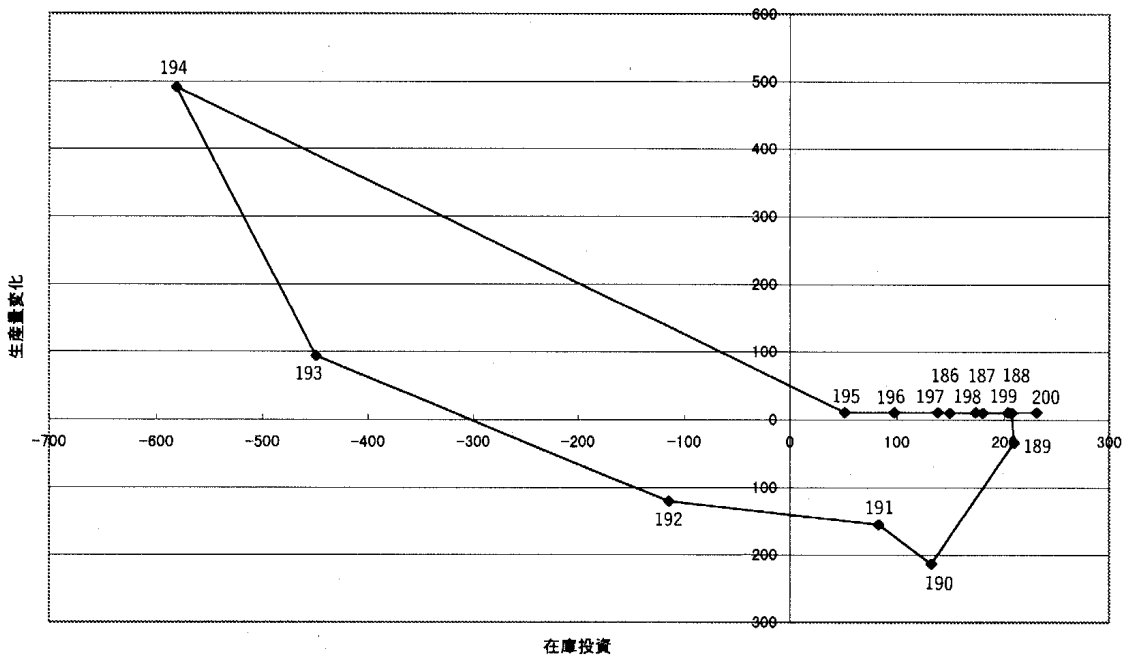
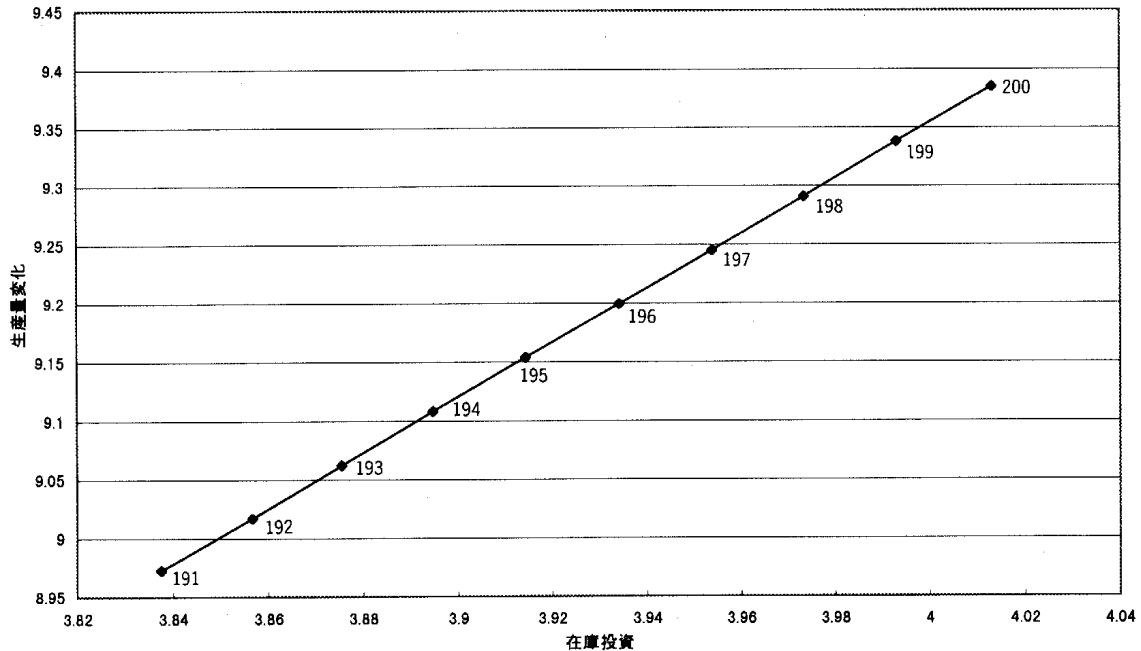


図 9



次に、投資の調整係数の変化をみる。基本パラメータのうち、 $A$ のみを0.87に小さくすると、図8のように、またちがった運動をする。さらに小さく0.75にすると、18期で $Y$ が負になる。生産量が増加し、雇用量が増加しても、設備投資が抑えられないので、体系は発散する。ストレンジ・アトラクターになるためには、雇用量が大きくなったとき、設備投資が十分抑えられて、需要が減少し、下方への運動を始める必要がある。

最後に、資本減耗率の変化を見る。基本パラメータのうち、 $\delta$ のみを0.6に変化させた場合、191期から200期までの、横軸に在庫投資、縦軸に $Y$ の変化をとった点をプロットすると、図9のように、右上がりの図になる。資本減耗率の変化が小さいと、設備投資の変化が小さくなり、完全雇用の天井または、失業率最大の底に張り付いた運動をすることになる。

### III まとめと今後の課題

本稿では、在庫投資を横軸に、実質GDPの伸びを縦軸にプロットした場合に、その運動がストレンジ・アトラクターになるようなマクロ経済モ

デルを提示した。

モデルの特長は、投資関数に資本ストック調整原理を用い、資本の減耗率も景気の状態に応じて変化するというものであった。投資関数が非線形の投資関数であることが必要な条件である。

さらに、体系がストレンジ・アトラクターになるためには次の条件が必要であることが分かった。

- ①十分な在庫を保有していること
- ②販売量の予想が近視眼的になされないこと。つまり、販売量予想の修正はゆっくりなされること。
- ③人口増加率が大きすぎないこと
- ④消費性向が大きすぎないこと
- ⑤設備投資が、雇用率が増加するにつれて十分抑制されること。
- ⑥資本減耗率が雇用率の変化に対して、十分大きく反応すること。

本稿では、在庫投資とGDPの伸びの関係がストレンジ・アトラクターになるモデルを提示することはできたが、現実の経済の動き図1と図3を比べるとまだ違いがある。現実の経済の動きは、よりカオス的である。そのような運動をおこすメカニズムが経済にあるのか、或いは本稿のモデルに、構造変化や外生的なショックを考慮したときにそのような運動がおこるのか研究を深めることが課題の一つである。本稿のモデルには、金融面は考慮されていない。金融面を考慮に入れると、より現実的なモデルになるかもしれない。

さらに、現実の運動は、GDPの変化と在庫投資が正の領域で多くなされているのに対して、本稿のモデルでは、原点を中心に、正の領域と負の領域でなされている。さらに、現実の実質GDPの成長率は上下しても、大きさ自体が減少することはあまりない。しかし、本稿のモデルでは実質GDPの大きさそのものが、大きくなったり小さくなったりしている。これらの点についてもモデルを修正する余地がある。

また、本稿の数値計算では、200期までを計算し、それをグラフに描くこ

とによって、運動を判断している。200で本当に十分なのかと問われれば、確信はない。非線形動学そのものについても研究を深める必要がある。

#### 参考文献・データ

- グッドウィン・R・M著，有賀祐二訳 [1992] 『カオス経済動学』，多賀出版
- Metzler, L.A. [1941] “The Nature and Stability of Inventory Cycles”, Review of Economic Statistics, Vol. 23, pp. 113-129
- 塩沢由典 [1997], 『複雑系経済学入門』生産性出版.
- 馬田哲次 [1998] 「マクロ経済学方法論」『山口経済学雑誌』第46巻第3号, pp. 87-99.
- 森岡真史 [1991] 「短期調整過程の二累計(1) —市場タイプによる在庫の機能の違いについて—」『京都大学経済学会・経済論叢』第148巻第4・5・6号, pp. 140-161
- 森岡真史 [1992] 「短期調整過程の二累計(2) —市場タイプによる在庫の機能の違いについて—」『京都大学経済学会・経済論叢』第149巻第1・2・3号, pp. 79-96
- 村田光義 [1998] 『基本マクロ経済学 [改訂版]』, 税務経理協会
- 横溝雅夫/日興リサーチセンター [1991] 『「景気循環」で読む日本経済』, 日本経済新聞社

経済企画庁ホームページ<http://www.epa.go.jp>