利他主義と利子所得税

仲 間 瑞 樹

1：はじめに

利子所得税あるいは資本利得税がもたらす経済効果は，通常ネガティブな効果が多く，例えば最適な資本利得税はゼロといった「ゼロ税率定理」がよく知られている。

古典的な分析ではDiamond（1970）が2期間世代重複モデルを利用し，利子所得税の帰着効果を分析している。そして利子所得税が資本蓄積，厚生を阻害するものと結論づけている。またArrow and Kurz（1970）らの分析の延長線上にあるJudd（1985），Chamley（1986）らは連続形モデルを利用し「ゼロ税率定理」，すなわち資本利得税を（長期的に）ゼロにすべきと結論づけている。さらに内生成長モデルを用いた分析でも，例えばLucas（1990）が長期的には，資本利得税をゼロにすべきであるとしている。

このように利子所得税，資本利得税への評価は厳しく，上記の強力な帰結を覆す結果は多くない。強いてあげるならば，モデルに流動性制約を設けることにより，利子利得税が経済に寄与することを示したHabbard and Judd（1986）がある。または不確実性を設けることにより，資本利得税が長期的にはゼロにならないことを示したZhu（1992）がある。その他，Jones,Manuelli and Rossi（1993）は内生成長モデルを使い，政府支出と民間投資との間において正の相関を仮定し，資本利得税が経済に寄与する点を指摘している。

ただし上記の帰結は市場の不完全性，政府支出と民間投資との間に仮定を設けたことにより得られる帰結である。これらを仮定しなければ，利子所得税や資本利得税にプラスの効果を見出すことは難しい。そのためモデルを不完全市場に拡大，あるいは政府支出と民間投資との間に仮定を設けることで，

有益な帰結を導き出したとも解釈できる。そこで本論文では市場の不完全性，政府支出と民間投資との間に特殊な関係を仮定せず，私的世代間移転（遺産・贈与）だけを織り込んだ2期間世代重複モデルを利用し，Diamond流の利子所得税の帰着効果を定性的分析から再考する。

そもそもDiamond（1965）による2期間世代重複モデルの構築後，その2期間世代重複モデルを使い，Diamond自身が利子所得税の帰着効果を分析した。一方，Barro（1974）が2期間世代重複モデルを使い，利他的遺産動機を提唱した。そして定額税を中心とした減税政策，公債発行，賦課方式の公的年金政策が経済に影響を与えない点を指摘した。しかし，その後の私的世代間移転に関する分析は，利他的遺産動機，利他的贈与動機が成立するために要請される条件の分析が多く，Diamond（1970）とBarro（1974）の融合問題（利他的遺産動機，利他的贈与動機での利子所得税の帰着効果）は分析される機会がなかった。

従って本論文では利他的遺産動機，利他的贈与動機の2つをとりあげ，比較静学，厚生分析から利子所得税重課の公的移転政策が資本蓄積，遺産，贈与，厚生にもたらす効果を分析する。具体的には第2節でモデルを設定する。第3節では利他的遺産動機に集中し，利子所得税重課の公的移転政策によって効率性，厚生が阻害される点を明らかにする。第4節では利他的贈与動機に集中し，利子所得税重課の公的移転政策によって効率性が高まる。特に初期の利子所得税率がゼロである場合，利子所得税重課の公的移転政策は，厚生に寄与する点を明らかにする。第5節は本論文のまとめと課題である。

2：モデル

人口が一定率$n>0$で成長するDiamond（1965）の2期間世代重複モデルを利用する。t世代の労働力人口をL_tと表すならば，$(t-1)$世代の労働力人口L_{t-1}との間に，$L_t=(1+n)L_{t-1}$の関係が成立する。

Barro流の利他的遺産動機をもつt世代の個人は，下の効用関数u_tをもつものとしよう。

$$u_t = u_1(c_{1t}) + \beta u_2(c_{2t+1}) + \gamma u_{t+1} \tag{1}$$

一方，利他的贈与動機をもつ t 世代の個人は，下の効用関数 u_t をもつものとしよう。

$$u_t = u_1(c_{1t}) + \beta u_2(c_{2t+1}) + \gamma u_{t-1} \tag{2}$$

効用関数は二階連続微分可能，強い凹関数であり，来期の消費と世代間割引値は，それぞれ$0<\beta<1$，$0<\gamma<1$をみたす。u_{t+1}は$(t+1)$世代の厚生，u_{t-1}は$(t-1)$世代の厚生である。c_{1t}, c_{2t+1}は t 期 t 世代の消費，$(t+1)$期 t 世代の消費であり，ともに正常財である。

t 期 t 世代の個人は労働を非弾力的に供給し，労働所得 w_tと遺産 b_tを得る。そしてそれらを消費 c_{1t}，貯蓄 s_t に充当する。老年期を迎えた$(t+1)$期 t 世代は，貯蓄 s_t の元利合計$(1+r_{t+1})s_t$ から利子所得税 $\tau r_{t+1}s_t$を支払い，その残りが消費 c_{2t+1}，遺産$(1+n)b_{t+1}$に充当される。ただし支払った利子所得税は，その期に公的移転として還付される。１人あたりの還付額をΛ_{t+1}と表すならば，$\Lambda_{t+1}=\tau r_{t+1}s_t$である。$r_{t+1}$は$(t+1)$期利子率である。以上から個人の予算制約式は，下の（３）と（４）のように表される。

$$c_{1t} = w_t + b_t - s_t \tag{3}$$

$$c_{2t+1} = [1+(1-\tau)r_{t+1}]s_t - (1+n)b_{t+1} + \Lambda_{t+1} \tag{4}$$

一方，利他的贈与動機をもつ個人は，下記の予算制約式に従う。t 期 t 世代の個人は労働を非弾力的に供給し，労働所得 w_t を親世代１人あたりの贈与$\frac{1}{1+n}g_t$，消費 c_{1t}，貯蓄 s_t に充当する。老年期を迎えた$(t+1)$期 t 世代は贈与 g_{t+1}を受け取り，貯蓄 s_t の元利合計$(1+r_{t+1})s_t$ から利子所得税 $\tau r_{t+1}s_t$ を支払い，残りを消費 c_{2t+1} に充当する。もちろん利子所得税は，その期に公的移転として還付される。以上から予算制約式は，下の（５）と（６）のように表される。

$$c_{1t} = w_t - s_t - \frac{1}{1+n}g_t \tag{5}$$

$$c_{2t+1} = [1+(1-\tau)r_{t+1}]s_t + g_{t+1} + \Lambda_{t+1} \tag{6}$$

生産は新古典派型生産技術に従う。生産関数は一次同次，完全競争を仮定

する。集計化された t 期の生産量と資本蓄積を Y_t, K_t とすれば，集計化された生産関数は $Y_t = F(K_t, L_t)$ と表される。これを1人あたり表示にすると，$y_t = f(k_t)$ となる。ただし $y_t = \frac{Y_t}{L_t}, k_t = \frac{K_t}{L_t}$ であり，$f'(0) = \infty, f'(\infty) = 0$ をみたす。また完全競争の仮定から，資本と労働の限界生産物条件 $r_t = f'(k_t), w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t$ が成立する。これより $\frac{dw_t}{dr_t} = -k_t$，$\frac{dw_t}{dk_t} = -k_t f''(k_t)$ が成立する。

資本市場では t 期の貯蓄が $(t+1)$ 期の資本蓄積に結びつく。財市場では t 期の労働所得，資本利得，資本蓄積が t 期 t 世代，t 期 $(t-1)$ 世代の消費，$(t+1)$ 期の資本蓄積に配分しつくされる。以上から資本市場，財市場の均衡式は，下の（7）と（8）のように表される。

$$s_t = (1+n)k_{t+1} \tag{7}$$

$$w_t + r_t k_t + k_t = c_{1t} + \frac{c_{2t}}{1+n} + (1+n)k_{t+1} \tag{8}$$

3：比較静学と厚生分析ー利他的遺産動機の場合

目的関数（1），予算制約式（3）と（4）から一階条件（9）と（10）を得る。

$$u'_{1t} = \beta[1 + (1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1} \tag{9}$$

$$\gamma[1 + (1-\tau)r_{t+1}]u'_{1t+1} = (1+n)u'_{1t} \tag{10}$$

ここで効用関数の形状について仮定1を課す。その上で（9）と（10）を動学体系として安定性分析を行うと，下の命題1を得る。

仮定1：効用関数の形状

$u'_{1t} \equiv \frac{du_1}{dc_{1t}}$，$u'_{2t+1} \equiv \frac{du_2}{dc_{2t+1}}$，$u'_{1t+1} \equiv \frac{du_1}{dc_{1t+1}}$ であり，$u'_{1t} > 0$，$u'_{2t+1} > 0$，$u'_{1t+1} > 0$ をみたす。定常状態では $u'_1 \equiv \frac{du_1}{dc_1} > 0$，$u'_2 \equiv \frac{du_2}{dc_2} > 0$ をみたす。二階微分については $u''_1 \equiv \frac{d^2u_1}{dc_1^2} < 0$，$u''_2 \equiv \frac{d^2u_2}{dc_2^2} < 0$ をみたす。

命題１：利他的遺産動機の安定性

個人が利他的遺産動機をもつ。効用関数の形状は仮定１をみたす。このとき利他的遺産動機の動学体系から導かれる固有方程式において，ゼロ，１より大きい正の実数解，１より小さい正の実数解の３実数解が保証される。そして利他的遺産動機の動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。

（証明－補論１を参照のこと）

動学体系を定常状態で評価するならば $u'_1=\beta[1+(1-\tau)r]u'_2$, $\gamma[1+(1-\tau)r]=(1+n)$ を得る。これらを資本蓄積，遺産，利子所得税率について全微分する。

$$\begin{bmatrix}\pi_1 & \pi_2\\ \pi_3 & \pi_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dk\\ db\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\pi_5\\ \pi_6\end{bmatrix}d\tau$$

$$\pi_1=\frac{r}{\sigma_k}u_1''-(1+n)u_1''+\beta(1-\tau)(-f'')u'_2-\beta A(1+r)(1+n)u_2''+\beta A(1+n)\frac{r}{\sigma_k}u_2''$$

$$\pi_2=u_1''+\beta A(1+n)u_2''$$

$$\pi_3=\gamma(1-\tau)f''$$

$$\pi_4=0$$

$$\pi_5=-\beta ru'_2$$

$$\pi_6=\gamma r$$

$$\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$$

$$A=1+(1-\tau)r$$

行列式を Δ とおくならば，$\Delta=\gamma(1-\tau)(-f'')[u_1''+\beta A(1+n)u_2'']$ である。その符号は，安定性分析から負である。

さらに利子所得税重課の公的移転政策が資本蓄積，遺産に与える効果は，下のとおりである。ただし資本需要の利子弾力性について，下の仮定２を設けることにする。

$$\frac{dk}{d\tau}=-\frac{\gamma r}{\Delta}[u_1''+\beta A(1+n)u_2'']=-\frac{r}{(1-\tau)(-f'')}<0$$

$$\frac{db}{d\tau}=-\frac{\gamma r}{\Delta}\left(1+n-\frac{r}{\sigma_k}\right)u_1''-\frac{\beta\gamma rA}{\Delta}(1+n)\left(1+r-\frac{r}{\sigma_k}\right)u_2''$$

仮定2：資本需要の利子弾力性

資本需要の利子弾力性 $\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$ は十分弾力的であり，$\sigma_k>\frac{r}{1+n}$ をみたすものと仮定する。

定常状態での効用関数は，下の（11）のように表される。

$$u=\frac{1}{1-\gamma}u_1+\frac{\beta}{1-\gamma}u_2 \tag{11}$$

（11）を利子所得税率について全微分し，整理をするならば，下の結果を得る。

$$\frac{du}{d\tau}=\beta[r(1-\tau)-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{r}{\sigma_k}\frac{dk}{d\tau}+\tau\beta r(1+n)\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{dk}{d\tau}+\beta[r(1-\tau)-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{db}{d\tau}$$

上の結果を利子所得税率がゼロ，すなわち $\tau=0$ で評価する。その場合

$$\frac{du}{d\tau}=\beta[r-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{r}{\sigma_k}\frac{dk}{d\tau}+\beta[r-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{db}{d\tau}$$

となる[1)]。以上から下の命題2を得る。

命題2：利子所得税重課の公的移転政策と資本蓄積，遺産，厚生

個人が利他的遺産動機をもつ。効用関数の形状は仮定1をみたす。個人は政府の予算制約式を織り込まずに行動する。このとき利子所得税重課の公的移転政策は，資本蓄積を阻害する。さらに資本需要の利子弾力性が仮定2の

1）当然，$\frac{du}{d\tau}=\beta[r-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{r}{\sigma_k}\frac{dk}{d\tau}+\beta[r-n]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{db}{d\tau}$ のうち，$\frac{dk}{d\tau}$，$\frac{db}{d\tau}$ の値も利子所得税率ゼロで評価することになる。それらの符号は全て負である。

大小関係をみたす。このとき利子所得税重課の公的移転政策は遺産，厚生を阻害する。また初期の利子所得税率がゼロであっても，公的移転政策財源としての利子所得税の導入，重課は厚生を阻害する。

利他的遺産動機が生じている経済でも，Diamond（1970）と同様の帰結を得る。利子所得税重課の公的移転政策は，貯蓄からの収益率を押し下げる。貯蓄からの収益率低下を嫌い，個人は貯蓄を極力減らす。そのため資本蓄積が減少するものと解釈できる。

通常語られる利他的遺産動機の文脈を想起するならば，子世代の利子所得税負担をカバーするために，親世代は遺産を増やそうとする。しかし命題2では，親世代が遺産を減らすと結論づけている。なぜ親世代は遺産を減らすのか？まず利子所得税重課から貯蓄の減少が生じ，親世代は十分な貯蓄をもとに遺産を形成できない。そのため遺産を減らさざるを得ないものと解釈できる。次に親世代は子世代の利子所得税負担の増加を回避させるべく，貯蓄促進に結びつく遺産を減らそうとしている[2)]。このような解釈も可能であろう。これらの複数の効果が絡み合い，利子所得税重課の公的移転政策により，遺産が減少するものと解釈できる。なお動学体系から明らかなように，利他的遺産動機では動学的効率が生じている。利子所得税重課の公的移転政策から資本蓄積，遺産が阻害される。そのため動学的効率がさらに加速し，厚生が減少するものと解釈できる。

命題2のインプリケーションは，以下の2つに集約できる。

第1に利他的遺産動機下での利子所得税重課による公的移転政策の経済効果は，Diamond での帰結の拡大版であると位置づけられよう。特に厚生の観点から，公的移転政策財源としての利子所得税の導入，重課が優れているとは言えない。本論文の命題2は一般に資本利得税あるいは利子所得税が効率

2）もし親世代が子世代に遺産を多く与えるならば，子世代は貯蓄を高めるかもしれない。そして重い利子所得税負担に直面するかもしれない。子世代が利子所得税負担を極力回避できるよう，親世代は貯蓄増加に結びつく行為である遺産の受け渡しを手控えている。親世代が子世代の貯蓄増加，重い利子所得税負担のもとになる遺産を減らすことも，子世代への思いやりと位置づけられよう。

性，厚生に対して寄与しないといった直感とパラレルな命題といえよう。

第2に親世代は子世代の利子所得税負担を手助けするために，遺産を増加させない。このような親世代の行為は，一般的な利他的遺産動機から想起される親世代の反応と異なる。本来であれば，親世代が子世代の厚生を考慮し，利子所得税負担に耐えられるだけの遺産を与えようとする。しかし利子所得税重課によって貯蓄の収益率が大きく阻害され，十分な貯蓄形成ができない。そのため親世代は子世代に十分な遺産を与えられない。従って利他的遺産動機が成立しているにもかかわらず，親世代は子世代に遺産を介して利他的に振舞うことができない。つまり利他的な世代間移転行為の失敗が生じているのである。

4：比較静学と厚生分析－利他的贈与動機の場合

目的関数（2），予算制約式（5）と（6）から一階条件（12）と（13）を得る。

$$u'_{1t}=\beta[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1} \tag{12}$$

$$\gamma(1+n)u'_{2t}=[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1} \tag{13}$$

ここで効用関数の形状について仮定3を課す。その上で（12）と（13）を動学体系として安定性分析を行うと，下記の命題3を得る。

仮定3：効用関数の形状

$u'_{1t}\equiv\dfrac{du_1}{dc_{1t}}$，$u'_{2t+1}\equiv\dfrac{du_2}{dc_{2t+1}}$，$u'_{2t}\equiv\dfrac{du_2}{dc_{2t}}$であり，$u'_{1t}>0$，$u'_{2t+1}>0$，$u'_{2t}>0$をみたす。定常状態では$u'_1\equiv\dfrac{du_1}{dc_1}>0$，$u'_2\equiv\dfrac{du_2}{dc_2}>0$をみたす。二階微分については$u''_1\equiv\dfrac{d^2u_1}{dc_1^2}<0$，$u''_2\equiv\dfrac{d^2u_2}{dc_2^2}<0$をみたす。

命題3：利他的贈与動機の安定性

個人が利他的贈与動機をもつ。効用関数の形状は仮定3をみたす。このと

き利他的贈与動機の動学体系から導かれる固有方程式において，1より大きい正の実数解，1より小さい正の実数解の2実数解が保証される。そして利他的贈与動機の動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。

（証明－補論2を参照のこと）

動学体系を定常状態で評価するならば，$u'_1=\beta[1+(1-\tau)r]u'_2$, $\gamma(1+n)=[1+(1-\tau)r]$を得る。これらを資本蓄積，贈与，利子所得税率について全微分する。

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1 & \varepsilon_2\\ \varepsilon_3 & \varepsilon_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dk\\ dg\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix}d\tau$$

$$\varepsilon_1=\frac{r}{\sigma_k}u_1''-(1+n)u_1''+\beta(1-\tau)(-f'')u'_2-\beta A(1+r)(1+n)u_2''+\beta A(1+n)\frac{r}{\sigma_k}u_2''$$

$$\varepsilon_2=-\frac{1}{1+n}u_1''-\beta Au_2''$$

$$\varepsilon_3=(1-\tau)f''$$

$$\varepsilon_4=0$$

$$\varepsilon_5=-\beta ru'_2$$

$$\varepsilon_6=r$$

$$\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$$

$$A=1+(1-\tau)r$$

行列式をΔとおくならば，$\Delta=f''(1-\tau)\left[\frac{1}{1+n}u_1''+\beta Au_2''\right]$である。その符号は，安定性分析から正である。さらに利子所得税重課の公的移転政策が資本蓄積，贈与に与える効果は，下のとおりである。

$$\frac{dk}{d\tau}=\frac{r}{\Delta}\left[\frac{1}{1+n}u_1''+\beta Au_2''\right]=\frac{r}{f''(1-\tau)}<0$$

$$\frac{dg}{d\tau}=-\frac{r}{\Delta}\left(1+n-\frac{r}{\sigma_k}\right)u_1''-\frac{\beta Ar}{\Delta}(1+n)\left(1+r-\frac{r}{\sigma_k}\right)u_2''$$

仮定4：資本需要の利子弾力性

資本需要の利子弾力性 $\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$ は十分弾力的であり，$\sigma_k>\frac{r}{1+r}$ をみたすものと仮定する。

定常状態での効用関数は (11) と同様である。(11) を利子所得税率で全微分し，整理する。すると下の結果を得る。

$$\frac{du}{d\tau}=-\beta[n-r(1-\tau)]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{r}{\sigma_k}\frac{dk}{d\tau}+\tau\beta r(1+n)\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{dk}{d\tau}+\beta\left(\frac{n-r(1-\tau)}{1+n}\right)\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{dg}{d\tau}$$

上の結果を利子所得税率がゼロ，すなわち $\tau=0$ で評価する。すると (14) を得る[3)]。

$$\frac{du}{d\tau}=-\beta[n-r]\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{r}{\sigma_k}\frac{dk}{d\tau}+\beta\left(\frac{n-r}{1+n}\right)\left(\frac{u'_2}{1-\gamma}\right)\frac{dg}{d\tau}>0 \tag{14}$$

以上から下記の命題4を得る。

命題4：利子所得税重課の公的移転政策と資本蓄積，贈与，厚生

個人が利他的贈与動機をもつ。効用関数の形状は仮定3をみたす。個人は政府の予算制約式を織り込まずに行動する。このとき利子所得税重課の公的移転政策は，資本蓄積を阻害する。次に資本需要の利子弾力性が仮定4の大小関係をみたす。このとき利子所得税重課の公的移転政策により贈与が増加する。特に初期の利子所得税率がゼロであるならば，公的移転政策財源としての利子所得税の導入，重課により厚生が増加する。

3）もちろん脚注1と同様の処理をほどこしている。

利他的贈与動機が生じている経済でもDiamond（1970），利他的遺産動機の場合と同様，利子所得税重課の公的移転政策が貯蓄の収益率を押し下げる。貯蓄の収益率低下を嫌い，子世代は貯蓄を極力減らす。そのため資本蓄積も減少すると解釈できる。しかし子世代は減らした貯蓄を親世代への贈与に充当できる。子世代は自身の利子所得税負担を回避するべく貯蓄を減らし，親世代の利子所得税負担を助けるために贈与を増やすものと考えられる。さらに動学体系から明らかなように，利他的贈与動機では動学的非効率が生じている。従って利子所得税重課の公的移転政策から資本蓄積が減少し，贈与が増加するため，動学的非効率が改善される。動学的非効率のもとで，特に初期の利子所得税がゼロならば，利子所得税重課による公的移転政策の導入，重課が厚生を高めるものと解釈できる[4)]。

命題4のインプリケーションは，以下の2つに集約できる。

第1に利他的贈与動機下での利子所得税重課による公的移転政策は，Diamondでの帰結と必ずしも一致しない。特に公的移転政策財源としての利子所得税の導入，重課は，厚生の面で優れていると言えよう。その意味でも命題4は利子所得税が効率性，厚生に対して寄与しないといった直感と異なる帰結である。従って一概に利子所得税が悪であるとは評価できない。どのような世代間移転が機能し，動学的効率，動学的非効率のどちらが成立しているかによって，本論文で扱った利子所得税の評価が左右されるからである。
第2に子世代は親世代の利子所得税負担を手助けするために，贈与を増加させる。利子所得税の重課は貯蓄からの収益率を阻害する。そして親世代は利子所得税重課の公的移転政策によって，利子所得税重課に直面する。そこで子世代は自身の貯蓄を減らすことで，将来の利子所得税負担を回避し，貯蓄の減少分を親世代への贈与に充当し，親世代の利子所得税負担を手助けしているものと解釈できる。この子世代の行動は，利子所得税負担によって生じる，親世代の厚生阻害を回避するための行動と位置づけられよう。従って利他的贈与動機の下では，子世代が親世代の利子所得税負担を考慮し，自身の

4）あるいは利子所得税率がゼロにほぼ近く，極めて低い率にある場合，利子所得税重課による公的移転政策は厚生を高める。このような言い換えも可能である。

貯蓄を犠牲にして贈与を高めるといった，利他的な世代間移転行為が認められる。子世代は親世代に贈与を介して利他的に振舞うことができる。

5：終わりに

本論文ではBarro流の利他的遺産動機，利他的贈与動機の2つを想定し，Diamond（1970）と同様の利子所得税重課による公的移転政策の効果を定性的に分析した。そこで得られた帰結，含意は以下のように集約できる。

まず利子所得税重課の公的移転政策は，常に効率性の阻害するものと決めつけられない。そもそもDiamondが指摘するとおり，遺産，贈与を含む私的世代間移転を考慮しない2期間世代重複モデルの枠組みでは，利子所得税重課は貯蓄からの収益率を低下させる。そして資本蓄積と厚生を阻害するものと説明される。この文脈から利子所得税重課によって，効率性が阻害されるといった直感も働きやすくなる。しかし本論文の分析から，その直感が常に成立するとは限らないことが示された。確かに命題2から利他的遺産動機での利子所得税重課による公的移転政策は，資本蓄積，遺産を減少させ，厚生を阻害する。一方，命題4から利他的贈与動機では資本蓄積が減少し，贈与が増加する。そして特に利子所得税財源による公的移転政策の導入，重課から厚生が高まるからである。従って利子所得税の存在そのものが問題なのではない。むしろ利他主義のもとで，どのような世代間移転行為が生じているか？これが重要なのである。

次に利他主義のもとでの世代間移転行為とは，一般に親（子）世代が子（親）世代の厚生を考慮し，遺産（贈与）を介して，子（親）世代の厚生を高めようとする行為をもって説明される。従って子（親）世代が増税に直面するとき，親（子）世代が遺産（贈与）を増やし，子（親）世代の増税負担を軽くし，厚生の阻害を防ごうとする。しかし本論文の分析から次のことが示された。上述の利他的な世代間移転行為が，常に生じるわけではない。利他的な世代間移転行為の失敗が生じる。利他主義が存在していても，課税と私的世代間移転によっては，利他的な世代間移転行為の失敗を排除できない

のである。

最後に本論文での課題をあげる。本論文では利子所得税を課税した期と同じ期に，政府が公的移転として利子所得税を個人に還付する政策を分析対象とした。もちろん公的移転のケースはこれだけではない。例えば老年期の個人に利子所得税を課税し，それを資本市場で運用する。そしてそれを老年となった子世代に公的移転として与えるケースも考えられよう。このとき政府が利子所得税を重課したならば，資本蓄積，遺産，贈与，厚生に対して，どのような効果が生じるか？本論文で扱った公的移転政策とは異なる公的移転政策を考慮し，その経済効果についての分析も必要であろう。

補論１：利他的遺産動機の安定性分析

効用関数の形状については，第３節の仮定１を前提とする。

第１ステップ

Chiang, A.C（1974），Ihori（1996）で説明され，仲間（2007）で利他的遺産動機を用いて解かれている手法（二階の定差方程式を一階の定差方程式に変換する手法）を利用する。動学体系 $u'_{1t}=\beta[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1}$，$\gamma[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{1t+1}=(1+n)u'_{1t}$ は，二階の定差方程式を含む。そこで内生変数のうち k_{t+1} を $k_{t+1}\equiv p_t$ と人工変数 p_t で定義し直す。資本蓄積 k_{t+1} を $k_{t+1}\equiv p_t$ と定義し，上の動学体系を下のように表す。

$$k_{t+1}\equiv p_t$$

$$\begin{aligned}&u'_{1t}[f(k_t)-k_tf'(k_t)+b_t-(1+n)p_t]\\&\quad=\beta[1+(1-\tau)f'(p_t)]u'_{2t+1}[\{1+(1-\tau)f'(p_t)\}(1+n)p_t-(1+n)b_{t+1}+\\&\qquad\tau f'(p_t)(1+n)p_t]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(1+n)u'_{1t}[f(k_t)-k_tf'(k_t)+b_t-(1+n)p_t]\\&\quad=\gamma[1+(1-\tau)f'(p_t)]u'_{1t+1}[f(p_t)-p_tf'(p_t)+b_{t+1}-(1+n)p_{t+1}]\end{aligned}$$

これらを定常状態 (p,k,b) の周りで線形近似する。

$$\begin{bmatrix} p_{t+1}-p \\ k_{t+1}-k \\ b_{t+1}-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_7 & \delta_8 & \delta_9 \\ \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta_4 & \delta_5 & \delta_6 \\ \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{16} & \delta_{17} & \delta_{18} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t-p \\ k_t-k \\ b_t-b \end{bmatrix}$$

$\delta_1=\delta_3=\delta_5=\delta_6=\delta_7=\delta_8=\delta_{14}=0$

$\delta_2=\delta_4=1$

$\delta_9=\beta A(1+n)u_2''$

$\delta_{10}=\beta(1-\tau)f''u_2'+(1+n)u_1''+\beta A(1+r)(1+n)u_2''-\beta A(1+n)\dfrac{r}{\sigma_k}u_2''$

$\delta_{11}=-\dfrac{r}{\sigma_k}u_1''$

$\delta_{12}=-u_1''$

$\delta_{13}=\gamma A(1+n)u_1''$

$\delta_{15}=-\gamma A u_1''$

$\delta_{16}=\gamma(1-\tau)f''u_1'+\gamma A\dfrac{r}{\sigma_k}u_1''+(1+n)^2u_1''$

$\delta_{17}=-(1+n)\dfrac{r}{\sigma_k}u_1''$

$\delta_{18}=-(1+n)u_1''$

$\sigma_k\equiv-\dfrac{r}{kf''}>0$

$A=1+(1-\tau)r$

第2ステップ

第1ステップを踏まえ，以下の2つの行列の積$[\Omega]$を求める。

$$[\Omega]=\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_7 & \delta_8 & \delta_9 \\ \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta_4 & \delta_5 & \delta_6 \\ \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{16} & \delta_{17} & \delta_{18} \end{bmatrix}$$

そして固有値をλ，固有方程式を$\phi_1(\lambda)$と表し，固有方程式$\phi_1(\lambda)$を求める。すると固有方程式$\phi_1(\lambda)$は，下のとおり表される。

$$\phi_1(\lambda)=-\lambda^3+Z\beta A(1+n)^3u_1''u_2''\lambda^2+Z\beta\gamma A^2(1+r)(1+n)u_1''u_2''\lambda^2$$
$$+Z\beta\gamma f''A(1-\tau)(1+n)u'_1u_2''\lambda^2+Z\beta\gamma f''A(1-\tau)u'_2u_1''\lambda^2$$
$$-Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2''\lambda$$
$$=-\lambda[\lambda^2-\mu Z\lambda+Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2'']$$

ただし仮定1から Z,μ の符号は，両者とも正値である。

$$Z\equiv\frac{1}{\beta\gamma A^2(1+n)^2u_1''u_2''}>0$$

$$\mu\equiv\beta A(1+n)^3u_1''u_2''+\beta\gamma A^2(1+r)(1+n)u_1''u_2''+\beta\gamma f''A(1-\tau)(1+n)u_1'u_2''$$
$$+\beta\gamma f''A(1-\tau)u'_2u_1''>0$$

この固有方程式 $\phi_1(\lambda)$ の解のうち，1つの解は明らかにゼロ。そこで固有方程式 $\phi_1(\lambda)$ のうち，

$$\phi_2(\lambda)\equiv\lambda^2-\mu Z\lambda+Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2''$$

に集中し，残る2解の符号を確認する。

まず $\phi_2(\lambda)$ へ判別式を適用し，$\phi_2(\lambda)$ の2解が実数解であるか否かを確認する。判別式を D と定義し，その値を計算，整理するならば，下の結果を得る。

$$D=Z^2\beta^2A^2(1+n)^4(r-n)^2(u_1'')^2(u_2'')^2$$
$$+Z^2\beta^2\gamma^2(f'')^2A^2(1-\tau)^2[(1+n)u'_1u_2''+u'_2u_1'']^2$$
$$+2Z^2\beta^2\gamma f''A^2(1-\tau)(1+n)^2[(1+r)+(1+n)][(1+n)u'_1u_2''+u'_2u_1'']u_1''u_2''$$

仮定1から上記の判別式の各項は全て正値である。

最後に $\phi_2(\lambda)$ の2実数解を λ'_1，λ'_2 とおき，これら解の符号を確認する。$\phi_2(\lambda)$ に解と係数の関係を適用すれば，下の結果を得る。

$$\lambda'_1+\lambda'_2=\mu Z>0$$
$$\lambda'_1\lambda'_2=Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2''>0$$

明らかに $\phi_2(\lambda)$ から求められる2実数解 λ'_1，λ'_2 は正値である。

以上から判別式 D は確実に正値であり，$\phi_2(\lambda)$ は異なる正値の2実数解をもつ。よって固有方程式 $\phi_1(\lambda)$ はゼロ，異なる正値の2実数解に基づく3実数解をもつ。

第3ステップ

第2ステップより固有方程式$\phi_1(\lambda)$の3つの解のうち，1つの解がゼロ，残りの2解が異なる正値の実数解となる。

さらに$\phi_2(\lambda)\equiv\lambda^2-\mu Z\lambda+Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2''$から$\phi_2(-1)$，$\phi_2(1)$を求める。$\phi_2(-1)$は仮定1より正値である。

$$\phi_2(-1)=1+\mu Z+Z\beta A(1+r)(1+n)^2u_1''u_2''>0$$

一方，定常状態で評価した動学体系$u'_1=\beta Au'_2$，$\gamma A=(1+n)$を利用するならば，$\phi_2(1)$は仮定1より負値である。

$$\phi_2(1)=Z\gamma(-f'')(1-\tau)[u_1''+\beta A(1+n)u_2'']u'_1<0$$

$\phi_2(1)<0$から，異なる正の2実数解λ'_1，λ'_2のうち，1つの実数解は1より大きく，もう1つの実数解は1より小さい。

第2ステップと第3ステップから，固有方程式$\phi_2(\lambda)$の2つの解は，全て正値の実数解である。さらに2つの解のうち1つの解は1より大きく，もう1つの解は1より小さい。

以上の第1ステップから第3ステップより命題1を得る。

補論2：利他的贈与動機の安定性分析

先の補論1と同様のステップに従い，安定性の分析をすすめる。効用関数の形状については，第4節の仮定3を前提とする。

第1ステップ

動学体系が$u'_{1t}=\beta[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1}$，$\gamma(1+n)u'_{2t}=[1+(1-\tau)r_{t+1}]u'_{2t+1}$である。この動学体系を定常状態$(k,g)$の周りで線形近似する。

$$\begin{bmatrix} k_{t+1}-k \\ g_{t+1}-g \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \eta_1 & \eta_2 \\ \eta_3 & \eta_4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \eta_5 & \eta_6 \\ \eta_7 & \eta_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_t-k \\ g_t-g \end{bmatrix}$$

$$\eta_1=\beta(1-\tau)(-f'')u'_2-(1+n)u_1''-\beta A(1+r)(1+n)u_2''+\beta A(1+n)\frac{r}{\sigma_k}u_2''$$

$$\eta_2=-\beta Au_2''$$

$$\eta_3 = (1-\tau)(-f'')u'_2 - A(1+r)(1+n)u_2'' + A(1+n)\frac{r}{\sigma_k}u_2''$$

$$\eta_4 = -Au_2''$$

$$\eta_5 = -\frac{r}{\sigma_k}u_1''$$

$$\eta_6 = \frac{1}{1+n}u_1''$$

$$\eta_7 = -\gamma(1+r)(1+n)^2u_2'' + \gamma(1+n)^2\frac{r}{\sigma_k}u_2''$$

$$\eta_8 = -\gamma(1+n)u_2''$$

$$\sigma_k \equiv -\frac{r}{kf''} > 0$$

$$A = 1 + (1-\tau)r$$

第2ステップ

固有値を λ，固有方程式を $\phi_3(\lambda)$ と表し，固有方程式 $\phi_3(\lambda)$ を求める。すると固有方程式 $\phi_3(\lambda)$ は，下のとおり表される。

$$\phi_3(\lambda) = \lambda^2 - Z_1\mu_1\lambda + \gamma Z_1(1+r)(1+n)u_1''u_2''$$

ただし

$$Z_1 = \frac{1}{A(1+n)u_1''u_2''} > 0$$

$$\mu_1 = \gamma(1+n)^2u_1''u_2'' + A(1+r)u_1'u_2'' - \beta\gamma(1-\tau)(-f'')(1+n)u'_2u_2''$$
$$-(1-\tau)(-f'')\left[\frac{1}{1+n}\right]u'_2u_1'' > 0$$

である。

次に $\phi_3(\lambda)$ に判別式を適用し，$\phi_3(\lambda)$ の2解が実数解であるか否かを確認する。判別式を D と定義し，その値を計算，整理するならば，下の結果を得る。

$$D=Z_1^2A^2(n-r)^2(u_1'')^2(u_2'')^2+Z_1^2(1-\tau)^2(-f'')^2\left[\beta\gamma(1+n)u_2''+\left(\frac{1}{1+n}\right)u_1''\right]^2(u'_2)^2$$

$$-2Z_1^2(1-\tau)(-f'')[\gamma(1+n)^2+A(1+r)]\left[\beta\gamma(1+n)u_2''+\left(\frac{1}{1+n}\right)u_1''\right]u'_2u_1''u_2''$$

仮定３から上記の判別式の各項は全て正値である。

最後に $\phi_3(\lambda)$ の２実数解を λ_1''，λ_2'' とおき，これら解の符号を確認する。$\phi_3(\lambda)$ に解と係数の関係を適用すれば，下の結果を得る。

$$\lambda_1''+\lambda_2''=Z_1\mu_1>0$$

$$\lambda_1''\lambda_2''=\gamma Z_1(1+r)(1+n)u_1''u_2''>0$$

明らかに $\phi_3(\lambda)$ から求められる２実数解 λ_1''，λ_2'' は正値である。

以上から判別式 D は確実に正値であり，$\phi_3(\lambda)$ は異なる正値の２実数解をもつ。

第３ステップ

第２ステップより固有方程式 $\phi_3(\lambda)$ の２解は，異なる正値の実数解となる。

さらに $\phi_3(\lambda)$ から $\phi_3(-1)$，$\phi_3(1)$ を求める。$\phi_3(-1)$ は仮定３より正値である。

$$\phi_3(-1)=1+Z_1\mu_1+\gamma Z_1(1+r)(1+n)u_1''u_2''>0$$

一方，定常状態で評価した動学体系 $u'_1=\beta Au'_2$，$\gamma(1+n)=A$ を利用するならば，$\phi_3(1)$ は仮定３より負値である。

$$\phi_3(1)=Z_1(-f'')(1-\tau)\left[\left(\frac{1}{1+n}\right)u_1''+\beta Au_2''\right]u'_2<0$$

以上から，異なる正の２実数解 λ_1''，λ_2'' のうち，１つの実数解は１より大きく，もう１つの実数解は１より小さい。

第２ステップと第３ステップから，固有方程式 $\phi_3(\lambda)$ の２つの解は，全て正値の実数解である。さらに２つの解のうち１つの解は１より大きく，もう１つの解は１より小さい。

以上の第１ステップから第３ステップより命題３を得る。

参考文献

Arrow, K. and M. Kurz (1970), *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Baltimore: Johns Hopkins University Press.

Barro, R. J. (1974), "Are Government Bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, Vol.82, No.6, pp.1095-1117.

Chamely, C. (1986), "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives," *Econometrica*, Vol.54, No.3, pp.607-622.

Chiang, A. C (1974), *Fundamental Method of Mathematical Economics*, New York: McGraw-Hill.

Diamond, P. A. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, Vol.55, No.5, pp.1126-1150.

Diamond, P. A. (1970), "Incidence of an Interest Income Tax," *Journal of Economic Theory*, Vol.2, pp.211-224.

Hubbard, R. G. and Judd, K. (1986), "Liquidity Constraints, Fiscal Policy, and Consumption," *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.1, pp.1-50.

Jones, L. E., R. E. Manuelli and P. E. Rossi. (1993), "Optimal Taxation in Models of Endogenous Growth," *Journal of Political Economy*, Vol.101, No.3, pp.485-517.

Judd, K. (1985), "Redistributive Taxation in a Simple Perfect Foresight Model," *Journal of Public Economics*, Vol.28, Issues.1, pp.59-83.

Lucas, R. (1990), "Supply−Side Economics: An Analytical Review," *Oxford Economic Papers,* Vol.42, pp.293-316.

Zhu, X. (1992), "Optimal Fiscal Policy in a Stochastic Growth Model," *Journal of Economic Theory,* Vol.58, Issues.2, pp.250-289.

仲間　瑞樹 (2007)『利他的遺産動機と安定性分析−１つの解法−』山口経済学雑誌第56巻第４号掲載予定