確率ネットワークを使用した個人投資家の株式投資問題について

渋　谷　綾　子

1．はじめに――個人による株式投資と確率ネットワーク――

本論は個人投資家の株式投資問題を確率ネットワーク[1)]を使用して線形計画問題として定式化する方法と，その方法で得られる解の性質についての考察を試みるものである。定式化の説明のために，まず，株式投資市場に関係する不確実性（株価の変動や預貯金金利の変動）を排除したときの定式化方法を述べ，その後，株価や金利の変動に対応する（不確実性下のもとでの）モデル化および定式化について説明する。

本論で想定されている個人投資家は1,000万円程度の予算をもち，インターネットを通じて株式売買を行う。本論で，問題の定式化に先立って使用する確率ネットワークは1987年にMulveyによって提案されたものであり，その資産配分問題への応用についてもMulvey（1989）によって発表されている。

2．確率ネットワークの基本構造

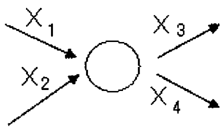

図1　節点と枝の関係
$x_1+x_2=x_3+x_4$

確率ネットワークの原理はいたって単純で，数理計画問題の直接的なグラフィカル表現とみなすこともできる。確率ネットワークの主な構成要素は「節点」と「枝」であるが，節点を株式や現金という個々の資産とみなし，節点と節点を結ぶ枝がそれらの間での資金の移動（取引活動）を表すように描くと，その確率ネットワークに対応する数理計画問題は，各節点における流入量と流出量の均衡を制約条件

1）「確率ネットワーク」は単独で使用されるときはまったく“確率”的ではない。本論の後半で述べるように複数の確率ネットワークを統合して初めて確率的な問題に適用される。

とし，最終節点への流入量の最適化を目的関数とした線形計画問題としてただちに定式化される。

各節点の流入量と流出量の均衡を制約条件にするとは，たとえば，図1に示された状況を$x_1+x_2=x_3+x_4$として制約条件の一つとすることである。x_1，x_2，x_3，x_4はそれぞれの枝の流量，すなわち，その取引に投下されている資金額（現金換算額）である。これら（x_1，x_2，x_3，x_4）はネットワーク上では各枝の流量であり，数理計画問題では（意思決定）変数として扱われる。

図2は5つの株式（株式1～株式5）を投資対象とした2期間の投資問題を表す確率ネットワークである。投資に関する問題を表す確率ネットワークは同じ構造（節点と枝の関係）の，期間数による繰り返し構造であることが理解されるであろう。また，確率ネットワークでは，株式の売買は常に期首の時点に瞬間的に行なわれ，期の途中では取引は発生しない構造になっている。また，期の始まり時点で新たな投資対象資産を加えることもできるが，確率ネットワークによるモデルは不特定多数，あるいはきわめて多数の投資

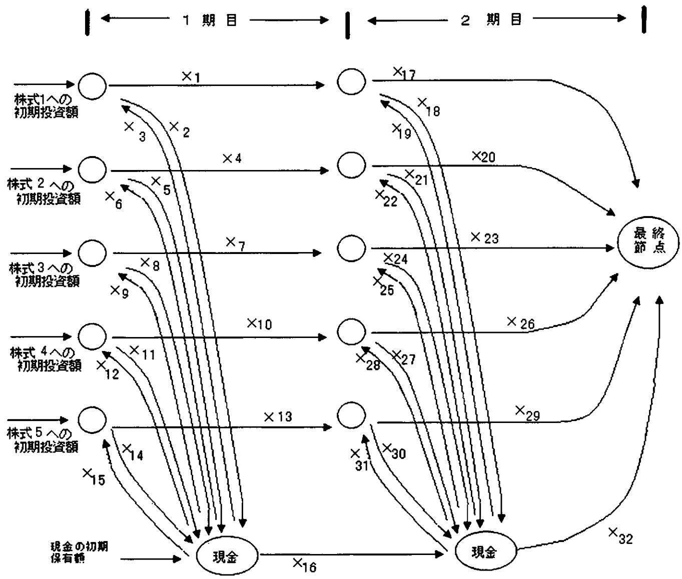

図2　5つの株式への2期間の投資問題を表すネットワーク

対象候補から投資対象を選び出す問題に適用すべきではなく，あらかじめ選定された適当な数の投資対象の中で最適な投資を探し出すことを目的とした問題に適用するものである。問題の極端な大規模化を避けるには投資対象資産数を限定しておかなければならない。

図２においてx_1に対応する枝は第１期に株式１を保有し続ける，x_2に対応する枝は第１期で株式１を売却する，x_3に対応する枝は第１期で株式１を購入するという取引活動を表す。確率ネットワークでは，株価（や預貯金金利）の変動や，購入・売却の手数料の影響を各枝に個別に乗数を付すことで作用させる。枝の始点と終点で流量を変化させるのである。たとえば，第１期間の間に株式１の価格が1.2倍になったことを表すには，x_1に「1.2」という乗数を付す。そうすると，x_1に対応する枝に流れる額はその始点で100万円だとすればその終点で120万円となる。また，売買に関わる手数料については昨今のインターネットでの株取引の平均的な手数料として0.1%を採用すると，x_2やx_3に対応する枝に付される乗数は0.999となる。（x_5, x_6, x_8, x_9,x_{11}, x_{12}, x_{14}, x_{15}, x_{18}, x_{19}, x_{21}, x_{22}, x_{24}, x_{25}, x_{27}, x_{28}, x_{30}, x_{31}にも同様の乗数を付す。）また，現金を保有する場合は郵便局の普通貯金の利率（年利0.21%。2007年7月現在）からx_{16}とx_{32}に対応する枝の乗数を1.00018とした。[2)]

図２において左上隅に位置する節点にはx_1, x_2, x_3に対応する枝の他にもう１本，初期投資額に対応する枝が関係しており，この節点の流入量と流出量の均衡については，

$$\text{株式１への初期投資額} + 0.999x_3 = x_1 + x_2$$

の関係が成り立つ。

次節で示す問題の定式化ではこのような均衡式を最終節点以外のすべての節点について記述して制約条件とし，最終節点での流入量（額）最大化を目的関数とする。

株式や現金を保有する枝（x_1, x_4, x_7, x_{10}, x_{13}, x_{16}, x_{17}, x_{20}, x_{23}, x_{26}, x_{29}, x_{32}に対応す

２）第１期の始まりを2007年5月11日、第２期の始まりを同年6月11日、第２期の終わりを同年7月11日としたとき、その期間の年利から割り出される１ヶ月分の金利による伸び率の近似値

る枝）に付される乗数は各株式の株価の変動と預貯金金利（その期間における伸び率）である。

このようにして定式化された問題は次節で示すように，典型的な線形計画問題である。

3．確定状況での定式化の例

本節では2007年5月時点で，同業種を避けて時価総額の大きい順に「トヨタ自動車」「三菱ＵＦＪフィナンシャル・グループ」「日本電信電話」「キャノン」「武田薬品工業」の5つを株式1～株式5として投資対象とし，図2に示すような5株式2期間モデルの定式方法を説明する。

具体的な定式化のために次の前提を定める。初期（5月11日）保有資金は1,000万円とし，その1,000万円を，それぞれの株式の当時の時価総額に応じた割合に配分して初期保有額とする。また，2007年5月11日から6月10日までを第1期，6月11日から7月11日までを第2期とする。

表1　初期保有額の決定

	時価総額（百万円）	時価総額の構成比率（5社内）	初期保有額（万円）
トヨタ自動車	25,811,482	39.1%	391
三菱 UFJ フィナンシャル・グループ	14,554,602	22.1%	221
日本電信電話	9,539,173	14.5%	145
キャノン	9,214,111	14.0%	140
武田薬品工業	6,811,827	10.3%	103
5社の時価総額合計	65,931,195		

株式を保有する枝（$x_1, x_4, x_7, x_{10}, x_{13}, x_{17}, x_{20}, x_{23}, x_{26}, x_{29}$ に対応した枝）の乗数は，それぞれの5月11日，6月11日，7月11日の株価の伸び率を適用する。

表2　株価と伸び率

	5月11日	6月11日	7月11日	第1期伸び率	第2期伸び率
トヨタ自動車	7,150	7,540	7,660	1.0545	1.0159
三菱 UFJ フィナンシャル・グループ	1,340,000	1,400,000	1,340,000	1.0448	0.9571
日本電信電話	606,000	548,000	530,000	0.9043	0.9672
キャノン	6,910	7,160	6,960	1.0362	0.9721
武田薬品工業	7,660	8,070	7,950	1.0535	0.9851

株売買の取引手数料を0.1%（乗数は0.999），現金保有の金利による影響を1.00018とすると次のように定式化される。

目的関数

$1.0159x_{17}+0.9571x_{20}+0.9672x_{23}+0.9721x_{26}+0.9851x_{29}+1.00018x_{32}\rightarrow$最大化

制約条件

$x_1+x_2-0.999x_3=391$

$x_4+x_5-0.999x_6=221$

$x_7+x_8-0.999x_9=145$

$x_{10}+x_{11}-0.999x_{12}=140$

$x_{13}+x_{14}-0.999x_{15}=103$

$x_3+x_6+x_9+x_{12}+x_{15}+x_{16}-0.999x_2-0.999x_5-0.999x_8-0.999x_{11}-0.999x_{14}=0$

$x_{17}+x_{18}-1.0545x_1-0.999x_{19}=0$

$x_{20}+x_{21}-1.0448x_4-0.999x_{22}=0$

$x_{23}+x_{24}-0.9043x_7-0.999x_{25}=0$

$x_{26}+x_{27}-1.0362x_{10}-0.999x_{28}=0$

$x_{29}+x_{30}-1.0535x_{13}-0.999x_{31}=0$

$x_{19}+x_{22}+x_{25}+x_{28}+x_{31}+x_{32}-0.999x_{18}-0.999x_{21}-0.999x_{24}-0.999x_{27}-0.999x_{30}-1.00018x_{16}=0$

変数の非負条件　$x_1\sim x_{32}\geq 0$

この問題を Excel のソルバーで解くと以下の解が得られた。

目的関数の値　1,070万円

X1	999	X9	0	X17	1053	X25	0
X2	0	X10	0	X18	0	X26	0
X3	608	X11	140	X19	0	X27	0
X4	0	X12	0	X20	0	X28	0
X5	221	X13	0	X21	0	X29	0
X6	0	X14	103	X22	0	X30	0
X7	0	X15	0	X23	0	X31	0
X8	145	X16	0	X24	0	X32	0

この結果をネットワーク図で表現すると図3のようになる。

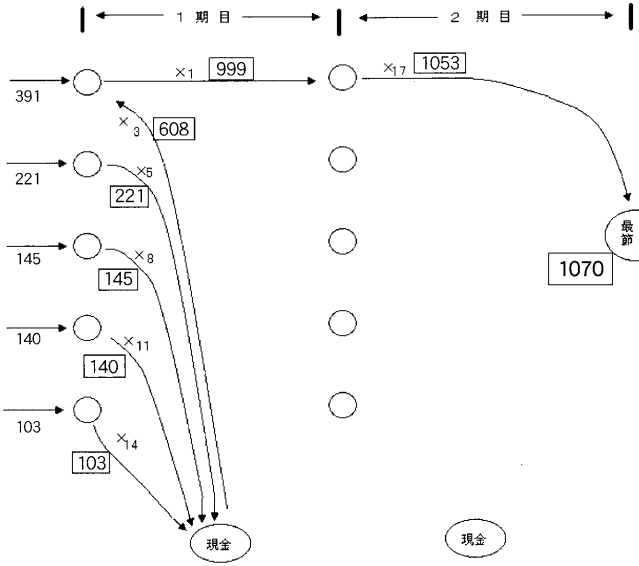

図3　解のネットワーク表現

図3で明らかなように，第1期で株式1（トヨタ自動車）以外の株をすべて売却して得た資金で株式1を買い増し，第2期はそのまま株式1を保有し続けたとき資金総額の最大化が達成され，1,000万円だった資金が1,070万円になる。このことは表2の第1期，第2期とも株式1の伸び率が最高であることから容易に推測されることであった。

ちなみに2007年5月11日から7月11日まで初期保有状態のまま，株式の売買を一切行なわなかったときの資産合計額は1,015万円であった。（表3参照）

表3　取引を一切行わなかった場合

	初期保有額（万円）	第1期目終了時	第2期目終了時
トヨタ自動車	391	412	419
三菱UFJフィナンシャル・グループ	221	231	221
日本電信電話	145	131	127
キャノン	140	145	141
武田薬品工業	103	109	107
株式による資産合計	1,000		1,015

4．確定状況の定式化その2
――値上がり率ランキング上位の株式を投資対象に加えた場合――

前節の結果から2007年5月～7月の期間は時価総額の大きい安定的な株式で最大7％の資産増が見込まれたことがわかるが，保有する株式の性質を多様化させるとどのような結果が期待されるだろうか。投資対象から株式4と5を除き，かわりに2007年5月14日の値上がり率ランキングで1位の「クオンツ」（JASDAQ）と2位の「乾汽船」（大証1部）を加えた場合を前節と同じ方法で計算してみる。（初期保有額は表4，伸び率は表5を参照）

表4　初期保有額の決定

	時価総額（百万円）	時価総額の構成比率（5社内）	初期保有額（万円）
トヨタ自動車	25,811,482	51.7%	517
三菱UFJフィナンシャル・グループ	14,554,602	29.2%	292
日本電信電話	9,539,173	19.1%	191
クオンツ			0
乾汽船			0
株式1～3の時価総額合計	49,905,257		

表5　株価と伸び率

	5月11日	6月11日	7月11日	第1期伸び率	第2期伸び率
トヨタ自動車	7,150	7,540	7,660	1.0545	1.0159
三菱 UFJ フィナンシャル・グループ	1,340,000	1,400,000	1,340,000	1.0448	0.9571
日本電信電話	606,000	548,000	530,000	0.9043	0.9672
クオンツ	24	28	23	1.1667	0.8214
乾汽船	1,230	1,732	1,663	1.4081	0.9602

目的関数

$1.0159x_{17}+0.9571x_{20}+0.9672x_{23}+0.8214x_{26}+0.9602x_{29}+1.00018x_{32}\rightarrow$最大化

制約条件

$x_1+x_2-0.999x_3=517$

$x_4+x_5-0.999x_6=292$

$x_7+x_8-0.999x_9=191$

$x_{10}+x_{11}-0.999x_{12}=0$

$x_{13}+x_{14}-0.999x_{15}=0$

$x_3+x_6+x_9+x_{12}+x_{15}+x_{16}-0.999x_2-0.999x_5-0.999x_8-0.999x_{11}-0.999x_{14}=0$

$x_{17}+x_{18}-1.0545x_1-0.999x_{19}=0$

$x_{20}+x_{21}-1.0448x_4-0.999x_{22}=0$

$x_{23}+x_{24}-0.9043x_7-0.999x_{25}=0$

$x_{26}+x_{27}-1.1667x_{10}-0.999x_{28}=0$

$x_{29}+x_{30}-1.4081x_{13}-0.999x_{31}=0$

$x_{19}+x_{22}+x_{25}+x_{28}+x_{31}+x_{32}-0.999x_{18}-0.999x_{21}-0.999x_{24}-0.999x_{27}-0.999x_{30}-1.00018x_{16}=0$

変数の非負条件　$x_1\sim x_{32}\geq 0$

この問題をExcelのソルバーで解くと以下の解が得られた。

目的関数の値　1,425万円

X1	0	X9	0	X17	1402	X25	0
X2	517	X10	0	X18	0	X26	0
X3	0	X11	0	X19	1404	X27	0
X4	0	X12	0	X20	0	X28	0
X5	292	X13	998	X21	0	X29	0
X6	0	X14	0	X22	0	X30	1405
X7	0	X15	999	X23	0	X31	0
X8	191	X16	0	X24	0	X32	0

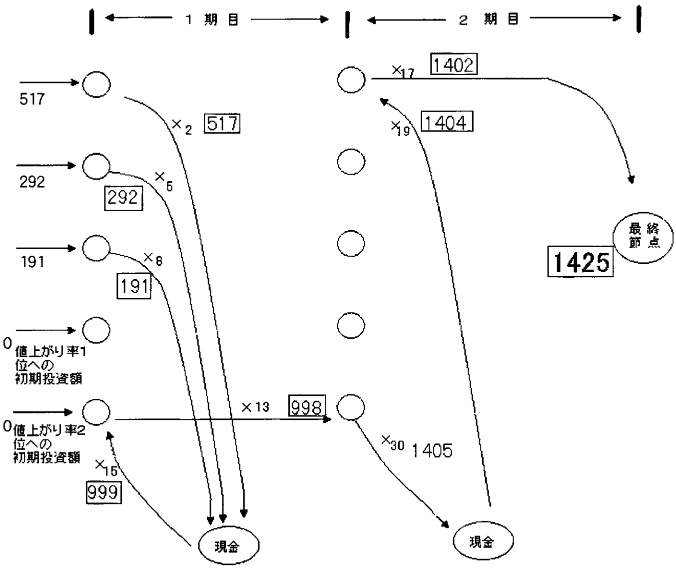

図4　値上がり率ランキングを参考した問題の解のネットワーク

図4から明らかなように第1期で資産のすべてを乾汽船，第2期は株式1へと持ちかえている。このように線形計画問題として定式化された株式投資問題の解は預貯金金利が低くて取引手数料の負担が少ないときは最も伸び率が高い資産に集中する。このことを個人投資家の投資行動としてとらえると，毎期最も伸び率が高い（と予測される）1つの株式に全資金を集中させることを意味し，これは現実的ではない。

ここまでで，株価や金利に関するすべての要因が既知であるとき（不確実要因がない状況）の最適解を導き出すツールとして確率ネットワークを使用した線形計画問題について説明してきた。次節以降で，不確実性下の意思決定に確率ネットワークによる定式化を適用させる方法について述べていく。

5．不確実性のもとでの確率ネットワークを使用した問題解決 ——シナリオの適用——

本節では，「将来の株価や金利の値が未知である」ということを「それらが取りうる値の組合せが複数想定される」と定義する立場にたって，シナリオ法を導入する。

各株価や金利の値にそれぞれ1つずつの確定値を与えた状態を「シナリオ」とよぶ。シナリオごとの最適解は前節までで述べた方法で容易に得られる。そして，シナリオごとに導き出される複数の（シナリオの数と同数の）“最適解”の，それらが対応するシナリオの生起確率による加重平均値を真の（唯一の）最適解とする。したがって，シナリオを作成すると同時にそのシナリオの生起確率も決定しておかなければならない。また，この方法においてはシナリオは2期であっても，2回分の意思決定を一度にするのではなく，1期間が経過したらすべてのシナリオを新たに書き直して同じ計算過程によって第2期に対する投資案を得る。

次節以降で2007年5月に時価総額の大きな順に選ばれた3社についてシナリオ（法）を適用する過程について述べる。株価は「上がる」か「下がる」かの2つの状態しかないとしても，3つの投資対象の2期間モデルは64個のシナリオを使用する。

6．シナリオツリーによる解法

図5は各株式の株価が1期目に「上がる」か「下がる」かのどちらかであるとして起こりうるすべての状況をツリー状に表現したものである。これを第1期のシナリオツリーとよぶ。想定されうる状況は$2^3=8$種類である。本論ではすべてのシナリオが等確率で生起すると前提する。また，第2期についても同じシナリオツリーが描かれ，第1期と第2期のサブシナリオの組合せは$8\times8=64$通りであるため，問題は64個のシナリオを使用することになる。各シナリオの生起確率は0.015625である。[3)]

3）この生起確率に対する前提により、本節で説明するモデルは株価のランダムウォークモデルとみなすこともできる

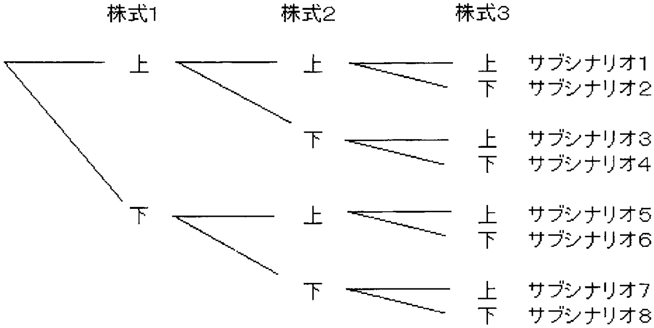

図5　第1期のシナリオツリー

次に，株価が「上がった」ときの伸び率と「下がった」ときの伸び率の値を決定する。株式1（トヨタ自動車）の2006年5月から2007年4月までの月間データの伸び率の第3四分位数が1.0321，第1四分位数が1.0033，株式2（三菱UFJフィナンシャル・グループ）の第3四分位数が1.0034，第1四分位数が0.9586，株式3（日本電信電話）の第3四分位数が1.0246，第1四分位数が0.9910なのでこれらの第3四分位数を「上がった」ときの伸び率，第1四分位数を「下がった」ときの伸び率として64個のシナリオを作成した。(取引手数料は0.1%，普通貯金の金利は1.00018とする)。表6にシナリオ1とシナリオ2とシナリオ64を例としてあげる。

表6　シナリオ1とシナリオ2とシナリオ64

シナリオ1（生起確率1.5625）

	第1期	第2期
株式1の伸び率	1.0321	1.0321
株式2の伸び率	1.0034	1.0034
株式3の伸び率	1.0246	1.0246
普通貯金金利	1.00018	1.00018
取引手数料	0.999	0.999

シナリオ２（生起確率1.5625）

	第１期	第２期
株式１の伸び率	1.0321	1.0321
株式２の伸び率	1.0034	1.0034
株式３の伸び率	1.0246	0.9910
普通貯金金利	1.00018	1.00018
取引手数料	0.999	0.999

シナリオ64（生起確率1.5625）

	第１期	第２期
株式１の伸び率	1.0033	1.0033
株式２の伸び率	0.9586	0.9586
株式３の伸び率	0.9910	0.9910
普通貯金金利	1.00018	1.00018
取引手数料	0.999	0.999

株式1～3の初期保有額をそれぞれ517，292，191とするとシナリオ１は以下のように定式化される。

目的関数

$1.0321x_{11}+1.0034x_{14}+1.0246x_{17}+1.00018x_{20}$→最大化

制約条件

$x_1+x_2-0.999x_3=517$

$x_4+x_5-0.999x_6=292$

$x_7+x_8-0.999x_9=191$

$x_3+x_6+x_9+x_{10}-0.999x_2-0.999x_5-0.999x_8=0$

$x_{11}+x_{12}-1.0321x_1-0.999x_{13}=0$

$x_{14}+x_{15}-1.0034x_4-0.999x_{16}=0$

$x_{17}+x_{18}-1.0246x_7-0.999x_{19}=0$

$x_{13}+x_{16}+x_{19}+x_{20}-0.999x_{12}-0.999x_{15}-0.999x_{18}-1.00018x_{10}=0$

変数の非負条件　$x_1 \sim x_{20} \geq 0$

表７に64シナリオの最適解をあげる。

表7　個別シナリオの最適解とそれらの平均

シナリオ	目的関数の値	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
2	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
3	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
4	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
5	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
6	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
7	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
8	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
9	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
10	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
11	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
12	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
13	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
14	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
15	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
16	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
17	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
18	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
19	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
20	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
21	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
22	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
23	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
24	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
25	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
26	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
27	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
28	1,064	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
29	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
30	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
31	1,054	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
32	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
33	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
34	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
35	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
36	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
37	1,048	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
38	1,024	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
39	1,048	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
40	1,024	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
41	1,035	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
42	1,035	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
43	1,035	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
44	1,035	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
45	1,026	517	0	0	483	0	191	0	191	0	0
46	1,006	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
47	1,026	517	0	0	483	0	191	0	191	0	0
48	1,006	708	0	191	292	0	0	0	191	0	0
49	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
50	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
51	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
52	1,054	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
53	1,048	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
54	1,024	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
55	1,048	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
56	1,024	0	517	0	0	292	0	998	0	808	0
57	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
58	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
59	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
60	1,035	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
61	1,025	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
62	1,006	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
63	1,025	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
64	1,006	999	0	483	0	292	0	0	191	0	0
平均		707	129	319	42	256	6	250	143	202	0

シナリオ	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
1	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
6	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
8	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
14	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
16	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
22	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
24	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
30	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	1,031	0	0	0	0	1,029	0	1,030	0
32	1,031	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
34	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
35	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
36	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
37	0	0	0	0	0	0	1,023	0	0	0
38	0	0	0	1,021	0	1,022	0	1,023	0	0
39	0	0	0	0	0	0	1,023	0	0	0
40	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
41	1,002	0	293	0	293	0	0	0	0	0
42	1,002	0	293	0	293	0	0	0	0	0
43	1,002	0	293	0	293	0	0	0	0	0
44	1,002	0	293	0	293	0	0	0	0	0
45	0	519	0	0	484	0	1,001	0	1,002	0
46	710	0	0	293	0	0	0	0	0	0
47	0	519	0	0	484	0	1,001	0	1,002	0
48	1,002	0	293	0	293	0	0	0	0	0
49	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
50	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
51	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
52	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
53	0	0	0	0	0	0	1,023	0	0	0
54	0	0	0	1,021	0	1,022	0	1,023	0	0
55	0	0	0	0	0	0	1,023	0	0	0
56	1,021	0	1,022	0	0	0	0	1,023	0	0
57	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	1,002	0	0	0	0	1,000	0	1,001	0
62	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	1,002	0	0	0	0	1,000	0	1,001	0
64	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
平均	730	176	183	36	38	32	255	192	191	0

表7で示された結果は同一株の購入と売却が同時に行なわれている矛盾を調整していない。購入と売却を相殺した解を表8に，表8の結果のネットワークを図6に示す。

表8　調整後の解

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
平均	706.9	129.3	319.5	42.5	255.5	6.0	249.6	143.3	202.0	0.0
調整後の解	706.9	0.0	190.2	42.5	249.5	0.0	249.6	0.0	58.8	0.0
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
平均	729.6	176.4	182.5	36.5	38.0	31.9	255.1	191.8	191.4	0.0
調整後の解	729.6	0.0	6.1	36.5	6.1	0.0	255.1	0.4	0.0	0.0

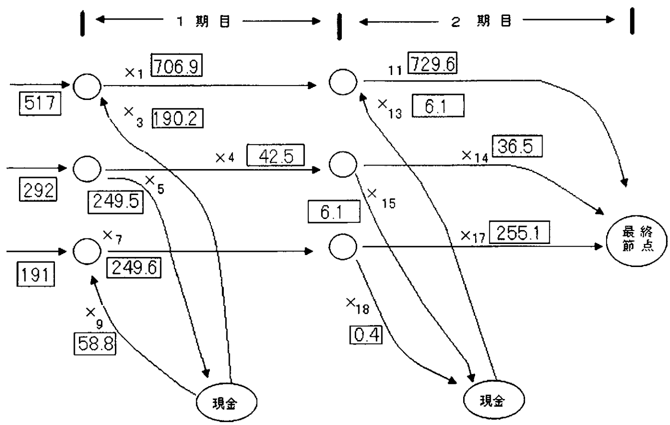

図6　生起確率が等しいシナリオによる解のネットワーク

図6からわかるように，個別シナリオの最適解の平均値を調整しただけでは厳密な節点における均衡が成立しなくなる。しかし，図6から第1期目の投資を「株式1については190買い増して707にして保有。株式2については249.5売却して42.5保有。株式3については58買い増して249保有。現金は保有しない」という意思決定を得たとする。この意思決定に，現実の株価変動（表2参照）や金利をあてはめて，第2期の始まり時点では株式1は707×1.0545＝745.5，株式2は42.5×1.0448＝44.4，株式3は249×0.9043＝225.2，

現金は０という状態を得たとする。このことは５月11日の1,000万円が６月11日に745.5＋44.4＋225.2＝1,015万円になったことを表している。

次に，第２期目の意思決定のためにシナリオを作り直す。株価が上がったとき，下がったときの伸び率を計算するためのデータ範囲を2006年６月から2007年５月までとして，株式１の上がったときを1.0321，下がったときを0.998，株式２の上がったときを1.0034，下がったときを0.9586，株式３の上がったときを1.0214，下がったときを0.984とする。[4] この新たなシナリオと先に述べた初期状態から問題を解いた結果を表９と図７に示す。

表９　２期目に対する解（調整後）

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
平均	507.3	372.7	134.7	126.6	38.85	121.2	253.4	168.9	197.3	126.8
調整後の解	507.3	238.1	0.0	126.6	0.0	82.4	253.4	0.0	28.4	126.8
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
平均	517.7	261.8	256.1	128.6	111.2	112.8	258.7	194.1	194.2	130.1
調整後の解	517.7	5.6	0.0	128.6	0.0	1.6	258.7	0.0	0.1	130.1

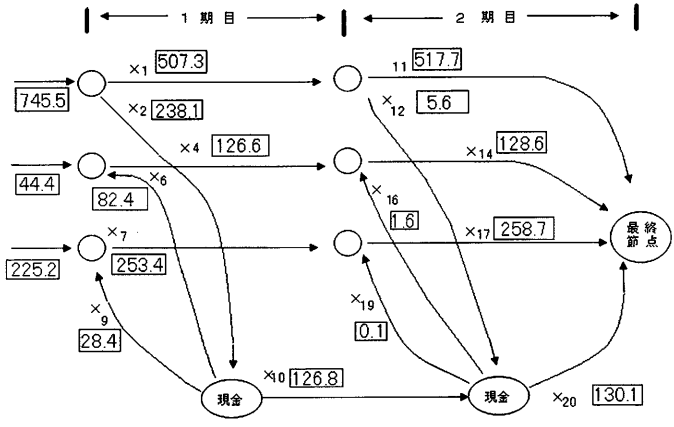

図７　２期目用の生起確率が等しいシナリオによる解のネットワーク

4）１期目に対するシナリオ作成と同じように，それぞれの月間データの伸び率の第３四分位数と第１四分位数を採用している。

この計算結果から「株式１については507.3保有して238.1売却。株式２については82.4(×0.999)買い増した分と合わせて126.6保有。株式３については28.4(×0.999)買い増した分と合わせて253.4保有。現金は差し引きで126.8になっている」ということがわかる。この意思決定の結果に，現実の株価変動（表２参照）や金利をあてはめると507.3×1.0159＋126.6×0.9571＋253.4×0.9672＋126.8×1.00018＝1008.4という結果を得た。

７．結論と今後の展望

本論では確率ネットワークを使用した定式化の説明に紙数を割いたが，本来のシナリオと確率ネットワークによる資産配分問題（投資意思決定問題）は多数のシナリオを使用する分割可能な大規模問題である。本論では過去１年間の株価の伸び率の四分位数を株価パラメータとして使用したがその結果は元手の1,000万円を1,008万4千円とした。本論の前半で説明した単一の確率ネットワークによる解が1,070万円，あるいは1,425万円であったのはどの株がどのぐらい上がるか（下がるか）を知った上で投資を行なったことに対応し，予想が100%的中したとき（あらゆる条件が最高の状態で揃った場合）にどこまで資産を増やせるかの目安にすぎない。

今後は，過去のデータの分析を精緻に行なう，ＣＡＰＭのβ値の活用等の方法で株価変動の予想精度が上昇する要因についてさぐっていきたい。

参考文献

１．Mulvey,J.M., “Nonlinear Network Models in Finance,” Advances in Mathematical Programming and Financial Planning, pp.253-271, Vol.1, 1987

２．Mulvey,J.M., and H. Vladimirou, “Stochastic Network Optimization Models for Investment Planning,” Annals of Operations Research, pp.187-217, Vol.20, 1989

３．Mulvey,J.M., and H. Vladimirou, “Solving Multistage Stochastic Networks: An Application of Scenario aggregation,” Networks, pp.619-643, Vol.21, 1991

４．渋谷綾子，確率ネットワークによるポートフォリオ選択に関する研究，専修大学経営学

研究科（修士論文），1997

5．渋谷綾子，シナリオと確率ネットワークを使用した資産配分問題に関する研究，専修大学経営学研究科（博士論文），2000

なお，株価情報はYAHOO！ファイナンス（http://quote.yahoo.co.jp/）から得ました。