リスクシェアリングと保険 (1)

石　田　成　則

保険制度が有効に機能するためには，保険者は逆選択やモラル・ハザードによる影響を最小限に抑え，保険収支の長期的安定を図る必要がある。そのための保険技術・給付構造の工夫は，ディダクティブル，コインシュアランスそしてファースト・ロス・パーティーなどのリスクシェアリングの仕組みに体現される。本稿では，これらの仕組みを期待効用理論を用いて検討し，その有効性と限界を明らかにする。

1．不確実性下の意思決定基準

各経済主体は，不確実性下の経済活動において，代替的行為・手段から合理的な選択を行なっている。こうした選択行動は，不確実性下の意思決定基準に則して行なわれる。それは，将来的な状況・状態の生起確率を考慮するケースとそうでないケースとに区分されるが，全く生起確率を考慮しないことは合理的な選択基準とは考えられない。前者のケースでは，いくつかの問題点が指摘されるものの，期待効用理論が有力な選択基準を提起する。それは，各行為に対応する利得による効用の期待値をとり，この期待効用を最大にする行為を選択する基準である。

任意の行為a_iがもたらす利得(B_i)の期待効用水準を(1)式で表わす。

$$(1)\ EUi=\sum_j p_j U(B_{ij})=p_1U(B_{i1})+\cdots+p_jU(B_{ij})+\cdots+p_nU(B_{in})$$

この時，期待効用基準を(2)式で表わすことができる。

(2)　$\max_i EU_i = \max_i \{\sum_j p_j U(B_{ij})\}$

こうした性質をもつ可測効用関数，すなわち選好順序に対応する実数値関数の存在は，(3)(4)式の成立と同値である。

(3)　任意の抽選券$L_1 = [x_1, y_1 ; p, 1-p]$と$L_2 = [x_2, y_2 ; q, 1-q]$に対して

$$L_1 > L_2 \Leftrightarrow U(L_1) > U(L_2)$$

(4)　任意の金額x，yと確率pに対して

$$U[x, y ; p, 1-p] = pU(x) + (1-p)U(y)$$

(3)(4)式が成立することは，次式を意味すると考えてもよい。

任意の金額x，yと任意の確率p，q，w$(0 < p, q, w < 1)$に対して，

$$\begin{aligned}
&U\{[x, y ; q, 1-q]\ [x, y ; w, 1-w] ; p, 1-p\} \\
&= pU[x, y ; q, 1-q] + (1-p)[x, y ; w, 1-w] \\
&= p\{qU(x) + (1-q)U(y)\} + (1-p)\{wU(x) + (1-w)U(y)\} \\
&= \{pq + (1-p)w\}U(x) + \{p(1-q) + (1-p)(1-w)\}U(y) \\
&= U\{x, y ; pq + (1-p)w, p(1-q) + (1-p)(1-w)\}
\end{aligned}$$

よって，$\{[x, y ; q, 1-q], [x, y ; w, 1-w] ; p, 1-p\}$
$\sim [x, y ; pq + (1-p)w, p(1-q) + (1-p)(1-w)]$

そこで，(3)(4)式の成立条件を検討しよう。

まず，$a > b$となる２つの抽選券を想定し，各々の抽選券ではある特定の確率のもとに一定の利得(期待値)が実現し，抽選券の価値はその期待値により与えられるものとする酒井氏の証明方法に従い，選好順序に関してaとbの中間にあるすべての抽選券の集まりを，S_{ab}とおく。次に，aとbを賞金金額とする抽選券L［a，b；p，1−p］について，集合S_{ab}のどんな要素xに対してもxとLとを無差別にする確率pがただひとつ存在するとすると，この確率pの値はa，bおよびxに依存する。$p = \psi_{ab}(x)$とする時，次式が成立する。$x \sim [a, b; \psi_{ab}(x), 1-\psi_{ab}(x)]$

また，実数値関数$\psi_{ab}(x)$が次のような性質をもつことは容易に証明される。

(5)$a > x > b$，$a > y > b$なる任意の抽選券x，yに対して，

$$x > y \Leftrightarrow \psi_{ab}(x) > \psi_{ab}(y)$$

(6)どのような確率$p(0 < p < 1)$に対しても，

$$\psi_{ab}[x, y; p, 1-p] = p\psi_{ab}(x) + (1-p)\psi_{ab}(y)$$

次に，関数$\psi_{ab}(x)$について，金額a，bへの依存をとくために，関数の定義域を特定集合S_{ab}からすべての空間に拡張する。$r > s$なる２つの抽選券r，sについて，任意の抽選券xに対して，$a > r, s, x > b$を成立させるようaとbの値を選ぶ。(ただし$r, s, x \in S_{ab}$)さらに，実数値関数$Z_{ab}(x)$を次のように定義する。

$$Z_{ab}(x) = \{\psi_{ab}(x) - \psi_{ab}(s)\} / \{\psi_{ab}(r) - \psi_{ab}(s)\}$$

$Z_{ab}(x)$は$\psi_{ab}(x)$を一次変換したものであり，前出の(5)(6)式を明らかに満たす。同様に，$c > d$かつ$r, s, x \in S_{cd}$となるc，dを想定すれば，次式が成

立する。

$$Z_{cd}(x)=\{\psi_{cd}(x)-\psi_{cd}(s)\}/\{\psi_{cd}(r)-\psi_{cd}(s)\}$$

ところで，$Z_{ab}(s)=0=Z_{cd}(s)$，$Z_{ab}(r)=1=Z_{cd}(r)$が成立している。この場合，相異なる2点が同一の値をとれば，すべての値が同一で同一関数となることは容易に証明される。よって，$Z_{ab}(x)=Z_{cd}(x)=U(x)$とおくことができ，これが求める可測効用関数である。こうした任意の可測効用関数$U(L)$に対して，正の線形変換を施した関数を想定する。

$$V(L)=\alpha U(L)+\beta \quad (\alpha>0)$$

新しい関数$V(L)$も$U(L)$と同様，以下の性質をもつ。

$$L>L' \Leftrightarrow U(L)>U(L')$$
$$\Leftrightarrow V(L)=\alpha U(L)+\beta>\alpha U(L')+\beta=V(L')$$

$$V[L, L'; p, 1-p]=\alpha U[L, L'; p, 1-p]+\beta$$
$$=\alpha\{pU(L)+(1-p)U(L')\}+\beta$$
$$=p\{\alpha U(L)+\beta\}+(1-p)\{\alpha U(L')+\beta\}$$
$$=pV(L)+(1-p)V(L')$$

よって，ここで導出された可測効用関数は正の線形変換を除いては一意的である。このようにして，可測効用関数が示す指標によって，抽選券・条件つき財の選好度を示す尺度が与えられることになる。(なお，こうした可測効用関数の問題点は酒井氏の文献に整理されている。)

2．リスクシェアリングの前提条件

保険加入者は契約に際して，付保範囲・給付範囲と免責の程度を自由に選択できるものとする。この時，加入者の期待効用は次の式で与えられ

る。

(7)　$U=pU(W-D-h)+(1-p)U(W-h)$

ただし，資産を変数とする期待効用関数を次のように定義している。

$U=U(W)$，$dU/dW>0$，$d^2U/dW^2<0$

$h=h(D)$，$h_D=dh/dD<0$

また，Wは初期資産，Dは免責額，hは保険料，pを事故発生率とする。

最適免責額をD^*とすると(8)式が与えられる。

$$(8)\ \partial U/\partial D^*=-p(1+\partial h/\partial D^*)U'(W-D^*-h)$$
$$-(1-p)(\partial h/\partial D^*)U'(W-h)=0$$

ここで，保険金額をL，付加保険料率をkとすれば，保険料h_Dは次式のように与えられる。

(9)　$h=p(1+k)(L-D)$

(8)式を(9)式を用いて変形し，その値をtとおく。

$$(8)'\quad t=U'(W-D^*-h)/U'(W-h)$$
$$=\{(p-1)/p\}\{(h/D^*)/(1+h/D^*)\}$$
$$=\{(1-p)/p\}[-p(1+k)/\{1-p(1+k)\}]$$
$$=(1-p)(1+k)/\{1-p(1+k)\}>1$$

よって，$U'(W-D^*-h)>U'(W-h)$

危険回避的個人を想定すれば，$W-D^*-h<W-h$

∴　$D^* > 0$

このことは，危険回避的個人にとって正の免責額，すなわち部分保険が最適となり，免責額を超える損失が発生した場合には，免責額を自己負担することが最適となることを意味する。部分保険では保険金額と保険料とがトレード・オフ関係になり，追加的保険金額からえられる期待効用が，限界費用に等しくなる点で均衡が達成されるが，こうした条件については後に検討する。

補足的事項として，共同保険(コインシュアランス)について言及しておこう。共同保険の付保率をα($0 \leqq \alpha \leqq 1$)とすると，保険率$h_\alpha = \alpha pL(1+k)$となる。この時の保険加入者の期待効用は次の式で与えられる。

(10) $U = (1-p)U\{W - \alpha pL(1+k)\} + pU\{W - \alpha pL(1+k) - (1-\alpha)L\}$

αで微分して，

(11) $\partial U / \partial \alpha = (1-p)\{-pL(1+k)\}U_n' + p\{-pL(1+k) + L\}U_a' = 0$

$U_a'\{1 - p(1+k)\} = U_n'(1-p)(1+k)$

$U_a' / U_n' = (1-p)(1+k) / \{1 - p(1+k)\} > 1$

危険回避的個人にとっては，$U_a' > U_n'$より$\alpha < 1$

ただし，U_aは事故発生時，U_nは無事故のケースとする。

以上より，免責条項の場合と同様に，共同保険形態のリスクシェアリングが選好される。

3．最適免責額の決定について

保険契約に際して，保険加入者が免責額を小さくすれば，保険料が高い反面，自己負担分を低く抑えることができる。免責額が大きくなるに従

い，保険料が安価になる一方で，かなりの損失を自己負担する危険性が高まる。f(L)を損失額Lの確率密度関数とすると，免責額選択に際して，加入者の期待効用は次式で与えられる。(以下の定式化は，基本的にGould，Pashigian et al.に従う。)

$$(12)\ U(D)=\int_0^D f(L)U(W-L-h)\,dL+\int_D^V f(L)U(W-D-h)\,dL$$

ただし，Vを保険価額とする。この式を免責額Dで微分する。

$$(13)\ \partial U/\partial D=-h_D\int_0^D f(L)U'(W-L-h)\,dL-(1+h_D)U'(W-D-h)p^*=0$$

ただし，$p^*\left(=\int_D^V f(L)\,dL\right)$は免責額を超える損失の発生確率

(13)式は(14)式のように変形することが可能である。

$$(14)\ \left[\{1/(1-p^*)\}\int_0^D f(L)U'(W-L-h)\,dL\right]/p^*(1+h_D)=U'(W-D-h)/(1-p^*)(-h_D)$$

(14)式の左辺の分母は，保険加入による期待効用の増加分を示し，分子は期待支出の増加分を示している。すなわち左辺全体では，損失が免責額より小さいケースにおいて，期待支出の増加分1単位当たりの期待効用の増加分を表わしている。右辺についても同様に解釈することができ，損失が免責額より大きいケースにおいて，期待支出の増加分1単位当たりの期待効用の増加分を表わしている。以上から，(14)式は不確実性下における静態的均衡条件にすぎないことが分かる。この点を図示することで確認しておこう(図1参照)。

図1

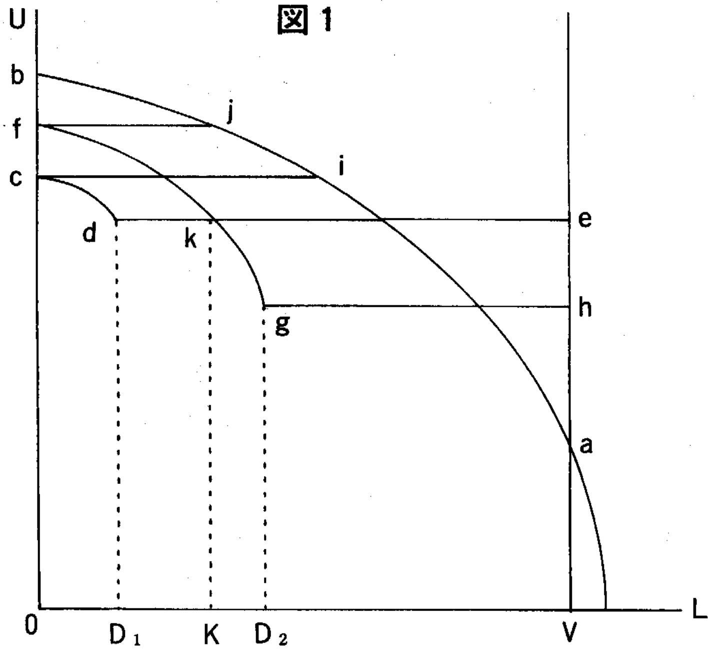

図1では(免責額－保険料)の選択に関して(A)と(B)のケースを想定している。

(A)免責額$0D_1$ ⇒ 保険料ｃｉ ⇒ 効用曲線ｃｄｅ

(B)免責額$0D_2$ ⇒ 保険料ｆｊ ⇒ 効用曲線ｆｇｈ

図1から損失の範囲が0K以下である確率が高いと，免責額が大きいケース(A)を選択することにより効用水準が高くなる。すなわち，小損害の発生が高い確率で予見される場合には，自己負担することによって効用水準を高めることができる。

これを数式との関連で捉えれば，ｃｄｋｆで示される面積は免責額増加(保険料減少)に伴う期待効用の増加分を示しているので，⒁式左辺の分子にあたる。一方，面積ｇｈｅｋは右辺の分子である。よって，⒁式は期待支出の変化分でデフレートした期待効用の変化分の比率が，各状態下で均等になることを意味している。⒁式を満たすように，点ｋすなわち免責額D＝0Kを選択することによって，期待効用を最大化することができる。

具体的な数値により検証するためには，まず効用関数を特定化する必要がある。例えばログ関数($U=\mathrm{In}(\alpha+\beta W)$)や指数関数($U=1-e^{\lambda W}$)などが考えられるが，ここでは操作性が容易で一般性も損なわれることがな

いので，単純な2次式を採用する。

$U=W-(B/2)W^2,\ dU/dW=1-BW$

絶対的危険回避度　$-U''(W)/U'(W)=1/(1/B-W)$
(ただし，$0\leqq B\leqq 1/W$)

そして，$L'=\int_0^D f(L)\,dL$として⒀式を変形する。

⒂　$-h_D=\{1-B(W-h-D)\}p^*/\{1-B(W-h-Dp^*-L')\}$
ここで，$D(1-p^*)-L'=\int_0^D(D-L)f(L)\,dL>0$より，
$L'+Dp^*<D$　(ただし，$1-p^*=\int_0^D f(L)\,dL$)
$L'+Dp^*=\int_0^D Lf(L)\,dL+\int_D^V Df(L)\,dL$

よって，$-h_D\geqq p^*$　($B=0$のとき，$-h_D=p^*$)

⒂式で$B=0$のケースは，効用関数が資産の1次関数となり，特定個人が危険中立的(リスクプレミアムが0)であるために，付加保険料の存在から保険に加入しないことを意味している。一方，極端な危険回避者は$B=1/W$によって示され，免責額をできる限り大きくし，自己負担分を多くすることによって，期待効用を高めることができる。　次に，$B=1/W$を⒂式に代入することによって，$(-h_D)$の上限を求める。

⒃　$-h_D\leqq(h+D)p^*/(h+Dp^*+L')$

⒂式と⒃式から⒄式が導出される。

⒄　$p^*\leqq -h_D\leqq(h+D)p^*/(h+Dp^*+L')$

このように$(-h_D)$の最適範囲は，初期資産(W)にも効用関数のパラメタにも依存することがない。その範囲決定のためには，一定の免責額のもとでの損失の確率分布を知る必要がある。こうした情報は保険協会や保険監督・規制機関に蓄積されており，その情報をもとに適切に免責額を設定し，モラル・ハザードを抑制していくことが要請される。

次稿では，各リスクシェアリング間での選好順序付けと，モラル・ハザード抑止のための自己選抜の可能性について考察する。

<参考文献>

Arrow, K.J., Optimal Insurance and Generalized Deductibles, *Scand. Actuarial J.*, No.2 1974.

Doherty, N.A., &H.Schlesinger, The Optimal Deductible for an Insurance Policy When Initial Wealth is Random, *J. of Business*, Vol.56No.4, 1983.

Doherty, N.A., &L.Eeckhoudt, Optimal Insurance Without Expected Utility; The Dual Theory and the Linearity of Insurance Contracts, *J. of Risk and Uncertainty*, Vol.10 No.2, 1995.

Gould, J.P., The Expected Utility Hypothesis and the Selection Optimal Deductibles for a Given Insurance Policy, *J. of Business*, Vol.42No.2, 1969.

Kahn, C.M.&D.Mookherjee, Coalition Proof Equilibrium in an Adverse Selection Insurance Economy, *J. of Economic Theory*, Vol.66No.1, 1995.

Pashigian, B.P., L.L.Schkade, &G.H.Menefee, The Selection of an Optimal Deductible for a Given Insurance Policy, *J. of Business*, Vol.39No.1, 1966.

Zeckhauser, R., Medical Insurance: A Case Study of Tradeoff between Risk Spreading and Appropriate Incentives, *J. of Economic Theory*, Vol.41No.1, 1970.

C. J. マッケンナ（秋葉弘哉訳）『不確実性の経済学』多賀出版，1988年11月20日.

酒井泰弘『不確実性の経済学』有斐閣，1982年3月25日.

佐々木宏夫『情報の経済学－不確実性と不完全情報－』日本評論社，1991年3月30日.

細江守紀『不確実性と情報の経済分析』九州大学出版会，1987年8月10日.