概念空間と情報検索

橋　本　　　寛

1　はじめに

本論文においては，情報検索の狭義の検索過程について考察をおこない，その体系で使用される概念間の包含関係を考慮する検索方式およびそのモデルについて述べる。また，議論を具体的にするため，情報検索として，文献検索をとりあげ，これに関するモデルを構成する。

情報検索において，概念間の包含関係を考慮することの重要性はいうまでもない。しかし，従来の研究および検索モデルにおいては，単一の概念間の包含関係は考慮される場合も多いが，複合された概念間の包含関係はほとんど考慮されていない〔1〕。このため，文献や検索質問は単なる概念の集合としてのみ表わされ，その文献および質問の内容を表わすために，それらの概念がどのような新しい概念を形成しているかについては無視されてしまう。

本研究においては，概念間の演算（概念算）を採用して，その演算を示す演算式によって文献および質問を表わす。このため，それらを概念の集合として表わす従来の方式に比べて，はるかに内容の表現が明確かつ豊富になっている。概念間の包含関係を表示するためには，すでに筆者らによって提案されている表示行列〔2〕を採用している。この表示行列を用いることにより，単一の概念および複合された概念間の包含関係を容易に知ることができる。

また，本論文で提案したモデルでは概念算と論理演算の差異を明確にし，検索質問などの解釈における混乱をなくした。従来，このようなモデルは提案されておらず，今後の研究の出発点として有用とおもわれる。

2　モデルの構成

2.1　演算の定義

概念間の包含関係を考慮する検索過程のモデルを構成するために，以下必要となるいくつかの演算を定義する。これらの演算はfuzzy 集合〔3〕およびそれに関する行列の演算である。

x, yを0と1の間の値をとる変数とするとき，$x \wedge y, x \vee y, \overline{x}$をつぎのように定める。

$$x \wedge y \equiv \min\{x,y\}$$

$$x \vee y \equiv \max\{x,y\}$$

$$\overline{x} \equiv 1-x$$

また，各要素が0と1の間の値をとる行列についても同様に定める。行列$X=[x_{ij}]$, $Y=[y_{ij}]$, $Z=[z_{ij}]$に対して，

$$X \wedge Y \equiv [x_{ij} \wedge y_{ij}]$$

$$X \vee Y \equiv [x_{ij} \vee y_{ij}]$$

$$\overline{X} \equiv [\overline{x}_{ij}]$$

$$X \times Z \equiv [(x_{i1} \wedge z_{1j}) \vee (x_{i2} \wedge z_{2j}) \vee \cdots \vee (x_{in} \wedge z_{nj})]$$

$$X \diamond Z \equiv [(x_{i1} \vee z_{1j}) \wedge (x_{i2} \vee z_{2j}) \wedge \cdots \wedge (x_{in} \vee z_{nj})]$$

$$x \wedge Y \equiv [x \wedge y_{ij}]$$

と定める。X, Yを(m, n)次行列，Zを(n, ℓ)次行列とすれば，$X \wedge Y$, $X \vee Y$, $\overline{X}$, $x \wedge Y$は(m, n)次行列となり，$X \times Z$, $X \diamond Z$は(m, ℓ)次行列となる。

行列間の大小関係として，上記の行列X, Yに関し，つぎのように定める。XとYのすべての要素に対し，$x_{ij} \geqq y_{ij}$のとき

$$X \geqq Y$$

と書くことにする。

さらに，Xに対して$\mu(X)$なるものを次式で定義する。

$$\mu(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

なお，ベクトル間の演算および大小関係については，ベクトルを行列の特別の場合とみなして，行列間の演算，大小関係に準ずる。

2.2　表示行列

検索システムにおいて，文献および検索質問を表わすために使用される概念の集合を $\{K_1, K_2, \cdots, K_n\}$ で示す。ここでの概念としては，具体的な一定の集合を伴うものを考えることにする。たとえば，つぎのようなものを考える。

K_1：複素正方行列（M）

K_2：正規行列（$MM^* = M^*M$）

K_3：ユニタリ行列（$M^{-1} = M^*$）

K_4：エルミット行列（$M = M^*$）

K_5：羃等エルミット行列（$M = M^*$，$M = M^2$）

これらの概念の包含関係は，その定義によって，つぎのベン図表（図1）で与えられる。

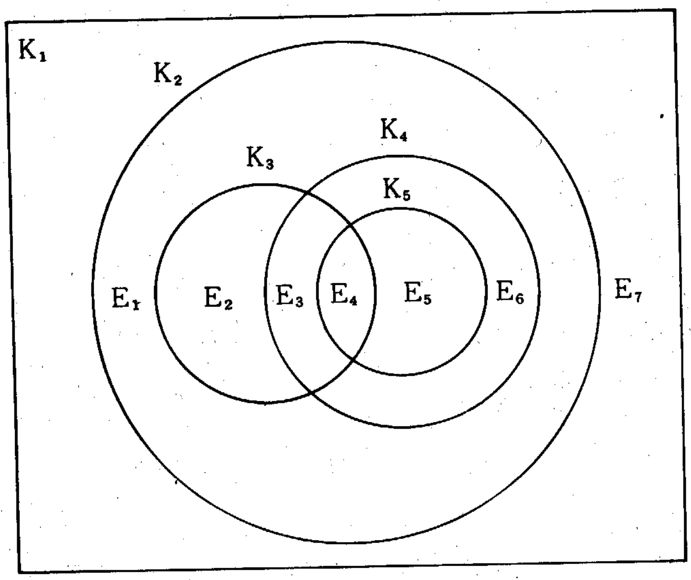

図1

このベン図表における各領域 $E_1, E_2, \cdots, E_7$ が空でないことは，それぞれに該当する行列の具体例を挙げることによって容易に示される。たとえば，E_1，E_2，E_3 に属する行列の例として，それぞれ

$$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

を挙げることができる（ただし i は虚数単位)。同様に，E_4，E_5，E_6，E_7 の例としてそれぞれ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

がある。

ベン図表は，従来よく知られているように，つぎの行列の形で表示することができる。

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

この行列をTで示すと，その要素 t_{ij} は，ベン図表におけるある領域 E_i が概念 K_j に含まれていれば1となり，そうでなければ0となる。各領域は概念算の基本積に相当している。このようにして構成される行列Tを表示行列とよぶことにする〔2〕。なお，概念の例として挙げた具体的な行列とこの表示行列とは直接の関係はなにもない。

検索過程において，概念間の包含関係を示す表示行列が与えられていれば，便利であることは述べるまでもない。概念の例として挙げた行列の場合でも，たとえば行列に関する数値計算法をさがしているとき，行列間の包含関係がわかれば種々都合がよい。

表示行列Tに関連した演算を以下にのべる。

概念 K_1，K_2，…，K_n に関する表示行列Tに対して，TK_i（i＝1，2，…，n）で行列Tの i 番目の列ベクトルを示す。また行列Tの転置行列 T' に

対して K_iT' で T' の i 番目の行ベクトルを示すものとする。

（例）

$$T=\begin{array}{c} \\ E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}K_1&K_2&K_3&K_4&K_5\end{array}\\ \begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\1&1&1&0&0\\1&1&1&1&0\\1&1&1&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&0&1&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}\end{array}\qquad TK_2=\begin{array}{c}E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\end{array}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$K_3T'=\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}E_1&E_2&E_3&E_4&E_5&E_6&E_7\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccccccc}0&1&1&1&0&0&0\end{array}\right]\end{array}$$

さらに，表示行列のベクトル間の演算に関して，$TK_i \wedge TK_j$ を $T(K_i \cap K_j)$，$TK_i \vee TK_j$ を $T(K_i \cup K_j)$，$\overline{TK_i}$ を TK_i^c と示すことにする。また同様に，$K_iT' \wedge K_jT'$，$K_iT' \vee K_jT'$，$\overline{K_iT'}$ をそれぞれ $(K_i \cap K_j)T'$，$(K_i \cup K_j)T'$，K_i^cT' と示すことにする。

（例）　前記の例の行列Tに対して

$$T(K_3 \cap K_4)=TK_3 \wedge TK_4=\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}E_1&E_2&E_3&E_4&E_5&E_6&E_7\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccccccc}0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right]'\end{array}$$

$$K_3^cT'=\overline{K_3T'}=\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}E_1&E_2&E_3&E_4&E_5&E_6&E_7\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccccccc}1&0&0&0&1&1&1\end{array}\right]\end{array}$$

ここで，概念 K_1，K_2，…，K_n および $\cap$，$\cup$，^{c} で構成される関数を表示関数とよび，つぎの規則で構成するものとする。

(1) K_1，K_2，…，K_n は表示関数である。

(2) e_1，e_2 を表示関数とするとき，$e_1 \cap e_2$，$e_1 \cup e_2$，$e_1{}^c$ も表示関数である。

(3) 上記(1)，(2)で構成されるものだけが表示関数である。

以下，表示関数を $e(K_1, K_2, \cdots, K_n)$ または単に e で示す。この一般の表示関数 $e(K_1, K_2, \cdots, K_n)$ に対して，$Te(K_1, K_2, \cdots, K_n)$ で $e(TK_1,$

TK_2, …, TK_n) を示す。ただし，e (K_1, K_2, …, K_n) の中の $\cap$, $\cup$, ^{c} は，e (TK_1, TK_2, …, TK_n) の中では $\wedge$, $\vee$, $^-$ におきかえられるものとする。すなわち

$$Te(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_n; \cap, \cup,\ ^c) \\ = e(TK_1,\ TK_2,\ \cdots,\ TK_n; \wedge,\ \vee,\ ^-)$$

また，e (K_1, K_2, …, K_n) T' についても同様である。

（例）

$$T(K_1 \cap (K_2 \cup K_3{}^c)) = TK_1 \wedge (TK_2 \vee \overline{TK_3})$$

$$(K_1 \cup (K_2 \cap K_3)^c)\ T' = K_1T' \vee (\overline{K_2T' \wedge K_3T'})$$

以上の定義のもとで，つぎの性質が成立することが容易に示される。

〔性質〕

(1) $T\ (K_1 \cap K_2) = T\ (K_2 \cap K_1)$

(2) $T\ (K_1 \cup K_2) = T\ (K_2 \cup K_1)$

(3) $T\ ((K_1 \cap K_2)\ \cap K_3) = T\ (K_1 \cap\ (K_2 \cap K_3))$

(4) $T\ ((K_1 \cup K_2)\ \cup K_3) = T\ (K_1 \cup\ (K_2 \cup K_3))$

(5) $T\ (K_1 \cap K_2)^c = T\ (K_1{}^c \cup K_2{}^c)$

(6) $T\ (K_1{}^c)^c = TK_1$

2.3　文献関数

文献のもつ情報は，概念 K_1, K_2, …, K_n から構成される表示関数によって，つぎのようにして表示する。

ある文献が概念 K_1 と K_2 の両方の情報を有するときは

$$K_1 \cup K_2$$

で表示し，また文献が概念K_1とK_2の共通部分の情報をもつときには

$$K_1 \cap K_2$$

とする。さらに，K_2以外のK_1に関する情報をもつ文献は

$$K_1 \cap K_2{}^c$$

と表示する。

このように各文献を表示関数で表示すれば，従来の概念の集合で表わす方式にくらべて，各文献のもつ情報はより明確になる。文献を表示する表示関数をとくに文献関数とよぶことにし，関数　$e(K_1,K_2,\cdots,K_n)$ のかわりに $d(K_1,K_2,\cdots,K_n)$ で示すことにする。

2.4　文献と表示関数との相関

ある文献D_iの表示関数すなわち文献関数d_iと表示関数eとの相関を

$$[d_i,T]e \text{ または } d_iT' * Te$$
$$(i=1,2,\cdots,m)$$

で表わすことにする。ここにTは表示行列である。ここでは相関の具体的な式は定めず，問題に応じて適当な相関の式を用いるものとする〔1,4〕。ただし，相関の値は0と1の間にあるものと仮定する。

文献関数d_iを i 番目の要素とする列ベクトルを考え，Dで表わし，文献関数列とよぶことにしよう。

$$D=\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_m \end{array}\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \end{pmatrix}$$

また，この文献関数列Dを用いて，$d_iT' * Te$をi番目の要素とする列ベクトルを〔D,T〕eまたは$DT' * Te$で表わすことにする。

$$[D,T]e=DT' * Te=\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_m \end{array}\begin{pmatrix} d_1T' * Te \\ d_2T' * Te \\ \vdots \\ d_mT' * Te \end{pmatrix}$$

（例）

$$D=\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array}\begin{pmatrix} K_1 \cup K_2 \\ K_2 \cap K_3{}^c \\ K_4 \end{pmatrix} \qquad e=K_1 \cap K_2$$

このとき

$$
\begin{aligned}
[D,T]e &= DT' * Te \\
&= \begin{matrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{matrix}
\begin{pmatrix}
(K_1 \cup K_2)\ T' * T\ (K_1 \cap K_2) \\
(K_2 \cap K_3{}^{c})\ T' * T\ (K_1 \cap K_2) \\
K_4 T' * T\ (K_1 \cap K_2)
\end{pmatrix} \\
&= \begin{matrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{matrix}
\begin{pmatrix}
(K_1 T' \vee K_2 T') * (TK_1 \wedge TK_2) \\
(K_2 T' \wedge \overline{K_3 T'}) * (TK_1 \wedge TK_2) \\
K_4 T' * (TK_1 \wedge TK_2)
\end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

つぎにすべての文献の表示関数が

$$d_i = K_{i1} \cup K_{i2} \cup \cdots \cup K_{in(i)}$$

で与えられる場合について考えてみょう。

まず $a(d_i,K_j)$ なるものを定める。この $a(d_i,K_j)$ は上の d_i の中に K_j が入っていれば1，そうでなければ0となるものとする。$a(d_i,K_j)$ を a_{ij} と略記して，a_{ij} を (i,j) 要素とする行列Aをつくる。このとき表示行列Tに対して

$$
\begin{aligned}
d_i T' &= (K_{i1} \cup K_{i2} \cup \cdots \cup K_{in(i)})\ T' \\
&= K_{i1} T' \vee K_{i2} T' \vee \cdots \vee K_{in(i)} T' \\
&= (a(d_i, K_1) \wedge K_1 T') \\
&\quad \vee (a(d_i,K_2) \wedge K_2 T') \\
&\quad \vee \cdots\cdots \\
&\quad \vee (a(d_i,K_n) \wedge K_n T') \\
&= [a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}] \times \begin{pmatrix} K_1 T' \\ K_2 T' \\ \cdots \\ K_n T' \end{pmatrix} \\
&= [a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}] \times T'
\end{aligned}
$$

ここで $d_i T'$ を i 番目の行ベクトルとする行列 DT' を考えれば，

$$DT' = A \times T'$$

となる。

（例）

文献：

$$D=\begin{array}{c}D_1\\D_2\\D_3\\D_4\end{array}\begin{pmatrix}K_1UK_2\\K_3\\K_1UK_3\\K_2UK_3UK_4\end{pmatrix}$$

表示行列：

$$T=\begin{array}{c}\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}K_1&K_2&K_3&K_4\end{array}\\\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\0&1&1&0\\0&1&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$

このとき

$$T'=\begin{array}{c}\\K_1\\K_2\\K_3\\K_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}E_1&E_2&E_3&E_4&E_5\end{array}\\\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&1&1&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}\end{array}$$

$$DT'=\begin{array}{c}D_1\\D_2\\D_3\\D_4\end{array}\begin{pmatrix}(K_1UK_2)\ T'\\K_3T'\\(K_1UK_3)\ T'\\(K_2UK_3UK_4)\ T'\end{pmatrix}$$

$$=\begin{array}{c}D_1\\D_2\\D_3\\D_4\end{array}\begin{pmatrix}K_1T'VK_2T'\\K_3T'\\K_1T'VK_3T'\\K_2T'VK_3T'VK_4T'\end{pmatrix}$$

$$
= \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
$$

これに対して

$$
A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
A \times T' = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \times \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
$$

このようにして，$DT' = A \times T'$のときは，表示関数eに対して

$$
[D,T]\ e = (A \times T') * Te
$$

となる。

すなわち，文献関数列Dを行列Aで表現できるときは，ここでのモデルは従来のキーワード方式のモデルと関係する。このことはTが単位行列Eであれば，よりはっきりするであろう。行列Tが単位行列Eであるのは，各概念が互いに排他的であり，その概念がそのままキーワードとなっている場合で

ある。その場合文献と表示関数との相関は

$$[D,T]\ e = A * Ee$$

と表わされる。

（例）

$$D = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array}\begin{pmatrix} K_1 \cup K_2 \\ K_3 \\ K_1 \cup K_3 \\ K_2 \cup K_3 \cup K_4 \end{pmatrix} \qquad T = E = \begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$e = K_2 \cup K_4$

このとき

$$A = \begin{array}{c} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A \times T' = A \times E = A$$

$$Ee = E\ (K_2 \cup K_4) = \begin{array}{c} E_1 E_2 E_3 E_4 \\ [0\ 1\ 0\ 1]' \end{array}$$

$$[D, T]\ e = \begin{array}{c} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{array}\begin{array}{c} E_1 E_2 E_3 E_4 \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} * \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2.5　質問の定義

表示関数をもとにして，つぎの規則で構成されるものを質問関数または単に質問とよぶ。

（1）　表示関数は質問関数である。

（2）　Q_1, Q_2を質問関数とするとき

$$Q_1 \wedge Q_2, Q_1 \vee Q_2, \overline{Q_1}$$

も質問関数である。

（3）　上記（1),（2）で構成されるものだけが質問関数である。

（例）つぎのものは質問関数である。

$$K_1 \cap K_2{}^c, K_1 \vee (K_1 \cup K_2), K_1 \vee \overline{K_1 \cap K_2}$$

しかし，つぎのものは質問関数ではない。

$$(K_1 \vee K_2)^c, K_1 \cap (\overline{K_1} \wedge K_2), K_1{}^c \cup (\overline{K_1 \vee K_2})$$

質問関数の形式的な構成はこの規則によるが，その具体的な構成法はつぎのとおりである。

ある複合された概念すなわち表示関数e_1とe_2,たとえばK_1と$K_2 \cap K_3$の両方と相関の大きい文献をさがす場合は質問関数Qを

$$Q = e_1 \wedge e_2$$
$$= K_1 \wedge (K_2 \cap K_3)$$

とする。また,このe_1とe_2のいずれかと相関の大きい文献をさがす場合は，質問関数Qを

$$Q = e_1 \vee e_2$$
$$= K_1 \vee (K_2 \cap K_3)$$

とする。e_1と相関の小さい文献をさがす場合は

$$Q = \overline{e_1}$$
$$= \overline{K_1}$$

とする。さらに,これらを組み合わせて複雑な質問関数を作ることができる。たとえば

$$Q = (K_1 \vee (K_2 \cap K_3{}^c)) \wedge \overline{K_4 \cup K_5}$$

これは，概念K_1または複合された概念$K_2 \cap K_3{}^c$と相関が大きく，かつ複合された概念$K_4 \cup K_5$と相関の小さい文献をさがす場合の質問関数である。

この質問関数に関して,$K_1 \cap K_2$と$K_1 \wedge K_2$,$K_1 \cup K_2$と$K_1 \vee K_2$,$K_1{}^c$と$\overline{K_1}$とはそれぞれ全く別のことを意味していることに注意すべきである。これらの意味するものおよびそれらの間の関係は以下においてあきらかになるであろう。

2.6　文献と質問との相関

蓄積されている文献と，それに対して与えられた，表示関数$e_1, e_2, \cdots, e_p$ に関する質問関数 $Q(e_1, e_2, \cdots, e_p)$ との相関を

$$Q([D,T]e_1,\ [D,T]e_2, \cdots,\ [D,T]\ e_p)$$

で定義し，これを

$$[D,T]Q(e_1, e_2, \cdots, e_p) \text{ または } [D,T]Q$$

と書くことにする。ここにDは文献関数列，Tは表示行列であり，また$[D,T]e_i = DT' * Te_i$ $(i=1,2,\cdots,p)$ である。

（例）

$$[D,T]\ (K_1 V\ (K_2 \cap K_3)) = [D,T]\ K_1 V\ [D,T]\ (K_2 \cap K_3)$$
$$= (DT' * TK_1)\ V\ (DT' * (TK_2 \Lambda TK_3))$$

$$[D,T]\ ((K_1 U K_2{}^c)\ \Lambda \overline{K_3}) = [D,T]\ (K_1 U K_2{}^c)\ \Lambda\ \overline{[D,T]\ K_3}$$
$$= (DT' * (TK_1 V \overline{TK_2}))\ \Lambda \overline{DT' * TK_3}$$

文献と質問との相関〔D, T〕Qに関する基本的な性質を列挙する。

〔性質〕

Q_1, Q_2を質問関数とするとき

(1)　$[D, T]\ (Q_1 \Lambda Q_2) = [D, T]\ (Q_2 \Lambda Q_1)$

　　$[D, T]\ (Q_1 V Q_2) = [D, T]\ (Q_2 V Q_1)$

(2)　$[D, T]\ \overline{Q_1 \Lambda Q_2} = [D, T]\ (\overline{Q}_1 V \overline{Q}_2)$

　　$[D, T]\ \overline{Q_1 V Q_2} = [D, T]\ (\overline{Q}_1 \Lambda \overline{Q}_2)$

(3)　$[D, T]\ \overline{\overline{Q_1}} = [D, T]\ Q_1$

(4)　$[D, T]\ (Q_1 \Lambda Q_2) \leqq [D, T]\ Q_1$

　　$[D, T]\ (Q_1 V Q_2) \geqq [D, T]\ Q_1$

（証明）

これらは，本質的には fuzzy 集合の演算であって，成立することはほとんど自明であるが，念のため，最初の式についてのみ証明しておく。

$$[D, T]\ (Q_1 \Lambda Q_2) = [D, T]\ Q_1 \Lambda\ [D, T]\ Q_2$$
$$= [D, T]\ Q_2 \Lambda\ [D, T]\ Q_1$$

$$= [D, T](Q_2 \wedge Q_1)$$

ここに挙げた関係式の他に結合則，分配則が成立することもあきらかである。

（例）

文献：

$$D = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} K_1 \cap K_2^c \\ K_1 \cap K_3 \\ K_3 \\ K_2^c \cap K_3 \\ (K_1 \cap K_2) \cup K_4 \end{pmatrix}$$

表示行列：

$$T = \begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \\ E_8 \end{array} \begin{array}{c} K_1 K_2 K_3 K_4 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

ベン図表：

図２参照

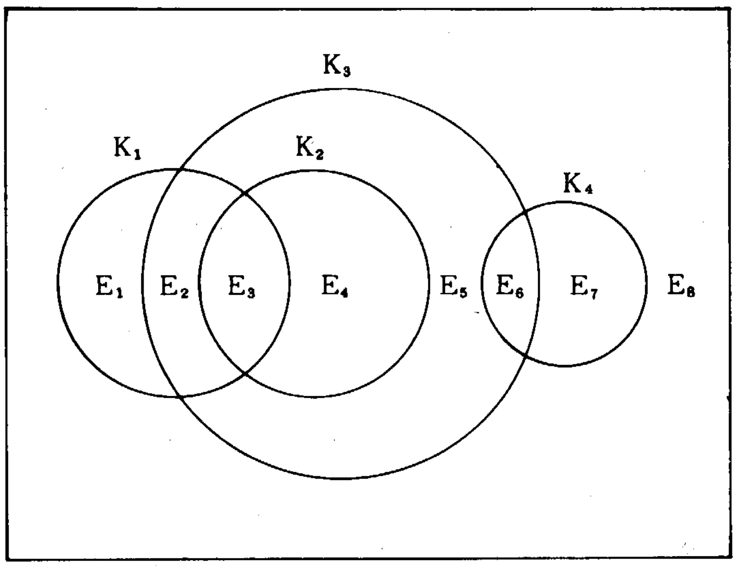

図２

質問：

$$Q = (K_3 \cap K_1{}^c) \vee K_2$$

このとき，各文献と質問との相関を計算してみる。

$$T' = \begin{array}{c} \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{array} \begin{array}{c} E_1 E_2 E_3 E_4 E_5 E_6 E_7 E_8 \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$DT' = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} (K_1 \cap K_2^c)\ T' \\ (K_1 \cap K_3)\ T' \\ K_3 T' \\ (K_2^c \cap K_3)\ T' \\ ((K_1 \cap K_2) \cup K_4)\ T' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} K_1 T' \wedge \overline{K_2 T'} \\ K_1 T' \wedge K_3 T' \\ K_3 T' \\ \overline{K_2 T'} \wedge K_3 T' \\ (K_1 T' \wedge K_2 T') \vee K_4 T' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{array}{c} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{array}{c} E_1 E_2 E_3 E_4 E_5 E_6 E_7 E_8 \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$T(K_3 \cap K_1{}^c) = TK_3 \wedge \overline{TK_1}$$

$$= \begin{array}{c} E_1 E_2 E_3 E_4 E_5 E_6 E_7 E_8 \\ [0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0]' \end{array}$$

$$TK_2 = \begin{array}{c} E_1E_2E_3E_4E_5E_6E_7E_8 \\ [\,0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\,]' \end{array}$$

$$\begin{aligned}[D,\ T]\ Q &= [D,\ T]\ ((K_3 \cap K_1{}^c)\ VK_2) \\ &= [D,\ T]\ (K_3 \cap K_1{}^c)\ V\ [D,\ T]\ K_2 \\ &= (DT' * T(K_3 \cap K_1^c))\ V\ (DT' * TK_2)\end{aligned}$$

ここで，文献関数 d_i と質問中の表示関数eとの相関 $d_iT' * Te$ を，かりに次式で定義してみよう。

$$d_iT' * Te = \begin{cases} 1 \cdots\cdots\cdots\cdots \mu(Te) = 0\text{のとき} \\ \dfrac{\mu(Td_i \wedge Te)}{\mu(Te)} \cdots\cdots \mu(Te) \neq 0\text{のとき} \end{cases}$$

この定義のもとで〔D, T〕Qを計算する。

$$[D,T]Q = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} V \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1 \\ 2/3 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

以上の計算により，与えられた質問 $Q = (K_3 \cap K_1^c)\ VK_2$ と最も関連の大きい文献は D_3 であり，やや関連があるのは文献 D_4, D_2, D_5 であり，文献 D_1 は関連がないと考える。もちろん，この関連の度合は採用する相関の定義によって変化する。

3　含意モデル

概念 K_1, K_2, …, K_n に関する表示行列 T の列ベクトル TK_i, TK_j に対して，$r(TK_i, TK_j)$ なる関数を考える。この関数 $r(TK_i, TK_j)$ は $TK_i \geq TK_j$ のとき 1 となり，それ以外のときは 0 となるものとする。表示行列 $T = [t_{ij}]$ を (ℓ, n) 次行列とすれば，TK_i, TK_j はそれぞれ

$$TK_i = [t_{1i},\ t_{2i},\ \cdots,\ t_{\ell i}]'$$

$TK_j=〔t_{1j},\ t_{2j},\ \cdots,\ t_{\ell j}〕'$

であるから，$TK_i \geqq TK_j$ であるためには，すべての対応する要素について

$$t_{ki} \geqq t_{kj}\ (k=1,2,\cdots,\ \ell)$$

すなわち

$$t_{ki} V \overline{t_{kj}} = 1 \quad (k=1,2,\cdots,\ \ell)$$

であればよい。

したがって，$r\ (TK_i,\ TK_j)$ はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} r\ (TK_i, TK_j) &= \underset{k=1}{\overset{\ell}{\Delta}} (t_{ki} V \overline{t_{kj}}) \\ &= (TK_i)' \diamond \overline{TK_j} \\ &= K_i T' \diamond TK_j{}^c \end{aligned}$$

一般に，文献関数 d_i と表示関数 e の相関 $d_iT' * Te$ を，$d_iT' \diamond Te^c$ で定めることにすれば，この値は $Td_i \geqq Te$ のとき 1 となり，そうでないとき 0 となる。すなわち，文献が表示関数 e で指定される情報を完全に有しているとき 1 となり，そうでないときは 0 となる。

この $d_iT' \diamond Te^c$ を i 番目の要素とする列ベクトルを構成し，それを $DT' \diamond Te^c$ で表わす。結局，ここでは〔D, T〕e すなわち $DT' * Te$ を $DT' \diamond Te^c$ で定義していることになる。このときのモデルを含意モデルとよぶことにする。

（例）

文献：

$$D=\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array}\begin{pmatrix} K_1 \cap K_2 \\ K_3 \\ K_1 \cup K_2 \end{pmatrix}$$

表示行列：

$$T=\begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{array}\begin{array}{c} K_1 K_2 K_3 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

ベン図表：

図3参照

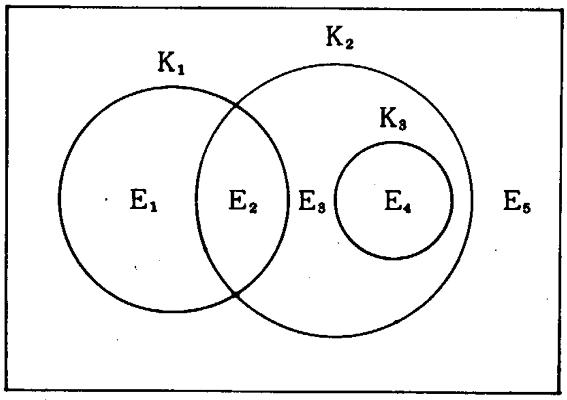

図3

質問：

$$Q = (K_1 \cap K_2^{c}) \wedge K_3$$

このとき

$$T' = \begin{array}{c|c} & E_1\,E_2\,E_3\,E_4\,E_5 \\ \begin{array}{c} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$DT' = \begin{array}{c|c} & E_1\,E_2\,E_3\,E_4\,E_5 \\ \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{aligned} [D,\ T]\,Q &= [D,\ T]\,((K_1 \cap K_2^{c}) \wedge K_3) \\ &= [D,\ T]\,(K_1 \cap K_2^{c}) \wedge [D,\ T]\,K_3 \\ &= (DT' * T(K_1 \cap K_2^{c})) \wedge (DT' * TK_3) \\ &= (DT' \diamond T(K_1 \cap K_2^{c})^{c}) \wedge (DT' \diamond TK_3^{c}) \\ &= (DT' \diamond \overline{TK_1 \wedge \overline{TK_2}}) \wedge (DT' \diamond \overline{TK_3}) \end{aligned}$$

$$\overline{TK_1 \wedge \overline{TK_2}} = \overline{TK_1} \vee TK_2$$

$$\begin{array}{cc} & E_1\,E_2\,E_3\,E_4\,E_5 \\ = & [\,0\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\,]' \end{array}$$

$$\overline{TK_3} = \begin{array}{c} E_1E_2E_3E_4E_5 \\ [\,1\ 1\ 1\ 0\ 1\,]' \end{array}$$

$$[D,T]Q = \left(\begin{array}{c|c} & E_1E_2E_3E_4E_5 \\ D_1 & \\ D_2 & \\ D_3 & \end{array} \!\!\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 1&1&1&1&0 \end{pmatrix} \diamond \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$\Lambda \left(\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \overset{E_1E_2E_3E_4E_5}{\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 1&1&1&1&0 \end{pmatrix}} \diamond \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Lambda \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

したがって, $K_1 \cap K_2{}^c$ を含みかつ K_3 を含む文献としては D_3 があることがわかる。

以下，含意モデルで成立する主要な性質を挙げる。

〔性質〕　表示行列 T，表示関数 e_1，e_2に対して

$$[D,\ T]\ (e_1 U e_2) = [D,\ T]\ (e_1 \Lambda e_2)$$

（証明）

$$\begin{aligned} [D,\ T]\ (e_1 U e_2) &= DT' * T\ (e_1 U e_2) \\ &= DT' \diamond T\ (e_1 U e_2)^c \\ &= DT' \diamond\ (\overline{Te_1 V Te_2}) \\ &= DT' \diamond\ (\overline{Te_1} \Lambda \overline{Te_2}) \\ &= (DT' \diamond \overline{Te_1})\ \Lambda\ (DT' \diamond \overline{Te_2}) \end{aligned}$$

$$= (DT' \diamond Te_1{}^c)\ \Lambda\ (DT' \diamond Te_2{}^c)$$
$$= (DT' * Te_1)\ \Lambda\ (DT' * Te_2)$$
$$= [D,\ T]\ e_1 \Lambda\ [D,\ T]\ e_2$$
$$= [D,\ T]\ (e_1 \Lambda e_2)$$

この性質は，e_1Ue_2 を含む文献をとり出すことは e_1 を含みかつ e_2 を含む文献をとり出すことに等しいことを示すものであり，直観的にも理解できる。これと同様の性質は従来のモデルでも成立することが示されている〔1〕。

〔性質〕

$$[D,\ T]\ (e_1 \cap e_2) \geqq [D,\ T]\ (e_1 V e_2)$$

（証明）

$$[D,\ T]\ (e_1 \cap e_2) = DT' * T\ (e_1 \cap e_2)$$
$$= DT' \diamond T\ (e_1 \cap e_2)^c$$
$$= DT' \diamond \overline{Te_1 \Lambda Te_2}$$
$$= DT' \diamond\ (\overline{Te}_1 V \overline{Te}_2)$$
$$\geqq (DT' \diamond \overline{Te}_1)\ V\ (DT' \diamond \overline{Te}_2)$$
$$= (DT' \diamond Te_1{}^c)\ V\ (DT' \diamond Te_2{}^c)$$
$$= (DT' * Te_1)\ V\ (DT' * Te_2)$$
$$= [D,\ T]\ e_1 V\ [D,\ T]\ e_2$$
$$= [D,\ T]\ (e_1 V e_2)$$

4　まとめ

概念間の包含関係を考慮した検索過程のモデルを提案し，いくつかの性質を述べた。概念間の包含関係を示すために，表示行列なるものを採用した。また，概念算と論理演算を区別し，これまでしばしば生じたあいまいさをとりのぞいた。

概念間の包含関係を利用する具体的モデルが得られたので，これを基礎にして，質問回答系のモデル，これまでほとんど議論されていない情報が各文

献に分散しているとき文献を組み合わせて出力する問題等への接近も可能となる。

また，本論文では概念空間を用いた検索モデルに重点をおいて議論しているが，今後そのモデルと fuzzy 集合を用いたモデル〔5〕との関係を調べてみる必要がある。

文　献

〔1〕G. Salton：*"Automatic Information Organization and Retrieval"*, McGraw-Hill,(1968)
〔2〕橋本,福村："二項関係による概念の分割",電子通信学会オートマトンと言語研究会資料AL72-135,(1973)
〔3〕L.A.Zadeh："Fuzzy Sets", *Information and Control* 8 ,338-353,(1965)
〔4〕C.V.Negoita："On the Search Strategies in Automatic Information Systems", *Proc Congr Intern Cybernetique 6th Namur,* 495-503,(1971)
〔5〕橋本："Fuzzy集合を用いた情報検索モデル",山口経済学雑誌,第22巻第3.4号(昭和49年1月)