文献検索過程の含意モデル

橋　本　　　寛

1．はじめに

検索操作の基本的演算として，論理演算の含意を用いる検索モデルを含意モデルとよぶ〔1〕。含意モデルでは，概念空間なるものを考え，その上での概念算によって，検索システムに蓄積されている文献および検索の要求を表現するものであり，要求で指定された概念が，ある文献の概念に包含されているとき，その文献は，要求を満たしているものとして検索される。

含意モデルの2，3の基本的性質については，すでに報告しているが〔1〕，文献を表現するものである文献関数に注目することにより，さらに興味深い性質が得られる。また，本論文では，検索関数と文献関数の対称性についても考察をおこない，若干の結果を得ている。

検索要求者の要求する情報が，いくつかの文献に分散しているときには，文献を合成することが必要となるが，本論文で得られる結果は，この文献合成の際にも有用である。

含意モデルにおいて，使用される各概念が排他的であれば，含意モデルは通常の論理的モデルまたは集合論的モデル〔2,3〕と関係してくる。しかし，この集合論的モデルでは，概念の間の演算は考えられておらず，一般に考えられるのは文献の集合に関する演算であって，含意モデルとは基本的に異なっている。

2．演算の定義

変数 x, y を 0，1 の2値をとるブール変数とするとき，つぎの論理演算を定める。

$$x \wedge y \equiv \min\{x,\ y\}$$
$$x \vee y \equiv \max\{x,\ y\}$$
$$\bar{x} \equiv 1 - x$$

また，各要素が 0，1 であるブールベクトル $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ を

$$\boldsymbol{x} \equiv [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$
$$\boldsymbol{y} \equiv [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$

とするとき（′は転置である），つぎの演算を定める。

$$\boldsymbol{x} \wedge \boldsymbol{y} \equiv [x_1 \wedge y_1,\ \cdots,\ x_n \wedge y_n]'$$
$$\boldsymbol{x} \vee \boldsymbol{y} \equiv [x_1 \vee y_1,\ \cdots,\ x_n \vee y_n]'$$
$$\bar{\boldsymbol{x}} \equiv [\bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ \cdots,\ \bar{x}_n]'$$
$$\boldsymbol{x}' \times \boldsymbol{y} \equiv (x_1 \wedge y_1) \vee \cdots \vee (x_n \wedge y_n)$$
$$\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y} \equiv (x_1 \vee y_1) \wedge \cdots \wedge (x_n \vee y_n)$$
$$\boldsymbol{x}' * \boldsymbol{y} \equiv \boldsymbol{x}' \diamond \bar{\boldsymbol{y}}$$

さらに，ベクトル $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ に対してつぎの関係を定める。

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y} \Longleftrightarrow \text{すべての } i \text{ に対して } x_i = y_i$$
$$\boldsymbol{x} \leqq \boldsymbol{y} \Longleftrightarrow \text{すべての } i \text{ に対して } x_i \leqq y_i$$

なお，これらの演算および関係は行ベクトルに関しても同様に定義されるものとする。

含意モデルでは，上で定めた演算◇を基本演算の1つとして使用するので，その性質をつぎに示す。

〔性質1〕

$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{z}$ をブールベクトルとするとき，以下の関係が成立する。

(1)　$\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}' \diamond \boldsymbol{x}$

(2) (a) $x' \diamond (y \wedge z) = (x' \diamond y) \wedge (x' \diamond z)$

(b) $(x' \wedge y') \diamond z = (x' \diamond z) \wedge (y' \diamond z)$

(3) (a) $x' \diamond (y \vee z) \geqq (x' \diamond y) \vee (x' \diamond z)$

(b) $(x' \vee y') \diamond z \geqq (x' \diamond z) \vee (y' \diamond z)$

(4) (a) $x' \diamond (y \vee z) = (x' \vee y') \diamond z$

(b) $(x' \vee y') \diamond z = x' \diamond (y \vee z)$

(5) (a) $x' \diamond (y \vee z) = y' \diamond (x \vee z\rangle$

(b) $(x' \vee y') \diamond z = (x' \vee z') \diamond y$

(6) (a) $x' \diamond (\bar{x} \wedge y) = x' \diamond y$

(b) $(x' \wedge y') \diamond \bar{y} = x' \diamond \bar{y}$

(7) (a) $x' \diamond (x \vee y) = x' \diamond y$

(b) $(x' \vee y') \diamond y = x' \diamond y$

(8) (a) $(x' \wedge y') \diamond (x \wedge y) = (x' \diamond x) \wedge (y' \diamond y)$

(b) $(x' \vee y') \diamond (x \vee y) = x' \diamond y$

(9) (a) $(x' \wedge y') \diamond (x \vee z) = x' \diamond z$

(b) $(x' \vee y') \diamond (x \wedge z) = x' \diamond y$

(10) $(x' \diamond y) \wedge (\bar{y}' \diamond z) = (x' \diamond y) \wedge (\bar{y}' \diamond z) \wedge (z' \diamond x)$

(11) $(x' \diamond \bar{y}) \wedge (y' \diamond \bar{z}) \wedge (z' \diamond \bar{x}) = (\bar{x}' \diamond y) \wedge (\bar{y}' \diamond z) \wedge (\bar{z}' \diamond x)$

(12) (a) $\overline{x' \diamond y} = \bar{x}' \times \bar{y}$

(b) $\overline{x' \times y} = \bar{x}' \diamond \bar{y}$

(13) $x' \diamond \bar{x} = 1$

(14) (a) $x' \diamond (\bar{x} \vee y) = 1$

(b) $(x' \vee y') \diamond \bar{y} = 1$

(15) (a) $x \geqq y \Longleftrightarrow x' \diamond \bar{y} = 1$

(b) $x \leqq y \Longleftrightarrow \bar{x}' \diamond y = 1$

(16) (a) $x \geqq y \Longrightarrow x' \diamond z \geqq y' \diamond z$

(b) $x \geqq y \Longrightarrow z' \diamond x \geqq z' \diamond y$

(17)　(a)　$\boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{y} \Longrightarrow \boldsymbol{x}' \diamond (\bar{\boldsymbol{y}} \wedge \boldsymbol{z}) = \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}$

　(b)　$\boldsymbol{y} \leqq \boldsymbol{z} \Longrightarrow (\boldsymbol{x}' \wedge \bar{\boldsymbol{y}}') \diamond \boldsymbol{z} = \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}$

(18)　(a)　$\boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{y} \Longrightarrow \boldsymbol{x}' \diamond (\boldsymbol{y} \vee \boldsymbol{z}) = \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}$

　(b)　$\boldsymbol{y} \leqq \boldsymbol{z} \Longrightarrow (\boldsymbol{x}' \vee \boldsymbol{y}') \diamond \boldsymbol{z} = \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}$

（証明）

$$\boldsymbol{x} = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$
$$\boldsymbol{y} = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$
$$\boldsymbol{z} = [z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_n]'$$

とおく。

(1)
$$\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y} = \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i) = \bigwedge_{i=1}^{n} (y_i \vee x_i) = \boldsymbol{y}' \diamond \boldsymbol{x}$$

(2)　(a)
$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}' \diamond (\boldsymbol{y} \wedge \boldsymbol{z}) &= \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee (y_i \wedge z_i)) \\ &= \bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee y_i) \wedge (x_i \vee z_i)) \\ &= \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee z_i)\right) \\ &= (\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}) \wedge (\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z})\end{aligned}$$

　(b)　略

(3)　(a)
$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}' \diamond (\boldsymbol{y} \vee \boldsymbol{z}) &= \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee (y_i \vee z_i)) \\ &\geqq \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i) \\ &= \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}' \diamond (\boldsymbol{y} \vee \boldsymbol{z}) &= \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee (y_i \vee z_i)) \\ &\geqq \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee z_i) \\ &= \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}\end{aligned}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{x}' \diamond (\boldsymbol{y} \vee \boldsymbol{z}) \geqq (\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}) \vee (\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z})$$

　(b)　略

(4)　(a)　$$\boldsymbol{x}'\diamond(\boldsymbol{y}\vee\boldsymbol{z})=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee(y_i\vee z_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}((x_i\vee y_i)\vee z_i)$$
$$=(\boldsymbol{x}'\vee\boldsymbol{y}')\diamond\boldsymbol{z}$$

(b)　略

(5)　(a)　$$\boldsymbol{x}'\diamond(\boldsymbol{y}\vee\boldsymbol{z})=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee(y_i\vee z_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}(y_i\vee(x_i\vee z_i))$$
$$=\boldsymbol{y}'\diamond(\boldsymbol{x}\vee\boldsymbol{z})$$

(b)　略

(6)　(a)　$$\boldsymbol{x}'\diamond(\bar{\boldsymbol{x}}\wedge\boldsymbol{y})=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee(\bar{x}_i\wedge y_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}((x_i\vee\bar{x}_i)\wedge(x_i\vee y_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee y_i)$$
$$=\boldsymbol{x}'\diamond\boldsymbol{y}$$

(b)　略

(7)　(a)　$$\boldsymbol{x}'\diamond(\boldsymbol{x}\vee\boldsymbol{y})=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee(x_i\vee y_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee y_i)$$
$$=\boldsymbol{x}'\diamond\boldsymbol{y}$$

(b)　略

(8)　(a)　$$(\boldsymbol{x}'\wedge\boldsymbol{y}')\diamond(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y})=\bigwedge_{i=1}^{n}((x_i\wedge y_i)\vee(x_i\wedge y_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\wedge y_i)$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}((x_i\vee x_i)\wedge(y_i\vee y_i))$$
$$=(\boldsymbol{x}'\diamond\boldsymbol{x})\wedge(\boldsymbol{y}'\diamond\boldsymbol{y})$$

(b)　$$(\boldsymbol{x}'\vee\boldsymbol{y}')\diamond(\boldsymbol{x}\vee\boldsymbol{y})=\bigwedge_{i=1}^{n}((x_i\vee y_i)\vee(x_i\vee y_i))$$
$$=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\vee y_i)$$
$$=\boldsymbol{x}'\diamond\boldsymbol{y}$$

(9)　(a)　$$(\boldsymbol{x}' \wedge \boldsymbol{y}') \diamond (\boldsymbol{x} \vee \boldsymbol{z}) = \bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \wedge y_i) \vee (x_i \vee z_i)) = \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee z_i) = \boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{z}$$

(b)　略

(10)

$$(\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}) \wedge (\bar{\boldsymbol{y}}' \diamond \boldsymbol{z}) = \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (\bar{y}_i \vee z_i)\right) = \bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i))$$

$$\begin{aligned} &(x_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i) \\ &= (x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (x_i \wedge z_i) \vee (y_i \wedge z_i) \\ &= (x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (y_i \wedge z_i) \vee (z_i \wedge x_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(x_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i) \wedge (z_i \vee x_i) \\ &= ((x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (y_i \wedge z_i) \vee (z_i \wedge x_i)) \wedge (z_i \vee x_i) \\ &= (x_i \wedge \bar{y}_i \wedge z_i) \vee (x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (y_i \wedge z_i) \vee (x_i \wedge y_i \wedge z_i) \\ &\qquad \vee (z_i \wedge x_i) \vee (z_i \wedge x_i) \\ &= (x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (y_i \wedge z_i) \vee (z_i \wedge x_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i)) \\ &= \bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i) \wedge (z_i \vee x_i)) \\ &= \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (\bar{y}_i \vee z_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (z_i \vee x_i)\right) \\ &= (\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}) \wedge (\bar{\boldsymbol{y}}' \diamond \boldsymbol{z}) \wedge (\boldsymbol{z}' \diamond \boldsymbol{x}) \end{aligned}$$

(11)

$$\begin{aligned} &(\boldsymbol{x}' \diamond \bar{\boldsymbol{y}}) \wedge (\boldsymbol{y}' \diamond \bar{\boldsymbol{z}}) \wedge (\boldsymbol{z}' \diamond \bar{\boldsymbol{x}}) \\ &= \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee \bar{y}_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (y_i \vee \bar{z}_i)\right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{n} (z_i \vee \bar{x}_i)\right) \\ &= \bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee \bar{y}_i) \wedge (y_i \vee \bar{z}_i) \wedge (z_i \vee \bar{x}_i)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(x_i \vee \bar{y}_i) \wedge (y_i \vee \bar{z}_i) \wedge (z_i \vee \bar{x}_i) \\ &= ((x_i \wedge y_i) \vee (x_i \wedge \bar{z}_i) \vee (\bar{y}_i \wedge \bar{z}_i)) \wedge (z_i \vee \bar{x}_i) \\ &= (x_i \wedge y_i \wedge z_i) \vee (\bar{x}_i \wedge \bar{y}_i \wedge \bar{z}_i) \end{aligned}$$

$$= (\bar{x}_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i) \wedge (\bar{z}_i \vee x_i)$$

$$\bigwedge_{i=1}^{n} ((x_i \vee \bar{y}_i) \wedge (y_i \vee \bar{z}_i) \wedge (z_i \vee \bar{x}_i))$$

$$= \bigwedge_{i=1}^{n} ((\bar{x}_i \vee y_i) \wedge (\bar{y}_i \vee z_i) \wedge (\bar{z}_i \vee x_i))$$

$$= (\bar{\boldsymbol{x}}' \diamond \boldsymbol{y}) \wedge (\bar{\boldsymbol{y}}' \diamond \boldsymbol{z}) \wedge (\bar{\boldsymbol{z}}' \diamond \boldsymbol{x})$$

(12) (a)
$$\overline{\boldsymbol{x}' \diamond \boldsymbol{y}} = \overline{\bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee y_i)}$$
$$= \bigvee_{i=1}^{n} \overline{(x_i \vee y_i)}$$
$$= \bigvee_{i=1}^{n} (\bar{x}_i \wedge \bar{y}_i)$$
$$= \bar{\boldsymbol{x}}' \times \bar{\boldsymbol{y}}$$

(b)
$$\overline{\boldsymbol{x}' \times \boldsymbol{y}} = \overline{\bigvee_{i=1}^{n} (x_i \wedge y_i)}$$
$$= \bigwedge_{i=1}^{n} \overline{(x_i \wedge y_i)}$$
$$= \bigwedge_{i=1}^{n} (\bar{x}_i \vee \bar{y}_i)$$
$$= \bar{\boldsymbol{x}}' \diamond \bar{\boldsymbol{y}}$$

(13)
$$\boldsymbol{x}' \diamond \bar{\boldsymbol{x}} = \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee \bar{x}_i)$$
$$= 1$$

(14) (a)
$$\boldsymbol{x}' \diamond (\bar{\boldsymbol{x}} \vee \boldsymbol{y}) = \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee (\bar{x}_i \vee y_i))$$
$$= 1$$

(b) 略

(15) (a)
$$x_i \geqq y_i$$
$$\bar{x}_i \leqq \bar{y}_i$$
$$x_i \vee \bar{x}_i \leqq x_i \vee \bar{y}_i$$
$$x_i \vee \bar{y}_i = 1$$
$$\boldsymbol{x}' \diamond \bar{\boldsymbol{y}} = \bigwedge_{i=1}^{n} (x_i \vee \bar{y}_i)$$
$$= 1$$

逆に　$\boldsymbol{x}'\diamond\bar{\boldsymbol{y}}=1$ であれば

$$\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee \bar{y}_i)=1$$

$$x_i \vee \bar{y}_i = 1$$

$$x_i \geqq y_i$$

$$\boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{y}$$

(b)　略

(16)　(a)

$$x_i \geqq y_i$$

$$x_i \vee z_i \geqq y_i \vee z_i$$

$$\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee z_i) \geqq \bigwedge_{i=1}^{n}(y_i \vee z_i)$$

$$\boldsymbol{x}'\diamond \boldsymbol{z} \geqq \boldsymbol{y}'\diamond \boldsymbol{z}$$

(b)　略

(17)　(a)

$$x_i \geqq y_i$$

$$x_i \vee \bar{y}_i \geqq y_i \vee \bar{y}_i$$

$$x_i \vee \bar{y}_i = 1$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}'\diamond(\bar{\boldsymbol{y}} \wedge \boldsymbol{z}) &= \bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee (\bar{y}_i \wedge z_i))\\ &= \bigwedge_{i=1}^{n}((x_i \vee \bar{y}_i) \wedge (x_i \vee z_i))\\ &= \bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee z_i)\\ &= \boldsymbol{x}'\diamond \boldsymbol{z}\end{aligned}$$

(b)　略

(18)　(a)

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}'\diamond(\boldsymbol{y} \vee \boldsymbol{z}) &= \bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee (y_i \vee z_i))\\ &= \bigwedge_{i=1}^{n}(x_i \vee z_i)\\ &= \boldsymbol{x}'\diamond \boldsymbol{z}\end{aligned}$$

(b)　略

3．含意モデルの構成

文献の記述および検索要求の表現のために使用できる概念を

$$K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m$$

とする。また，これらの概念間の包含関係を表現する 0, 1 の行列すなわち表示行列を $(n\times m)$ 行列 T で示す〔1, 4〕。この行列 T および概念 K_i に対し，TK_i で行列 T の i 番目の列ベクトルを示す。概念 $K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m$ および演算子 $\cap$，$\cup$，^{c} を用いて構成される表示関数 $e(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m\ ;\ \cap,\ \cup,\ {}^c)$ に対して

$$Te = e(TK_1,\ TK_2,\ \cdots,\ TK_m\ ;\ \wedge,\ \vee,\ {}^-)$$

と定義する。また Te の転置を eT' で示す：

$$eT' = (Te)'$$

表示関数 e は，文献のもつ情報を記述するために用いられるときは，原則として e のかわりに d で示され，文献関数とよばれる。

含意モデルにおける文献関数 d と表示関数 e との関連は次式で与えられる。

$$[d,\ T]e = dT' * Te = dT' \diamond Te^c = dT' \diamond \overline{Te}$$

検索要求を表現する検索関数 Q は，表示関数 e_i および演算子 $\wedge$，$\vee$，${}^-$ を用いて構成される。この検索関数 $Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k)$ に対して，これと文献 d との関連 $[d,\ T]\ Q$ を

$$[d,\ T]Q = Q([d,\ T]e_1, [d,\ T]e_2,\ \cdots, [d,\ T]e_k)$$

によって定義する。この $[d,\ T]Q$ は 0, 1 の値をとるが，その値が 1 のときは，要求 Q が文献 d によって満たされていると考え，0 のときは，満足されていないと考える。

4．含意モデルの性質

含意モデルの基本的性質を以下に列挙する。多くのものは自明であるので，主要なものに関し証明を与える。原則として，表示関数を e で，文献関数を d で，検索関数を Q で，概念空間を T で示す。

4.1　検索関数としての表示関数について

一部の例外を除き，検索関数が表示関数である場合，すなわち検索関数が論理演算子 $\wedge$，$\vee$，$^{-}$ を含まない場合について議論する。大部分は概念算の性質であるので，結局は集合算の性質である。

〔性質2〕

(1)　(a)　$[d, T](e_1 \cap e_2) = [d, T](e_2 \cap e_1)$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup e_2) = [d, T](e_2 \cup e_1)$

(2)　(a)　$[d, T](e_1 \cap (e_2 \cap e_3)) = [d, T]((e_1 \cap e_2) \cap e_3)$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup (e_2 \cup e_3)) = [d, T]((e_1 \cup e_2) \cup e_3)$

(3)　(a)　$[d, T](e_1 \cap (e_2 \cup e_3)) = [d, T]((e_1 \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_3))$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup (e_2 \cap e_3)) = [d, T]((e_1 \cup e_2) \cap (e_1 \cup e_3))$

(4)　(a)　$[d, T](e_1 \cap (e_1 \cup e_2)) = [d, T]e_1$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup (e_1 \cap e_2)) = [d, T]e_1$

(5)　(a)　$[d, T](e_1 \cap e_1) = [d, T]e_1$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup e_1) = [d, T]e_1$

(6)　(a)　$[d, T](e_1 \cap e_2)^c = [d, T](e_1^c \cup e_2^c)$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup e_2)^c = [d, T](e_1^c \cap e_2^c)$

(7)　(a)　$[d, T](e_1 \cap (e_2 \cap e_2^c)) = [d, T](e_2 \cap e_2^c)$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup (e_2 \cap e_2^c)) = [d, T]e_1$

(8)　(a)　$[d, T](e_1 \cap (e_2 \cup e_2^c)) = [d, T]e_1$

　　(b)　$[d, T](e_1 \cup (e_2 \cup e_2^c)) = [d, T](e_2 \cup e_2^c)$

(9)　$[d, T](e_1^c)^c = [d, T]e_1$

(10) $[d,\ T](e_1 \cap e_1^c) = 1$

(11) (a) $[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]e_1$

(b) $[d,\ T](e_1 \cup e_2) \leqq [d,\ T]e_1$

（証明）

(1) (a) $[d,\ T](e_1 \cap e_2) = dT' * T(e_1 \cap e_2)$

$$
\begin{aligned}
T(e_1 \cap e_2) &= T(e_1(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m;\ \cap,\ \cup,\ {}^c) \\
&\qquad \cap\ e_2(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m;\ \cap,\ \cup,\ {}^c)) \\
&= e_1(TK_1,\ TK_2,\ \cdots,\ TK_m;\ \wedge,\ \vee,\ {}^-) \\
&\qquad \wedge\ e_2(TK_1,\ TK_2,\ \cdots,\ TK_m;\ \wedge,\ \vee,\ {}^-) \\
&= Te_1(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m;\ \cap,\ \cup,\ {}^c) \\
&\qquad \wedge\ Te_2(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_m;\ \cap,\ \cup,\ {}^c) \\
&= Te_1 \wedge Te_2 \\
&= Te_2 \wedge Te_1 \\
&= T(e_2 \cap e_1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dT' * T(e_1 \cap e_2) &= dT' * T(e_2 \cap e_1) \\
&= [d,\ T](e_2 \cap e_1)
\end{aligned}
$$

(b)
$$
\begin{aligned}
[d,\ T](e_1 \cup e_2) &= dT' * T(e_1 \cup e_2) \\
&= dT' * (Te_1 \vee Te_2) \\
&= dT' * (Te_2 \vee Te_1) \\
&= dT' * T(e_2 \cup e_1) \\
&= [d,\ T](e_2 \cup e_1)
\end{aligned}
$$

(2) ～ (5) 略

(6) (a)
$$
\begin{aligned}
[d,\ T](e_1 \cap e_2)^c &= dT' * T(e_1 \cap e_2)^c \\
&= dT' * \overline{(Te_1 \wedge Te_2)} \\
&= dT' * (\overline{Te_1} \vee \overline{Te_2}) \\
&= dT' * (Te_1^c \vee Te_2^c) \\
&= dT' * T(e_1^c \cup e_2^c) \\
&= [d,\ T](e_1^c \cup e_2^c)
\end{aligned}
$$

(b)　$[d,\ T](e_1 \cup e_2)^c = dT' * \overline{(Te_1 \vee Te_2)}$

$$= dT' * (Te_1^c \wedge Te_2^c)$$

$$= [d,\ T](e_1^c \cap e_2^c)$$

(7)　(a)　$[d,\ T](e_1 \cap (e_2 \cap e_2^c)) = dT' * T(e_1 \cap (e_2 \cap e_2^c))$

$$= dT' * (Te_1 \wedge (Te_2 \wedge \overline{Te_2}))$$

$$= dT' * (Te_2 \wedge \overline{Te_2})$$

$$= [d,\ T](e_2 \cap e_2^c)$$

（注）　$Te_2 \wedge \overline{Te_2}$ すなわち $T(e_2 \cap e_2^c)$ はゼロベクトルである。

(b)　$[d,\ T](e_1 \cup (e_2 \cap e_2^c)) = dT' * T(e_1 \cup (e_2 \cap e_2^c))$

$$= dT' * (Te_1 \vee T(e_2 \cap e_2^c))$$

$$= dT' * Te_1$$

$$= [d, T]e_1$$

(8) ～ (9)　略

(10)　$[d,\ T](e_1 \cap e_1^c) = dT' * T(e_1 \cap e_1^c)$

$$= dT' * (Te_1 \wedge \overline{Te_1})$$

$$Td = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$

$$Te_1 = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$

とおく。

$$Te_1 \wedge \overline{Te_1} = [y_1 \wedge \bar{y}_1,\ y_2 \wedge \bar{y}_2,\ \cdots,\ y_n \wedge \bar{y}_n]'$$

$$= [0,\ 0,\ \cdots,\ 0]'$$

$$dT' * (Te_1 \wedge \overline{Te_1}) = dT' \diamond \overline{(Te_1 \wedge \overline{Te_1})}$$

$$= dT' \diamond [1,\ 1,\ \cdots,\ 1]'$$

$$= (x_1 \vee 1) \wedge (x_2 \vee 1) \wedge \cdots \wedge (x_n \vee 1)$$

$$= 1$$

(11)　(a)　$[d,\ T](e_1 \cap e_2) = dT' * (Te_1 \wedge Te_2)$

$$= dT' \diamond \overline{(Te_1 \wedge Te_2)}$$

$$= dT' \diamond (\overline{Te_1} \vee \overline{Te_2})$$

$$\geqq (dT' \diamond \overline{Te_1}) \vee (dT' \diamond \overline{Te_2})$$ 〔性質1(3)〕

$$\geqq (dT' \diamond \overline{Te_1})$$
$$= dT' * Te_1$$
$$= [d,\ T]e_1$$

(b) $[d,\ T](e_1 \cup e_2) = dT' * (Te_1 \vee Te_2)$
$$= dT' \diamond \overline{(Te_1 \vee Te_2)}$$
$$= dT' \diamond (\overline{Te_1} \wedge \overline{Te_2})$$
$$= (dT' \diamond \overline{Te_1}) \wedge (dT' \diamond \overline{Te_2})$$ 〔性質 1(2)〕
$$\leqq dT' \diamond \overline{Te_1}$$
$$= dT' \diamond Te_1^c$$
$$= [d,\ T]e_1$$

〔性質 3〕

(1) (a) $[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_3^c))$

(b) $[d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_3^c)) \geqq [d,\ T](e_1 \cup e_2)$

(2) (a) $[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_4))$

(b) $[d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_4)) \geqq [d,\ T](e_1 \cup e_2)$

（証明）

(1) (a) $[d,\ T](e_1 \cap e_2)$
$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_2) \cap (e_3 \cup e_3^c))$$
$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c))$$

$[d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_3^c))$
$$= dT' * T((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_3^c))$$
$$= dT' * (T(e_1 \cap e_3) \vee T(e_2 \cap e_3^c))$$
$$= dT' * ((T(e_1 \cap e_3) \wedge T(e_2 \cup e_2^c)) \vee (T(e_1 \cup e_1^c) \wedge T(e_2 \cap e_3^c)))$$
$$= dT' * (T((e_1 \cap e_3) \cap (e_2 \cup e_2^c)) \vee T((e_1 \cup e_1^c) \cap (e_2 \cap e_3^c)))$$
$$= dT' * (T((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2^c \cap e_3)) \vee T((e_1 \cap e_2 \cap e_3^c) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3^c)))$$
$$= [d,\ T](((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c)) \cup ((e_1 \cap e_2^c \cap e_3) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3^c)))$$

性質2⑾によって

$$[d,\ T]((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c))$$
$$\geqq [d,\ T](((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c)) \cup ((e_1 \cap e_2^c \cap e_3) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3^c)))$$

したがって

$$[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_3^c))$$

(b)　$[d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_3^c))$

$$= dT' * T((e_1 \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_3^c) \cup (e_2 \cap e_3))$$
$$= dT' * (T(e_1 \cap e_2) \vee T(e_1 \cap e_3^c) \vee T(e_2 \cap e_3))$$
$$= dT' * T((e_1 \cap e_2 \cap e_3^c) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2^c \cap e_3^c) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3))$$
$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_2^c \cap e_3^c) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3))$$

$[d,\ T](e_1 \cup e_2)$

$$= dT' * T((e_1 \cap (e_2 \cup e_2^c) \cap (e_3 \cup e_3^c)) \cup ((e_1 \cup e_1^c) \cap e_2 \cap (e_3 \cup e_3^c)))$$
$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2 \cap e_3^c) \cup (e_1 \cap e_2^c \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_2^c \cap e_3^c) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3) \cup (e_1^c \cap e_2 \cap e_3^c))$$

性質2⑾によって

$$[d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_3^c)) \geqq [d,\ T](e_1 \cup e_2)$$

(2)　(a)　$[d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_4))$

$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_4) \cup (e_2 \cap e_3) \cup (e_3 \cap e_4))$$

性質2⑾によって

$$[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]((e_1 \cup e_3) \cap (e_2 \cup e_4))$$

(b)　$[d,\ T](e_1 \cup e_2)$

$$= dT' * (Te_1 \vee Te_2)$$
$$= dT' * (T(e_1 \cap (e_3 \cup e_3^c)) \vee T(e_2 \cap (e_4 \cup e_4^c)))$$
$$= [d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_1 \cap e_3^c) \cup (e_2 \cap e_4) \cup (e_2 \cap e_4^c))$$

性質 2(11)によって

$$[d,\ T]((e_1 \cap e_3) \cup (e_2 \cap e_4)) \geqq [d,\ T](e_1 \cup e_2)$$

上記の性質 3 は，検索関数としての表示関数に関する，ほとんど自明な包含関係と，それに対する検索結果における大小関係との対応を示すものである。この性質 3 は，つぎの性質 4 (2)を用いれば，さらに簡単に証明できる。

〔性質 4〕

(1)　$Te_1 = Te_2 \Rightarrow [d,\ T]e_1 = [d,\ T]e_2$

(2)　$Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d,\ T]e_1 \leqq [d,\ T]e_2$

(3)　$Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d,\ T]\bar{e}_1 \geqq [d,\ T]\bar{e}_2$

（証明）

(1)　$[d,\ T]e_1 = dT' * Te_1$

$$= dT' * Te_2$$

$$= [d,\ T]e_2$$

(2)　$[d,\ T]e_1 = dT' \diamond \overline{Te_1}$

$[d,\ T]e_2 = dT' \diamond \overline{Te_2}$

$Te_1 \geqq Te_2$ であるから

$$\overline{Te_1} \leqq \overline{Te_2}$$

性質 1 (16)によって

$$dT' \diamond \overline{Te_1} \leqq dT' \diamond \overline{Te_2}$$

$$[d,\ T]e_1 \leqq [d,\ T]e_2$$

(3)　$[d,\ T]\bar{e}_1 = \overline{[d,\ T]e_1} = 1-[d,\ T]e_1$

$[d,\ T]\bar{e}_2 = \overline{[d,\ T]e_2} = 1-[d,\ T]e_2$

性質4は，一般の表示関数の包含関係と，それを検索関数とする場合の，検索結果における大小関係との対応を示すものである。(2)で示されているように，広い概念で検索すれば，それを含む文献は少なくなり，狭い概念で検索すれば，それを含む文献は多くなる。

〔性質5〕

(1)　$Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d,\ T](e_1 \cap e_2) = [d,\ T]e_2$

(2)　$Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d,\ T](e_1 \cup e_2) = [d,\ T]e_1$

(3)　$Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d,\ T]e_1^c \geqq [d,\ T]e_2^c$

(4)　$Te_1 \geqq Te_2,\quad Te_3 \geqq Te_4 \Rightarrow$

(a)　$[d,\ T](e_1 \cap e_3) \leqq [d,\ T](e_2 \cap e_4)$

(b)　$[d,\ T](e_1 \cup e_3) \leqq [d,\ T](e_2 \cup e_4)$

（証明）

(1)　$[d,\ T](e_1 \cap e_2) = dT' * (Te_1 \wedge Te_2)$

$$[d,\ T]e_2 = dT' * Te_2$$

ここで

$$Te_1 = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$
$$Te_2 = [z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_n]'$$

とおけば，$Te_1 \geqq Te_2$ であるから

$$y_i \geqq z_i \quad (i = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$$
$$y_i \wedge z_i = z_i$$
$$\begin{aligned} Te_1 \wedge Te_2 &= [y_1 \wedge z_1,\ \cdots,\ y_n \wedge z_n]' \\ &= [z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_n]' \\ &= Te_2 \end{aligned}$$

したがって

$$dT' * (Te_1 \wedge Te_2) = dT' * Te_2$$
$$\therefore [d,\ T](e_1 \cap e_2) = [d,\ T]e_2$$

(2)　(1)と同様である。

(3) $[d,\ T]e_1^c = dT' * Te_1^c$

$[d,\ T]e_2^c = dT' * Te_2^c$

ここで $Te_1 \geqq Te_2$ であるから

$$\overline{Te_1} \leqq \overline{Te_2}$$

$$Te_1^c \leqq Te_2^c$$

性質4(2)によって

$$[d,\ T]e_1^c \geqq [d,\ T]e_2^c$$

(4) (a) $Te_1 \geqq Te_2,\ Te_3 \geqq Te_4$ によって

$$Te_1 \wedge Te_3 \geqq Te_2 \wedge Te_4$$

$$T(e_1 \cap e_3) \geqq T(e_2 \cap e_4)$$

したがって性質4(2)によって

$$[d,\ T](e_1 \cap e_3) \leqq [d,\ T](e_2 \cap e_4)$$

(b) $Te_1 \geqq Te_2,\ Te_3 \geqq Te_4$ によって

$$Te_1 \vee Te_3 \geqq Te_2 \vee Te_4$$

$$T(e_1 \cup e_3) \geqq T(e_2 \cup e_4)$$

したがって性質4(2)によって

$$[d,\ T](e_1 \cup e_3) \leqq [d,\ T](e_2 \cup e_4)$$

性質5(1)(2)は，表示関数の間に一定の包含関係があれば，表面上ことなる検索関数に対して，検索結果がつねに同一になることを示している。(3)(4)は表示関数の包含関係と結果の大小関係との対応を示す。

4.2 検索関数について

論理演算子$\wedge$，$\vee$，$^-$ を含む一般の検索関数において成立する性質について述べる。文献 d と検索関数Qとの関連 $[d,\ T]Q$ は 0，1 の値をとるので，ブール代数の公式に対応する関係式が成立する。

〔性質6〕

(1) (a) $[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) = [d,\ T](Q_2 \wedge Q_1)$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee Q_2) = [d,\ T](Q_2 \vee Q_1)$

(2)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge (Q_2 \wedge Q_3)) = [d,\ T]((Q_1 \wedge Q_2) \wedge Q_3)$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee (Q_2 \vee Q_3)) = [d,\ T]((Q_1 \vee Q_2) \vee Q_3)$

(3)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge (Q_2 \vee Q_3)) = [d,\ T]((Q_1 \wedge Q_2) \vee (Q_1 \wedge Q_3))$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee (Q_2 \wedge Q_3)) = [d,\ T]((Q_1 \vee Q_2) \wedge (Q_1 \vee Q_3))$

(4)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge (Q_1 \vee Q_2)) = [d,\ T]Q_1$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee (Q_1 \wedge Q_2)) = [d,\ T]Q_1$

(5)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge Q_1) = [d,\ T]Q_1$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee Q_1) = [d,\ T]Q_1$

(6)　(a)　$[d,\ T]\overline{(Q_1 \wedge Q_2)} = [d,\ T](\bar{Q}_1 \vee \bar{Q}_2)$

(b)　$[d,\ T]\overline{(Q_1 \vee Q_2)} = [d,\ T](\bar{Q}_1 \wedge \bar{Q}_2)$

(7)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge (Q_2 \wedge \bar{Q}_2)) = [d,\ T](Q_2 \wedge \bar{Q}_2)$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee (Q_2 \wedge \bar{Q}_2)) = [d,\ T]Q_1$

(8)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge (Q_2 \vee \bar{Q}_2)) = [d,\ T]Q_1$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee (Q_2 \vee \bar{Q}_2)) = [d,\ T](Q_2 \vee \bar{Q}_2)$

(9)　　$[d,\ T]\bar{\bar{Q}}_1 = [d,\ T]Q_1$

(10)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge \bar{Q}_1) = 0$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee \bar{Q}_1) = 1$

(11)　(a)　$[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) \leqq [d,\ T]Q_1$

(b)　$[d,\ T](Q_1 \vee Q_2) \geqq [d,\ T]Q_1$

（証明）

(1)　(a)　$Q_1 = Q_1(e_{11},\ e_{12},\ \cdots,\ e_{1k(1)})$

$Q_2 = Q_2(e_{21},\ e_{22},\ \cdots,\ e_{2k(2)})$

とおく。

$$
\begin{aligned}
[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) &= Q_1([d,\ T]e_{11},\ [d,\ T]e_{12},\ \cdots,\ [d,\ T]e_{1k(1)}) \\
&\qquad \vee\ Q_2([d,\ T]e_{21},\ [d,\ T]e_{22},\ \cdots,\ [d,\ T]e_{2k(2)}) \\
&= [d,\ T]Q_1 \vee [d,\ T]Q_2 \\
&= [d,\ T]Q_2 \vee [d,\ T]Q_1
\end{aligned}
$$

$$= [d,\ T](Q_2 \vee Q_1)$$

(b) (a)と同様。

(2) ～ (5) 略

(6) (a) $[d,\ T]\overline{(Q_1 \wedge Q_2)} = \overline{[d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_2}$

$$= \overline{[d,\ T]Q_1} \vee \overline{[d,\ T]Q_2}$$

$$= [d,\ T]\bar{Q}_1 \vee [d,\ T]\bar{Q}_2$$

$$= [d,\ T](\bar{Q}_1 \vee \bar{Q}_2)$$

(b) (a)と同様。

(7) ～ (9) 略

(10) (a) $[d,\ T](Q_1 \wedge \bar{Q}_1) = [d,\ T]Q_1 \wedge \overline{[d,\ T]Q_1}$

$$= 0$$

(b) $[d,\ T](Q_1 \vee \bar{Q}_1) = [d,\ T]Q_1 \vee \overline{[d,\ T]Q_1}$

$$= 1$$

(11) (a) $[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) = [d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_2$

$$\leqq [d,\ T]Q_1$$

(b) $[d,\ T](Q_1 \vee Q_2) = [d,\ T]Q_1 \vee [d,\ T]Q_2$

$$\geqq [d,\ T]Q_1$$

〔性質 7〕

(1) $[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2 \Leftrightarrow [d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) = [d,\ T]Q_2$

(2) $[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2 \Leftrightarrow [d,\ T](Q_1 \vee Q_2) = [d,\ T]Q_1$

(3) $[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2 \Leftrightarrow [d,\ T]\bar{Q}_1 \leqq [d,\ T]\bar{Q}_2$

(4) $[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2,\ [d,\ T]Q_3 \geqq [d,\ T]Q_4 \Rightarrow$

(a) $[d,\ T](Q_1 \wedge Q_3) \geqq [d,\ T](Q_2 \wedge Q_4)$

(b) $[d,\ T](Q_1 \vee Q_3) \geqq [d,\ T](Q_2 \vee Q_4)$

（証明）

(1) $[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2$ のとき

$$[d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_2 = [d,\ T]Q_2$$

$$[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) = [d,\ T]Q_2$$

逆に$[d,\ T](Q_1 \wedge Q_2) = [d,\ T]Q_2$のとき

$$[d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_2 = [d,\ T]Q_2$$

もし$[d,\ T]Q_1 < [d,\ T]Q_2$とすれば

$$[d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_2 = [d,\ T]Q_1$$

となり，矛盾する。したがって

$$[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2$$

(2)　略

(3)　$[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2$のとき

$$\overline{[d,\ T]Q_1} \leqq \overline{[d,\ T]Q_2}$$

$$[d,\ T]\bar{Q}_1 \leqq [d,\ T]\bar{Q}_2$$

逆に$[d,\ T]\bar{Q}_1 \leqq [d,\ T]\bar{Q}_2$のとき

$$\overline{[d,\ T]Q_1} \leqq \overline{[d,\ T]Q_2}$$

$$1-[d,\ T]Q_1 \leqq 1-[d,\ T]Q_2$$

$$[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2$$

(4)　$[d,\ T]Q_1 \geqq [d,\ T]Q_2$，$[d,\ T]Q_3 \geqq [d,\ T]Q_4$によって

$$[d,\ T]Q_1 \wedge [d,\ T]Q_3 \geqq [d,\ T]Q_2 \wedge [d,\ T]Q_4$$

$$[d,\ T]Q_1 \vee [d,\ T]Q_3 \geqq [d,\ T]Q_2 \vee [d,\ T]Q_4$$

したがって

$$[d,\ T](Q_1 \wedge Q_3) \geqq [d,\ T](Q_2 \wedge Q_4)$$

$$[d,\ T](Q_1 \vee Q_3) \geqq [d,\ T](Q_2 \vee Q_4)$$

文献dと検索関数Qとの関連$[d,\ T]Q$は，すでに述べたように，0，1の2値をとるので，性質7はブール代数における大小関係に関する不等式または等式そのものである。(4)の逆はいえない。たとえば，$[d,\ T]Q_1 = 0$，$[d,\ T]Q_2 = 1$，$[d,\ T]Q_3 = 1$，$[d,\ T]Q_4 = 0$の場合を考えればよい。

〔性質8〕

(1)　(a)　$[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T](e_1 \vee e_2)$

　　(b)　$[d,\ T](e_1 \cap e_2 \cap e_3) \geqq [d,\ T](e_1 \vee e_2 \vee e_3)$

(2) (a) $[d, T](e_1 \cup e_2) = [d, T](e_1 \wedge e_2)$

(b) $[d, T](e_1 \cup e_2 \cup e_3) = [d, T](e_1 \wedge e_2 \wedge e_3)$

(証明)

(1) (a) $[d, T](e_1 \cap e_2)$

$$= dT' \diamond (\overline{Te_1 \wedge Te_2})$$
$$= dT' \diamond (\overline{Te_1} \vee \overline{Te_2})$$
$$\geqq (dT' \diamond \overline{Te_1}) \vee (dT' \diamond \overline{Te_2}) \text{〔性質 1 (3)〕}$$
$$= (dT' \diamond Te_1^c) \vee (dT' \diamond Te_2^c)$$
$$= [d, T]e_1 \vee [d, T]e_2$$
$$= [d, T](e_1 \vee e_2)$$

(b)
$$\begin{aligned}[d, T](e_1 \cap e_2 \cap e_3) &= [d, T]((e_1 \cap e_2) \cap e_3) \\ &\geqq [d, T]((e_1 \cap e_2) \vee e_3) \\ &= [d, T](e_1 \cap e_2) \vee [d, T]e_3 \\ &\geqq [d, T](e_1 \vee e_2) \vee [d, T]e_3 \\ &= [d, T](e_1 \vee e_2 \vee e_3)\end{aligned}$$

(2) (a) $[d, T](e_1 \cup e_2)$

$$= dT' * T(e_1 \cup e_2)$$
$$= dT' \diamond T(e_1 \cup e_2)^c$$
$$= dT' \diamond \overline{Te_1 \vee Te_2}$$
$$= dT' \diamond (\overline{Te_1} \wedge \overline{Te_2})$$
$$= (dT' \diamond \overline{Te_1}) \wedge (dT' \diamond \overline{Te_2}) \text{〔性質 1 (2)〕}$$
$$= (dT' \diamond Te_1^c) \wedge (dT' \diamond Te_2^c)$$
$$= (dT' * Te_1) \wedge (dT' * Te_2)$$
$$= [d, T]e_1 \wedge [d, T]e_2 = [d, T](e_1 \wedge e_2)$$

(b)
$$\begin{aligned}[d, T](e_1 \cup e_2 \cup e_3) &= [d, T]((e_1 \cup e_2) \cup e_3) \\ &= [d, T]((e_1 \cup e_2) \wedge e_3) \\ &= [d, T](e_1 \cup e_2) \wedge [d, T]e_3 \\ &= [d, T](e_1 \wedge e_2) \wedge [d, T]e_3\end{aligned}$$

$$= [d,\ T](e_1 \wedge e_2 \wedge e_3)$$

上記の性質8(1)(a)は，概念 e_1 または e_2 を含む文献は必ず複合概念 $e_1 \cap e_2$ を含んでいることを示している。また(2)(a)は概念 e_1 を含みかつ e_2 を含む文献は，必ず複合概念 $e_1 \cup e_2$ を含んでいること，また逆に $e_1 \cup e_2$ を含む文献は必ず e_1 および e_2 を含んでいることを示している。

4.3　文献関数について

文献関数は表示関数であるから，検索関数としての表示関数に関して成立した性質と対応する性質が，文献関数としての表示関数に関しても成立する。また，両者の表示関数の間には一定の対称的関係が存在し，それらの間の変換が可能である。

まず，文献関数 d_i を演算子∩，∪，^{c} を用いて結合する場合の基本的性質を示す。これらは文献を合成する場合に必要となる性質である。

〔性質9〕

(1)　(a)　$[d_1 \cap d_2,\ T]Q = [d_2 \cap d_1,\ T]Q$

　　(b)　$[d_1 \cup d_2,\ T]Q = [d_2 \cup d_1,\ T]Q$

(2)　(a)　$[d_1 \cap (d_2 \cap d_3),\ T]Q = [(d_1 \cap d_2) \cap d_3,\ T]Q$

　　(b)　$[d_1 \cup (d_2 \cup d_3),\ T]Q = [(d_1 \cup d_2) \cup d_3,\ T]Q$

(3)　(a)　$[d_1 \cap (d_2 \cup d_3),\ T]Q = [(d_1 \cap d_2) \cup (d_1 \cap d_3),\ T]Q$

　　(b)　$[d_1 \cup (d_2 \cap d_3),\ T]Q = [(d_1 \cup d_2) \cap (d_1 \cup d_3),\ T]Q$

(4)　(a)　$[d_1 \cap (d_1 \cup d_2),\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

　　(b)　$[d_1 \cup (d_1 \cap d_2),\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(5)　(a)　$[d_1 \cap d_1,\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

　　(b)　$[d_1 \cup d_1,\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(6)　(a)　$[(d_1 \cap d_2)^c,\ T]Q = [d_1^c \cup d_2^c, T]Q$

　　(b)　$[(d_1 \cup d_2)^c,\ T]Q = [d_1^c \cap d_2^c,\ T]Q$

(7) (a) $[d_1 \cap (d_2 \cap d_2^c),\ T]Q = [d_2 \cap d_2^c,\ T]Q$

(b) $[d_1 \cup (d_2 \cap d_2^c),\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(8) (a) $[d_1 \cap (d_2 \cup d_2^c),\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(b) $[d_1 \cup (d_2 \cup d_2^c),\ T]Q = [d_2 \cup d_2^c,\ T]Q$

(9) $[(d_1^c)^c,\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(10) $[d_1 \cup d_1^c,\ T]e = 1$

(11) (a) $[d_1 \cap d_2,\ T]e \leqq [d_1,\ T]e$

(b) $[d_1 \cup d_2,\ T]e \geqq [d_1,\ T]e$

（証明）

(1) (a) $Q = Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k)$

とおく。

$$[d_1 \cap d_2,\ T]Q = Q([d_1 \cap d_2,\ T]e_1,\ \cdots,\ [d_1 \cap d_2,\ T]e_k)$$

$$\begin{aligned}[d_1 \cap d_2,\ T]e_i &= (d_1 \cap d_2)T' * Te_i \\ &= (d_1T' \wedge d_2T') * Te_i \\ &= (d_2T' \wedge d_1T') * Te_i \\ &= (d_2 \cap d_1)T' * Te_i \\ &= [d_2 \cap d_1,\ T]e_i \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ k)\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}[d_1 \cap d_2,\ T]Q &= Q([d_2 \cap d_1,\ T]e_1,\ \cdots,\ [d_2 \cap d_1,\ T]e_k) \\ &= [d_2 \cap d_1,\ T]Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k) \\ &= [d_2 \cap d_1,\ T]Q\end{aligned}$$

(b) (a)と同様である。

(2) ～ (9) 略

(10) $[d_1 \cup d_1^c,\ T]e = (d_1 \cup d_1^c)T' * Te$

$$= (d_1T' \vee \overline{d_1T'}) \diamond \overline{Te}$$

$$Td_1 = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$

$$Te = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$

とおく。

$$(d_1T' \vee \overline{d_1T'}) \diamond \overline{Te}$$
$$= ((x_1 \vee \bar{x}_1) \vee \bar{y}_1) \wedge \cdots \wedge ((x_n \vee \bar{x}_n) \vee \bar{y}_n)$$
$$= (1 \vee \bar{y}_1) \wedge \cdots \wedge (1 \vee \bar{y}_n)$$
$$= 1$$

(11)　(a)　$[d_1 \cap d_2,\ T]e$

$$= (d_1 \cap d_2)T' * Te$$
$$= (d_1T' \wedge d_2T') \diamond \overline{Te}$$
$$= (d_1T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2T' \diamond \overline{Te}) \quad 〔性質1(2)〕$$
$$\leqq (d_1T' \diamond \overline{Te})$$
$$= [d_1,\ T]e$$

(b)　$[d_1 \cup d_2,\ T]e$

$$= (d_1T' \vee d_2T') \diamond \overline{Te}$$
$$\geqq (d_1T' \diamond \overline{Te}) \vee (d_2T' \diamond \overline{Te}) \quad 〔性質1(3)〕$$
$$\geqq d_1T' \diamond \overline{Te}$$
$$= d_1T' * Te$$
$$= [d_1,\ T]e$$

〔性質10〕

(1)　$Td_1 = Td_2 \Rightarrow [d_1,\ T]Q = [d_2,\ T]Q$

(2)　$Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1,\ T]e \geqq [d_2,\ T]e$

(3)　$Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1,\ T]\bar{e} \leqq [d_2,\ T]\bar{e}$

(4)　$Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1,\ T]e^c \geqq [d_2,\ T]e^c$

（証明）

(1)　$Q = Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k)$

とおく。

$$[d_1,\ T]Q = [d_1,\ T]Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k)$$
$$= Q([d_1,\ T]e_1,\ [d_1,\ T]e_2,\ \cdots,\ [d_1,\ T]e_k)$$
$$[d_1,\ T]e_i = d_1T' * Te_i \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ k)$$
$$= d_2T' * Te_i$$

$$= [d_2,\ T]e_i$$

したがって

$$\begin{aligned}[d_1,\ T]Q &= Q([d_2,\ T]e_1,\ [d_2,\ T]e_2,\ \cdots,\ [d_2,\ T]e_k) \\ &= [d_2,\ T]Q(e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_k) \\ &= [d_2,\ T]Q\end{aligned}$$

(2) $[d_1,\ T]e = d_1T' * Te = d_1T' \diamond \overline{Te}$

$[d_2,\ T]e = d_2T' * Te = d_2T' \diamond \overline{Te}$

$Td_1 \geqq Td_2$ であるから，性質 1 (16)によって

$$d_1T' \diamond \overline{Te} \geqq d_2T' \diamond \overline{Te}$$

$$[d_1,\ T]e \geqq [d_2,\ T]e$$

(3) $[d_1,\ T]\bar{e} = \overline{[d_1,\ T]e} = 1-[d_1,\ T]e$

$[d_2,\ T]\bar{e} = \overline{[d_2,\ T]e} = 1-[d_2,\ T]e$

$Td_1 \geqq Td_2$ のとき(2)によって

$$[d_1,\ T]e \geqq [d_2,\ T]e$$

したがって

$$[d_1,\ T]\bar{e} \leqq [d_2,\ T]\bar{e}$$

(4) (2)の e を e^c とすればよい。

上記の性質10は，文献間の包含関係と検索結果の関係について述べたものである。$Td_1 \geqq Td_2$ であっても，$[d_1,\ T]Q \geqq [d_2,\ T]Q$ となるとはかぎらない。

〔性質11〕

(1) $Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1 \cap d_2,\ T]Q = [d_2,\ T]Q$

(2) $Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1 \cup d_2,\ T]Q = [d_1,\ T]Q$

(3) $Td_1 \geqq Td_2 \Rightarrow [d_1^c,\ T]e \leqq [d_2^c,\ T]e$

(4) $Td_1 \geqq Td_2,\ Td_3 \geqq Td_4 \Rightarrow$

(a) $[d_1 \cap d_3,\ T]e \geqq [d_2 \cap d_4,\ T]e$

(b) $[d_1 \cup d_3,\ T]e \geqq [d_2 \cup d_4,\ T]e$

（証明）

(1)　$Q = Q(e_1, e_2, \cdots, e_k)$ とおく。

$$[d_1 \cap d_2,\ T]Q = [d_1 \cap d_2,\ T]\,Q(e_1, e_2, \cdots, e_k)$$
$$= Q([d_1 \cap d_2,\ T]e_1, \cdots, [d_1 \cap d_2,\ T]e_k)$$

$$[d_1 \cap d_2,\ T]e_i = (d_1 \cap d_2)T' * Te_i \quad (i = 1, 2, \cdots, k)$$
$$= (Td_1 \wedge Td_2)' * Te_i$$

$Td_1 \geqq Td_2$ のとき

$$Td_1 \wedge Td_2 = Td_2$$

であるから

$$[d_1 \cap d_2,\ T]e_i = (Td_2)' * Te_i$$
$$= d_2 T' * Te_i$$
$$= [d_2,\ T]e_i$$

$$[d_1 \cap d_2,\ T]Q = Q([d_2,\ T]e_1, [d_2, T]e_2, \cdots, [d_2,\ T]e_k)$$
$$= [d_2,\ T]\,Q(e_1, e_2, \cdots, e_k)$$
$$= [d_2,\ T]Q$$

(2)　(1)と同様。

(3)　$Td_1 \geqq Td_2$ のとき

$$\overline{Td_1} \leqq \overline{Td_2}$$
$$Td_1^c \leqq Td_2^c$$

性質10(2)によって

$$[d_1^c,\ T]e \leqq [d_2^c,\ T]e$$

(4)　$Td_1 \geqq Td_2$, $Td_3 \geqq Td_4$ によって

$$Td_1 \wedge Td_3 \geqq Td_2 \wedge Td_4$$
$$Td_1 \vee Td_3 \geqq Td_2 \vee Td_4$$

したがって

$$T(d_1 \cap d_3) \geqq T(d_2 \cap d_4)$$
$$T(d_1 \cup d_3) \geqq T(d_2 \cup d_4)$$

性質10(2)によって

$$[d_1 \cap d_3,\ T]e \geqq [d_2 \cap d_4,\ T]e$$
$$[d_1 \cup d_3,\ T]e \geqq [d_2 \cup d_4,\ T]e$$

この性質11は，文献間の包含関係と文献の合成との関係について述べている。また，つぎの性質12は，文献dと検索関数の概念eとの間の包含関係と，そのときの検索結果$[d,\ T]e$について述べている。

〔性質12〕

(1)　$Td \geqq Te \Leftrightarrow [d,\ T]e = 1$

(2)　$T(d \cup e^c) = T(e \cup e^c) \Leftrightarrow [d,\ T]e = 1$

(3)　$T(d^c \cap e) = T(e \cap e^c) \Leftrightarrow [d,\ T]e = 1$

(4)　$T(d_1 \cup e_1^c) = T(d_2 \cup e_2^c) \Rightarrow [d_1,\ T]e_1 = [d_2,\ T]e_2$

（証明）

(1)　$Td \geqq Te$であるから，性質1(15)によって

$$dT' \diamond \overline{Te} = 1$$
$$[d,\ T]e = 1$$

逆は，今の証明を逆にたどればよい。

(2)
$$Td = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$
$$Te = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$

とおく。$T(d \cup e^c) = T(e \cup e^c)$であるから

$$Td \vee \overline{Te} = Te \vee \overline{Te}$$

すべてのiに対して

$$x_i \vee \bar{y}_i = y_i \vee \bar{y}_i = 1$$

したがって

$$x_i \geqq y_i$$

すなわち

$$Td \geqq Te$$

また$Td \geqq Te$であれば，今の議論を逆にたどって

$$T(d \cup e^c) = T(e \cup e^c)$$

すなわち

$$T(d \cup e^c) = T(e \cup e^c) \Leftrightarrow Td \geqq Te$$

ここで(1)を用いて

$$T(d \cup e^c) = T(e \cup e^c) \Leftrightarrow [d,\ T]e = 1$$

(3)　$T(d^c \cap e) = T(e \cap e^c)$ であるから

$$\overline{Td} \wedge Te = Te \wedge \overline{Te}$$

ベクトル Td, Te の i 番目の要素を x_i, y_i とすれば

$$\bar{x}_i \wedge y_i = y_i \wedge \bar{y}_i = 0$$

ところで

$$x_i \geqq y_i \Leftrightarrow \bar{x}_i \wedge y_i = 0$$

よって

$$Td \geqq Te \Leftrightarrow T(d^c \cap e) = T(e \cap e^c)$$

したがって(1)により

$$T(d^c \cap e) = T(e \cap e^c) \Leftrightarrow [d,\ T]e = 1$$

(4)　$T(d_1 \cup e_1^c) = T(d_2 \cup e_2^c)$ によって

$$Td_1 \vee \overline{Te_1} = Td_2 \vee \overline{Te_2}$$

ここで

$$Td_1 = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]'$$
$$Te_1 = [y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]'$$
$$Td_2 = [z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_n]'$$
$$Te_2 = [u_1,\ u_2,\ \cdots,\ u_n]'$$

とおけば，すべての i について

$$x_i \vee \bar{y}_i = z_i \vee \bar{u}_i$$

となる。

$$\begin{aligned}[d_1,\ T]e_1 &= d_1 T' \diamond \overline{Te_1} \\ &= (x_1 \vee \bar{y}_1) \wedge (x_2 \vee \bar{y}_2) \wedge \cdots \wedge (x_n \vee \bar{y}_n) \\ &= (z_1 \vee \bar{u}_1) \wedge (z_2 \vee \bar{u}_2) \wedge \cdots \wedge (z_n \vee \bar{u}_n) \\ &= d_2 T' \diamond \overline{Te_2}\end{aligned}$$

$$= [d_2,\ T]e_2$$

上記の性質12(4)の逆はいえない。たとえば

$$Td_1 = [0,\ 0]',\quad Td_2 = [0,\ 0]'$$

$$Te_1 = [1,\ 0]',\quad Te_2 = [0,\ 1]'$$

とすれば,

$$[d_1,\ T]e_1 = [d_2,\ T]e_2 = 0$$

であるが

$$T(d_1 \cup e_1^c) \neq T(d_2 \cup e_2^c)$$

である。

〔性質13〕

(1) $[d \cup e_1,\ T]((d \cup e_2) \cap (e_1 \cup e_2^c)) = 1$

(2) $[d \cup e_1,\ T]((d \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_3)) = 1$

(証明)

(1) $T(d \cup e_1) = Td \vee Te_1$

$$T((d \cup e_2) \cap (e_1 \cup e_2{}^c))$$

$$= (Td \vee Te_2) \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2})$$

$$= (Td \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2})) \vee (Te_2 \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2}))$$

$$= (Td \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2})) \vee (Te_2 \wedge Te_1)$$

ところで

$$Td \geqq Td \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2})$$

$$Te_1 \geqq Te_2 \wedge Te_1$$

したがって

$$Td \vee Te_1 \geqq (Td \wedge (Te_1 \vee \overline{Te_2})) \vee (Te_2 \wedge Te_1)$$

$$T(d \cup e_1) \geqq T((d \cup e_2) \cap (e_1 \cup e_2^c))$$

性質12(1)によって

$$[d \cup e_1,\ T]((d \cup e_2) \cap (e_1 \cup e_2^c)) = 1$$

(2)　$T((d \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_3)) = (Td \wedge Te_2) \vee (Te_1 \wedge Te_3)$

$$\leqq Td \vee Te_1$$

$$= T(d \cup e_1)$$

性質12(1)によって

$$[d \cup e_1,\ T]((d \cap e_2) \cup (e_1 \cap e_3)) = 1$$

上記の性質13の中の $d \cup e_1$ は，文献dに対して検索操作を加えるかわりに，文献を $d \cup e_1$ として，操作を加えることを意味するものであり，検索の条件を緩和して，検索することに相当する。いいかえれば，一種の偏倚を与えて検索することになる。

〔性質14〕

(1)　$[d,\ T]e = [e^c,\ T]d^c$

(2)　$[d,\ T]e = [d \cup e^c,\ T](d^c \cap e)$

(3)　(a)　$[d,\ T]e = [d,\ T](d \cup e)$

(b)　$[d,\ T]e = [d^c \cap e^c,\ T]d^c$

(4)　(a)　$[d,\ T]e = [d,\ T](d^c \cap e)$

(b)　$[d,\ T]e = [d \cup e^c,\ T]d^c$

(5)　(a)　$[d,\ T]e = [d \cap e,\ T]e$

(b)　$[d,\ T]e = [e^c,\ T](d^c \cup e^c)$

(6)　(a)　$[d,\ T]e = [d \cup e^c,\ T]e$

(b)　$[d,\ T]e = [e^c,\ T](d^c \cap e)$

(7)　(a)　$[d,\ T]e = [d \cap e,\ T](d^c \cap e)$

(b)　$[d,\ T]e = [d \cup e^c,\ T](d^c \cup e^c)$

(8)　(a)　$[d,\ T]e = [d \cup e^c,\ T](d \cup e)$

(b)　$[d,\ T]e = [d^c \cap e^c,\ T](d^c \cap e)$

（証明）

(1)　$[d,\ T]e = dT' * Te$

$$= dT' \diamond \overline{Te}$$

$$= (\overline{Te})' \diamond (dT')' \quad 〔性質 1(1)〕$$
$$= \overline{eT'} \diamond Td$$
$$= e^c T' * Td^c$$
$$= [e^c, T]d^c$$

(2) $[d \cup e^c, T](d^c \cap e) = (d \cup e^c)T' * T(d^c \cap e)$
$$= (d \cup e^c)T' \diamond T(d^c \cap e)^c$$
$$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond (\overline{\overline{Td} \wedge Te})$$
$$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond (Td \vee \overline{Te})$$
$$= dT' \diamond \overline{Te} \quad 〔性質 1(8)〕$$
$$= [d, T]e$$

(3) (a) $[d, T](d \cup e) = dT' * T(d \cup e)$
$$= dT' \diamond T(d \cup e)^c$$
$$= dT' \diamond (\overline{Td \vee Te})$$
$$= dT' \diamond (\overline{Td} \wedge \overline{Te})$$
$$= dT' \diamond \overline{Te} \quad 〔性質 1(6)〕$$
$$= [d, T]e$$

(b) (1)および(a)によって
$$[d, T]e = [d, T](d \cup e)$$
$$= [d^c \cap e^c, T]d^c$$

(4) (a) $[d, T](d^c \cap e) = dT' \diamond T(d^c \cap e)^c$
$$= dT' \diamond (\overline{\overline{Td} \wedge Te})$$
$$= dT' \diamond (Td \vee \overline{Te})$$
$$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond Td \quad 〔性質 1(1)〕$$
$$= dT' \diamond \overline{Te} \quad 〔性質 1(5)〕$$
$$= [d, T]e$$

(b) (1)および(a)による。

(5) (a) $[d \cap e, T]e = (d \cap e)T' \diamond Te^c$
$$= (dT' \wedge eT') \diamond \overline{Te}$$

$= dT' \diamond \overline{Te}$ 〔性質1(6)〕

$= [d,\ T]e$

(b)　(1)および(a)による。

(6)　(a)　$[d \cup e^c,\ T]e = (d \cup e^c)T' \diamond Te^c$

$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond \overline{Te}$

$= dT' \diamond (\overline{Te} \vee \overline{Te})$ 〔性質1(4)〕

$= dT' \diamond \overline{Te}$

$= [d,\ T]e$

(b)　(1)および(a)による。

(7)　(a)　$[d \cap e,\ T](d^c \cap e) = (d \cap e)T' \diamond T(d^c \cap e)^c$

$= (dT' \wedge eT') \diamond (\overline{\overline{Td} \wedge Te})$

$= (dT' \wedge eT') \diamond (Td \vee \overline{Te})$

$= dT' \diamond \overline{Te}$ 〔性質1(9)〕

$= [d,\ T]e$

(b)　(1)および(a)による。

(8)　(a)　$[d \cup e^c,\ T](d \cup e)$

$= (d \cup e^c)T' \diamond T(d \cup e)^c$

$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond (\overline{Td \vee Te})$

$= (dT' \vee \overline{eT'}) \diamond (\overline{Td} \wedge \overline{Te})$

$= (\overline{eT'} \vee dT') \diamond (\overline{Te} \wedge \overline{Td})$

$= \overline{eT}' \diamond Td$ 〔性質1(9)〕

$= dT' \diamond \overline{Te}$ 〔性質1(1)〕

$= [d,\ T]e$

(b)　(1)および(a)による。

性質14(1)は，文献dが概念eを含むこととe^cがd^cを含むこととは等価であることを示している。(3)(a)は，文献dに対して概念eで検索することと，$d \cup e$で検索することが等価であることをいっている。また(5)(a)は，文献d

に対して概念eで検索することと，文献の概念dをeで限定した$d \cap e$に対してeで検索することとが等しいことを示す。

性質14は，文献dと概念eとの関連$[d, T]e$を，dとeに関して変形するものであるが，第3の概念e_1を用いれば，$[d, T]e$はさらにつぎの性質15のように変形できる。これらの性質は，複雑な関係式の簡単化や等価性の議論において有用である。

〔性質15〕

(1) (a) $[d, T]e = [d, T]((d \cap e_1) \cup e)$

(b) $[d, T]e = [(d^c \cup e_1^c) \cap e^c, T]d^c$

(2) (a) $[d, T]e = [d \cup e^c, T]((d \cap e_1) \cup e)$

(b) $[d, T]e = [(d^c \cup e_1^c) \cap e^c, T](d^c \cap e)$

(3) (a) $[d, T]e = [d \cap (e \cup e_1^c), T]e$

(b) $[d, T]e = [e^c, T](d^c \cup (e^c \cap e_1))$

(4) (a) $[d, T]e = [d \cap (e \cup e_1^c), T](d^c \cap e)$

(b) $[d, T]e = [d \cup e^c, T](d^c \cup (e^c \cap e_1))$

(5) (a) $[d, T]e = [d \cap (e \cup e_1^c), T]((d \cap e_1^c) \cup e)$

(b) $[d, T]e = [(d^c \cup e_1) \cap e^c, T](d^c \cup (e^c \cap e_1))$

(証明)

(1) (a) $[d, T]((d \cap e_1) \cup e)$

$= [d, T](d \cap e_1) \wedge [d, T]e$ 〔性質8(2)〕

$= 1 \wedge [d, T]e$ 〔性質12(1)〕

$= [d, T]e$

(b) 性質14(1)および(a)による。

(2) (a) $[d \cup e^c, T]((d \cap e_1) \cup e)$

$= [d \cup e^c, T](d \cap e_1) \wedge [d \cup e^c, T]e$ 〔性質8(2)〕

$= 1 \wedge [d \cup e^c, T]e$ 〔性質12(1)〕

$= [d, T]e$ 〔性質14(6)〕

(b) 性質14(1)および(a)による。

(3)　(a)　$[d \cap (e \cup e_1^c),\ T]e$

$= [e^c,\ T](d \cap (e \cup e_1^c))^c$　〔性質14(1)〕

$= [e^c,\ T](d^c \cup (e \cup e_1^c)^c)$

$= [e^c,\ T](d^c \cup (e^c \cap e_1))$

$= [e^c,\ T]d^c \wedge [e^c,\ T](e^c \cap e_1)$　〔性質 8(2)〕

$= [e^c,\ T]d^c \wedge 1$　〔性質12(1)〕

$= [d,\ T]e$

(b)　性質14(1)および(a)による。

(4)　(a)　$[d \cap (e \cup e_1^c),\ T](d^c \cap e)$

$= [(d^c \cap e)^c,\ T](d \cap (e \cup e_1^c))^c$　〔性質14(1)〕

$= [d \cup e^c,\ T](d^c \cup (e \cup e_1^c)^c)$

$= [d \cup e^c,\ T](d^c \cup (e^c \cap e_1))$

$= [d \cup e^c,\ T]d^c \wedge [d \cup e^c,\ T](e^c \cap e_1)$　〔性質 8(2)〕

$= [d \cup e^c,\ T]d^c \wedge 1$　〔性質12(1)〕

$= [d,\ T](d^c \cap e)$　〔性質14(1)〕

$= [d,\ T]e$　〔性質14(4)〕

(b)　性質14(1)および(a)による。

(5)　(a)　$[d \cap (e \cup e_1^c),\ T]((d \cap e_1^c) \cup e)$

$= [d \cap (e \cup e_1^c),\ T](d \cap e_1^c) \wedge [d \cap (e \cup e_1^c),\ T]e$　〔性質 8(2)〕

$= [(d \cap e) \cup (d \cap e_1^c),\ T](d \cap e_1^c) \wedge [d \cap (e \cup e_1^c),\ T]e$

$= 1 \wedge [d \cap (e \cup e_1^c),\ T]e$　〔性質12(1)〕

$= (d \cap (e \cup e_1^c))T' \diamond Te^c$

$= (dT' \wedge (eT' \vee \overline{e_1 T'})) \diamond \overline{Te}$

$= (dT' \diamond \overline{Te}) \wedge ((eT' \vee \overline{e_1 T'}) \diamond \overline{Te})$　〔性質 1(2)〕

$= (dT' \diamond \overline{Te}) \wedge ((\overline{e_1 T'} \vee eT') \diamond \overline{Te})$

$= (dT' \diamond \overline{Te}) \wedge 1$　〔性質 1(14)〕

$= [d,\ T]e$

(b)　性質14(1)および(a)による。

〔性質16〕

(1) (a) $[d \cup e_1,\ T](e_1 \cup e_2) = [d \cup e_1,\ T]e_2$

(b) $[d \cup e_1,\ T](d \cup e_2) = [d \cup e_1,\ T]e_2$

(2) (a) $[d \cup e_1,\ T](e_1^c \cap e_2) = [d \cup e_1,\ T]e_2$

(b) $[d \cup e_1,\ T](d^c \cap e_2) = [d \cup e_1,\ T]e_2$

(3) (a) $[d \cup e_1,\ T]e_2 = [d,\ T](e_1^c \cap e_2)$

(b) $[d \cup e_1,\ T]e_2 = [e_1,\ T](d^c \cap e_2)$

(証明)

(1) (a) $[d \cup e_1,\ T](e_1 \cup e_2)$

$= [d \cup e_1,\ T]e_1 \wedge [d \cup e_1,\ T]e_2$

$= 1 \wedge [d \cup e_1,\ T]e_2$ 〔性質12(1)〕

$= [d \cup e_1,\ T]e_2$

(b) (a)において d と e_1 を入れかえればよい。

(2) (a) $[d \cup e_1,\ T](e_1^c \cap e_2)$

$= (d \cup e_1)T' \diamond T(e_1^c \cap e_2)^c$

$= (dT' \vee e_1T') \diamond (\overline{\overline{Te_1} \wedge Te_2})$

$= (dT' \vee e_1T') \diamond (Te_1 \vee \overline{Te_2})$

$= (dT' \vee e_1T' \vee e_1T') \diamond \overline{Te_2}$ 〔性質 1 (4)〕

$= (dT' \vee e_1T') \diamond \overline{Te_2}$

$= [d \cup e_1,\ T]e_2$

(b) (a)において d と e_1 を入れかえればよい。

(3) (a) $[d \cup e_1,\ T]e_2$

$= (d \cup e_1)T' \diamond Te_2^c$

$= (dT' \vee e_1T') \diamond \overline{Te_2}$

$= \overline{e_2T'} \diamond (Td \vee Te_1)$ 〔性質 1 (1)〕

$= dT' \diamond (\overline{Te_2} \vee Te_1)$ 〔性質 1 (5)〕

$= dT' \diamond (\overline{Te_2 \wedge \overline{Te_1}})$

$= dT' \diamond T(e_1^c \cap e_2)^c$

$= [d,\ T](e_1^c \cap e_2)$

(b)　(a)において d と e_1 を入れかえればよい。

上の性質16は，文献 d を，$d \cup e_1$ と条件をゆるめて検索する場合の関係を示すものである。たとえば，(1)(a)は，文献を $d \cup e_1$ として検索するときは，$e_1 \cup e_2$ で検索しても，e_2 で検索しても全く同じであることを示している。この性質16は，複雑な関係式の簡単化においても役に立つが，$[d \cup e_1,\ T]e_2$ の変形の公式としても有用であろう。

〔性質17〕

(1)　$[d,\ T]e_1 \leqq [d \cap e_1,\ T](e_1 \cap e_2)$

(2)　$[d,\ T]e_1 \leqq [d \cap e_2,\ T](e_1 \cap e_2)$

(3)　$[d,\ T]e_1 \leqq [d \cup e_2,\ T](e_1 \cup e_2)$

(4)　$[d,\ T]e_1 \geqq [d \cap e_2,\ T](e_1 \cup e_3)$

(5)　$[d,\ T]e_1 \leqq [d \cup e_2,\ T](e_1 \cap e_3)$

(6)　$[d,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d \cup e_1^c\ T]e_1$

（証明）

(1)　$[d \cap e_1,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d \cap e_1,\ T]e_1 \vee [d \cap e_1,\ T]e_2$

〔性質8(1)〕

性質14(5)によって

$$[d \cap e_1,\ T]e_1 = [d,\ T]e_1$$

また

$$[d,\ T]e_1 \vee [d \cap e_1,\ T]e_2 \geqq [d,\ T]e_1$$

であるから

$$[d \cap e_1,\ T](e_1 \cap e_2) \geqq [d,\ T]e_1$$

(2)　$[d \cap e_2,\ T](e_1 \cap e_2)$

$= [(e_1 \cap e_2)^c,\ T](d \cap e_2)^c$　〔性質14(1)〕

$= [e_1^c \cup e_2^c,\ T](d^c \cup e_2^c)$

$= [e_1^c \cup e_2^c,\ T]d^c \wedge [e_1^c \cup e_2^c,\ T]e_2^c$　〔性質8(2)〕

$= [e_1^c \cup e_2^c,\ T]d^c \wedge 1$ 〔性質12(1)〕

$\geqq [e_1^c,\ T]d^c$ 〔性質10(2)〕

$= [d,\ T]e_1$ 〔性質14(1)〕

(3) $[d \cup e_2,\ T](e_1 \cup e_2)$

$= [d \cup e_2,\ T]e_1 \wedge [d \cup e_2,\ T]e_2$ 〔性質 8 (2)〕

$= [d \cup e_2,\ T]e_1 \wedge 1$ 〔性質12(1)〕

$= [e_1^c,\ T](d^c \cap e_2^c)$ 〔性質14(1)〕

$\geqq [e_1^c,\ T]d^c \vee [e_1^c,\ T]e_2^c$ 〔性質 8 (1)〕

$= [d,\ T]e_1 \vee [e_2,\ T]e_1$ 〔性質14(1)〕

$\geqq [d,\ T]e_1$

(4) $Td \geqq T(d \cap e_2)$ によって

$[d,\ T]e_1 \geqq [d \cap e_2,\ T]e_1$ 〔性質10(2)〕

$Te_1 \leqq T(e_1 \cup e_3)$ によって

$[d \cap e_2,\ T]e_1 \geqq [d \cap e_2,\ T](e_1 \cup e_3)$ 〔性質 4 (2)〕

$\therefore\ [d,\ T]e_1 \geqq [d \cap e_2,\ T](e_1 \cup e_3)$

(5) $[d \cup e_2,\ T](e_1 \cap e_3)$

$\geqq [d \cup e_2,\ T]e_1 \vee [d \cup e_2,\ T]e_3$ 〔性質 8 (1)〕

$= [e_1^c,\ T](d^c \cap e_2^c) \vee [e_3^c,\ T](d^c \cap e_2^c)$ 〔性質14(1)〕

$\geqq [e_1^c,\ T]d^c \vee [e_1^c,\ T]e_2^c \vee [e_3^c,\ T]d^c \vee [e_3^c,\ T]e_2^c$ 〔性質 8 (1)〕

$\geqq [e_1^c,\ T]d^c$

$= [d,\ T]e_1$ 〔性質14(1)〕

(6) $[d,\ T](e_1 \cap e_2) = dT' \diamond T(e_1 \cap e_2)^c$

$= dT' \diamond T(e_1^c \cup e_2^c)$

$= dT' \diamond (\overline{Te_1} \vee \overline{Te_2})$

$[d \cup e_1^c,\ T]e_1 = (d \cup e_1^c)T \diamond Te_1^c$

$= (dT' \vee \overline{e_1 T'}) \diamond \overline{Te_1}$

$= (\overline{e_1 T'} \vee dT') \diamond \overline{Te_1}$

$= \overline{e_1 T'} \diamond Td$ 〔性質 1 (5)〕

$$= dT' \diamond \overline{Te_1}$$

$$dT' \diamond (\overline{Te_1} \vee \overline{Te_2}) \geqq dT' \diamond \overline{Te_1} \qquad 〔性質1(16)〕$$

$$〔d,\ T〕(e_1 \cap e_2) \geqq 〔d \cup e_1^c,\ T〕e_1$$

性質17は，文献 d と概念 e_1 との関連〔d, T〕e_1 と，d または e_1 の条件を変化させたときの検索結果との関係を示すものである。たとえば(2)は，d および e_1 を e_2 で限定したときの検索結果が〔d, T〕e_1 より小さくなることはないとをいっている。

〔性質18〕

(1)　(a)　$〔d_1 \cap d_2,\ T〕e = 〔d_1,\ T〕e \wedge 〔d_2,\ T〕e$

　(b)　$〔d_1 \cap d_2 \cap d_3,\ T〕e = 〔d_1,\ T〕e \wedge 〔d_2,\ T〕e \wedge 〔d_3,\ T〕e$

(2)　(a)　$〔d_1 \cup d_2,\ T〕e \geqq 〔d_1,\ T〕e \vee 〔d_2,\ T〕e$

　(b)　$〔d_1 \cup d_2 \cup d_3,\ T〕e \geqq 〔d_1,\ T〕e \vee 〔d_2,\ T〕e \vee 〔d_3,\ T〕e$

（証明）

(1)　(a)　$〔d_1 \cap d_2,\ T〕e$

$= 〔e^c_,\ T〕(d_1 \cap d_2)^c$　〔性質14(1)〕

$= 〔e^c_,\ T〕(d_1^c \cup d_2^c)$

$= 〔e^c_,\ T〕d_1^c \wedge 〔e^c_,\ T〕d_2^c$　〔性質8(2)〕

$= 〔d_1,\ T〕e \wedge 〔d_2,\ T〕e$

　(b)　$〔d_1 \cap d_2 \cap d_3,\ T〕e$

$= 〔(d_1 \cap d_2) \cap d_3,\ T〕e$

$= 〔d_1 \cap d_2,\ T〕e \wedge 〔d_3,\ T〕e$　〔(a)〕

$= 〔d_1,\ T〕e \wedge 〔d_2,\ T〕e \wedge 〔d_3,\ T〕e$

(2)　(a)　$〔d_1 \cup d_2,\ T〕e$

$= 〔e^c_,\ T〕(d_1 \cup d_2)^c$　〔性質14(1)〕

$= 〔e^c_,\ T〕(d_1^c \cap d_2^c)$

$\geqq 〔e^c_,\ T〕d_1^c \vee 〔e^c_,\ T〕d_2^c$　〔性質8(1)〕

$= 〔d_1,\ T〕e \vee 〔d_2,\ T〕e$

(b) $[d_1 \cup d_2 \cup d_3,\ T]e$

$= [(d_1 \cup d_2) \cup d_3,\ T]e$

$\geqq [d_1 \cup d_2,\ T]e \vee [d_3,\ T]e$ 〔(a)〕

$\geqq [d_1,\ T]e \vee [d_2,\ T]e \vee [d_3,\ T]e$

性質18(1)(a)は，文献 d_1 と d_2 を合成したものである $d_1 \cap d_2$ に概念 e が含まれることと，d_1 に e が含まれ，かつ d_2 に e が含まれることとは等しいことを示している。(2)(a)は，文献 d_1 か d_2 に概念 e が含まれていれば，必ず，$d_1 \cup d_2$ に e が含まれていることをいっている。しかし，逆に $d_1 \cup d_2$ に e が含まれていても，d_1 または d_2 に e が含まれるとはかぎらない。これらの関係は性質 8 と対応している。

〔性質19〕

(1) $[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 = [d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \wedge [d_2,\ T]e$

(2) $[d_1,\ T]e \wedge [e,\ T]d_2 \wedge [d_2,\ T]d_1 = [e,\ T]d_1 \wedge [d_2,\ T]e \wedge [d_1,\ T]d_2$

(3) $[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \wedge [d_3,\ T]d_2$

$= [d_1 \cap d_2 \cap d_3,\ T]e \wedge [d_2 \cap d_3,\ T]d_1 \wedge [d_3,\ T]d_2$

(証明)

(1) $[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1$

$= (d_1 T' \diamond Te^c) \wedge (d_2 T' \diamond Td_1^c)$

$= (d_1 T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Td_1})$

$= (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1 T'} \diamond Td_2)$ 〔性質 1 (1)〕

$= (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1 T'} \diamond Td_2) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Te})$ 〔性質 1 (10)〕

$= (d_1 T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Td_1}) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Te})$

$= [d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \wedge [d_2,\ T]e$

(2) $[d_1,\ T]e \wedge [e,\ T]d_2 \wedge [d_2,\ T]d_1$

$= (d_1 T' \diamond \overline{Te}) \wedge (eT' \diamond \overline{Td_2}) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Td_1})$

$= (\overline{d_1 T'} \diamond Te) \wedge (\overline{eT'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{d_2 T'} \diamond Td_1)$ 〔性質 1 (11)〕

$= (eT' \diamond \overline{Td_1}) \wedge (d_2 T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_1 T' \diamond \overline{Td_2})$ 〔性質 1 (1)〕

$= [e,\ T]d_1 \wedge [d_2,\ T]e \wedge [d_1,\ T]d_2$

(3)　$[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \wedge [d_3,\ T]d_2$

$= (d_1T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2T' \diamond \overline{Td_1}) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Td_2})$

$= ((\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1T'} \diamond Td_2)) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Td_2})$　〔性質1(1)〕

$= (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1T'} \diamond Td_2) \wedge (d_2T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Td_2})$

〔性質1(10)〕

$= (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1T'} \diamond Td_2) \wedge ((\overline{eT'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{d_2T'} \diamond Td_3))$

〔性質1(1)〕

$= (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{d_1T'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{eT'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{d_2T'} \diamond Td_3)$

$\wedge (d_3T' \diamond \overline{Te})$　〔性質1(10)〕

$= ((\overline{d_1T'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{d_2T'} \diamond Td_3)) \wedge (\overline{eT'} \diamond Td_1) \wedge (\overline{eT'} \diamond Td_2)$

$\wedge (d_3T' \diamond \overline{Te})$

$= (\overline{d_1T'} \diamond Td_2) \wedge (\overline{d_2T'} \diamond Td_3) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Td_1}) \wedge (\overline{eT'} \diamond Td_1)$

$\wedge (\overline{eT'} \diamond Td_2) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Te})$　〔性質1(10)〕

$= (d_1T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Te}) \wedge (d_2T' \diamond \overline{Td_1})$

$\wedge (d_3T' \wedge \overline{Td_1}) \wedge (d_3T' \diamond \overline{Td_2})$　〔性質1(1)〕

$= [d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]e \wedge [d_3,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \wedge [d_3,\ T]d_1$

$\wedge [d_3,\ T]d_2$

$= [d_1 \cap d_2 \cap d_3,\ T]e \wedge [d_2 \cap d_3,\ T]d_1 \wedge [d_3,\ T]d_2$　〔性質18(1)〕

上の性質19(1)は，文献 d_2 と概念 e の包含関係を示す $[d_2,\ T]e$ が，文献 d_1 と概念 e との関係を示す $[d_1,\ T]e$ と文献 d_1 と d_2 の包含関係に依存することを示している。(2)は，推移的関係式に関して概念の対における概念の順序の交換が可能なこと，たとえば $[d_1,\ T]e$ を $[e,\ T]d_1$ とすることの可能性を示すものである。

〔性質20〕

(1)　$[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 \leqq [d_2,\ T]e$

(2)　$[d_1,\ T]e_1 \wedge [d_2,\ T]e_2 \leqq [d_1 \cup d_2,\ T](e_1 \cup e_2)$

(3) $[d_1, T]e_1 \wedge [d_2, T]e_2 \leqq [d_1 \cap d_2, T](e_1 \cap e_2)$

（証明）

(1) $[d_1, T]e \wedge [d_2, T]d_1$

$= [d_1, T]e \wedge [d_2, T]d_1 \wedge [d_2, T]e$ 〔性質19(1)〕

$\leqq [d_2, T]e$

(2) $[d_1 \cup d_2, T](e_1 \cup e_2)$

$= [d_1 \cup d_2, T]e_1 \wedge [d_1 \cup d_2, T]e_2$ 〔性質 8 (2)〕

$\geqq ([d_1, T]e_1 \vee [d_2, T]e_1) \wedge ([d_1, T]e_2 \vee [d_2, T]e_2)$ 〔性質18(2)〕

$\geqq [d_1, T]e_1 \wedge [d_2, T]e_2$

(3) $[d_1 \cap d_2, T](e_1 \cap e_2)$

$= [d_1, T](e_1 \cap e_2) \wedge [d_2, T](e_1 \cap e_2)$ 〔性質18(1)〕

$\geqq ([d_1, T]e_1 \vee [d_1 T]e_2) \wedge ([d_2, T]e_1 \vee [d_2, T]e_2)$ 〔性質 8 (1)〕

$\geqq [d_1, T]e_1 \wedge [d_2, T]e_2$

〔性質21〕

(1) $Td = Te \Leftrightarrow [d, T]e \wedge [e, T]d = 1$

(2) $[d_1, T]e \wedge [d_2, T]d_1 = 1 \Rightarrow [d_2, T]e = 1$

(3) $T(d_1 \cup d_2 \cup e) = T(e \cup e^c) \Rightarrow [d_1 \cup d_2, T]e = [d_1, T]d_2^c$

(4) $Te_1 \geqq Te_2 \Rightarrow [d \cup e_1, T](d \cup e_2) = 1$

（証明）

(1) 性質12(1)により

$Td \geqq Te \Leftrightarrow [d, T]e = 1$

$Te \geqq Td \Leftrightarrow [e, T]d = 1$

ゆえに

$Td = Te \Leftrightarrow [d, T]e \wedge [e, T]d = 1$

(2) 性質20(1)により

$$[d_1, T]e \wedge [d_2, T]d_1 \leqq [d_2, T]e$$

また

$$[d_2, T]e \leqq 1$$

であるから

$$[d_1,\ T]e \wedge [d_2,\ T]d_1 = 1 \Rightarrow [d_2,\ T]e = 1$$

(3)　$[d_1 \cup d_2,\ T]e$

$$= (d_1 \cup d_2)T' \diamond Te^c$$

$$= (d_1T' \vee d_2T') \diamond \overline{Te}$$

$$= (d_1T' \vee \overline{eT'}) \diamond Td_2 \quad \text{〔性質 1(5)〕}$$

$$= ((d_1T' \vee \overline{eT'}) \wedge (d_1T' \vee d_2T' \vee eT')) \diamond Td_2$$

$$= (d_1T' \vee (d_1T' \wedge d_2T') \vee (d_1T' \wedge eT') \vee (\overline{eT'} \wedge d_1T') \vee (\overline{eT'} \wedge d_2T')) \diamond Td_2$$

$$= (d_1T' \vee (\overline{eT'} \wedge d_2T')) \diamond Td_2$$

$$= d_1T' \diamond Td_2 \quad \text{〔性質 1(18)〕}$$

$$= [d_1,\ T]d_2^c$$

(4)　$Te_1 \geqq Te_2$ によって

$$T(d \cup e_1) \geqq T(d \cup e_2)$$

性質12(1)により

$$[d \cup e_1,\ T](d \cup e_2) = 1$$

性質21(1)は，文献 d と検索関数としての概念 e とが等しければ，d に e が含まれ，かつ e に d が含まれることをいっている。(2)は，概念 e が文献 d_1 に含まれ，かつ文献 d_1 が文献 d_2 に含まれていれば e が d_2 に含まれるという推移的関係を示している。

5．まとめ

概念および複合概念間の包含関係を考慮する文献検索の含意モデルについて考察をおこない，若干の性質を得た。しかし，モデル $[d,\ T]e$ の変形規則，検索関数における単位要素の導入，文献の論理演算による合成等に関しては，まだ多くの議論すべき余地が残されている。文献を概念算で合成する場

合の基本的性質はほぼ得られたが，具体的手順に関する性質については，ほとんど議論していないので，今後この点についても考察する必要がある。

含意モデルは集合論理学〔5〕と深く関係しており，その立場からモデルを検討することもできる。また，含意モデルの性質は，一定の規則で変換可能と予想されるので，この変換規則について議論することも興味深い。

文　献

〔1〕橋本："概念空間と情報検索"，山口経済学雑誌，第23巻5・6号（昭和49年11月）。
〔2〕G. Salton："*Automatic Information Organization and Retrieval*"，McGraw-Hill(1968)。
〔3〕有川："MIR-RF 情報検索システム(VI)—システムの数学的定義—"，情報処理学会第16回大会講演論文集46（昭和50年11月）。
〔4〕橋本，福村："二項関係による概念の分割"，電子通信学会オートマトンと言語研究会資料 AL72-135（1973）。
〔5〕末木："論理学概論"，第2版，II-III，東京大学出版会（1974）。