私的年金および遺産動機の経済効果

高齢化社会の消費・貯蓄への影響

日　高　政　浩

1　はじめに

日本は現在，急速な人口の高齢化が進行中である。人口の高齢化は，公的年金の財政を維持していくために，保険料の引き上げや，年金支給開始年齢の引き上げを通じた給付引き下げなどの改革の必要を迫っている。

このような人口の高齢化，および公的年金の改革は，マクロ経済の観点からは，資本蓄積に影響を与えると考えられ，日本経済についてのいくつかの実証分析（Horioka　1989，Noguchi　1989など），あるいは大型シミュレーションによる予測（Auerbach他　1989，岩本他　1991など）が行われている。

資本蓄積を考える際には遺産，および公的年金の水準が重要な点である。単純なライフサイクルモデルでは，現実の資本ストックの一部しか説明できないことが実証結果から示されている。また，Feldstein（1974）では，アメリカの貯蓄率は年金によって約半分が代替されていると計測している。

このような点について，日高（1991）では，寿命の不確実性によって発生する意図せざる遺産の発生するモデルを用いて，人口の高齢化，およびそれに伴う年金改革が資本蓄積に与える効果を分析している。しかしながら，そこでの仮定は，遺産を残そうという積極的な動機はないものとされ，また，寿命の不確実性があるもののそれを補う保険（私的年金保険）は存在しないものとされていた。

そこで，本稿ではこの点を拡張し，遺産動機および，私的年金市場が存

在する場合について分析を行うことにする。以下では，次節で，寿命の不確実性に直面し，意図的な遺産動機をもっている（代表的）個人の行動が，私的年金市場の存在する場合としない場合でどのように異なるのか分析する。さらに，積立方式の年金が，どのような経済効果を持つのか検討する。3節では，人口の高齢化が長寿化によって生じた場合の私的年金市場がある場合とない場合とで，それぞれどのような経済効果があるのか分析を行う。4節で，結果を簡単にまとめ，分析の特徴および残された課題をまとめる。

2　私的年金と主体的均衡

個人は，最大で2期間生きることができるが，1期目のおわりに死亡確率pに直面している。すなわち，2期目を生きる確率は$1-p$で，1期のみで死んでしまう確率がpである。この個人は，1期目の期首に所得Aを得る。そのうちτを年金保険料としてとられ，2期目に生きていれば，年金給付βを受ける。

個人は，所得，および年金スケジュールを所与として，期待効用関数

$$EU=u_1(c_1)+(1-p)u_2(c_2)+(1-p)u_3(b_i)+pu_4(b_a), \quad u'_.>0,\quad u'_.(0)=\infty,\quad u''_.<0 \tag{1}$$

を最大にするように，1期目の消費c_1，2期目の消費c_2，および遺産bを選択する。ここで（1）式は，c_2から得られる効用に対し$1-p$の確率をかけて期待効用を表わしている。遺産については，2期目に生存していた場合に子孫に残す意図的な遺産b_i（intended bequest），および1期目のおわりに死亡したときに発生する遺産b_a(accidental bequest)の2種類を考える。（1)式では，b_i，b_aから得られる効用にそれぞれの確率をかけている。これは，個人が，2期目を生きた場合の遺産b_iと1期目の終わり死亡したときに発生する遺産b_aをそれぞれ1期目に決定していることを意味している[1]。

寿命の不確実性に直面している個人の予算制約式は，私的年金市場が完備されているかどうかに依存する。私的年金が利用できない場合，２期目の消費に備えた貯蓄は市場利子率r_m[2)]がつく。これに対し，私的年金市場がある場合には，寿命の不確実性によるリスクプレミアムがつくので，利回りはその分高くなる。Yarry (1965) に示されているように，私的年金の利子率をr_pとすると，

$$r_p = \frac{r_m}{1-p} \tag{2}$$

である。以下では，私的年金市場がない場合（ケース１）と私的年金市場がある場合（ケース２）のそれぞれの個人の主体的均衡をみる。

２．１私的年金市場のないケース（ケース１）

個人の予算制約式は，１期目，２期目生存した場合，および１期目のおわりに死亡した場合の３つから成り立つ。１期目に行う貯蓄をsとすると，

$$c_1 = A - \tau - s \tag{3 a}$$

$$\beta + s r_m = c_2 + b_i \tag{3 b}$$

$$s r_m = b_a \tag{3 c}$$

と表わされる。個人は(３ａ)，(３ｂ)，(３ｃ)式の制約式のもとで，c_1, c_2, b_i, b_aを選択すると定式化される。予算制約式に注目すると，c_2，sを決めれば，c_1，b_i，b_aが決定されることがわかるので，予算制約式を（１）式に代入し，

$$EU = u_1(A-\tau-s) + (1-p)\,u_2(c_2) + (1-p)\,u_3(\beta + s r_m - c_2) + p u_4(s r_m) \tag{4}$$

1) b_aについては不慮の死によって発生するものだから，意図せざる遺産と解釈される場合がある。本稿のモデルでは，u_4 (・)＝０の場合に意図せざる遺産となる。この場合には，個人は２期目に生存する場合にのみ遺産にも関心を示すことを意味する。

2) 通常の意味で使う利子率をi_mとすると，粗利子率 (gross interest rate) $r_m = 1 + i_m$を定義する。本稿では，$r_m = 1 + i_m$の形でしか利子率を使用しないので，これ以降はi_mを使用せず，r_mのみを使用する。また，本稿ではこれ以降r_mを単に「利子率」と呼ぶ。

を得る。ここで，(4)式を最大にするようにc_2，およびsを選べばよいので，一階の条件は，

$$(1-p)u_2'(c_2)-(1-p)u_3'(b_i)=0$$
$$-u_1'(c_1)+(1-p)u_3'(b_i)r_m+pu_4'(b_a)r_m=0$$

である。あるいはこれを整理して，

$$u_2'(c_2)=u_3'(b_i) \qquad (5\text{a})$$
$$u_1'(c_1)=(1-p)r_m u_3'(b_i)+pr_m u_4'(b_a) \qquad (5\text{b})$$

を得る。直観的には，(5 a) 式は，c_2を1単位減らし，それをb_iの増分にまわすことにより，失う効用と得る効用を等しくすること，(5 b) 式はc_1を1単位減らし，それを遺産(b_iおよびb_a)にまわすことで得られる(期待)効用を等しくすることが最適な条件であることを示している[3]。

b_iとb_aの大小関係は (3 b)，(3 c) 式より，

$$\beta-c_2=b_i-b_a \qquad (6)$$

なので，公的年金の給付額βとc_2の大小関係で決まることが分かる。すなわち，公的年金の給付が2期目の消費を上回るほど手厚いものであれば，その余りを遺産にまわすことができるのでb_iが大きくなる。逆に，公的年金給付が2期目の消費を賄うには少なすぎるならば，足りない分を貯蓄sで賄わなければならないので，sが大きくなりb_aが大きくなる。公的年金の給付が2期目の消費額に丁度等しいならば，個人の貯蓄動機は，まさに遺産のために行うことになるのでb_iとb_aは等しくなる。

2．2私的年金市場のあるケース (ケース2)

3) c_1を1単位減らすと2期目生存した場合は，c_2とb_iをあわせて1単位増加させるように組み合わせることができる。(5 a)から分かるように，どのように組み合わせても効用の増分は等しい。

私的年金市場がある場合には，市場利子率で運用する貯蓄s_m，あるいは年金市場で運用する貯蓄s_pをそれぞれどれだけにするかという選択をしなければならない。予算制約式は

$$c_1 = A - \tau - s_m - s_p \tag{7 a}$$

$$\beta + s_m r_m + s_p r_p = c_2 + b_i \tag{7 b}$$

$$s_m r_m = b_a \tag{7 c}$$

と表わされる。ここでも，私的年金市場のない場合と同様に，予算制約式を（1）式に代入し，

$$EU = u_1(A - \tau - s_m - s_p) + (1-p)u_2(c_2) + (1-p)u_3(\beta + s_m r_m + s_p r_p - c_2) + pu_4(s_m r_m) \tag{8}$$

を得る。(8)式を最大にするように，c_2，s_m，s_pを選べばc_1，b_i，b_aが一意に決定される。一階の条件は，

$$(1-p)u_2'(c_2) - (1-p)u_3'(b_i) = 0$$

$$-u_1'(c_1) + (1-p)u_3'(b_i)r_m + pu_4'(b_a)r_m = 0$$

$$-u_1'(c_1) + (1-p)u_3'(b_i)r_p = 0$$

である。あるいは，これらを整理して，

$$u_2'(c_2) = u_3'(b_i) \tag{9 a}$$

$$u_1'(c_1) = (1-p)r_m u_3'(b_i) + pr_m u_4'(b_a) \tag{9 b}$$

$$u_1'(c_1) = r_m u_3'(b_i) \tag{9 c}$$

を得る。(9 a)，(9 b)式は私的年金市場のないケースの最適条件と同じである。(9 b)，(9 c) 式，および（2）式より，

$$u_3'(b_i) = u_4'(b_a) \tag{9 d}$$

を得る。(9 d)式はb_i，b_aからの限界効用が等しいことを示している。もし，$u_3 = u_4$ならば，$b_i = b_a$が成立している。この条件は，公的年金の水準に関係ないことを示しており，個人は私的年金市場を利用することによって，遺産を寿命の不確実性から回避して決定できることを意味している。

2．3私的年金の経済効果

私的年金市場が利用できる場合とできない場合とでは，個人の最適条件

は異なることが示された。その結果，効用水準は，私的年金市場のある場合の方がない場合に比べて，同じかそれより高いことが，明らかである。これは予算制約式を比較すると，ケース1のsをケース2では同じ利子率のs_mとそれより高い利子率のs_pに分けることが可能だからである。仮にs_mとs_pに分けることで効用が下がるのならば，s_pを0にすることができるのでケース1と同じ効用水準を少なくとも達成できる。s_pを0以外の値にする場合は，0を選択するよりも効用の高い場合である。

s_pを正に選択した場合，消費，貯蓄，および遺産はケース1とケース2でどのように違っているのかまとめよう。それぞれケースを変数の上付き文字であらわすと，

$$c_1^1 > c_1^2 \tag{10a}$$

$$c_2^1 < c_2^2 \tag{10b}$$

$$b_i^1 < b_i^2 \tag{10c}$$

$$b_a^1 > b_a^2 \tag{10d}$$

$$s_m^1 < s_m^2 + s_p^2 \tag{10e}$$

$$s_m^1 > s_m^2 \tag{10f}$$

である。証明は補論1で行われる。直観的に結果を解釈しておこう。私的年金の利子率は市場利子率よりも高いので，現在価値で考えると2期目の消費c_2，および意図的遺産b_iの価格の下落を意味する。よって，1期目の消費c_1からc_2，b_iへ代替が起こる。この結果が(10a)，(10b)，(10c)にあらわれる。私的年金によりc_1が減少することにより，1期目の予算式(3a)，(7a)を通じて，総貯蓄(s_m+s_p)は増加する(10e)。一方で，私的年金を利用するために，s_mは減少し，死亡するときに発生する遺産b_aは減少する(10f，10d)。

2．4公的年金と私的年金

公的年金の経済効果をまとめておこう。公的年金の予算制約は，政府の年金が積立方式か，賦課方式かに依存する。賦課方式の場合には，τとβの

関係は，人口成長率n，および死亡確率に依存し，

$$\beta=\frac{n}{1-p}\tau \tag{11a}$$

である。積立方式の場合には，利子率と死亡確率に依存し，

$$\beta=\frac{r_m}{1-p}\tau=r_p\tau \tag{11b}$$

である。積立方式の場合，政府の予算制約の期間が，個人のライフサイクルの予算の期間に等しいが，賦課方式の方は，政府の予算制約は2つの世代の予算制約にまたがる。ここでは，個人の主体均衡に対する効果のみを考慮するので，積立方式の年金を考察する。

（5a）（5b）について，政府変数のτとβ，および内生変数のc_2，s，について全微分することにより，

$$\begin{bmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' \\ (1-p)r_m u_3'' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dc_2 \\ ds \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ u_1'' \end{bmatrix}d\tau+\begin{bmatrix} u_3'' \\ (1-p)r_m u_3'' \end{bmatrix}d\beta \tag{12}$$

を得る。積立方式の場合（11b）より，

$$\begin{bmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' \\ (1-p)r_m u_3'' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dc_2 \\ ds \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{r_m}{1-p}u_3'' \\ u_1''+r_m^2u_3'' \end{bmatrix}d\tau \tag{13}$$

となる。ここで，

$$\begin{aligned}|M_1|&=\begin{vmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' \\ (1-p)r_m u_3'' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{vmatrix}\\ &=-(u_1''u_2''+(1-p)r_m^2u_2''u_3''+pr_m^2u_2''u_4''+u_1''u_3''+pr_m^2u_3''u_4'')<0\end{aligned} \tag{14}$$

を定義すると，年金改革が，c_2，sに与える影響は，それぞれ，

$$\frac{dc_2}{d\tau}=\frac{1}{|M_1|}\begin{vmatrix} \dfrac{r_m^2}{1-p}u_3'' & -r_m u_3'' \\ u_1''+r_m^2u_3'' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{vmatrix}$$

$$= \frac{-1}{|M_1|} \frac{p}{1-p} r_m u_3'' (u_1'' + u_4'')$$

$$0 < \frac{dc_2}{d\tau} < 1 \tag{15a}$$

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{1}{|M_1|} \begin{vmatrix} u_1'' + u_3'' & \frac{r_m^2}{1-p} u_3'' \\ (1-p) r_m^2 u_3'' & u_1'' + r_m^2 u_3'' \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{|M_1|} u_1'' \{ u_1'' + (1 + r_m^2) u_3'' \}$$

$$-1 < \frac{ds}{d\tau} < 0 \tag{15b}$$

と計算され，c_2は上昇，sは減少することが分かる。また，(5a)式より，c_2の増加によりb_iが増加し，sの減少によりb_aが減少することが分かる。また，(3a)，および（15b）より，c_1は減少することが分かる。

以上の結果を（10a）から（10f）と比較することにより，積立方式の公的年金の導入が私的年金の代替であることが分かる。

ケース2に積立方式の年金を導入すると，私的年金を完全に代替することになる。その結果，c_1，c_2，s_m，b_a，およびb_iには変化がなく，s_pだけがτの増加分だけ丁度減少する。

3　人口高齢化の経済効果

3．1ケース1

人口高齢化が起こると，保険料の改定，あるいは給付の引き下げという年金改革の必要性が生じる。また，その額も積立方式か賦課方式かによって異なる。そこで，ここでは，給付が変化するものとして$(\Delta\beta)$分析を行う。なお，積立方式の年金を考えると，給付の変化は，

$$\Delta\beta=\frac{r_m\tau}{(1-p)^2}>0 \tag{16}$$

である，$\Delta\beta$の大きさはτの大きさに依存することがわかる。

（5 a）（5 b）より，死亡確率pが変化したときのc_2，sの変化をみると，

$$\begin{bmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' \\ (1-p)r_m u_3'' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dc_2 \\ ds \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_3''\Delta\beta \\ -r_m u_3'+(1-p)r_m u_3''\Delta\beta+r_m u_4' \end{bmatrix}dp \tag{17}$$

だから，c_2の変化は，

$$\begin{aligned}\frac{dc_2}{dp}&=\frac{1}{|M_1|}\begin{vmatrix} u_3''\Delta\beta & r_m u_3'' \\ -r_m u_3'+r_m u_3''\Delta\beta+r_m u_4' & -u_2''-(1-p)r_m^2u_3''-pr_m^2u_4'' \end{vmatrix} \\ &=\frac{-1}{|M_1|}u_3''\ \{(-pr_m^2u_4''-u_1'')\Delta\beta+(u_4'-u_3')r_m^2\}\end{aligned} \tag{18}$$

と表わされる。この符号条件は確定しない。私的年金市場がない場合，u_3'はu_4'よりも大きい。βの変化が小さい場合には，(18)式はマイナスになるので，高齢化によってｐが下がると２期目の消費は増加する。これは公的年金が存在しないときにも成立する。直観的には，高齢化によって２期目の生存確率が上昇し，２期目の消費を重視するようになるので，c_2が増加すると解釈できる。

βの変化が大きい場合この符号が逆転する可能性がある。これは，高齢化により年金の給付額が減少することで，個人に負の所得効果が働くためである。

sの変化も同様に，

$$\begin{aligned}\frac{ds_2}{dp}&=\frac{1}{|M_1|}\begin{vmatrix} u_2''+u_3'' & \mathrm{u}_3''\Delta\beta \\ (1-p)r_m u_3'' & -r_m u_3'+(1-p)r_m u_3''\Delta\beta+r_m u_4' \end{vmatrix} \\ &=\frac{1}{|M_1|}\{(1-p)r_m u_2''u_3''\Delta\beta+(u_2''+u_3'')r_m(u_4'-u_3')\}\end{aligned} \tag{19}$$

となる。u_3'がu_4'よりも大きいのでこの符号は負である。直観的には，c_2の解釈と同様に，２期目の消費の重要性が増すのでそれに備えた貯蓄が増加す

るのである。

βの変化が大きい場合には，貯蓄をより大きくする。これは，給付の減少分を補うように貯蓄を増加させるためである。

(19) の結果を（３ａ）に代入すると，c_1が減少することが分かる。この理由も死亡確率の低下により，１期目の消費を２期目の消費に振り向けようとするためである。

遺産については，sが増加することによりb_aが増加することが分かる。また，c_2が増加する場合には（５ａ）式を通じてb_iも増加する。

３．２私的年金市場のある場合（ケース２）

私的年金市場がある場合には，（９ａ）（９ｂ）（９ｃ）より，

$$\begin{bmatrix} u_2''+u_3'' & r_m u_3'' & r_p u_3'' \\ -(1-p)r_m u_3'' & u_1''+(1-p)r_m^2 u_3''+pr_m^2 u_4'''' & u_1''+r_m^2 u_3'' \\ -r_m u_3'' & u_1''+r_m^2 u_3'' & u_1''+r_m r_p u_3'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dc_2 \\ ds_m \\ ds_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -(1-p)r_m \\ -r_m \end{bmatrix} u_3''(\Delta\beta+s_p)\Delta r_p \tag{20}$$

を得る。ここで，

$$|M_2| = \begin{vmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' & r_p u_3'' \\ -(1-p)r_m u_3'' & u_1''+(1-p)r_m^2 u_3''+pr_m^2 u_4'' & u_1''+r_m^2 u_3'' \\ -r_m u_3'' & u_1''+r_m^2 u_3'' & u_1''+r_m r_p u_3'' \end{vmatrix} \tag{21}$$

$$=p^2 r_m r_p u_1'' u_2'' u_3'' + pr_m^2 u_1'' u_2'' u_4'' + pr_m^2 u_1'' u_3'' u_4'' + pr_m^3 r_p u_2'' u_3'' u_4'' < 0$$

を定義すると，

$$\frac{dc_2}{dp} = \frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|} \begin{vmatrix} u_2''+u_3''-u_2'' & -r_m u_3'' & -r_p u_3'' \\ -(1-p)r_m u_3'' & u_1''+(1-p)r_m^2 u_3''+pr_m^2 u_4'' & u_1''+r_m^2 u_3'' \\ -r_m u_3'' & u_1''+r_m^2 u_3'' & u_1''+r_m r_p u_3'' \end{vmatrix} \tag{22}$$

$$= \frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|} pr_m^3 u_1'' u_3'' u_4'' > 0$$

$$\frac{ds_m}{dp}=\frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|}\begin{vmatrix} u_2''+u^{3}_{''} & u_2''+u_3''-u_2'' & -r_p u_3'' \\ -(1-p)r_m u_3'' & -(1-p)r_m u_3'' & u_1''+r_m^2 u_3'' \\ -r_m u_3'' & -r_m u_3'' & u_1''+r_m r_p u_3'' \end{vmatrix} \tag{23}$$

$$=\frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|}pr_m u_1'' u_2'' u_3''>0$$

$$\frac{ds_p}{dp}=\frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|}\begin{vmatrix} u_2''+u_3'' & -r_m u_3'' & u_2''+u_3''-u_2'' \\ -(1-p)r_m u_3'' & u_1''+(1-p)r_m^2 u_3''+pr_m^2 u_4'' & -(1-p)r_m u_3'' \\ -r_m u_3'' & u_1''+r_m^2 u_3'' & -r_m u_3'' \end{vmatrix}$$

$$=\frac{\Delta\beta+s_p\Delta r_p}{|M_2|}(-pr_m u_1'' u_2'' u_3''-pr_m^3 u_2'' u_3'' u_4'')<0$$

を得る。よって，高齢化により，c_2が減少することが分かる。公的年金の給付の変化が大きければc_2の減少はより大きくなる。c_2が減少するのは，私的年金がない場合とは逆の結果である。私的年金が存在する場合には，死亡確率による２期目の消費の不確実性を回避しているので，pの低下は単に年金利子率の低下として個人の予算制約に影響を与えるだけである。よって利子率の低下が２期目の消費を割高にし，減少させるのである。

遺産についてはs_mが減少するためb_aが減少する。また，（９ａ）式よりb_iも減少する。s_p，s_mが減少するので，１期目の予算制約式よりc_1は増加することが分かる。

4　まとめ

本稿では，私的年金の経済効果を私的年金市場が存在しない状況と比較する形で分析を行った。主な結論は以下のとおりである。

私的年金市場が存在する場合の個人の行動は，私的年金市場がない場合に比べて１期目の消費を少なく，２期目の消費を多くする。意図的な遺産を多くし，死亡による遺産を少なくする。市場利子率で運用される貯蓄を減らすが，総貯蓄で計ると増加させる。

積立方式の公的年金は私的年金の代替であり，私的年金市場がないケース1に公的年金を導入すると，消費，貯蓄，遺産の額を私的年金がある場合の額に近づける効果がある。

死亡確率が減少する形で高齢化が起こる場合の経済効果は，私的年金市場が存在するかどうかによってまったく異なる結果を導く。私的年金がない場合，高齢化は1期目の消費を減らし，2期目の消費，および遺産を増やすので，貯蓄も増加する。私的年金がある場合には，逆に高齢化により2期目の消費を減らし1期目の消費を増やそうとする。貯蓄については，市場利子率で運用される貯蓄を減らし，年金貯蓄を増加させる。

これらの結果は，高齢化による経済効果を実証分析する際に，私的年金市場が完備されているかどうかに十分な注意を払う必要があることを示唆している。

最後に，この論文の限界と今後の課題についてまとめる。この論文では，個人の主体的な均衡のみを分析の対象としていた。そのため，個人は所得を所与としていた。本稿のように，遺産を通じた世代間の所得移転がある場合には，これを動学体系の中でモデル化する必要がある。高齢化による経済効果については日高（1991）で示されているように，遺産の変化を通じた長期効果は，遺産を所与とした短期効果とは異なる。本稿の分析は高齢化の短期効果の分析に限定されていることに注意が必要である。

私的年金がある場合とない場合との比較についても，遺産に違いがあらわれているので，長期均衡では所得が異なるとかんがえられる。本稿の分析は，所得を同じに与え，個人の主体的均衡を比較しているのである。

以上のような点から，本稿のモデルを動学体系の中で位置付け，長期均衡についての分析を行う必要があろう。また，本稿では利子率を所与としていたが，資本蓄積の変化が予測されるので，それに伴う利子率の変化について，一般均衡モデルで分析することが課題にあげられる。

参考文献

Abel, A. B., (1985), "Precautionary saving and accidental bequests" *American Economic Review* 75 777-91

Auerbach, Alan J., Laurence J. Kotlikoff, Robert P. Hagemann, and Guiseppe Nicoletti, (1991) "The Economic Dynamics of Four OECD Countries" *OECD Working Papers* No.62.

Feldstein, M., (1974), "Social security, induced retirement, and aggregate capital accumulation" *Journal of Political Economy* 82 906-26

Feldstein, M. S., (1982), "Social security and private saving: Reply" *Journal of Political Economy* 90 630-42

Horioka, C. Y., (1989), "The determinants of Japan's saving rate: the impact of the age structure of population and other factors," *Osaka University, ISER Discussion Paper* No.189.

Kotlikoff, L. J., (1979) "Testing the theory of social security and life cycle accumulation" *American Economic Review* 69 396-410

Kotlikoff, L. J. and L. H. Summers, (1981), "The role of intergenerational transfers in aggregate capital accumulation" *Journal of Political Economy* 89 706-32

Noguchi, Y., (1989), "Macroeconomic implications of population aging," *presented at the NBER JCER meeting on economic of aging,* Tokyo

Samuelson, P. A., (1975), "Optimal social security in a life-cycle growth model" *International Economic Review* 16 539-44

Yarri, M. E., (1965), "Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer" *Review of Economic Studies* 32 137-50

岩本康志・加藤竜太・日高政浩 (1991)「人口高齢化と公的年金」季刊社会保障研究　285-294

日高政浩 (1991)「人口の高齢化と年金改革：資本ストックおよび経済厚生への効果」山口経済学雑誌　49-67

補論 1

(10 a) から，(10 a) までの証明を行う。

$s_m^1 \geq s_m^2 + s_p^2$ と仮定する。(3 a) (7 b) より，

$$c_1^1 \leq c_1^2 \quad (A\,1)$$

(3 b) (7 b) より，

$$c_2^1 + b_i^1 \geq c_2^2 + b_i^2 \quad (A\,2)$$

が成立する。(A 2) より，(5 a) (9 a) を示した図 1 を使うと，

$$c_2^1 \geq c_2^2 \quad (A\,3)$$

$$b_i^1 \geq b_i^2 \quad (A\,4)$$

が成立することが分かる。(3 c) (7 c) より，

$$b_a^1 > b_a^2 \quad (A\,5)$$

である。(A 1) (A 4) (A 5) はそれぞれ，

$u_1'(c_1^1) \geq u_1'(c_1^2)$　　　(A 6)

$u_3'(b_i^1) \leq u_3'(b_i^2)$　　　(A 7)

$u_4'(b_a^1) < u_4'(b_a^2)$　　　(A 8)

を意味する。ところが，(A 6)(A 7)(A 8)は，(5 b)と(9 b)に矛盾する。よって，はじめの仮定は誤りで，

$s_m^1 < s_m^2 + s_p^2$　　　(A 9)

が成立する。

次に，$s_m^1 \leq s_m^2$が成立していると仮定する。(3 a)(7 a)より，

$c_1^1 > c_1^2$　　　(A10)

(3 b)(7 b)より，

$c_2^1 + b_i^1 < c_2^2 + b_i^2$　　　(A11)

が成立する。(A11)より，(5 a)(9 a)を示した図2を使うと，

$c_2^1 < c_2^2$　　　(A12)

$b_i^1 < b_i^2$　　　(A13)

が成立することが分かる。(3 c)(7 c)より，

$b_a^1 \leq b_a^2$　　　(A14)

である。(A10)(A 3)(A 4)はそれぞれ，

$u_1'(c_1^1) < u_1'(c_1^2)$　　　(A15)

$u_3'(b_i^1) > u_3'(b_i^2)$　　　(A16)

$u_4'(b_a^1) \geq u_4'(b_a^2)$　　　(A17)

を意味する。ところが，(A15)(A16)(A17)は，(5 b)と(9 b)に矛盾する。よって，はじめの仮定は誤りで，

$s_m^1 > s_m^2$　　　(A18)

が成立する。

ここで得られた(A 9)，および(A18)を用いると，(A10)(A12)(A13)(A 5)が成立する(証明終)。

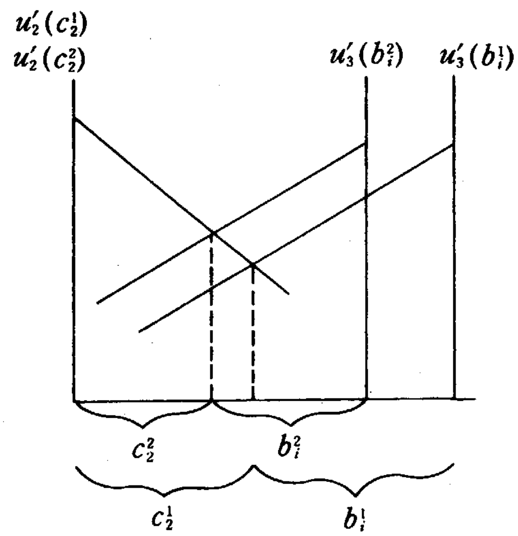

図1

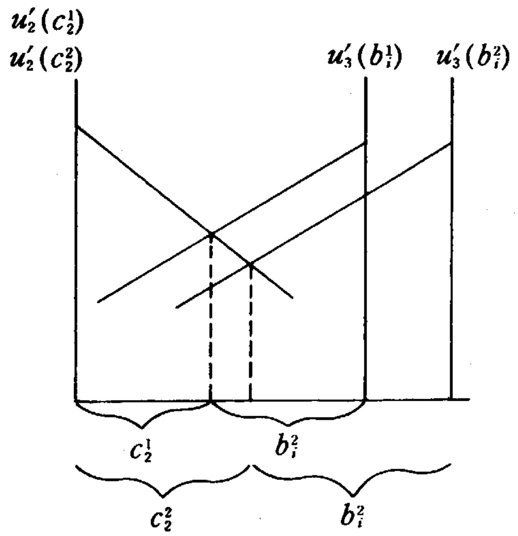

図2