||||研究ノート||||

近年の投資理論の展開

中　村　　　保

1．はじめに

周知のように，厳密な最適化問題から企業の設備投資関数を導き出すという研究はジョルゲンソン(Jorgenson 1963,1967)に始まると言われている。彼によって定式化されたモデルは，新古典派投資理論とも呼ばれ，以後の様々な投資モデルの基礎となり，投資理論の発展に非常に大きな影響を与えた。本稿の目的は，ジョルゲンソンの新古典派投資理論とそれに続く代表的な投資理論を簡単なモデルを用いて紹介し，その理論的な特徴を整理し直すことにある。

ここでは，「新古典派投資モデル」の他に，いわゆる「調整費用モデル」と「ヴィンテージモデル」を取り上げる。新古典派モデルに関しては，モデルが連続型で定式化された場合，状態変数（資本ストック）が時間に関して連続でなければならないという仮定の下では，最適な資本ストック水準は求められても，有限の最適な投資率は存在しないという問題(「ハーベルモーの問題」(Haavelmo 1960))が指摘されてきた。調整費用モデルは，この問題を解決しミクロ的な最大化問題から直接最適な投資率を求めることを可能にしたという点で，通常高く評価されている。しかし，ハーベルモーの問題自体は，モデルの定式化に関わるものとしては重要であっても，経済学的には本質的な問題ではない。

しかし，アロー(Arrow 1964)等が指摘している新古典派投資モデルが持つ「近視眼的意思決定基準 (Myopic Decision Rule)」という特徴は，

少なくとも次の二つの理由から投資理論としては重大な欠点であると言わざるを得ない。①企業の投資決定は長期的な計画視野に立ってなされる，と考えられるにもかかわらずそうはなっていない。②（投資モデルは異時点間の最大化問題として定式化されているのにもかかわらず）近視眼的意思決定が支配しているのであれば，モデルを異時点間の最大化問題として定式化する意味がない。

これに対して，調整費用モデルは近視眼的意思決定という特徴は持っておらず，むしろ「遠視眼的意思決定基準（Hyperopic Decision Rule）」とでも呼ぶべき特徴を持っている。つまり，投資は長期的な視野に立って行われているという我々の直感通りのモデルになっており，それゆえ，異時点間の最適化問題として投資モデルを定式化する意味のあるモデルになっている。しかし，このような望ましい性質は調整費用モデルのみに固有のものではない。実は，仮に調整費用の存在を仮定しなくてもヴィンテージ生産関数を基礎にモデルを組み立てれば，モデルは遠視眼的意思決定という性質を有することになる。以下では，非常に簡単化された各々のモデルを紹介し，調整費用やヴィンテージ生産関数がなぜこの様な遠視眼的な意思決定をもたらすのかを明らかにしていきたい。[1)]

本稿の構成は以下の通りである。第2節でジョルゲンソンの新古典派モデルを紹介しその特徴を簡単に述べる。第3節では調整費用モデルとその特徴について解説し，第4節ではヴィンテージモデルを分析する。最後に第5節で若干の結論を述べる。

2．新古典派モデル

厳密なミクロ的な最適化問題から企業の設備投資関数を導き出し，以後

1）設備投資モデルの理論・実証両面に関する優れたサーベイ論文として，Chirinko (1993)が挙げられる。これに対して本稿は，理論面のみに関してChirinkoとは異なった視点から代表的な投資モデルを概観するものである。

の投資理論の発展の端緒となったのは，言うまでもなくジョルゲンソンの研究(Jorgenson 1963, 1967)である。そこでまず，しばしば新古典派投資理論とも呼ばれる彼の投資理論を簡単なモデルを用いて紹介し，その理論的特徴を明らかにすることから始める。[2)]

競争的市場で販売される単一の商品を以下のコブ－ダグラス型生産関数に従って生産している企業を想定する。

$$Y(t)=AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta},\ 0<\alpha,\ \beta<1,\ \alpha+\beta\leqq 1, \tag{2.1}$$

但し，$Y(t)$は生産量，$L(t)$は労働投入量，$K(t)$は資本ストック，Aは生産性を表わすパラメータである。また，資本ストックは以下の微分方程式に従って運動する。

$$\dot{K}(t)=I(t)-\delta K(t), \tag{2.2}$$

但し，$I(t)$は投資率，δは資本ストックの物的減耗率（一定）である。

企業は利潤の現在割引価値の合計を最大化すると仮定すると，目的汎関数は以下のようになる。

$$V_0=\int_0^{\infty}e^{-rt}[p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}-w(t)L(t)-p_{\mathrm{I}}(t)I(t)]dt, \tag{2.3}$$

但し，rは利子率(割引率：一定)，$p(t)$は生産物価格，$w(t)$は貨幣賃金率，$p_{\mathrm{I}}(t)$は投資財価格である。企業は(2.2)式を制約として，(2.3)の目的関数を最大化するように最適な労働投入量と投資率を決定する。

変分法を用いてこの問題を解くために，以下のラグランジュ関数$\Lambda(t)$を定義する。

$$\Lambda(t)=e^{-rt}[p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}-w(t)L(t)-p_{\mathrm{I}}(t)I(t)]-\lambda(t)\{\dot{K}(t)-I(t)+\delta K(t)\}, \tag{2.4}$$

但し，$\lambda(t)$はラグランジュ乗数である。

一階の条件その他の必要条件は以下の通りである。

$$\frac{\partial\Lambda(t)}{\partial L(t)}=0 \qquad \Longrightarrow \alpha p(t)AL(t)^{\alpha-1}K(t)^{\beta}=w(t), \tag{2.5a}$$

2）この節に関しては阿部(1990)が大変参考になった。

$$\frac{\partial \Lambda(t)}{\partial \mathrm{I}(t)}=0 \quad \Longrightarrow p_{\mathrm{I}}(t)e^{-rt}=\lambda(t), \tag{2.5b}$$

$$\frac{\partial \Lambda(t)}{\partial K(t)}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Lambda(t)}{\partial \dot{K}(t)}\right)=0 \Longrightarrow e^{-rt}[\dot{\lambda}(t)+\delta\lambda(t)]=\beta p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta-1}, \tag{2.5c}$$

$$\frac{\partial \Lambda(t)}{\partial \lambda(t)}=0 \quad \Longrightarrow \dot{K}(t)=I(t)-\delta K(t). \tag{2.5d}$$

(2.5a)式は労働の限界価値生産物が名目賃金に等しいという周知の労働投入に関する最適条件である。(2.5b)式を時間 t で微分すると，

$$\dot{\lambda}(t)e^{rt}=rp_{\mathrm{I}}(t)-\dot{p}_{\mathrm{I}}(t), \tag{2.6}$$

を得る。(2.5b)式と(2.6)式を(2.5c)式に代入すると，

$$\beta p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta-1}=\{r+\delta-(\dot{p}_{\mathrm{I}}(t)/p_{\mathrm{I}}(t))\}p_{\mathrm{I}}(t), \tag{2.7}$$

(2.7)式の右辺は，資本の使用者費用(user cost)と呼ばれるもので，ジョルゲンソンの投資理論において中心的な役割を演じている。(2.7)式は，資本の限界価値生産物が資本の使用者費用に等しいと言う，資本投入に関する最適条件を示している。もし規模に関する収穫逓減($\alpha+\beta<1$)が支配していると仮定すると，(2.5a)式と(2.7)式の両式から，一意の最適な労働投入量($L^*(t)$)と資本ストック($K^*(t)$)を決定することができる。

ところがジョルゲンソンのオリジナルなモデルでは，規模に関する収穫不変($\alpha+\beta=1$)が想定されていた。この場合，完全競争（生産量に無関係に一定の$p(t)$）を仮定する限り，最適な資本労働比率($K(t)/L(t)$)は決まっても最適な資本ストックのレベルは決定できない。そこで，彼は生産量$Q(t)$が外生的に与えられているという新古典派理論とは整合的でない仮定を追加することでこの問題を回避し，以下のような最適な資本ストック$K^*(t)$を導出した。[3)]

$$K^*(t)=\beta p(t)Q(t)/c(t), \tag{2.8}$$

但し，$c(t)=\{r+\delta-(\dot{p}_{\mathrm{I}}(t)/p_{\mathrm{I}}(t))\}p_{\mathrm{I}}(t)$である。

もし資本ストックが瞬時に調整可能であれば，現実の$K(t)$は常に$K^*(t)$に等しくなるはずである。しかしそれでは，一旦資本ストックが最適に調

整されると，後の時点で外生変数に変化がない限り，以後更新投資以外の投資(純投資)は実行されないことになる。換言すれば，資本ストックの変化率であるところの純投資はうまく説明できない。そこでジョルゲンソンは，現実には調整費用の存在その他の理由により現実の資本ストックを瞬時に最適水準に調整することは不可能であり，現実の資本ストックが最適なそれと乖離することを認め，フローとしての投資は$K(t)$と$K^*(t)$の乖離を少しずつ埋めていく活動であると考えた。具体的な（実証可能な）投資関数は，離散型で以下のように最適な資本ストックの変化の分布ラグとして定式化されている。

$$I_t-\delta K_t=K_t-K_{t-1}=\phi(L)(K_t^*-K_{t-1}^*), \tag{2.9}$$

但し，$L(Lx_t=x_{t-1})$はラグオペレーター，$\phi(L)$はLに関する有理関数であり，その形状は調整費用その他に依存すると考えることができる。ジョルゲンソンのモデルでは，(2.8)式から明らかなように，最適資本ストックと生産量の間には一義的な関係がある。この点を考慮すると，(2.9)式は加速度原理型の投資関数と考えることができる。

この新古典派投資理論には従来からいくつかの批判がなされてきた。代表的なものとして，①有限の投資率が存在しない(いわゆる「ハーベルモーの問題」)，あるいは，最適な資本ストックは説明できても最適な投資率を直接説明できない，②近視眼的意思決定 (Myopic Decision Rule) に陥っている，というものが挙げられる。そこでこれらを順次見ていくことにしたい。

第1の問題は，本質的な問題というよりモデルの定式化あるいは数学的な仮定に関する問題である。新古典派モデルが連続型で定式化された場合，

3）彼は最大化問題を定式化し最適条件を導出する際にはこの制約を明示的に考慮せず，最適条件が導出された後にこの数量制約を付け加えている。企業が最初から数量制約を認識しているとすれば，この手続きはもちろん正しくない。当然制約付きの最大化問題を解くべきである。その場合，最適な資本ストックは (2.8) 式で表わされているものとは異なり，$K^*(t)=(Q(t)/A)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}(\beta w(t)/\alpha c(t))^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$，となる。また，数量制約下の調整費用型投資モデルについては Precious(1985) を参照。

状態変数である資本ストックが時間に関して連続であるという想定の下では，投資率が(正・負いずれかの)無限大になるというものである。具体的には，目的関数が投資率に関して線型であるために，投資に関する最適条件(2.5 b)式を成り立たせる有限の$I(t)$が存在しないのである。(2.5 b)式は，瞬時的な資本ストックの調整を通して$\lambda(t)$が変化することにより成立しているものと考えられる。$K(t)$と$K^*(t)$が乖離している場合，資本ストックが時間に関して連続的でなければならないと仮定すると，投資率$I(t)=\pm\infty$でなければ資本ストックは瞬時には調整されない。この問題の原因は，「目的関数が投資率に関して線型であること」という想定にある。それゆえ，目的関数が投資率に関して非線型（より具体的には厳密な凹関数）になるような合理的な想定を導入するという，第３節で紹介する調整費用モデルの登場はごく自然なことである。しかし，この問題の解決方法あるいは回避方法は他にも考えられる。

ハーベルモーの問題を避けるためだけならば，まず投資率に上限と下限を設けるという方法が考えられる。この場合，解は最適制御理論でいうところのBang-bang解になるが，投資率の発散という問題は回避される。ただ最適解が最初に設定された上下限にはりつくことになり内生的には説明されない。

次に，連続型のモデルの中で「資本ストックが時間に関して連続でなければならない」という想定をはずすことが考えられる。これは，状態変数である資本ストックのジャンプを許容するというものであり，アロー(Arrow 1964)等によってなされている。連続型のジョルゲンソンモデルでは，最適資本ストックは決まっているのにそれに到達するための方法(有限の投資率）がない，というある意味でおかしな状況に陥っている。これを救う方法として，初期時点における瞬時的な資本ストックの調整が考えられるのも理論的にはそれほど不自然ではない。最適な投資率は，この状態変数のジャンプの大きさとして導出される。ただ，一旦資本ストックが最適に調整されると後の時点で外生変数に変化がない限り以後更新投資以

外の投資は実行されない，という問題は残り，投資は最適資本ストックへの接近過程である，と言う考えとは相容れない。

第3の回避方法は，モデルを最初から離散型で記述することである。これは，「資本ストックが時間に関して連続でなければならない」という想定を外すもっとも自然な方法である。[4]この場合，最適投資$I_t{}^*=(K^*_{t+1}-K_t)+\delta K_t$となり，$K^*_{t+1}$と$K_t$の乖離がいかに大きくても，有限の投資$I_t{}^*$が存在する。但し，「投資が最適資本ストックへの接近過程である」と言う考えとはやはり相容れない。

第2の「近視眼的意思決定（Myopic Decision Rule）に陥っている」という批判は，第1の問題と違って本質的なものである。新古典派モデルにおいては，t時点の最適資本ストックは，(2.5a)式と(2.7)式の2式から決定されるが，そこにはt時点における資本の物的減耗率，生産物価格，名目賃金率，投資財価格とその変化率しか含まれていない。投資財価格の変化率$\dot{p}_I(t)$を時間を離散的にとって表わすと，$p_{I.t+1}-p_{I.t}$となる。[5]すなわち，t期おける投資決定にはたかだかt期と$t+1$期の情報（予想）があれば十分である。この点を最初に指摘したのは，おそらくアロー（Arrow 1946）であろう。彼はこの特徴をMyopic Ruleと呼んでいる。[6]

このMyopic Ruleの特徴を明確にするために，新古典派モデルにおいて中心的な役割を果たしている資本の使用者費用$c(t)$について考えてみよう。再び時間を離散的に扱って，最適条件(2.7)式を書き直すと，

$$\beta p_t A L_t^{\alpha} K_t^{\beta-1}=c_t=rp_{I.t-1}+\delta p_{I.t}-(p_{I.t}-p_{I.t-1}) \qquad (2.10)$$

となる。$t-1$期に投資を実行する際に，投資を追加的に一単位増加させると，①次期に$rp_{I.t-1}$だけの利子収入を失い，②資本の減耗のために次期に

4）離散型ジョルゲンソンモデルについては，例えば小川(1978)，阿部(1990)を参照。

5）離散型を考える場合，資本の運動を$K_t=I_{t-1}+(1-\delta)K_{t-1}$と想定している。以下同様。

6）しかしアロー自身は，このMyopic Ruleを必ずしも新古典派投資モデルの欠点とは考えてはいない。

更新投資として追加的にδp_{1t}の費用を必要とするが，同時に資本財の価格が次期に上昇した場合，③$p_{1.t}-p_{1.t-1}$だけ投資費用を節約できる。これらが資本の使用者費用を構成している。この使用者費用が次期の資本の限界価値生産物に等しくなることを(2.10)式は示している。

次々期以降の変数が入ってこないのは，資本ストックの調整に何らの制約・費用もかからないためである。例えば，今期$(t-1)$の情報と次期(t)の予想だけに基づいて次期の資本ストックを決定し，その資本ストックが次々期に必要な資本ストックよりもかなり大きいと仮定しよう。この場合，次々期の最適資本ストックが次期の最適資本ストックに比して少ないということは何ら問題にはならない。なぜなら，次期に資本ストックを売却してしまえば良いからである。それゆえに次々期以降のことは今期わざわざ考慮する必要がないのである。換言すれば，資本の異時点間の代替が完全に可能である，という想定の下では，Myopic Rule が支配するのである。この想定が成り立つためには，資本が導入された時点に関係なく同質であるという仮定と，資本の導入・売却に何らの調整・取引費用もかからないという仮定が不可欠である。換言すれば，(1)資本の同質性，(2)投資の際に調整・取引費用がかからないこと，という二つの条件は，異時点間の完全な代替可能性のための必要条件である。

①資本の同質性，②異時点間の完全な代替可能性，という二つの仮定は，新古典派理論においては本質的な仮定と呼んでも過言では無いほど重要であり，その意味でジョルゲンソンのモデルはまさに「新古典派」モデルなのである。

この Myopic Rule を回避し，意思決定をより長期的視野に立つものにすることは，先に述べた第1の問題を回避するための方法，(1)投資率に上下限を設ける，(2)（連続型のモデルに固執して）資本ストックのジャンプを許容する，(3)モデルを離散型で記述する，では不可能である。なぜならそれらは，異時点間の完全な代替可能性，という本質的な仮定の変更を迫るものではないからである。つまり，「遠視眼的意思決定基準 (Hyperopic

Decision Rule)」を持つ投資モデルを組み立てるには，多かれ少なかれ新古典派的な想定から決別しなければならない。例えば，投資の不可逆性を考慮すれば，異時点間の完全な代替可能性の仮定が成り立たず，意思決定は長期的視野に立つものとなる。実は，先に紹介した「投資の調整費用」はマイルドな形で投資の不可逆性を導入したものとも理解される。この点については節を改めて述べたい。

3．調整費用モデル

新古典派モデルにおいては，投資の実行の際には投資財の購入費用以外の費用は全く必要ないと想定されていた。つまり，企業の目的関数は投資に関して線型であり，このために投資に関する最適条件がうまく導出できなかった。しかし，投資財価格 $p_I(t)$が投資財購入量$I(t)$の増加とともに上昇する場合には，目的関数が投資に関して非線型になり，各時点の最適投資率が決定される。また，仮に投資財価格の上昇は無くても，新しい設備の導入に伴ってその据え付けや生産組織の再編成のために逓増的な費用がかかる場合にも，同様に各時点の最適投資率が決定される。前者のように投資財価格の上昇のために生じる投資に伴う費用を「外部調整費用」，後者のように内部的調整に起因する逓増的な費用を「内部調整費用」と呼ぶことがある。[7]いずれにしろ，ここで重要なのは投資財の購入費用を含めた投資に伴う費用$c(I(t))$が増加かつ厳密な凸関数であるという点である。すなわち，

$$c(0)=0 \quad c'(I(t))>0 \quad c''(I(t))>0 \quad \text{for all} \quad I(t)\geqq 0. \tag{3.1}$$

投資の調整費用が存在する場合，企業の目的汎関数は以下のように定義される。

7）外部調整費用についてはMussa (1977) を，内部調整費用については，例えば，Eisner and Strotz (1963)，Lucas (1967)，Gould (1968)，Treadway (1969)，Uzawa (1969) を参照。

$$J_0=\int_0^{\infty} e^{-rt}[p(t)AK(t)^{\alpha}L(t)^{\beta}-w(t)L(t)-c(I(t))]dt. \tag{3.2}$$

ここでも企業は，(2.2)式で与えられている資本ストックに関する微分方程式を制約条件として，上述の目的関数を最大化するように最適な労働投入量と投資率を決定する。

この問題を解くために動的計画法を適用しよう。価値関数は以下のように定義される。

$$J(K(t))=\max_{I(s),L(s)}\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)}[p(s)AK(s)^{\alpha}L(s)^{\beta}-w(s)L(s)-c(I(s))]ds. \tag{3.3}$$

価値関数は現行の資本ストック$K(t)$のみの関数である。この価値関数から以下のベルマン方程式が得られる。

$$J'(K(t))\dot{K}(t)=\max_{L(s),I(s)}\{rJ(K(t))-[p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}-w(t)L(t)-c(I(t))]\}. \tag{3.4}$$

(3.4)式に(2.2)式を代入すると，

$$J'(K(t))[I(t)-\delta K(t)]=\max_{I(t),L(t)}\{rJ(K(t))-[p(t)AL(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}-w(t)L(t)-c(I(t))]\}, \tag{3.5}$$

労働投入に関する最適条件は新古典派モデルの場合と同じである。労働投入量を maximized-out して得られる利潤関数は以下のように定義される。

$$h(K(t);p(t),\ w(t))=\max_{L(t)}\{p(t)L(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}-w(t)L(t)\}. \tag{3.6}$$

利潤関数は周知のように以下の性質を有している。

$$h_K(\cdot)=\beta p(t)AL^*(t)^{\alpha}K(t)^{\beta-1},\ h_p(\cdot)=AL^*(t)^{\alpha}K(t)^{\beta},\ h_w(\cdot)=L^*(t), \tag{3.7}$$

但し，$L^*(t)$は最適労働投入量，$h_x(\cdot)=\partial h(K(t);p(t),w(t))/\partial x(x=K(t),$ $p(t),\ w(t))$である。

(3.6)式を(3.7)式に代入すると，

$$J'(K(t))[I(t)-\delta K(t)]=\max_{L(t)}\{rJ(K(t))-[h(K(t);p(t),w(t))-c(I(t))]\}. \tag{3.8}$$

この式は，利潤（配当：$[h(K(t);p(t),w(t))-c(I(t))]$）とキャピタルゲイン($dJ(K(t))/dt$)の合計が株式を売却して得られる利子収入($rJ(K(t))$)に等しい，という周知の裁定条件を示している。

投資に関する一階の条件は以下の通りである。

$$J'(K(t))=c'(I(t)). \tag{3.9}$$

上式の左辺は，資本の一単位増加による企業価値の増加分を示しており，しばしば「トービンの（限界）q（Tobin's (Marginal) q)」と呼ばれる。つまりこの式は，資本の増加に伴う企業の限界的な価値の増分が投資の限界調整費用$c'(I(t))$に等しいこと，換言すれば，トービンの（限界）qが資本の限界的置換費用$c'(I(t))$に等しいこと，を示している。[8)]

(3.8) 式から明らかなように，最適解は以下の条件も満たしていなければならない。

$$J'(K(t))[I(t)-\delta K(t)]=rJ(K(t))-[h(K(t);p(t),w(t))-c(I(t))]。\tag{3.10}$$

上式の両辺を$K(t)$で微分すると，

$$J''(K(t))[I(t)-\delta K(t)]-\delta J'(K(t))=rJ'(K(t))-h_K(K(t);p(t),w(t)),\tag{3.11}$$

すなわち，

$$J''(K(t))\dot{K}(t)=(r+\delta)J'(K(t))-h_K(K(t);p(t),w(t)),\tag{3.12}$$

を得る。さらに

$$J'(K(t))=q(t),\tag{3.13}$$

とおく。(3.13) 式の両辺を時間 t で微分すると，

$$J''(K(t))\dot{K}(t)=\dot{q}(t)。\tag{3.14}$$

(3.13) と (3.14) の 2 式を (3.12) 式に代入すると，

$$\dot{q}(t)=(r+\delta)q(t)-h_K(K(t);p(t),w(t)),\tag{3.15}$$

を得る。この式を形式的に解くと，

$$q(t)=\int_t^{\infty}h_K(K(s);p(s),w(s))e^{-(r+\delta)(s-t)}ds,\tag{3.16}$$

を得る。(3.9)式と (3.16)式から明らかなように，t 時点の投資を決定するためには，計画期間全体にわたる予想が必要である。つまり，新古典派モデルとは異なり，調整費用モデルは「遠視眼的意思決定基準（Hyperopic Decision Rule)」とでも呼ぶべき特徴を持っている。それではなぜ調整費

8）調整費用モデルと q モデルとの関係については，Abel(1980)，Hayashi(1982)，Yoshikawa(1980)等を参照。

用モデルは，新古典派モデルとその構造はほとんど同じであるにもかかわらず，新古典派モデルとは全く異なる意思決定基準（長期的視野に立つ投資決定）を持っているのであろうか。

調整費用モデルでも，新古典派モデルと全く同様に，資本は導入された時点にかかわらず同質である。しかし，新古典派モデルとは異なり，資本の完全な異時点間の代替可能性は必ずしも保証されていない。新古典派モデルにおいては，追加的な投資のどの部分にも同じ費用がかかるだけである。それゆえ，資本の使用者費用を比較考量の上で，今期の投資のどの部分でも将来の任意の時点の投資の任意の部分と置き換えることができる。ところが，追加1単位ごとに費用が変化する調整費用モデルの場合はそのようなことが出来ない。つまり，投資を計画期間のどの時点にどのように配分して実施するかということが非常に重要な問題になる。換言すれば，調整費用が資本の異時点間の完全な代替性を阻害しており，そのことが企業に長期的な視野に立つ意思決定を強いているということができる。

ところで，投資に関する最適解を完全に特徴づけるためには，(2.2)，(3.9)，(3.13)，(3.15)の諸式を同時に考慮しなければならない。(3.9)と(3.13)の2式より，

$$I(t)=I(q(t))=c'^{-1}(q(t)),\quad I'(q(t))>0, \tag{3.17}$$

を得る。この式を(2.2)と(3.15)の両式に代入すると，$K(t)$と$q(t)$の時間経路を決定する以下の方程式体系が導出される。

$$\dot{K}(t)=I(q(t))-\delta K(t), \tag{3.18}$$

$$\dot{q}(t)=(r+\delta)q(t)-h_K(K(t);p(t),w(t))。 \tag{3.19}$$

上の2式から決定される$q(t)$と(3.17)式から投資$I(t)$の時間経路が決定される。

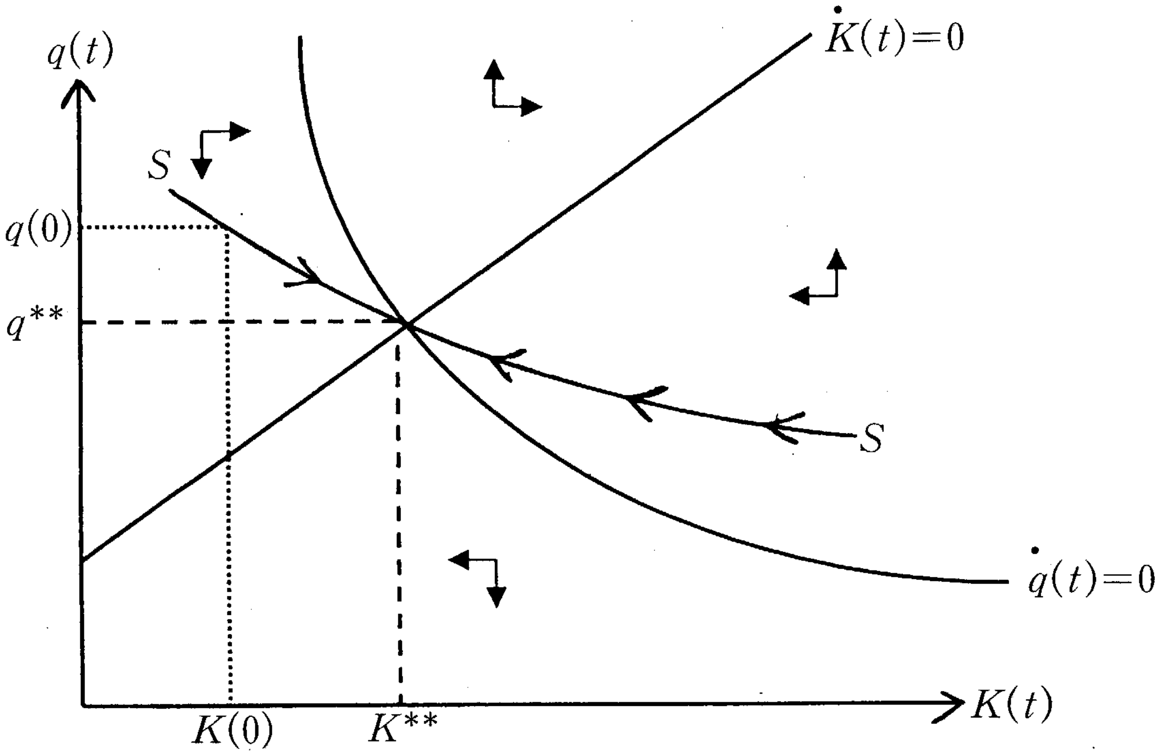
生産物の価格と貨幣賃金率が時間を通じて一定である時[9]，上の体系は位相図を用いて分析することが出来る。上の2式より，

9）調整費用関数それ自体も時間とは無関係で一定であると仮定されている。

$$\left.\frac{dq}{dK}\right|_{\dot{K}(t)=0}=\frac{\delta}{I'(q)}>0,\quad \left.\frac{dq}{dK}\right|_{\dot{q}(t)=0}=\frac{h_{KK}(K;p,w)}{r+\delta}\leqq 0, \tag{3.20 a}$$

$$\frac{\partial\dot{K}(t)}{\partial K(t)}=-\delta<0,\qquad \frac{\partial\dot{q}(t)}{\partial q(t)}=r+\delta>0。 \tag{3.20 b}$$

生産関数が規模に関して収穫逓減($\alpha+\beta<1$)の時，$\dot{q}(t)=0$の曲線は$(K,\ q)$平面上で右下がりに，生産関数が規模に関して収穫一定($\alpha+\beta=1$)の時，水平になる。第1図には収穫逓減の場合に対応する位相図が描かれている。



第1図：$K(t)$と$q(t)$に関する位相図分析

第1図において，矢印は運動の方向を，SS曲線は$K(t)$と$q(t)$の最適な時間経路を，K^{**}とq^{**}は各々の変数の定常値を示している。SS曲線は長期定常点$(K^{**},\ q^{**})$を通る一次元の安定多様体である。第1図に示されているように，$K(0)$が与えられると$q(0)$が決まり，(3.17)式より一意の最適投資率$I^{*}(0)$が決まる。

収穫逓減が支配している場合，大域的な解を明示的に求めることは不可能であるが，定常均衡の近傍の解を求めることはできる。(3.18)と(3.19)

の両式を定常点の回りで線形近似すると,

$$\begin{bmatrix} \dot{K}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta & r \\ -h_{KK} & r+\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(t)-K^{**} \\ q(t)-q^{**} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} rP_i \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3.21}$$

(3.21)の係数行列の固有方程式は,

$$f(x)=x^2-rx+\{rh_{KK}-(r+\delta)\delta\}, \tag{3.22}$$

となる。発散する解は最適ではないので,(3.22)式の負根のみが問題となる。

$$\rho_1=\frac{r-[r^2-4\{rh_{KK}-(r+\delta)\delta\}]^{1/2}}{2},$$

初期条件を考慮すると,最適解は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} K(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = (K(0)-K^{**})B\exp(\rho_1 t) + \begin{bmatrix} K^{**} \\ q^{**} \end{bmatrix}, \tag{3.23}$$

但し,Bは固有根ρ_1に対応する固有ベクトル,K^{**},q^{**}は(3.21)の定常解である。固有ベクトルBの第1要素をb_1とすると,

$$K(t)=(K(0)-K^{**})b_1\exp(\rho_1 t)+K^{**} \text{ or } K(t)-K^{**}=(K(0)-K^{**})b_1\exp(\rho_1 t), \tag{3.24}$$

となる。以上より,最適な資本経路は以下のようになる。

$$\dot{K}(t)=\rho_1(K(0)-K^{**})b_1\exp(\rho_1 t)=\rho_1(K(t)-K^{**}). \tag{3.25}$$

ゆえに,各時点における最適投資率は,

$$I^*(t)=\rho_1(K(t)-K^{**})+\delta K(t), \tag{3.26}$$

となる。この投資関数では,投資率は現在の資本ストックと長期の最適資本ストックの乖離の増加関数になっている。つまり,新古典派投資関数が単純な加速度原理に対応しているのに対して,調整費用モデルの投資関数は,Chenery(1952)やKyock(1954)らによって定式化された「伸縮的加速子(flexbile accelerator)」型の投資関数に対応している。[10)]

10) 規模に関する収穫逓増の下では,伸縮的加速子とは逆の効果(reverse accelerator effect)－すなわち投資率が資本ストックと長期の最適資本ストックの差の減少関数になる－がある。この点に関しては,Barucci(1998)を参照。

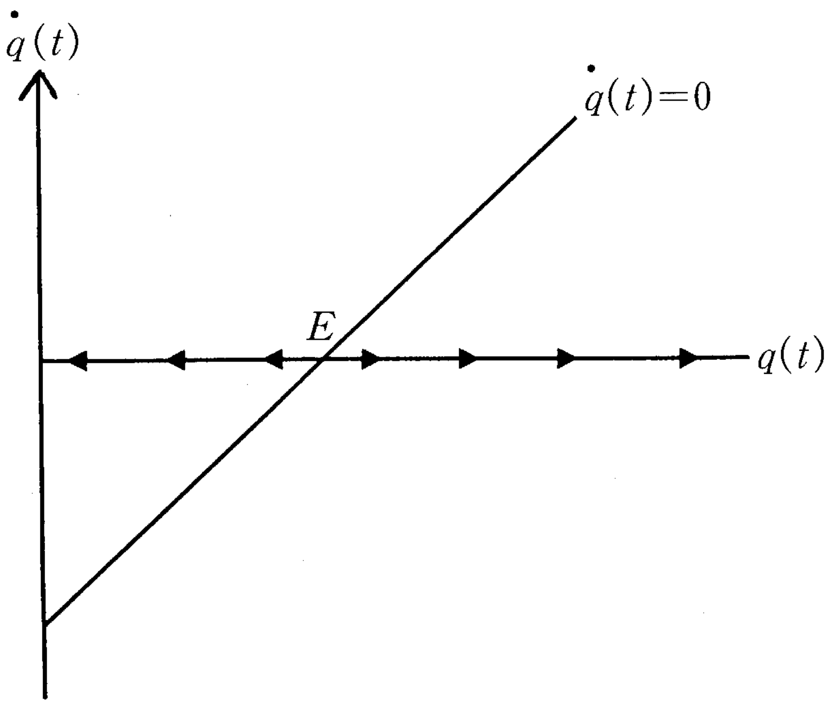
$p(t)$, $w(t)$及び調整費用関数が計画全期間を通して一定であるという仮定に加えて，生産関数が1次同次($\alpha+\beta=1$)である，と仮定すると，モデルの大域的な解を明示的に求めることができる。この追加的な仮定の下で，利潤関数は，

$$h(K(t);p(t),w(t))=\overline{h}(p,w)K(t), \tag{3.27}$$

となり，(3.27)式を(3.19)式に代入すると，

$$\dot{q}(t)=(r+\delta)q(t)-\overline{h}(p,w), \tag{3.28}$$

となる。第2図はこの微分方程式の運動を表わしている。



第2図：収穫一定の下での$q(t)$の運動

初期時点で不安定な平衡点Eにない限り$q(t)$は発散してしまう。発散する解は最適ではないので最適解は，

$$q(t)=q^*=\overline{h}/(r+\delta) \quad \text{for all} \quad t, \tag{3.29}$$

となり，それゆえに，最適投資率は(3.17)式より以下のように求まる。

$$I(t)=I^*=c'^{-1}(q^*) \qquad \text{for all} \quad t.$$

4．ヴィンテージモデル

先に述べたように資本の同質性という仮定を緩めることによっても，投資決定は遠視眼的になりうる。資本の異質性を考慮した生産関数として通常よく用いられるものとしてヴィンテージ生産関数が挙げられる。その中でも，設備の導入前には技術はパティ(Putty)のように自由に変更可能であるが，一旦設備が据え付けられると技術はクレイ(Clay)のようになり変更出来なくなるという，パティ・クレイ (Putty-Clay) 型のヴィンテージ生産関数が一般的である。[11]そこでここでも，Varmani(1976)のパティ・クレイ生産関数を用いたヴィンテージ投資モデルを少し簡単化して紹介し，この点を明らかにしたい。[12]

v時点における事前的生産関数を

$$y_v = A l_v^{\alpha} I_v^{\beta} = A n_v^{\alpha} I_v^{\alpha+\beta},\ \ 0<\alpha,\ \ \beta<1,\ \ \alpha+\beta<1, \tag{4.1}$$

と想定する。[13]企業はこの事前的生産関数から技術(労働・資本比率$n_v = l_v/I_v$)を選択し，投資率を決定する。パティ・クレイの仮定より，一旦選択された技術は事後的には変更することは出来ない。資本の物的な減耗率を前と同様にδとすると，v時点に据え付けられた設備のt時点における大きさ$I_v(t)$，その設備を正常に稼動させるために必要な労働量$l_v(t)$，またその生産量はそれぞれ以下のようになる。

---

11) パティ・クレイ型のヴィンテージ生産関数は，Johansen(1959)によって初めて提示され，その後主に成長理論の中で用いられ精緻化されてきたものである。

12) 足立(1988)は調整費用を組み込んだヴィンテージ投資モデルを分析している。また資本に体化される技術進歩を考慮し，資本の陳腐化とそれに伴う設備の廃棄の問題も取り扱っている。この意味において，足立モデルの方がVarmaniモデルより一般的なモデルといえる。但し，ここでは問題点を明確にするために調整費用と技術進歩は考慮していない。ヴィンテージ投資モデルにおける資本の廃棄の問題については，Malcomson(1975)と Nickell(1975)も参照。

13) ここでは最適投資の解の存在を保証するために規模に関する収穫逓減を仮定している。

$$I_v(t)=I_v e^{-\delta(t-v)},\quad l_v(t)=n_v I_v e^{-\delta(t-v)},\quad y_v(t)=An_v I_v e^{-\delta(t-v)}。\tag{4.2}$$

それゆえ，t 時点における総生産量 $Y(t)$，総雇用量 $L(t)$ は各々以下のようになる。

$$Y(t)=\int_{-\infty}^{t} y_v(t)dv=\int_{-\infty}^{t} An_v{}^{\alpha+\beta} e^{-\delta(\alpha+\beta)(t-v)}dv,\tag{4.3 a}$$

$$L(t)=\int_{-\infty}^{t} l_v(t)dv=\int_{-\infty}^{t} n_v I_v e^{-\delta(t-v)}dv。\tag{4.3 b}$$

企業の目的は利潤の現在割引価値の合計を最大化であると仮定すると，目的汎関数 W_0 は以下のように定義される。

$$W_0=\int_{0}^{\infty} e^{-rt}[p(t)Y(t)-w(t)L(t)-p_1(t)I(t)]dt。\tag{4.4}$$

企業は上の目的関数を最大化するように，導入する設備の技術とその大きさ(投資)を決定する。その際，(4.3 a)と(4.3 b)の2式が生産に関する制約となっている。これら2式を時間 t に関して微分すると以下の二つ微分方程式を得る。

$$\dot{Y}(t)=An_t{}^{\alpha}I_t{}^{\alpha+\beta}-\delta(\alpha+\beta)Y(t),\tag{4.5 a}$$

$$\dot{L}(t)=n_t I_t-\delta L(t)。\tag{4.5 b}$$

上述の最大化問題を解くために，当期価値ハミルトニアン(current value Hamiltonian) $H(t)$ を以下のように定義する。[14)]

$$H(t)=p(t)Y(t)-w(t)L(t)-p_1(t)I(t)+\mu_1(t)\{An_t{}^{\alpha}I_t{}^{\alpha+\beta}-\delta(\alpha+\beta)Y(t)\} \\ +\mu_2\{n_t I_t-\delta L(t)\}\tag{4.6}$$

但し，μ_1，μ_2 は各々 $Y(t)$，$L(t)$ に関する補助変数である。

一階の条件およびその他の必要条件は以下の通りである。

$$\frac{\partial H(t)}{\partial n_t}=0 \qquad \Longrightarrow \alpha\mu_1(t)An_t{}^{\alpha-1}I_t{}^{\alpha+\beta}+\mu_2(t)I_t=0,\tag{4.7 a}$$

14) ここでは，current value Hamiltonian を，ハミルトニアンが定義されている時点(t 時点)で評価されたものであるので，「当期価値」ハミルトニアンと呼んでいる。これに対し計画の初期時点で評価された現在価値(present value)ハミルトニアンが定義されることもよくある。

$$\frac{\partial H(t)}{\partial n_t}=0 \qquad \Longrightarrow (\alpha+\beta)\mu_1(t)An_t^{\alpha}I_t^{\alpha+\beta-1}+\mu_2(t)n_t=p_1(t), \tag{4.7 b}$$

$$\dot{\mu}_1(t)=r\mu_1(t)-\frac{\partial H(t)}{\partial Y(t)} \Longrightarrow \dot{\mu}_1(t)=\{r+\delta(\alpha+\beta)\}\mu_1(t)-p(t), \tag{4.7 c}$$

$$\dot{\mu}_2(t)=r\mu_2(t)-\frac{\partial H(t)}{\partial L(t)} \Longrightarrow \dot{\mu}_2(t)=(r+\delta)\mu_2(t)+w(t), \tag{4.7 d}$$

また，横断性の条件は，

$$\lim_{t\to\infty}\mu_1(t)e^{-rt}=0, \tag{4.8 a}$$

$$\lim_{t\to\infty}\mu_2(t)e^{-rt}=0, \tag{4.8 b}$$

の２式で表わされる。

横断性の条件(4.8 a)と(4.8 b)を考慮して(4.7 c)と(4.7 d)の２式を解くと，

$$\mu_1(t)=\int_t^{\infty}p(s)\exp\{r+\delta(\alpha+\beta)\}\{-(s-t)\}ds\equiv P_t, \tag{4.9 a}$$

$$\mu_2(t)=-\int_t^{\infty}w(s)\exp\{r+\delta\}\{-(s-t)\}ds\equiv -W_t, \tag{4.9 b}$$

を得る。上の２式を(4.7 a)と(4.7 b)に代入すると，以下の技術選択と投資に関する最適条件を得る。

$$\alpha P_tA{n_t}^{\alpha-1}I_t^{\alpha+\beta-1}=W_t \tag{4.10 a}$$

$$(\alpha+\beta)P_tA{n_t}^{\alpha+\beta-1}-W_tn_t=p_1(t), \tag{4.10 b}$$

(4.10 a)式の左辺は，資本の減耗による生産能力の低下を考慮した実効割引率$r+\delta(\alpha+\beta)$で割り引かれた，t時点に導入された設備が将来にわたって生み出す労働の限界価値生産物の現在割引価値を，右辺は，資本の減耗を考慮した実効割引率$r+\delta$で割り引かれた，導入された設備が将来にわたって稼動するために必要な賃金の現在割引価値を，表わしている。つまり(4.10 a)式は，導入される資本の限界価値生産物の現在割引価値が賃金の現在割引価値に等しいという，技術選択に関する最適条件を表わしている。同様に(4.10 b)式は，資本の限界価値生産物の現在割引価値(左辺)がその購入費用(右辺)に等しい，という投資に関する最適条件を表わしてい

る。この関係は，(4.10 a)式を(4.10 b)式に代入した次の式を見ればよりはっきりする。

$$\beta P_t A n_t^{\alpha} I_t^{\alpha+\beta-1} = p_I(t) \tag{4.11}$$

最適条件から明らかなように，企業は導入した設備が稼動し続けるすべての期間にわたる生産物価格や賃金率といった外生変数に関する予想に基づいて投資を決定しなければならない。ヴィンテージモデルの場合，各設備は導入後もその個性を有し続ける。そのために，企業は各設備が将来にわたって生み出すであろう収入とそのために必要な将来にわたる費用（賃金）を他の設備とは独立して考慮しなければならない。そのことが，設備の導入時に企業に将来の予想を考慮して意思決定を下すことを，すなわち遠視眼的意思決定を余儀なくさせているのである。

ヴィンテージモデルの場合は，設備はその名の通り導入された時点によって異なるものと認識されているので，当然「資本の同質性」という仮定は成り立たず，それゆえ，「異時点間の資本の代替可能性」は全くない。調整費用モデルの場合は，資本の代替可能性が「不完全であること」が，長期的視野に立つ意思決定をもたらしたが，ヴィンテージ・モデルの場合は資本の代替可能性が「完全に否定されていること」が，同様に遠視眼的な意思決定をもたらしている。

しかし，この「完全な否定」のために投資財価格に関しては「近視眼的な意思決定」になっていることは注意する必要がある。ヴィンテージモデルの場合，現在導入される設備は将来導入される設備とは全く異なるものとして認識されるので，将来の設備の価格と現在の設備の価格を比較する必要は生じない。(4.10 b)式でも分かるように，投資財価格に関しては将来のものではなく，現在のもののみが現在の投資決定要因になる。調整費用をヴィンテージモデルに導入してもこの関係は変わらない。将来の(投資財の購入価格を含めた)投資の調整費用は，現在の投資の決定要因にはならないのである。[15]それは，先にも述べたように，ヴィンテージ生産関数は資本の代替可能性を完全に否定しているの対して，調整費用は部分的にしか

否定していないからである。[16]

5．結語

ジョルゲンソンに始まる新古典派投資モデルは，新古典派経済学における基本的な想定である①資本の同質性，②異時点間の完全な代替可能性，という想定の上に立っているという意味でまさに新古典派モデルと呼ぶにふさわしい。しかし新古典派モデルでは，企業の投資決定が近視眼的なものになってしまっている。企業の投資需要は長期的な視野に立ってなされると考えるのが自然であり，それゆえ，新古典派モデルにおいても企業の最大化問題は異時点間の最適化問題として定式化されている。それにもかかわらず，投資決定が近視眼的なものになっているのは，②の仮定によるものである。このことは，新古典派的な想定が投資理論とは必ずしも相容れない可能性があることを示唆している。

これに対して調整費用モデルでは②の仮定が成り立ってはいない。それゆえに企業は長期的な視野に立って投資の意思決定を下さざるを得なくなっている。この調整費用モデルは，①の仮定は残っているという意味で「かなり新古典派的な」モデルであるが，厳密な意味では新古典派的ではないとも言える。

上述の①は②の必要条件である。異質な資本を異質な資本と置き換えたり，異質な資本に異質な資本を加えたりは出来ない。ヴィンテージモデルは①の仮定を捨て去っているので，当然②もなり立たず，意思決定は遠視眼的になっている。

---

15) この点に関しては足立モデルの最適条件を参照。但し，不完全競争を仮定するとこの議論は必ずしも成り立たない。

16) ヴィンテージモデルの場合この他に，利子率の上昇が投資の増加をもたらす可能性がある，など新古典派モデルや調整費用モデルとは異なる性質をもつ。Varmani や足立を参照。

企業の設備投資需要が長期的な視野に立って決定されるものであるとすれば，我々は完全な新古典派的な想定からは離れなければならない。その際に，ヴィンテージモデルのように資本の同質性をも否定すべきのか，調整費用にように何らかの方法で資本の完全な代替性を否定するだけで良いのか，この点は大きな問題である。[17] しかし，これは理論の次元ではなく実証の次元で決定されるべきものかも知れない。

参考文献

Abel, Andrew, B., 1980, "Empirical Investment Equations : An Integrated Framework," in K. Brunner and A. Meltzer eds., *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. Vol.12, pp.39-91.

Arrow, K. J., 1964, "Optimal Capital Policy, the Cost of Capital, and Myopic Decision Rules," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 16, pp.21-30.

Barucci, Emilio, 1998, "Optimal Investment with Increasing Returns to Scale," *International Economic Review*, Vol. 39, No.3, pp.789-808.

Chenery, H.B., 1952, "Overcapacity and the Acceleration Principle," *Econometrica*, Vol. 20, pp.235-271.

Chirinko, R. S.,1993, "Business Fixed Investment Spending : Modeling Strategies, Empirical Results, and Policy Implications," *Journal of Economic Literature*, 31, pp.1875-1911.

Eisner, R. and R. Strotz, 1963, "The Determinants of Business Investment," in D. Suits ed., *Impact of Monetary Policy*, Prentice-Hall, pp.60-337.

17) 鷲田・置塩(1987)は，設備は有限の耐用年数しか持たないと仮定し，設備の導入後も資本に個性を持たせることで，投資が遠視眼的な意思決定を持つ興味深いモデルを提示している。

Gould, J. P., 1968, "Adjustment Costs in the Theory of the Firm," *Review of Economic Studies*, Vol. 35, pp.47-55.

Haavelmo, T, 1960, *A Study in the Theory of Investment*, Chicago University Press.

Hayashi, Fumio, "Tobin's Marginal q and Average q : A Neoclassical Interpretation," *Econometrica*, Vol. 50, pp.213-224.

Johansen, L.,1959, "Substitution versus Fixed Production Coefficient in the Theory of Economic Growth : A Synthesis," *Econometrica*, Vol.27, No.2, pp.157-217.

Jorgenson, Dale, 1963, "Capital Theory and Investment Behavior," *American Economic Review*, Vol. 53, pp.247-259.

———, 1967, "The Theory of Investment Behavior," in R. Ferber ed. *Determinants of Investment Behavior*, Columbia University Press : New York, pp.129-155.

Koyck, L. M., 1954, *Distributed Lags and Investment Analysis*, North-Holland : Amsterdam.

Lucas, R. E., 1967, "Optimal Investment and the Flexible Accelerator, "*International Economic Review*, Vol. 8, pp.78-85.

Malcomson, J. M., 1975, "Replacement and the Rental Value of Capital Equipment Subject to Obsolescence", *Journal of Economic Theory*, Vol.10, pp.24-41.

Mussa, M., 1977, "External and Internal Adjustment Costs and the Theory of Aggregate and Firm Investment," *Economica*, Vol. 44, pp. 163-178.

Nickell, S., 1975, "A Closer Look at Replacement Investment," *Journal of Economic Theory*, Vol.10, pp.54-88.

Precious, M. 1985, "Demand Constraints, Rational Expectation, and Investment Theory," Oxford Economic Papers, Vol. 37, pp.576

-605.

Treadway, A. B., 1969, "On the Rational Entrepreneurial Behavior and the Demand for Investment," *Review of Economic Studies*, Vol. 36, pp.227-239.

Uzawa, H., 1969, "Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, Vol. 77, pp.628-652.

Virmani, A., 1976, "A Dynamic Model of the Firm," *Journal of Political Economy*, Vol.84, pp.603-613.

Yoshikawa, Hiroshi, 1980, "On the q Theory of Investment," *American Economic Review*, Vol.70, pp.739-43.

足立 英之 (1988)「企業の投資と技術決定の動学モデル」,『国民経済学雑誌』第159巻第3号, 49－63 ページ。

阿部 文雄(1990)「ジョルゲンソンの投資モデル」, 利岡・中尾・板垣編『マルクス・ケインズ・新古典派』, 晃洋書房, 189－209ページ。

小川 一夫(1978)「Jorgenson の投資理論」,『六甲台論集』第5巻第3号, 30－47ページ。

鷲田豊明・置塩信雄(1987)「予想貨幣賃金率と投資決定-ケインズ投資モデルの再考-」, 季刊理論経済学 (The Economic Studies Quarterly) Vol.38, No.3.