

連想記憶回路HASPの記憶容量の解析

川村 正樹[†] 平井 有三^{††}

Storage Capacity Analysis on a Model of Human Associative Processing, HASP

Masaki KAWAMURA[†] and Yuzo HIRAI^{††}

あらまし 連想記憶回路HASPの記憶容量の解析を行った。HASPとは相関行列を用いた相互想起型連想記憶回路と相互抑制回路から構成される連想記憶回路であり、従来の回路が困難であった1対多の連合を可能としたものである。相互抑制回路によって相互想起型連想記憶回路で生じたクロストークノイズを効果的に除去できるために、従来の記憶回路と比較して記憶容量の増加が期待できる。相互想起型連想記憶回路における記憶容量に関して Willshaw らの解析法があり、同様の解析法を用いてHASPの記憶容量を理論的に解析、評価した。その結果、キーおよび連合ベクトルがスパースな場合については、HASPは従来の連想記憶回路の2倍以上の記憶容量をもつことを明らかにした。また、本解析が計算機シミュレーションの結果とよく合致することを確認した。
キーワード 連想記憶、クロストークノイズ、記憶容量、HASP

1. ま え が き

連想記憶とはキー項目が入力されると、それに対応する連合項目を出力する記憶方式であり、相互想起型連想記憶と自己想起型連想記憶の二つに分類される。相互想起型連想記憶は、キーベクトル x とそれに対応する連合ベクトル y の対をいくつか記憶すると、第 p 番目のキーベクトル x^p に対して第 p 番目の連合ベクトル y^p が得られる記憶である。他方、自己想起型連想記憶はキーベクトルと連合ベクトルが同じものであり、キーベクトルの一部を入力するとキーベクトル全体が想起される記憶である。

人間の連想記憶では、一つの項目に対して多くの項目を対応づけて記憶することから、1対多の連合が行われていると考えられている。しかしながら、これまでに提案された連想記憶回路 [1]~[3] は、キーベクトルと連合ベクトルの1対1の連合のみを扱っており、これらの回路に1対多の連合を記憶させた場合、出力として対応するすべての連合ベクトルが重複して出現

し、分離不可能となるという問題が生じる。また、1対1の連合に限った場合においても、記憶したベクトル数が増加するに従って、クロストークノイズと呼ばれる連合ベクトル以外の成分が出現しやすくなる。

Hirai [8] によって提案された連想記憶回路 (A Model of Human Associative Processing; HASP) は、従来の相互想起型連想記憶回路と相互抑制回路から構成されている。この相互抑制回路は、1対多の連合を行った場合に生じる重複した連合ベクトルの分離を可能とし、また1対1の連合を行った場合のクロストークノイズ発生率を抑えることができる。

これら連想記憶回路の性能の評価は、クロストークノイズ発生率より求められる記憶容量を比較することによって行われる。これは記憶容量とクロストークノイズ発生率の間には密接な関係があるからである。

既に、相互想起型連想記憶回路におけるクロストークノイズ発生率に関しては、Willshaw ら [4]~[6] や Palm [7] によって解析が行われている。HASPのクロストークノイズの発生率に関する解析を行うには、相互想起型連想記憶回路で発生したクロストークノイズが相互抑制回路に残存する割合を求める必要がある。そこで本論文では、相互抑制回路に残存するクロストークノイズを Willshaw らが行ったクロストークノイズ発生率に関する解析法と同様の視点から求め、

[†] 筑波大学大学院 修士課程 理工学研究科, つくば市
Master's Degree Program in Scientific Technology, University Tsukuba, Tsukuba-shi, 305 Japan

^{††} 筑波大学電子・情報工学系, つくば市
Institute of Information Sciences and Electronics, University Tsukuba, Tsukuba-shi, 305 Japan

HASP の記憶容量の増加の割合を解析する。

以下 3.1 で相互想起型連想記憶回路の Willshaw らの解析法を紹介し, 3.2 で同様の手法を用いて相互抑制回路の解析を行う。これらの解析をもとに 3.3 で HASP のクロストークノイズ発生率を求める。4.において, 以上の解析を計算機シミュレーションにより検証し, クロストークノイズ発生率より記憶容量の解析を行う。

2. HASP の構成

HASP は, 相互想起型連想回路 (S 層), 相互抑制回路 (A 層), 読出し制御回路の三つの回路で構成される。従来の相互想起型連想記憶回路では, キーベクトルと連合ベクトルの 1 対多の連合を行うと, 連合ベクトルが重複してしまうが, HASP では A 層において読出し制御回路からの制御を受け, 重複した連合ベクトルから目的のベクトルを一つずつ取り出すことができる。また, 複数のキーベクトルを入力することにより, 積集合の検索や和集合, 差集合の検索を行うことができる。更に, A 層は相互抑制回路により S 層で生じたクロストークノイズを除去することができ, 記憶容量を増加させることが可能となる。

ここでは, 従来の連想記憶回路との比較を行うために 1 対 1 の連合の場合について解析する。読出し制御回路は 1 対 1 の連合の場合には不必要なので, 図 1 に示した S 層と A 層の機構を説明する。

2.1 相互想起型連想記憶回路の機構

従来の相互想起型連想記憶回路では, キーベクトル $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$ と連合ベクトル $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$ の対を相関行列と呼ばれる行列に記憶する [3]。ここで, 各ベクトルは列ベクトルで表現できるものとする。R 個のキーベクトルと連合ベクトルの対 $\{(\mathbf{x}^r, \mathbf{y}^r)\}_{r=1,2,\dots,R}$ を記憶した場合, 相関行列は

$$W = \sum_{r=1}^R \mathbf{y}^r \mathbf{x}^{rT} \quad (1)$$

で表される。但し, T は転置を表す。

キーベクトル \mathbf{x}^p から想起される連合ベクトル \mathbf{z}^p は

$$\mathbf{z}^p = W \mathbf{x}^p \quad (2)$$

によって求められる。式 (1) を式 (2) に代入すると

$$\mathbf{z}^p = \left(\sum_{r=1}^R \mathbf{y}^r \mathbf{x}^{rT} \right) \mathbf{x}^p$$

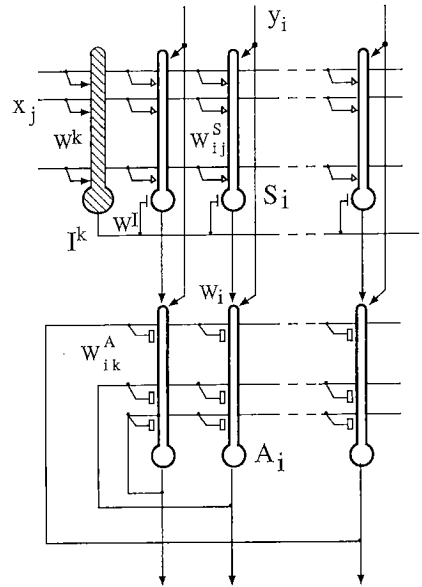


図 1 HASP の回路構成: 相互想起型連想記憶回路 (上段) と相互結合型相互抑制回路 (下段)

Fig.1 Structure of HASP. The upper network is a heteroassociative network (S-Layer) and the lower one is a mutually inhibitory network (A-Layer).

$$= (\mathbf{x}^p \cdot \mathbf{x}^p) \mathbf{y}^p + \sum_{r \neq p} (\mathbf{x}^r \cdot \mathbf{x}^p) \mathbf{y}^r \quad (3)$$

となる。キーベクトル \mathbf{x}^p が互いに直交する場合, 式 (3) の第 2 項は零となるため, \mathbf{z}^p は \mathbf{y}^p に比例したベクトルになる。しかしながら直交しない場合, 第 2 項は非零となり他のベクトルの成分がクロストークノイズとして現れるため, 得られる \mathbf{z}^p は対応する \mathbf{y}^p にクロストークノイズが付加されたものとなる。ここで, 注意すべき点は発生するクロストークノイズの成分は, 必ず記憶した連合ベクトル \mathbf{y}^r のいずれかの成分であることである。1 対多の連合を行う場合, 同一のキーベクトル \mathbf{x}^p に対して対応する連合ベクトルが重複して出現し, 第 2 項は必ず非零となるため, クロストークノイズの発生は避けられない。

ニューラルネットワークによって連想記憶を行う場合, キーベクトルと連合ベクトルの各成分は 0 (不活性) または 1 (活性) の 2 値をとる。従って, それぞれの各ベクトルは, $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^m, \mathbf{y} \in \{0, 1\}^n$ で表される。また, 相関行列はニューロンのシナプス結合 W として表される。HASP では Willshaw ら [4]~[6] や Palm [7] の解析で見られるようにシナプス結合 W の (i, j) 成分は 0 または 1 の 2 値をとり,

$$W_{ij} = 1 \left[\sum_{r=1}^R y_i^r \cdot x_j^r \right] \quad (4)$$

で表される。但し、関数 $1[x]$ は2値出力関数であり、次式で定義される非線形関数である。

$$1[x] = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

式(4)の2値の場合の方が式(1)の場合に比べて、記憶容量が大きいことが知られている。

想起されるベクトルはニューロンの発火パターンで表される。ニューロンの出力は式(2)にしきい値 θ を設けたものであり、荷重和がこのしきい値を超えたときに1、超えなかったときに0を出力する。従って、ニューロンの出力は

$$z_i = 1 \left[\sum_{j=1}^m W_{ij} x_j - \theta_i \right] \quad (5)$$

で表される。但し、しきい値 θ はキーベクトルの大きさよりもわずかに小さい値をとる。しきい値を設けることによってクロストークノイズを減少させることができるが、しきい値 θ 以上のクロストークノイズは除去されずに残る。

HASPのS層は2値の結合をもつ相互想起型連想回路であり、しきい値 θ を抑制性のニューロン I^K を用いてキーベクトルの大きさに応じて調節する。ニューロン I^K の出力は

$$I^K = \phi \left[\sum_{j=1}^m W^K \cdot x_j - \varepsilon \right] \quad (6)$$

で表される。但し、ニューロン I^K の結合 W^K はキーベクトルからの興奮性結合であり、 ε はしきい値をキーベクトルの大きさよりもわずかに小さくするための微量である。また、関数 $\phi[x]$ は

$$\phi[x] = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

で定義されるアナログしきい関数と呼ばれる非線形関数である。故に、S層のニューロンの出力は、式(5)と同様に

$$S_i = 1 \left[\sum_{j=1}^m W_{ij}^S \cdot x_j - W^I \cdot I^K \right] \quad (7)$$

で表される。但し、ニューロン I^K との結合 W^I はニューロン I^K からの抑制性結合であり、キーベクトルと連合ベクトルの対を記憶するシナプス結合 W_{ij}^S は式(4)と同様に

$$W_{ij}^S = 1 \left[\sum_{r=1}^R y_i^r \cdot x_j^r \right] \quad (8)$$

である。

2.2 相互抑制回路の機構

HASPのA層は1対1の連想を行う際には、S層で生じたクロストークノイズを除去するフィルタとしての役割を果たす。S層のニューロン S_i の出力は興奮性結合 W_i を介してA層のニューロン A_i に伝えられる。また、A層のニューロンは相互に抑制性の結合をしており、結合 W_{ik}^A を介して他のニューロン A_k の出力が伝えられる。従って、ニューロン A_i の動作方程式は

$$\mu \frac{dA_i^*}{dt} = -A_i^* + W_i \cdot S_i - \sum_k W_{ik}^A \cdot A_k \quad (9)$$

$$A_i = \phi[A_i^*]$$

と表せる。但し、 A_i^* はニューロン A_i 内部電位であり、非線形関数 ϕ はアナログしきい関数である。

抑制性結合 W_{ik}^A の初期値は定数 $w_0 (\geq 1.0)$ であり、A層のすべてのニューロンを抑制するように働いている。しかし、これでは出力となる連合ベクトル自身も抑制されてしまう。そこで、連合ベクトル y^r の成分間には抑制が働かないように、規則

$$W_{ik}^A = \bar{1} \left[\sum_{r=1}^R y_i^r \cdot y_k^r \right] \quad (10)$$

に従って結合を変える。但し、関数 $\bar{1}[u]$ は

$$\bar{1}[u] = \begin{cases} 0, & u > 0 \\ w_0, & u = 0 \end{cases} \quad (11)$$

で定義される。これより連合ベクトルは出力に残り、それ以外のクロストークノイズは除去されることになる。

しかしながら、以上の手続きによって結合 W_{ik}^A に連合ベクトルを記憶させていくと、次第にシナプス結合

数が少なくなり抑制が働かなくなるため、クロストークノイズが除去されなくなっていく。従って、残存するクロストークノイズの割合を解析することが必要となる。

3. HASP の解析

HASP の記憶容量を解析するために、HASP のクロストークノイズ発生率を求める。HASP のクロストークノイズ発生率は、S 層のクロストークノイズ発生率と A 層に残存するクロストークノイズの割合より求められる。

以下の解析では、出力される連合ベクトルに対して 1 個のクロストークノイズが発生する割合を解析する。従って、記憶容量はこの基準を満たす記憶ベクトル数で定義する。

[定義 1] クロストークノイズ発生率 $P(R)$ が $100/n\%$ となる最大記憶ベクトル数 R_{max} で記憶容量を定義する。但し、 n は連合ベクトルの次元を表す。

$$R_{max} = \max_R \left\{ R \mid P(R) \leq \frac{1}{n} \right\}$$

以下 3.1 において、Willshaw ら [4]~[6] が行ったクロストークノイズ発生率に関する解析法を示す。3.2 において、同様の視点より求めた A 層に残存するクロストークノイズの割合を求め、3.3 において、HASP のクロストークノイズ発生率を求める。

3.1 相互想起型連想記憶回路の解析

ここでは、Willshaw ら [4]~[6] による相互想起型連想記憶回路の記憶容量の解析を述べる。記憶するキーベクトルを $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^m$ とし、連合ベクトルを $\mathbf{y} \in \{0, 1\}^n$ とする。ここで、各ベクトルの大きさ、すなわち 1(活性成分)の個数をそれぞれ l, k とし、各ベクトルの活性度を

$$\alpha_x = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j = \frac{l}{m} \tag{12}$$

$$\alpha_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{k}{n} \tag{13}$$

と定義する。これより、一つのニューロンの任意のシナプスが活性となる確率は α_x 、任意のニューロンが発火する確率は α_y で表される。

大きさ l のキーベクトルが入力された場合のクロストークノイズ発生率は、 W^K の値を 1 とすれば式 (7) の荷重和

$$d \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^m W_{ij}^S x_j \tag{14}$$

がしきい値を超える値 l をとる確率として求めることができる。R 回の学習のうち r 回ニューロンが発火する確率は、確率 α_y をもつ 2 項分布に従い

$$B(r; R, \alpha_y) = \binom{R}{r} \alpha_y^r (1 - \alpha_y)^{R-r} \tag{15}$$

で表される。この r 回発火するニューロンにおいて、 m 個のシナプス結合のうち強化されるシナプスの割合 $\rho_S(r)$ は

$$\rho_S(r) = 1 - (1 - \alpha_x)^r \tag{16}$$

で表される。従って、 r 回発火するニューロンの荷重和 d が値 h をとる確率は、確率 $\rho_S(r)$ をもつ 2 項分布に従い

$$\begin{aligned} B(h; l, \rho_S(r)) &= \binom{l}{h} \{\rho_S(r)\}^h \{1 - \rho_S(r)\}^{l-h} \end{aligned} \tag{17}$$

となる。但し、 $r = 0$ の場合は確率 1 で $d = 0$ となる。従って、すべての可能な発火回数 r についての総和をとれば、ニューロンの荷重和 d が値 h をとる確率は

$$\begin{aligned} N_S(h; l) &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{r=1}^R B(r; R, \alpha_y) \cdot B(h; l, \rho_S(r)) \\ &= \sum_{r=1}^R \binom{R}{r} \alpha_y^r (1 - \alpha_y)^{R-r} \cdot \binom{l}{h} \{\rho_S(r)\}^h \{1 - \rho_S(r)\}^{l-h} \end{aligned} \tag{18}$$

で求めることができる [6]。

しきい値 θ は l よりわずかに小さいので、荷重和が値 l となる場合にクロストークノイズが発生する。つまり、クロストークノイズの発生率は

$$P_S \stackrel{\text{def}}{=} N_S(l; l) \tag{19}$$

で表される。これは一つのニューロンの荷重和が値 l をとる確率であるから、 $(n - k)$ 個のニューロンのうち t 個が値 l になる割合は確率 P_S をもつ 2 項分布に従い

$$\begin{aligned}
 D_S(t) &\stackrel{\text{def}}{=} B(t; n-k, P_S) \\
 &= \binom{n-k}{t} P_S^t (1-P_S)^{n-k-t} \quad (20)
 \end{aligned}$$

で表される。この分布の平均値は $(n-k)P_S$ であるから、この回路のクロストークノイズは

$$(n-k)P_S \quad (21)$$

となる。

3.2 相互抑制回路の解析

HASPのA層では相互結合しているため自己結合を考慮する必要がある。しかしながら、式(3)よりS層に発生するクロストークノイズの成分は必ず記憶した連合ベクトルの成分であるので、自己結合は0となる。

A層に記憶した連合ベクトルを $\mathbf{y} \in \{0, 1\}^n$ とし、大きさを k 、活性度を $\alpha_y = k/n$ とすると、任意のニューロンが発火する確率は α_y となる。次にS層の出力に現れたクロストークノイズを含んだベクトルを

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} + \mathbf{u}, \|\mathbf{y}'\| = k + \eta$$

とする。

ここで、A層のニューロンを連合ベクトル \mathbf{y} を入力とするニューロン群 Y と、クロストークノイズ \mathbf{u} を入力とするニューロン群 U に分ける。クロストークノイズ \mathbf{u} が出力に残存する条件は、自分自身を除く他のニューロンからの抑制量がS層からの入力よりも下回る場合で、式(9)における

$$\Delta_i \stackrel{\text{def}}{=} W_i \cdot S_i - \sum_k W_{ik}^A \cdot A_k \quad (22)$$

が $\Delta_i > 0$ ($i \in U$) となる場合である。同様に連合ベクトル \mathbf{y} の成分が出力に残るための条件は、ニューロン群 U からの抑制量がS層からの入力よりも下回る場合で、 $\Delta_i > 0$ ($i \in Y$) となる場合である。

この Δ_i の値は、式(22)より残存するシナプス結合数とニューロンの状態に依存することがわかる。従って、クロストークノイズが残存するかどうかは、シナプス結合数とニューロンの状態より決定されることになる。残存するシナプス結合数は、Willshawらと同様の手法を用いて解析することができる。しかしながら、A層のニューロンの状態は式(9)より時刻によって変化するため解析は困難なので、本解析では $\eta = 1$ の場合についてのみ解析する。

まず、残存するシナプス結合数について解析する。

ニューロン群 Y では、連合ベクトル \mathbf{y} の成分間には規則(10)により抑制が働かないので、ニューロン群 U のみから抑制を受けることになる。抑制量は U から Y への残存するシナプス結合数に依存し、その最大値は $M = \eta$ である。また、ニューロン群 U では、自己結合は0であるので自分自身を除く $(\eta - 1)$ 個のクロストークノイズの成分およびニューロン群 Y とシナプス結合をもつので、その最大値は $M = k + \eta - 1$ である。

R 個のベクトルを記憶した場合に残存しているシナプス結合の割合を求める。 R 回の学習のうち任意のニューロンが r 回発火する確率は、確率 α_y をもつ2項分布

$$B(r; R, \alpha_y) = \binom{R}{r} \alpha_y^r (1 - \alpha_y)^{R-r} \quad (23)$$

に従う。この r 回発火するニューロンにおいて、シナプス結合が活性である割合 $\rho_A(r)$ を求める。学習する前はすべてのシナプス結合が活性であるので

$$\rho_A(0) = 1 \quad (24)$$

である。1回発火するニューロンでは、自己結合を含め n 本中 k 本のシナプス結合が不活性になるので

$$\rho_A(1) = 1 - \frac{k}{n} = \frac{n-k}{n} \quad (25)$$

である。また $r (> 1)$ 回発火するニューロンでは、自己結合は既に不活性であることがわかっているので、シナプス結合 $n-1$ 本中自己結合を除く $k-1$ 本ずつの割合で不活性になり

$$\rho_A(r) = \left(1 - \frac{k-1}{n-1}\right) \rho_A(r-1) \quad (26)$$

という漸化式を得る。従って式(24)~(26)より、シナプス結合が活性である割合は

$$\rho_A(r) = \begin{cases} 1 & , r = 0 \\ \frac{n-1}{n} \left(1 - \frac{k-1}{n-1}\right)^r & , r \geq 1 \end{cases} \quad (27)$$

である。

ニューロンのシナプス結合 M 本のうち h 本が活性である確率は、確率 $\rho_A(r)$ をもつ2項分布に従い

$$\begin{aligned}
 &B(h; M, \rho_A(r)) \\
 &= \binom{M}{h} \{\rho_A(r)\}^h \{1 - \rho_A(r)\}^{M-h} \quad (28)
 \end{aligned}$$

となる。但し、 $r=0$ の場合、すべての結合が活性であるので確率1で $h=M$ となる。従って、すべての可能な発火回数 r についての総和をとることで、ニューロンのシナプス結合 M 本のうち h 本が活性である確率を

$$\begin{aligned} N_A(h; M) &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{r=1}^R B(r; R, \alpha_y) \cdot B(h; M, \rho_A(r)) \\ &= \sum_{r=1}^R \binom{R}{r} \alpha_y^r (1 - \alpha_y)^{R-r} \\ &\quad \cdot \binom{M}{h} \{\rho_A(r)\}^h \{1 - \rho_A(r)\}^{M-h} \end{aligned} \quad (29)$$

と求めることができる。

これより、ニューロン群 Y では、 h_y 本のシナプス結合が活性である確率は $M = \eta$ より $N_A(h_y; \eta)$ となる。同様にニューロン群 U では、 h_u 本のシナプス結合が活性である確率は $M = k + \eta - 1$ より $N_A(h_u; k + \eta - 1)$ となる。

A層のニューロンの状態は式(9)より時刻によって変化する。そのため、抑制性の結合が存在していてもニューロンが発火していなければ抑制は働かない。従って、クロストークノイズが残存する割合はニューロンの状態を各時刻ごとに求める必要があるため、本解析では取り扱わない。

ところが、クロストークノイズの大きさが $\eta = 1$ の場合は、 $\Delta_i > 0$ となる条件を求めることができる。この場合、ニューロン群 Y では、たとえニューロン群 U から抑制を受けたとしても、 $\Delta_i > 0$ ($i \in Y$) が常に成り立つので、ニューロン群 Y のニューロンはすべて発火している(付録1.参照)。また、ニューロン群 U では、ニューロン群 Y のニューロンはすべて発火しているので、シナプス結合数 h_u が $0 \leq h_u \leq 1$ の場合のみ $\Delta_i > 0$ ($i \in U$) を満たす。従って、A層に残存するクロストークノイズの割合は、この場合 $M = k + \eta - 1 = k$ より

$$P_A \stackrel{\text{def}}{=} N_A(0 \leq h_u \leq 1; k) \quad (30)$$

で表される。

$\eta > 1$ の場合、ニューロン群 U のニューロンに対する抑制量が小さく、発火状態である場合があり、そのためニューロン群 Y のニューロンが抑制されてしまう場合が存在する。この場合を解析することは困難

である。

記憶容量を解析する場合においては、記憶した連合ベクトルが誤りなく想起できることが必要とされるので、クロストークノイズが非常に少ない場合を考えればよい。そこで本解析では、規則(10)によってクロストークノイズ間には抑制が働き、ニューロン群 U のニューロンはそれぞれ独立に式(30)の確率で残存すると仮定する。従って、クロストークノイズの各成分は確率 P_A で残存するものとし、A層に残存するクロストークノイズの割合を、式(30)で表すことにする。

3.3 HASPのクロストークノイズ発生率

以上より、HASPのクロストークノイズ発生率を求める。S層におけるクロストークノイズ発生率は式(19)より P_S である。また、A層に入力されたクロストークノイズは式(30)より確率 P_A で残存する。従って、HASPのクロストークノイズ発生率は

$$P_H = P_A \cdot P_S \quad (31)$$

と表すことができる。

4. 数値実験による検証

導出した式(19),(30),(31)を評価するために、相互想起型連想回路(S層)、相互抑制回路およびHASPの計算機シミュレーションを行い、S層およびHASPに記憶できる最大記憶パターン数 R_{max} を求める。

シミュレーションはキーベクトルおよび連合ベクトルともに100次元ベクトル($m = n = 100$)とし、ベクトルの大きさ $l = k = 3, 5, 10$ の場合について行った。また、乱数を用いて各ベクトルの成分が一様に使われるようにベクトルを生成した。記憶するベクトル数 R は $R = 50 \sim 550$ とし、各々の場合について20回試行し、その平均値を求めた。式(6),(7),(9)の回路パラメータは $W^K = 1.0, W^I = 1.0, W_i = 1.0, w_0 = 1.1$ とした。

図2に、相互想起型連想回路(S層)における記憶ベクトル数に対するクロストークノイズの生起頻度(点)と式(19)から求めた値(破線)を示した。これは、Willshawらの解析と同様の結果となっている。

相互抑制回路単独の残存クロストークノイズの解析では、ランダムに生成した大きさ $\eta = 1$ のノイズを連合ベクトルに加え残存ノイズを求めた。図3に、相互抑制回路における記憶ベクトル数に対する残存するクロストークノイズの割合(点)と式(30)から求めた値(破線)を示した。これより、残存するクロストークノ

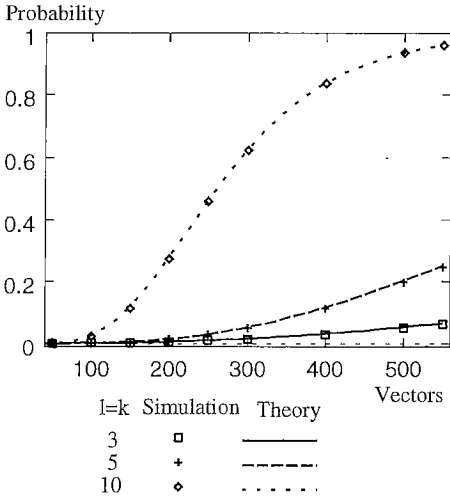


図2 相互想起型連想回路のクロストークノイズ発生率
Fig.2 Probability of occurrence of crosstalk noise appeared at the output of heteroassociative network.

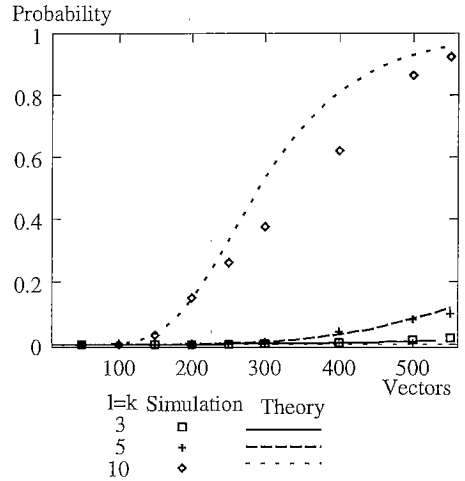


図4 HASPのクロストークノイズの発生率
Fig.4 Probability of occurrence of crosstalk noise appeared at the output of HASP.

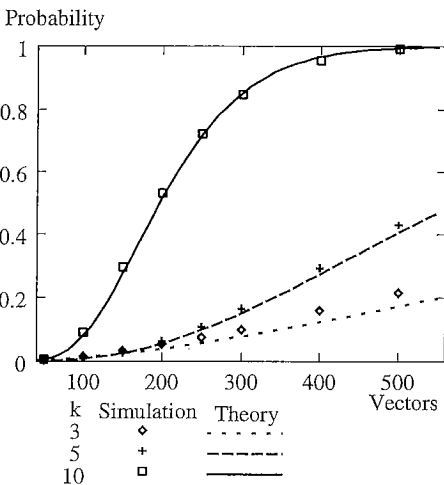


図3 相互抑制回路に残存するクロストークノイズの割合
Fig.3 Probability of residual crosstalk noise after a mutually inhibitory network.

表1 記憶容量(最大記憶ベクトル数 R_{max}) 誤り1%の場合
Table1 Storage capacity.

l, k	3	5	10
相互想起型	242	176	78
HASP	512	314	123

クロストークノイズの発生率が $n = m = 100$ の場合、1% 近傍について求められればよいので、上記の誤差は記憶容量の解析には影響しない。従って、1% 近傍の HASP のクロストークノイズの発生率は式 (31) で近似することができる。

クロストークノイズ発生率が求められたところで、これをもとに S 層および HASP に記憶できる最大記憶ベクトル数 R_{max} を求める。定義より式 (19), (31) のクロストークノイズ発生率が 1% となる記憶ベクトル数 R_{max} が記憶容量を表す。 $l = k = 3, 5, 10$ の場合における各式の様子を図 5 に示す。これより、記憶容量 R_{max} は表 1 に示したとおりである。

これより、HASP は従来の相互想起型連想記憶回路よりも記憶容量 R_{max} が大きく、特に $l = k = 3$ の場合は 2 倍以上あることがわかる。また、図 5 の下段の水平線で示したように、クロストークノイズ発生率の基準を厳しく (0.1%) にすれば、この傾向は更に顕著になる。 $l = k = 3$ の場合は 3 倍に、 $l = k = 5$ の場合も 2 倍以上になっている。

イズの割合が式 (30) で表せることが確認できた。

図 4 に、HASP における記憶ベクトル数に対するクロストークノイズの生起頻度 (点) と式 (31) から求めた値 (破線) を示した。ベクトルの大きさが $l = k = 10$ の場合、記憶ベクトル数が 300 ~ 500 で誤差が見られる。これはクロストークノイズが多数発生し、A 層で用いた仮定が成り立たないためであると考えられる。しかしながら、記憶容量を求める場合においては

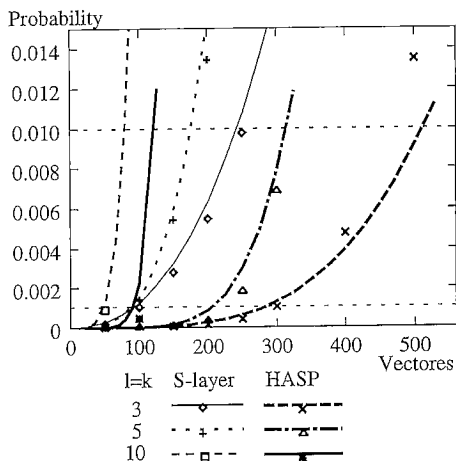


図5 相互想起型連想記憶回路およびHASPのクロストークノイズ発生率
 Fig. 5 Probability of occurrence of crosstalk noise appeared at the output of heteroassociative network and that of HASP.

5. むすび

連想記憶回路HASPの記憶容量の解析をHASPのクロストークノイズ発生率を求めることにより行った。HASPのクロストークノイズ発生率は、式(31)よりS層で発生するクロストークノイズの割合とA層に残存するクロストークノイズの割合で求めることができる。この結果、図4のように良好な推定値を得ることができた。

本解析の目的は記憶容量を求めることであるため、A層の解析においてクロストークノイズが非常に少ない場合について考えた。図4よりこの仮定を用いたとしてもHASPのクロストークノイズ発生率の良い推定値を与え、十分に記憶容量を評価できることがわかる。しかしながら、HASPの特性をより詳しく解析するには、A層の解析においてニューロンの状態の時間的な変化を考慮に入れる必要がある。また、シミュレーションによる検証においても、A層に入力されるクロストークノイズをランダムにしたが、S層で得られるクロストークノイズには相関があるので、この相関も考慮に入れる必要がある。

連想記憶回路HASPは相互抑制回路を設けることにより、相互想起型連想記憶回路よりもシナプス結合の数が2倍になっているので、最大記憶ベクトル数が2倍になることは当然と言える。しかしながら、 $l = k = 3$ の場合においては2倍以上になり、更に、

クロストークノイズ発生率の基準を厳しくすることにより、 $l = k = 5, 10$ の場合においても2倍以上になり得る。従って、HASPのようなクロストークノイズ除去の機構が有効であると言える。

謝辞 本研究を進めるにあたり、有益な御助言を頂いた筑波大学 電子・情報工学系の徳永隆治先生に感謝する。また、川島深雪氏をはじめとする視覚情報処理研究室の皆様の協力に感謝する。

文 献

- [1] K. Nakano, "Associatron — A model of associative memory," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, vol.SMC-2, no.3, pp.380-388, 1972.
- [2] S. Amari, "Learning patterns and pattern sequences by self-organization nets of threshold elements," IEEE Trans. Comput., vol.C-21, no.11, pp.1197-1206, 1972.
- [3] T. Kohonen, "Correlation matrix memories," IEEE Trans. Comput., vol.C-21, no.4, pp.353-359, 1972.
- [4] D.J. Willshaw, O.P. Buneman, and H.C. Longuet-Higgins, "Non-holographic associative memory," NATURE, vol.222, pp.960-962, 1969.
- [5] D. Willshaw and P. Dayan, "Optimal plasticity from matrix memory; What goes up must come down," Neural Computation, no.2, pp.85-93, 1990.
- [6] J. Buckingham and D. Willshaw, "Performance characteristics of the associative net," Network, no.3, pp.407-414, 1992.
- [7] G. Palm, "On associative memory," Biological Cybernetics, vol.36, pp.19-31, 1980.
- [8] Y. Hirai, "A model of human associative processor(HASP)," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, vol.SMC-13, no.5, pp.851-857, 1983.

付 録

1. 条件の説明

クロストークノイズの大きさが $\eta = 1$ の場合において、条件 $\Delta_i > 0 (i \in Y)$ が常に成立することを示す。ニューロン群 U のニューロンの出力を A_U とすると、ニューロン群 Y について、式(22)は

$$\Delta_i = W_i \cdot S_i - W^A \cdot A_U, \quad i \in Y \quad (A \cdot 1)$$

となる。

(1) ニューロン $A_i, i \in Y$ がニューロン A_U と結合していない場合、 $W^A = 0$ であるので条件が成立する。

(2) ニューロン A_U がニューロン群 Y の $n \geq 2$ 個のニューロン A_{Y1}, \dots, A_{Yn} と相互に結合している場合。

ニューロン $A_{Yi}, i = 1, \dots, n$ はニューロン A_U から

のみ抑制を受けるのに対して、ニューロン A_U は n 個のニューロン $A_{Y_i}, i = 1, \dots, n$ から抑制を受けるので、ニューロン A_U が発火することはない。従って $A_U = 0$ より、条件が成立する。

(3) ニューロン A_U がニューロン群 Y の1個のニューロン A_Y と相互に結合している場合。

平衡状態において、出力 A_U と A_Y は初期値が等しいので

$$A_U = A_Y \quad (\text{A}\cdot 2)$$

となる。また、 A_U, A_Y は動作方程式(9)より、次の連立方程式を満たす。

$$\begin{cases} -A_Y + W \cdot S - W^A \cdot A_U = 0 \\ -A_U + W \cdot S - W^A \cdot A_Y = 0 \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

よって、式(A・2),(A・3)より、

$$A_U = \frac{W \cdot S}{1 + W^A} < \frac{W \cdot S}{W^A} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

となるから、条件が成り立つ。

以上より、いずれの場合においても条件 $\Delta_i > 0$ ($i \in Y$) が成立する。

(平成7年4月11日受付, 6月19日再受付)



川村 正樹 (学生員)

平6筑波大・第三・情報卒。現在同大理工学修士課程在学中。ニューラルネットワーク、記憶に関する研究に従事。



平井 有三 (正員)

昭45慶大・工・電気卒。昭50同大大学院博士課程了。同年富士通(株)入社。昭53年より筑波大学電子・情報工学系勤務。現在同大教授。工博。ニューラルネットワーク関係の研究に従事。昭54年度本学会学術奨励賞授賞。情報処理学会, 日本認知学会, IEEE,

INNS 各会員。