文献内容の記述に関する簡単なモデル

橋　本　　　寛

1. はじめに

文献検索における基本的問題の一つとして，文献内容の表現の問題がある。文献をどのように表現するかは，文献の処理において，重要な位置を占めており，たとえば，キーワード方式の検索では，文献をキーワードの集合，またはキーワードを適当な演算子で結合した式によって表現することがおこなわれている。文献をキーワードの集合等に変換することは，辞書を用いる手法，統計的手法などによっておこなわれている〔1〕。しかし，その変換は文献の意味内容と関係するため，いずれの場合でも明確な根拠があるわけではなくて，原理的なあいまいさを含んでいるようにおもわれる。それは文献の情報が何であるかを認識することなしに，キーワードの集合等へ変換しようとすることによるものと考えられる。

ここでは，文献検索の特殊な場合として，定理の検索をとりあげ，定理を文献とみなし，このようなインデクシングの問題に対する一つの接近法について簡単なモデルを構成し，考察をおこなっている。このモデルにおいては，文献のもつ情報は，その分野であらわれる基本概念から形成された最小項の存在性に関する情報であると考える。これにより，文献の一つの記述方法が構成でき，また文献のもつある情報量が定義できる。一方，情報の要求も文献と同様に記述され，基本概念に関する最小項の集合の包含関係として，文献と要求のマッチングが定義される。この文献と要求のマッチングに関する

若干の基本的性質を明らかにしている。なお，要求の定式化においては概念算と論理演算とを区別している。

このモデルは理想化された条件の下で議論されているので，現実の問題に適用するには無理があるが，文献の記述に対する一つの接近法として有用ではないかとおもわれる。このように，ここで述べる方法は，原理的なものであって，実用的ではないが，文献の記述に関する確定的な根拠を与えるものと考えることができる。

2．モデルの構成

2.1　文献の記述

文献の内容を表現するために，基本となる概念すなわちキーワードを概念算の演算子$\cap$，$\cup$，^{c}で結んだものを用い，これを記述式とよぶ。また，一般に記述式によって指定される概念を複合概念とよぶことにする。以下では，まず文献のもつ情報について考え，つぎにその記述式の作成方法，すなわち文献から記述式への変換について考える。一般の文献では，内容の検討が困難であるので，ここでは数学の一分野である行列論の定理を文献とみなし，考察を進めていく。数学の定理であるから，その内容および概念の定義は明確であって，それを表現する記述式や検索結果等の客観的検討も容易である。

文献検索の数学的モデルに関する多くの議論では，文献がキーワードの集合または概念算などで構成された式に，適当な方法で変換されているものとして議論される〔2〕。それゆえ，与えられた文献から，それらのものに変換することについての定式化された議論は，あまりなされていないようにおもわれる。

これまでの例であれば，文献の中にキーワードK_1，K_2が存在している場合，その文献を単に

$$\{K_1,\ K_2\}$$

と表現したり，または式を用いて

$$K_1 \cap K_2^c$$

などと表現することがおこなわれてきた。$\{K_1, K_2\}$の場合より $K_1 \cap K_2^c$ のほうが，キーワード間の結びつきが示されていて，より詳しい表現といえるけれども，与えられた文献から，$K_1 \cap K_2^c$ のような式を作り出す過程については，比較的ばくぜんと議論されているようにおもわれる。

本節では，文献の内容を表現する記述式の作成方法について説明するが，その前に文献の有する情報に対して考察を加える。議論を容易にするために，行列論における，つぎの明白な定理について考えよう。

「対称な三角行列は対角行列である」

ここで，対称行列を K_1，三角行列を K_2，対角行列を K_3 で示せば，その定理は

$$K_1 \cap K_2 \subseteqq K_3 \tag{1}$$

と表わせる。このように，概念間の包含関係によって命題を表わすことは，アリストテレス以来の伝統的論理学でおこなわれてきたところである〔3〕。

ところで，上の定理については逆も成立するから，結局

$$K_1 \cap K_2 = K_3 \tag{2}$$

が成立する。この関係のほうが，より詳しい情報を与えている。また，対角行列 K_3 は対称行列 K_1 に真に含まれるから，(2)よりもさらに詳しい，つぎの関係(3)が成立する。

$$K_1 \cap K_2 = K_3,\quad K_3 \subsetneqq K_1 \tag{3}$$

ここで，K_1，K_2，K_3 に関する８個の最小項

$$\begin{array}{ll}
K_1^c \cap K_2^c \cap K_3^c & K_1^c \cap K_2^c \cap K_3 \\
K_1^c \cap K_2 \cap K_3^c & K_1^c \cap K_2 \cap K_3 \\
K_1 \cap K_2^c \cap K_3^c & K_1 \cap K_2^c \cap K_3 \\
K_1 \cap K_2 \cap K_3^c & K_1 \cap K_2 \cap K_3
\end{array}$$

について考えると，(1)は空集合を ϕ で示すとき

$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c = \phi$$

と同値であり(図1参照。斜線部は空であることを示す)，(2)は

$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c = \phi$$
$$(K_1 \cap K_2)^c \cap K_3 = \phi$$

すなわち

$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c = \phi$$
$$K_1^c \cap K_2 \cap K_3 = \phi$$
$$K_1^c \cap K_2^c \cap K_3 = \phi$$
$$K_1 \cap K_2^c \cap K_3 = \phi$$

と同値である(図2参照)。また(3)は

$$K_1 \cap K_2 = K_3$$
$$K_3 \cap K_1^c = \phi$$
$$K_3^c \cap K_1 \neq \phi$$

したがって

$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c = \phi$$
$$K_1^c \cap K_2 \cap K_3 = \phi$$
$$K_1^c \cap K_2^c \cap K_3 = \phi$$
$$K_1 \cap K_2^c \cap K_3 = \phi$$
$$K_1 \cap K_2^c \cap K_3^c \neq \phi$$

と同値である(図3参照。×印は空でない領域を示す)。

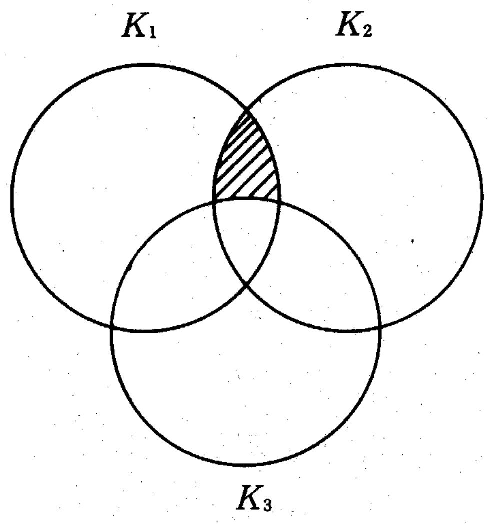


図1　式(1)のベン図

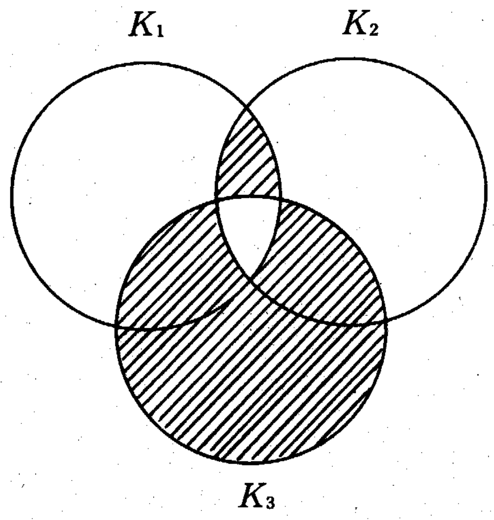


図2　式(2)のベン図

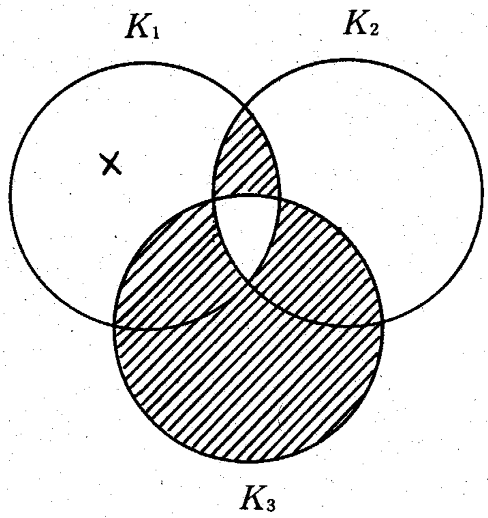


図3　式(3)のベン図

このようにみると，概念の包含関係で与えられる情報は，複合概念である最小項の存在性に関する情報，すなわちそれらの最小項が空であるかどうかということに関する情報であると考えることができる。また，存在性の決定される最小項の個数を，そのときの情報量と考えれば，それによって文献の情報を定量的に比較することができる。たとえば，上の例で，(1)より(2)のほうが明らかに詳しい情報であるが，情報量で比較すると，(1)の情報量は1単

位，(2)の情報量は4単位であって，(2)のほうがはるかに詳しい情報であることがわかる。また(3)の情報量は5単位であって，(2)の情報のもとでさらに(3)であることがわかったときに，増加する情報量は1単位であると考えることができる。

一般に，n 個の基本概念 K_1，K_2，…，K_n が与えられたとき，これらの基本概念から構成される複合概念である最小項の存在性の情報を与えるのが文献であると考えることにする。ある最小項が存在しないことは証明によって示され，存在することはその最小項に属する具体例を構成して示せばよい。また文献のもつ情報量とは，その文献によって存在性の決定される最小項の個数であると考えることができる。以下では，この仮定のもとで議論する。

文献の情報が最小項の存在性に関する情報であると考えれば，その文献を最小項の集合で記述することができる。しかし，最小項の集合では最小項の個数が多くなると取扱が不便であるので，最小項の和をつくり，可能ならばそれを簡約して得られる式で文献を記述することにし，その式を記述式とよぶことにする。

たとえば，いまある文献が，つぎの4個の最小項

$$K_1^c \cap K_2 \cap K_3^c$$
$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c$$
$$K_1^c \cap K_2 \cap K_3$$
$$K_1 \cap K_2 \cap K_3$$

に関する存在性の情報を有しているものとする。このとき，これらの最小項の和をつくり，可能ならばそれを簡約する。

$$\begin{aligned}&(K_1^c \cap K_2 \cap K_3^c) \cup (K_1 \cap K_2 \cap K_3^c) \cup (K_1^c \cap K_2 \cap K_3)\\ &\quad \cup (K_1 \cap K_2 \cap K_3)\\ &\equiv (K_2 \cap K_3^c) \cup (K_2 \cap K_3)\\ &\equiv K_2\end{aligned}$$

したがって，この文献の記述式は K_2 である。

基本となる概念すなわちキーワードの個数が n 個あれば，最小項は 2^n 個あり，これらすべての最小項の存在性が決定されれば，任意の複合概念の存在性が決定でき，したがって任意の包含関係が決定できる。たとえば，複合概念 $F(K_1, K_2, \cdots, K_n)$ と $G(K_1, K_2, \cdots, K_n)$ に関して，F ならば G であるといえるかどうか，すなわち

$$F(K_1, K_2, \cdots, K_n) \subseteqq G(K_1, K_2, \cdots, K_n)$$

が成立するかどうかは

$$F \cap G^c$$

が空であるかどうかをみればよい。すなわち，$F \cap G^c$ に含まれる最小項の存在性を調べればよい。$F \cap G^c$ が空ならば，$F \subseteqq G$ であるし，空でなければ $F \subseteqq G$ とはいえない。さらに，$F \cap G^c$ が空であって，$F^c \cap G$ が空でなければ，F は G の真部分集合である。また，$F \cap G^c$，$F^c \cap G$ がともに空であれば $F = G$，すなわち F と G は数学的に同値であることになり，概念的には外延が等しいので，F と G は等値概念〔3〕であることになる。

2.2 要求の記述

文献に関する要求または質問に対しても，文献の場合と同様に記述式を作成する。要求はすべて最小項の存在性の情報に関する要求に変換し，その要求によって指定される最小項の情報を有する文献が検索されるものとする。

たとえば，行列論における，つぎのような質問について考えよう。

「正規な三角行列は対角行列であるか」

いま，正規行列を K_1，三角行列を K_2，対角行列を K_3 とすれば，その質問はつぎの関係式

$$K_1 \cap K_2 \subseteqq K_3$$

が成立するかどうかをきいている。この質問に対しては，つぎのような記述式

$$K_1 \cap K_2 \cap K_3^c$$

をつくり，これが空であるかどうかを調べればよい。したがって，これに関

する存在性の情報をもつ文献をとり出せばよい。

従来のキーワード方式では，質問はキーワードの集合で表わされるから，上の例に対しては

$$\{K_1,\ K_2,\ K_3\}$$

によって検索がなされるであろう。すなわち，キーワードの K_1，K_2，K_3を同時に含む文献がとり出されることになる。しかし，そのときとり出された文献が与えられた質問に適合しているという保障は必ずしもない。

一般に，概念 K_1，K_2，…，K_n と概念算$\cap$，$\cup$，^{c} によって構成される質問の記述式を単純要求とよび，これに対してつぎの規則で構成されるものを単に要求とよぶことにする。

(1)　単純要求は要求の特別な場合である。

(2)　要求 Q_1，Q_2 に対して

$$Q_1 \wedge Q_2,\quad Q_1 \vee Q_2,\quad \bar{Q}_1$$

も要求である。

(3)　上記(1)，(2)によるものだけが要求である。

要求の具体的な構成法は，つぎのとおりである。単純要求を F_1，F_2とするとき，F_1 および F_2 の存在性に関する完全な情報を有する文献を求める場合には，$F_1 \wedge F_2$ とし，F_1 または F_2 の少なくとも一方に関する完全な存在性の情報をもつ文献を求めるときは，$F_1 \vee F_2$ とする。また，F_1 の存在性に関する完全な情報をもたない文献を求める場合は，$\bar{F}_1$ とする。なお，要求の正確な意味は次節のマッチングの定義によって与えられるものとする。

2.3　文献と要求のマッチング

文献Dによって存在性の決定される最小項の集合を$M(D)$で，また単純要求Fによって指定される最小項の集合を$M(F)$で示す。このとき，文献と単純要求とのマッチング $r(D,\ F)$を，つぎのように定めよう。

$$r(D,\ F)=\begin{cases}1\cdots\cdots M(D)\supseteqq M(F)\ \text{のとき}\\ 0\cdots\cdots M(D)\supseteqq M(F)\ \text{でないとき}\end{cases}$$

この $r(D, F)$ が1の文献 D は，単純要求 F を完全に満たしていると考えることができる。マッチングの定め方としては他の方法も考えられるが〔4〕，第1段階としては，このように定めて，そのときの性質を調べた上で拡張するのが自然であろう。

つぎに，一般の要求に対するマッチングを定義することが必要になるが，まず以下の演算を定める。

変数 x，y を0，1の値をとるものとするとき

$$x \wedge y = \min\{x, y\}$$
$$x \vee y = \max\{x, y\}$$
$$\bar{x} = 1 - x$$

と定義する。

このとき，複合概念 F_1，F_2，…，F_k に関する一般の要求 Q を

$$Q = Q(F_1, F_2, \cdots, F_k)$$

とするとき，文献 D と要求 Q とのマッチング $r(D, Q)$ を

$$r(D, Q) = Q(r(D, F_1), r(D, F_2), \cdots, r(D, F_k))$$

によって定める。たとえば，つぎのとおりである。

$$\begin{aligned} r(D, K_1 \wedge K_2) &= r(D, K_1) \wedge r(D, K_2) \\ &= \min\{r(D, K_1), r(D, K_2)\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} r(D, (K_1 \cap K_2) \vee \bar{K_3}) &= r(D, K_1 \cap K_2) \vee \overline{r(D, K_3)} \\ &= \max\{r(D, K_1 \cap K_2), 1 - r(D, K_3)\} \end{aligned}$$

このマッチング $r(D, Q)$ が1の文献 D は，要求 Q を満足しているものとして考えられ，とり出される。つぎに，簡単な具体例に対して $r(D, Q)$ を計算してみよう。

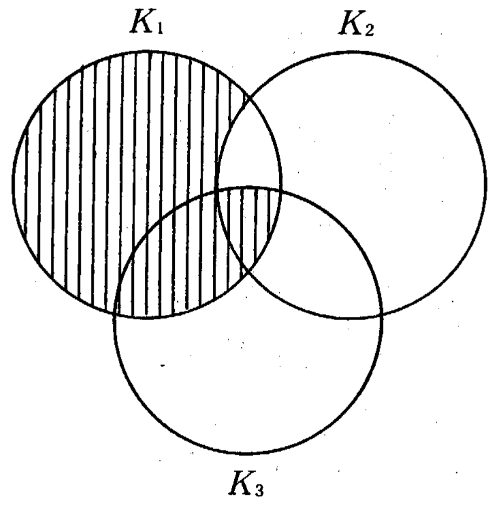
基本概念を K_1，K_2，K_3 とし，文献 $D = (K_1 \cap K_2^c) \cup (K_1 \cap K_2 \cap K_3)$ と要求 $Q = (K_1 \cap K_3) \vee (K_2 \cap K_3)$ に対して $r(D, Q)$ を求める。まず，最小項の集合である $M(D)$，$M(K_1 \cap K_3)$，$M(K_2 \cap K_3)$ を求める。

$$M(D)=\{K_1\cap K_2^c\cap K_3^c, K_1\cap K_2^c\cap K_3, K_1\cap K_2\cap K_3\}$$
$$M(K_1\cap K_3)=\{K_1\cap K_2^c\cap K_3, K_1\cap K_2\cap K_3\}$$
$$M(K_2\cap K_3)=\{K_1^c\cap K_2\cap K_3, K_1\cap K_2\cap K_3\}$$

したがって

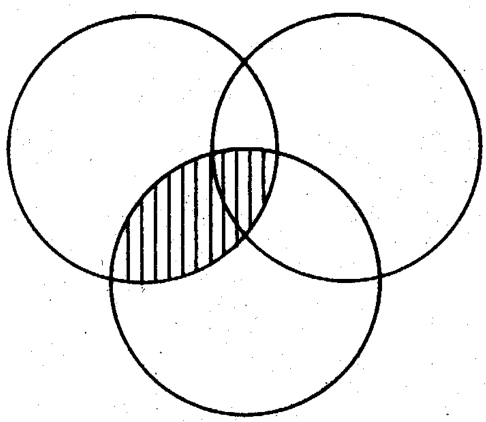
$$r(D, K_1\cap K_3)=1$$
$$r(D, K_2\cap K_3)=0$$
$$r(D, Q)=r(D, K_1\cap K_3)\vee r(D, K_2\cap K_3)=1$$

となる。よって，文献Dは，要求Qを満たしており，複合概念 $K_1\cap K_3$ または $K_2\cap K_3$ の存在性に関する。情報を有している。図4に文献のベン図を，図5に要求のベン図を示す。縦線部は文献または要求によって指定される領域を示す。

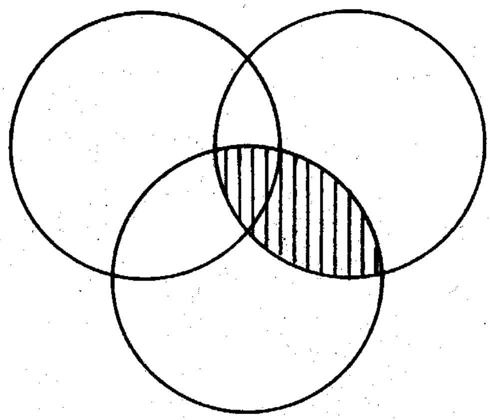


$(K_1\cap K_2^c)\cup(K_1\cap K_2\cap K_3)$

図4　文献のベン図



(a)　$K_1 \cap K_3$



(b)　$K_2 \cap K_3$

図5　要求のベン図

以下，文献と要求のマッチングを上記のように定めた場合の検索モデルについて考察をおこない，その基本的性質をあきらかにする。

〔性質1〕

基本概念 K_1, K_2, …, $K_n (n \geqq 2)$ に関する最小項の集合を $M_n(\cdot)$ で示し，また基本概念 K_n を削除したときの最小項の集合を $M_{n-1}(\cdot)$ で示す。このとき，基本概念 K_n を記述式中に含まぬ文献 D および単純要求 F に対して

$$M_n(D) \supseteqq M_n(F) \Longleftrightarrow M_{n-1}(D) \supseteqq M_{n-1}(F)$$

（証明）

(1)　$M_n(D) \supseteqq M_n(F)$ のとき

(a)　$M_{n-1}(F)$ が空のとき

あきらかに $M_{n-1}(D) \supseteqq M_{n-1}(F)$

(b)　$M_{n-1}(F)$ が空でないとき

$M_{n-1}(F)$ の任意の要素を $K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)}$ とする。ただし $e(i)$ は 0

または1で，$K_i^0 \equiv K_i^c$，$K_i^1 \equiv K_i$と定める。適当な2進ベクトルの集合Aに対して

$$M_{n-1}(F)=\{K_1^{a(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{a(n-1)}\,|\,(a(1),\ \cdots,\ a(n-1))\in A\}$$
$$M_n(F)=\{K_1^{a(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{a(n-1)}\cap K_n^0\,|\,(a(1),\ \cdots,\ a(n-1))\in A\}$$
$$\cup\ \{K_1^{a(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{a(n-1)}\cap K_n^1\,|\,(a(1),\ \cdots,\ a(n-1))\in A\}$$

である。このとき$M_n(F)$は空でない。

$$K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\in M_{n-1}(F)$$

によって

$$(e(1),\ \cdots,\ e(n-1))\in A$$
$$\left.\begin{array}{l} K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\cap K_n^0\in M_n(F) \\ K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\cap K_n^1\in M_n(F) \end{array}\right\}\qquad (*)$$

となる。また適当な2進ベクトルの集合Bに対して

$$M_{n-1}(D)=\{K_1^{b(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{b(n-1)}\,|\,(b(1),\ \cdots,\ b(n-1))\in B\}$$
$$M_n(D)=\{K_1^{b(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{b(n-1)}\cap K_n^0\,|\,(b(1),\ \cdots,\ b(n-1))\in B\}$$
$$\cup\ \{K_1^{b(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{b(n-1)}\cap K_n^1\,|\,(b(1),\ \cdots,\ b(n-1))\in B\}$$

である($M_n(D)$は空でないから，Bは空でない)。仮定および(*)によって

$$K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\cap K_n^0\in M_n(D)$$
$$K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\cap K_n^1\in M_n(D)$$

であるから

$$(e(1),\ \cdots,\ e(n-1))\in B$$

したがって

$$K_1^{e(1)}\cap\cdots\cap K_{n-1}^{e(n-1)}\in M_{n-1}(D)$$

ゆえに

$$M_{n-1}(D)\supseteqq M_{n-1}(F)$$

(2)　$M_{n-1}(D)\supseteqq M_{n-1}(F)$のとき

(a)　$M_n(F)$が空のとき

あきらかに $M_n(D) \supseteqq M_n(F)$

(b) $M_n(F)$ が空でないとき

$M_n(F)$ の任意の要素を $K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \cap K_n^{e(n)}$ とする。適当な2進ベクトルの集合Aに対して

$$M_{n-1}(F) = \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{a(n-1)} \mid (a(1), \cdots, a(n-1)) \in A\}$$

$$M_n(F) = \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{a(n-1)} \cap K_n{}^0 \mid (a(1), \cdots, a(n-1)) \in A\}$$

$$\cup \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{a(n-1)} \cap K_n^1 \mid (a(1), \cdots, a(n-1)) \in A\}$$

である。

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \cap K_n^{e(n)} \in M_n(F)$$

によって

$$(e(1), \cdots, e(n-1)) \in A$$

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \in M_{n-1}(F) \qquad (**)$$

となる。また適当な2進ベクトルの集合Bに対して

$$M_{n-1}(D) = \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{b(n-1)} \mid (b(1), \cdots, b(n-1)) \in B\}$$

$$M_n(D) = \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{b(n-1)} \cap K_n^0 \mid (b(1), \cdots, b(n-1)) \in B\}$$

$$\cup \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{b(n-1)} \cap K_n^1 \mid (b(1), \cdots, b(n-1)) \in B\}$$

である。仮定におよび(**)によって

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \in M_{n-1}(D)$$

であるから

$$(e(1), \cdots, e(n-1)) \in B$$

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \cap K_n^0 \in M_n(D)$$

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \cap K_n^1 \in M_n(D)$$

したがって

$$K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_{n-1}^{e(n-1)} \cap K_n^{e(n)} \in M_n(D)$$

ゆえに

$$M_n(D) \supseteqq M_n(F)$$

この性質によって，文献Dと単純要求Fとのマッチング$r(D, F)$を求める場合には，D，Fの中に現れる基本概念だけについて，最小項の集合を求めればよいことになる。すなわち，D，Fの中に現れない概念は無視して最小項をつくればよい。なお，最小項の集合$M(\cdot)$は式の集合であって，最小項の指示する具体的な集合族ではないとする。

〔性質２〕

複合概念F，Gから構成される最小項の集合について，つぎの関係が成立する。

(1)　$M(F \cap G) = M(F) \cap M(G)$

(2)　$M(F \cup G) = M(F) \cup M(G)$

(3)　$M(F^c) = [M(F)]^c$

（証明）

基本概念をK_1，K_2，…，K_nとする。適当な２進ベクトルの集合A, Bに対して

$$F \equiv \bigcup_{(a(1), \cdots, a(n)) \in A} (K_1^{a(1)} \cap K_2^{a(2)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)})$$

$$G \equiv \bigcup_{(b(1), \cdots, b(n)) \in B} (K_1^{b(1)} \cap K_2^{b(2)} \cap \cdots \cap K_n^{b(n)})$$

$$M(F) = \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)} \mid (a(1), \cdots, a(n)) \in A\}$$

$$M(G) = \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_n^{b(n)} \mid (b(1), \cdots, b(n)) \in B\}$$

である。ただし，２進ベクトルの集合Aが空のときは，つぎのように定める。

$$A = \phi \Longleftrightarrow F = \phi \Longleftrightarrow M(F) = \phi$$

他の場合も同様である。

(1)　$(K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)}) \cap (K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_n^{b(n)})$

$$\equiv \begin{cases} K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)} \cdots (a(1), \cdots, a(n)) = (b(1), \cdots, b(n)) \text{のとき} \\ \phi \cdots\cdots (a(1), \cdots, a(n)) \neq (b(1), \cdots, b(n)) \text{のとき} \end{cases}$$

であるから

$$F \cap G \equiv \bigcup_{(e(1),\cdots,e(n)) \in A \cap B} (K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_n^{e(n)})$$

$$\begin{aligned} M(F \cap G) &= \{K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_n^{e(n)} \mid (e(1), \cdots, e(n)) \in A \cap B\} \\ &= \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)} \mid (a(1), \cdots, a(n)) \in A\} \\ &\quad \cap \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_n^{b(n)} \mid (b(1), \cdots, b(n)) \in B\} \\ &= M(F) \cap M(G) \end{aligned}$$

(2)　$F \cup G \equiv \bigcup_{(e(1),\cdots,e(n)) \in A \cup B} (K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_n^{e(n)})$

$$\begin{aligned} M(F \cup G) &= \{K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_1^{e(n)} \mid (e(1), \cdots, e(n)) \in A \cup B\} \\ &= \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)} \mid (a(1), \cdots, a(n)) \in A\} \\ &\quad \cup \{K_1^{b(1)} \cap \cdots \cap K_n^{b(n)} \mid (b(1), \cdots, b(n)) \in B\} \\ &= M(F) \cup M(G) \end{aligned}$$

(3)　$F^c \equiv \bigcup_{(e(1),\cdots,e(n)) \in A^c} (K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_n^{e(n)})$

$$\begin{aligned} M(F^c) &= \{K_1^{e(1)} \cap \cdots \cap K_n^{e(n)} \mid (e(1), \cdots, e(n)) \in A^c\} \\ &= \{K_1^{a(1)} \cap \cdots \cap K_n^{a(n)} \mid (a(1), \cdots, a(n)) \in A\}^c \\ &= [M(F)]^c \end{aligned}$$

上の性質は以下の性質の証明において使用する。(1)は複合概念 $F \cap G$ の最小項の集合がFとGの最小項の集合の共通集合であることを示しているが，$F \cap G$ の$\cap$は概念算の演算子であり，$M(F) \cap M(G)$ の$\cap$は最小項の集合に関する集合算の演算子である。(2)，(3)についても同様である。

〔性質 3〕

複合概念D，F に関するマッチングに対して，つぎの関係が成立する。

(1)　$r(D, F) = r(F^c, D^c)$

(2)　$r(D \cup F, D \cap G) = 1$

（証明）

(1)　(a)　$r(D, F) = 1$のとき

$$M(D) \supseteqq M(F)$$

$$[M(D)]^c \subseteqq [M(F)]^c$$

性質2によって

$$M(D^c) \subseteqq M(F^c)$$

したがって

$$r(F^c,\ D^c) = 1$$

(b)　$r(D,\ F) = 0$ のとき

$$[M(D)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

$$[M(D)]^c \cap [M(F)]^{cc} \neq \phi$$

性質2によって

$$M(D^c) \cap [M(F^c)]^c \neq \phi$$

$M(F^c) \supseteqq M(D^c)$ ではない

$$r(F^c,\ D^c) = 0$$

(2)　$M(D) \cup M(F) \supseteqq M(D) \cap M(G)$

であるから，性質2によって

$$M(D \cup F) \supseteqq M(D \cap G)$$

したがって

$$r(D \cup F,\ D \cap G) = 1$$

性質3の(1)は，DとFとの間の対称的関係を示すものである。マッチングに関して成立する式の多くは，この(1)によって対応する式に変換できる〔たとえば，つぎの性質4の(1)，(2)と(3)，(4)〕。(2)は文献の概念と要求の概念との間の自明な包含関係に関する性質である。これの特別な場合として，いくつかの基本的関係式が得られる。

〔性質4〕

複合概念D，F，Gと，それによって記述される文献および要求に対して，つぎの関係が成立する。

(1)　$r(D,\ F \wedge G) = r(D,\ F \cup G)$

(2)　$r(D,\ F \vee G) \leqq r(D,\ F \cap G)$

(3)　$r(D_1 \cap D_2,\ F) = r(D_1,\ F) \wedge r(D_2,\ F)$

(4)　$r(D_1 \cup D_2,\ F) \geqq r(D_1,\ F) \vee r(D_2,\ F)$

(5)　$r(D \cap F,\ F \cap G) = r(D,\ F \cap G)$

（証明）

(1)　$r(D,\ F \wedge G) = r(D,\ F) \wedge r(D,\ G)$

(a)　$r(D,\ F) = 1$，$r(D,\ G) = 1$ のとき

$$r(D,\ F \wedge G) = 1$$

また，このとき

$$M(D) \supseteqq M(F),\ M(D) \supseteqq M(G)$$

よって

$$M(D) \supseteqq M(F) \cup M(G)$$

$$M(D) \supseteqq M(F \cup G) \qquad \text{〔性質2〕}$$

ゆえに

$$r(D,\ F \cup G) = 1$$

(b)　$r(D,\ F) = 1$，$r(D,\ G) = 0$ のとき

$$[M(D)]^c \cap M(F) = \phi,\ [M(D)]^c \cap M(G) \neq \phi$$

よって

$$[M(D)]^c \cap [M(F) \cup M(G)] \neq \phi$$

$$[M(D)]^c \cap M(F \cup G) \neq \phi \qquad \text{〔性質2〕}$$

したがって

$M(D) \supseteqq M(F \cup G)$ ではない

ゆえに

$$r(D,\ F \cup G) = 0$$

一方，このとき

$$r(D,\ F \wedge G) = 0$$

(c)　$r(D,\ F) = 0$，$r(D,\ G) = 1$ のとき

(b)と同様

(d)　$r(D,\ F) = 0$，$r(D,\ G) = 0$ のとき

(b)と同様

(2)　$r(D, F \vee G) = r(D, F) \vee r(D, G)$

(a)　$r(D, F) = 1$ ，$r(D, G) = 1$ のとき

$$M(D) \supseteqq M(F)$$

$$M(D) \supseteqq M(G)$$

よって

$$M(D) \supseteqq M(F) \cap M(G)$$

$$M(D) \supseteqq M(F \cap G) \qquad \text{〔性質2〕}$$

ゆえに

$$r(D, F \cap G) = 1$$

一方，このとき

$$r(D, F \vee G) = 1$$

(b)　$r(D, F) = 1$ ，$r(D, G) = 0$ のとき

$$M(D) \supseteqq M(F) \supseteqq M(F \cap G)$$

$$M(D) \supseteqq M(F \cap G)$$

ゆえに

$$r(D, F \cap G) = 1$$

一方，このとき

$$r(D, F \vee G) = 1$$

(c)　$r(D, F) = 0$ ，$r(D, G) = 1$ のとき

(b)と同様

(d)　$r(D, F) = 0$ ，$r(D, G) = 0$ のとき

$$r(D, F \vee G) = 0$$

$$[M(D)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

$$[M(D)]^c \cap M(G) \neq \phi$$

(i)　$[M(D)]^c \cap M(F \cap G) \neq \phi$ のとき

$$r(D, F \cap G) = 0$$

(ii)　$[M(D)]^c \cap M(F \cap G) = \phi$ のとき

$$r(D, F \cap G) = 1$$

(3) (a) $r(D_1, F) = 1$, $r(D_2, F) = 1$ のとき

$$M(D_1) \supseteqq M(F),\ M(D_2) \supseteqq M(F)$$

$$M(D_1 \cap D_2) \supseteqq M(F)$$

ゆえに

$$r(D_1 \cap D_2, F) = 1$$

一方

$$r(D_1, F) \wedge r(D_2, F) = 1$$

(b) $r(D_1, F) = 1$, $r(D_2, F) = 0$ のとき

$$[M(D_1)]^c \cap M(F) = \phi$$

$$[M(D_2)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

$$([M(D_1)]^c \cup [M(D_2)]^c) \cap M(F) \neq \phi$$

$$[M(D_1 \cap D_2)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

$$r(D_1 \cap D_2, F) = 0$$

一方

$$r(D_1, F) \wedge r(D_2, F) = 0$$

(c) $r(D_1, F) = 0$, $r(D_2, F) = 1$ のとき

(b)と同様

(d) $r(D_1, F) = 0$, $r(D_2, F) = 0$ のとき

(b)と同様

(4) (a) $r(D_1, F) = 1$, $r(D_2, F) = 1$ のとき

$$M(D_1) \supseteqq M(F),\ M(D_2) \supseteqq M(F)$$

$$M(D_1 \cup D_2) \supseteqq M(F)$$

$$r(D_1 \cup D_2, F) = 1$$

一方

$$r(D_1, F) \vee r(D_2, F) = 1$$

(b) $r(D_1, F) = 1$, $r(D_2, F) = 0$ のとき

$$M(D_1 \cup D_2) \supseteqq M(D_1) \supseteqq M(F)$$

$$r(D_1 \cup D_2,\ F) = 1$$

一方

$$r(D_1,\ F) \vee r(D_2,\ F) = 1$$

(c)　$r(D_1,\ F) = 0$,　$r(D_2,\ F) = 1$ のとき

(b)と同様

(d)　$r(D_1,\ F) = 0$,　$r(D_2,\ F) = 0$ のとき

$$r(D_1,\ F) \vee r(D_2,\ F) = 0$$

$$[M(D_1)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

$$[M(D_2)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

(i)　$[M(D_1)]^c \cap [M(D_2)]^c \cap M(F) \neq \phi$ のとき

$$M(D_1^c \cap D_2^c) \cap M(F) \neq \phi$$

$$M((D_1 \cup D_2)^c) \cap M(F) \neq \phi$$

$$[M(D_1 \cup D_2)]^c \cap M(F) \neq \phi$$

ゆえに

$$r(D_1 \cup D_2,\ F) = 0$$

(ii)　$[M(D_1)]^c \cap [M(D_2)]^c \cap M(F) = \phi$ のとき

$$[M(D_1 \cup D_2)]^c \cap M(F) = \phi$$

ゆえに

$$r(D_1 \cup D_2,\ F) = 1$$

(5)　$$\begin{aligned} r(D \cap F,\ F \cap G) &= r(D,\ F \cap G) \wedge r(F,\ F \cap G) \\ &= r(D,\ F \cap G) \wedge 1 \qquad \text{〔性質 3〕} \\ &= r(D,\ F \cap G) \end{aligned}$$

上記の性質(1)は，要求 $F \wedge G$ と $F \cup G$ が等価であることを示している。これはその意味を考えても明らかで，Fを含みかつGを含む文献をさがすことは，$F \cup G$ を含む文献をさがすことと等しい。これに対して，(2)によれば，要求 $F \vee G$ と $F \cap G$ とは一般には等しくない。このように，論理演算と概念算とは必ずしも一致しないので区別する必要がある。(3)，(4)は文献を合

成する場合の性質であって，(1)，(2)と対応している。文献の合成は，情報がいくつかの文献に分散している場合には，とくに重要である。(5)の $D \cap F$ は文献の記述がこのようになっていると考えてもよいし，また文献Dを概念Fで制限した場合の検索と考えてもよい。いずれにしても，$D \cap F$ に対して $F \cap G$ で検索することと，Dに対して $F \cap G$ で検索することとは等価である。この種の性質が上記の他にも多数成立することは，容易に確かめることができる。

3．まとめ

文献検索の特殊な例として，定理の検索について考察をおこない，文献のもつ情報を明らかにし，その表現法について述べた。この方法では，情報はすべて最小項に関して与えられるとしているが，現実の場合には，最小項の和に関してその存在性が与えられると考えねばならない。そのような場合には，カルナップらの意味情報量〔5〕を採用すればよいとおもわれる。これについては，別の機会に報告する。

ここでの方法を一般の文献の場合に適用することは無理であるが，文献の記述，すなわちインデクシングの一つの原理として有用ではないかと考えられる。

文　　献

〔1〕「シソーラス入門」，日本ドクメンテーション協会，1970。
〔2〕Salton, G: *"Automatic Information Organization and Retrieval"*, McGraw-Hill, 1968.
〔3〕近藤・好並：「論理学概論」，岩波書店，1964。
〔4〕橋本：「情報検索における概念の問題」，山口経済学雑誌，第24巻第4・5号，昭和50年5月。
〔5〕吉田：「ことばと実在」，新曜社，1971。