不確実性下の投資決定：展望論文*

中 村 保

1．はじめに

設備投資に関する意思決定が長期的な視野に立って行われる限り，企業は将来の不確実性を避けることは出来ない。それゆえ，明示的に不確実性を考慮していない投資モデルにおいても，将来の生産物価格や賃金率といった外生的パラメータについては，企業が予想した値(期待値)であると考えるべきであろう。投資決定モデルにおいて，ただ単に外生的パラメータの解釈を「確定的な値」から「数学的期待値」であると変更するだけで良いのならば，不確実性の存在は企業の設備投資理論に本質的な影響を及ぼさない。しかし実際はそうではない。不確実性の存在は，それに伴う固有の問題を投資理論に持ち込むのである。

Hartman(1976)は，利潤が外生的パラメータ(生産物価格や賃金率)の非線型関数である場合，外生的パラメータの関数である利潤の期待値を考えるか，まず外生的パラメータの期待値をとりその関数としての利潤を考えるか，によって不確実性の存在が企業の投資行動に全く異なるインプリケーションをもつことを明らかにした。彼は，不確実性を考慮した離散型の投資の調整費用モデルを分析し,「将来の価格に関する不確実性の増大が完全競争企業の投資を増加させる」という，ある意味で逆説的な結論を導いたのである。さらにAbel(1983)は，①連続的時間モデルを用い，②価格

＊本論文は，文部省科学研究費補助金(課題番号10730007)の援助を受けた研究成果の一部である。記して謝意を表したい。

がウィナー過程に従って変化すると想定した場合でも，Hartmanの結論が成り立つことを証明した。Hartman-Abelの結論は，利潤関数が価格の凸関数になるという周知の性質に起因している。言い換えれば，新古典派の生産関数の基本的な性質に由来するものである。

しかし，上述のHartman-Abelの結論は「将来が不確実である場合は現行の投資を控えるであろう」という我々の常識あるいは自然な推論とは必ずしも一致しない。さらに，Ferderer(1993)，Leahy and Whited(1995) やSakellaris(1995)等による実証分析の結果も我々の常識の方を支持するものが多く，不確実性の増大が投資を増加させるという結論を支持するものではない。

そこで，実証結果にそして我々の常識に合う結論を得るために，理論に様々の修正が加えられてきた。その中で，確定的な環境の下でArrow(1968)によって最初に考察され，Pindyck(1988)によって不確実性下の投資行動分析に応用されて，現在主流になっているのが，「投資の不可逆性(irreversibility)」を明示的にモデルに導入して分析するというものである。ここで，「投資の不可逆性」と呼ばれるものは，単に一旦実行した投資は後の時点では取り消すことが出来ないという意味だけではなく，設備の導入の際の費用に比してその廃棄の費用が非常に大きいという意味での「投資の調整費用の大きな非対称性(asymetry)」をも指している。なぜなら，完全な「投資の不可逆性」とは設備の廃棄費用が無限大で負の投資が不可能である場合に対応すると考えることができ，「投資の調整費用の非対称性」の極端な場合とみなすことも出来るという意味で，その方が一般的だからである。

本稿の第1の目的は，不確実性下の最適投資理論についてのこれまでの研究を整理することにある。しかし，それと同時に，現在主流となっている投資の不可逆性を導入した投資モデルが，Hartman-Abelの結論を覆すものとしては，それほど有力なモデルではないこと，換言すれば，他の重要な要素がなければ「不確実性と投資の負の相関」という結論を導き出せ

ないことも明らかにする[1]。

本稿の構成は以下の通りである。まず，第2節で以後の分析のための基本的枠組みを提示する。第3節では，「不確実性下の投資」に関する最近の研究のすべての出発点であると言っても過言ではない「Hartman-Abelモデル」を紹介する。そこでのモデルは，離散型(時間)モデルという点ではHartmanのモデルを，確率変数が確率的拡散過程に従がうという点ではAbelのモデルを用いており，Hartman-Abelモデルと呼ぶにふさわしい。第4節で，「投資の不可逆性」を導入したモデルを紹介し，その特徴を明らかにする。また，そこでは，「投資の不可逆性」が「不確実性と投資の負の相関」という結論を得るための必要条件の一つ，しかも幾つかの他の重要な必要条件が存在する中での一つに過ぎないことが示される。最後に第5節で若干の結論を述べる。

2．基本的枠組み

単一の製品を生産している企業を想定する。企業は毎期以下のような逆需要曲線に直面している。

$$p_t = Q_t^{(1-\phi)/\phi} Z_t, \tag{2-1}$$

但し，p_tは生産物の価格，Q_tは生産物の需要量，$\phi(>1)$は定数，Z_tはモデルにおける不確実性を特徴付ける確率変数である。需要の価格弾力性をβとすると，

$$\phi = \beta/(\beta-1), \tag{2-2}$$

という関係がある。完全競争企業の場合，$\beta=\infty$であるので，$\phi=1$となる[2]。

Z_tは，以下のような幾何ランダムウォーク過程(geometric random

1）「不確実性下の投資」に関しては，Dixit and Pindyck (1993) が最も包括的サーベイを行い，かつ厳密な分析を展開している。Chirinco (1997) も述べているように，不確実性下の投資行動を研究するための第1歩としては最良のものであろう。

2）L'Hopital のルールより，$\lim_{\beta\to\infty}\frac{\beta}{\beta-1}=\lim_{\beta\to\infty}\frac{\partial\beta/\partial\beta}{\partial(\beta-1)/\partial\beta}=1$

walk process)に従うと想定する[3)]。

$$Z_t = Z_{t-1}\exp\varepsilon_t, \tag{2-3a}$$

$$\varepsilon_t \sim N(-\sigma^2/2,\ \sigma^2), \tag{2-3b}$$

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_{t+i},\ \varepsilon_{t+j}) = 0 \quad \text{for} \quad i \neq j, \tag{2-3c}$$

但し，σは正の定数，cov(・)は共分散オペレータである。

上述の仮定の下では，

$$Z_{t+j} = Z_{t-1}\exp\left(\sum_{i=0}^{i=j}\varepsilon_{t+i}\right) \quad \text{or} \quad \log(Z_{i+j}/Z_{t-1}) = \sum_{i=0}^{i=j}\varepsilon_{t+i}, \tag{2-4}$$

となり，

$$\mu_Z \equiv E[\log(Z_{t+j}/Z_{t-1})] = E\left[\sum_{i=0}^{i=j}\varepsilon_{t+i}\right] = -\frac{\sigma^2}{2}(j+1)$$

$$\text{or} \quad E[\log Z_{t+j}] = \log Z_{t-1} - \frac{1}{2}\sigma^2(j+1), \tag{2-5a}$$

$$\sigma_Z^2 \equiv Var[\log(Z_{t+1}/Z_{t-1})] = Var\left[\sum_{i=0}^{i=j}\varepsilon_{t+i}\right] = \sigma^2(j+1), \tag{2-5b}$$

である[4)]。但し，$E[\cdot]$は期待値オペレータ，$Var[\cdot]$は分散オペレータである。すなわち，確率変数Z_{t+j}は，対数平均$\log Z_{t-1} - (1/2)\sigma^2(j+1)$，対数分散$\sigma^2(j+1)$をもつ，対数正規分布をなす。確率変数$x$が対数平均$\mu_x$，対数分散$\sigma_x^2$の対数正規分布に従うとき，$E[x] = \exp\{\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_x^2\}$となるので，

$$E[Z_{t+j}/Z_{t-1}] = \exp\{\mu_Z + \frac{1}{2}\sigma_Z^2\} = \exp(0) = 1, \tag{2-6}$$

すなわち，

$$E[Z_{t+j}] = Z_{t-1} \tag{2-7}$$

つまり，σの増大は，Rothchild and Stigiltz(1970)が定義した「平均保存的拡大」(mean-preserving spread)に相当する。これ以降，σの増大をもっ

3) (2)式に代えて，定常的な過程，すなわち$Z_t = Z_0\exp\varepsilon_t$，$Z_0$は正の定数，$\varepsilon_t \sim N(-\sigma^2/2,\ \sigma^2)$，と想定しても以後の結論は何ら変わらない。

4) 初期値Z_{t-1}は確率変数ではないことに注意。

て「不確実性の増大」と呼ぶことにする。

企業は以下のコブーダグラス型生産関数に従って生産を行う。

$$Y_t=(AL_t^{\alpha}K_t^{1-\alpha})^{\gamma}, \tag{2-8}$$

但し，Y_tは生産量，Aは生産性パラメータ，L_tは労働投入量，K_tは資本ストック，γは規模に関する収穫を表すパラメータである。すなわち，$\gamma>1$であれば収穫逓増，$\gamma=1$であれば収穫不変，$\gamma<1$であれば収穫逓減である。

簡単化のために，企業は在庫をもつことができないと仮定しよう。それゆえ，毎期生産されたものはその期の内に販売され尽くす。すなわち，

$$Q=Y_t, \tag{2-9}$$

である。

企業は毎期一定の貨幣賃金率wで労働を雇用できると想定すると，利潤関数$\pi(K_t, Z_t)$は以下のようになる。

$$\pi(K_t, Z_t)=\max_{Lt}\{(AL_t^{\alpha}K_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi}-wL_t\}=hZ_t^{\eta}K_t^{u}, \tag{2-10}$$

但し，

$$h=(1-\frac{\alpha\gamma}{\psi})A^{(\alpha/\gamma)(1-\alpha\gamma/\psi)}(\frac{\alpha\gamma}{\psi w})^{(\alpha\gamma/\psi/1-\alpha\gamma/\psi)}, \tag{2-11a}$$

$$\eta=\frac{1}{1-\alpha\gamma/\psi}>1, \tag{2-11b}$$

$$\mu=\frac{(1-\alpha)\gamma/\psi}{1-\alpha\gamma/\psi}>1 \tag{2-11c}$$

次式で表わされる資本ストックの運動もまた企業にとっての制約となる。

$$K_{t+1}=I_t+(1-\delta)K_t, \qquad 0\leqq\delta\leqq1, \tag{2-12}$$

但し，δ(定数)は資本の物的減耗率である。

3．Hartman-Abelモデル

Hartman(1976)とAbel(1983)は，一次同次の生産関数をもつ完全競争企業について不確実性が投資に及ぼす影響を分析している。Hartmanが離散

型のモデルを用いているのに対して，Abelは連続型のモデルを使っている。また確率変数に関しては，Abelがランダムウォーク過程に従うと想定しているのに対して，Hartmanは定常的な確率変数を想定している。ここでのモデルは，離散型のAbelモデル，あるいはランダムウォーク過程に従う確率変数を考慮したHartmanモデル，である。

完全競争企業は，弾力性が無限大の需要曲線(すなわち$\psi=1$である需要曲線)に直面していると考えられるので，

$$p_t=Z_t, \tag{3-1}$$

となる。換言すれば，Z_tが価格そのものを表わすと考えることができる。また一次同次の生産関数($\gamma=1$)を想定しているので，利潤関数は以下のようになる。

$$\pi(K_t, p_t)=h_1 p_t^{1/(1-\alpha)}K_t, \tag{3-2}$$

但し，

$$h_1=(1-\alpha\gamma)A^{1/(1-\alpha)}(\alpha/w)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

投資財の購入を含めた投資の調整費用関数$c(I_t)$については，通常のように以下のような性質をもつと想定する。

$$c(0)=0, \qquad c'(I_t)>0, \qquad c''(I_t)>0 \tag{3-3}$$

以上想定の下で企業にとっての最大化問題は以下のように定義される。

$$\max_{I_t} E\sum_{t=0}^{t=\infty}(1+r)^{-t}\{h_1 p^{1/(1-\alpha)}{}_tK_t-c(I_t)\}, \tag{3-4}$$

subject to $p_t=p_{t-1}\exp\varepsilon_t$, p_0：所与, & (2-12),

但し，r(定数)は利子率である。この問題を解くために以下のようなラグランジュ関数Lを定義する。

$$L=E\sum_{t=0}^{t=0}(1+r)^{-t}[\{h_1 p_t^{1/(1-\alpha)}K_t-c(I_t)\}-q_t\{K_{t+1}-(1-\delta)K_t-I_t\}] \tag{3-5}$$

一階の必要条件は以下の通りである。

$$q_1=c'(I_t), \tag{3-6a}$$

$$q_t=\frac{1-\delta}{1+r}q_{t+1}+\frac{h_1}{1+r}E[p_{t+1}^{1/(1-\alpha)}] \tag{3-6b}$$

また，横断性の条件は，

$$\lim_{T\to\infty}E[(1+r)^{-T}q_T K_T]=0 \tag{3-7}$$

である。(3-3)と(3-6a)の2式より，投資がの増加関数，すなわち，

$$I_t=I(q_t),\qquad I'(q_t)>0, \tag{3-8}$$

であることは明らかである。また，(3-6b)式の前向きの解(forward-looking solution)のみが横断性の条件(3-7)を満たす。すなわち，

$$q_t=\frac{h_1}{1+r}\sum_{j=1}^{j=\infty}\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}], \tag{3-9}$$

である。$(1-\delta)^{-j}E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]$が資本の限界生産物の期待値($\partial E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}K_{t+j}]/\partial K_t$)であることを考慮すれば，$q_t$は「不確実性を考慮した」トービンの(限界)$q$であると言える。

不確実性が投資に与える効果を考察するために，q_tの近似解を求めることにしよう。

$p_t=p_{t-1}\exp\varepsilon_t$より

$$p_{t+j}=p_t\exp\sum_{i=1}^{i=j}\varepsilon_{t+i}, \tag{3-10}$$

であるから，

$$E[\log p_t^{1/(1-\alpha)}+\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)E\sum_{i=1}^{i=j}\varepsilon_{t+i}=\log p_t^{1/(1-\alpha)}-\frac{\sigma^2 j}{2(1-\alpha)}, \tag{3-11a}$$

$$Ver[\log p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]=\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{22}Ver\left[\sum_{i=1}^{i=j}\varepsilon_{t+i}\right]=\frac{\sigma^2 j}{(1-\alpha)^2}, \tag{3-11b}$$

である。前述のように，確率変数xが対数平均μ_x，対数分散σ_x^2の対数正規分布に従うとき，$E[x]=\exp\{\mu_x+\frac{1}{2}\sigma_x^2\}$となるので，

$$E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]=\exp\left\{p_t^{1/(1-\alpha)}-\frac{\sigma^2 j}{2(1-\alpha)}+\frac{\sigma^2 j}{2(1-\alpha)^2}\right\}=p_t^{1/(1-\alpha)}\exp\left\{\frac{\alpha\sigma^2 j}{2(1-\alpha)}\right\}, \tag{3-12}$$

となる。十分小さいについて，

$$\exp(-x)=1-x, \qquad \exp(-x)=1/(1+x), \tag{3-13}$$

が成り立つので，

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]&=(1-\delta)^j\left(\frac{1}{1+r}\right)^j p_t^{1/(1-\alpha)}\exp\left\{\frac{\alpha\sigma^2 j}{2(1-\alpha)^2}\right\}\\&=\exp(-(r+\delta)j\}p_t^{1/(1-\alpha)}\exp\left\{\frac{\alpha\sigma^2 j}{2(1-\alpha)^2}\right\}\\&=p_t^{1/(1-\alpha)}\left[\exp\left\{-\left(r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\right)\right\}\right]^j,\end{aligned} \tag{3-14}$$

となる。再度(3-13)の関係を用いると，

$$\exp\left\{-\left(r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\right)\right\}=\left\{1+r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\right\}^{-1}, \tag{3-15}$$

を得るので，

$$\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]=p^{1/(1-\alpha)}\left\{1+r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\right\}^{-j}, \tag{3-16}$$

となる。それゆえ，

$$\begin{aligned}q_t&=\frac{h_1}{1+r}\sum_{j=1}^{j=\infty}\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]=\frac{h_1 p_t}{1+r}\sum_{j=1}^{j=\infty}\left\{1+r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\right\}^{-j}\\&=\frac{h_1 p_t^{1/(1-\alpha)}}{(1+r)\{r+\delta-\frac{\alpha\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}\}},\end{aligned} \tag{3-17}$$

を得る。(3-17)式は，Abel(1983)の(11b)式に相当する。

(3-17)式から明らかなように，

$$\frac{\partial q_t}{\partial\sigma}>0, \tag{3-18}$$

であるので，(3- 8)式の関係を考慮すると，

$$\frac{\partial I_t}{\partial\sigma}=\frac{\partial I_t}{\partial q_t}\frac{\partial q_t}{\partial\sigma}>0, \tag{3-19}$$

すなわち，不確実性の増大は投資を増加させることが分かる。この結論は，

資本の限界価値生産物(すなわち$\partial\pi(K_{t+j}, p_{t+j})/\partial K_{t+j}=h_1 p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}$))が，確率変数$p_{t+j}$の厳密な凸関数になっていることに起因している。

また,「不確実性が存在する時の方が不確実性がない場合よりも投資が大きくなる」という結論は，完全競争と新古典派的生産関数を前提とする限り，周知のジェンセンの不等式から簡単に証明される。$p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}$は，言うまでもなく確率変数p_{t+j}の厳密な凸関数なので,

$$\mathrm{E}[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]>(E[p_{t+j}])^{1/(1-\alpha)}, \tag{3-20}$$

がすべてのjについて成り立つ。それゆえ,

$$\overline{q_t}=\frac{h_1}{1+r}\sum_{j=1}^{j=\infty}\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j(E[p_{t+j}])^{1/(1-\alpha)}, \tag{3-21}$$

と定義すると,

$$\overline{q_t}<q_t=\frac{h_1}{1+r}\sum_{j=1}^{j=\infty}\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^j E[p_{t+j}^{1/(1-\alpha)}]), \tag{3-22}$$

と言う関係を得る。(3-8)の関係から,

$$I(\overline{q_t})<I(q_t), \tag{3-23}$$

である。つまり，「分散が0である」という意味で不確実性がない場合に比して，不確実性がある場合の方が最適投資量は大きくなる。

上述の結論は,「不確実性の存在は投資に対して負の影響を及ぼすのではないか」と言う我々の直観に反するために，様々な側面から検討が加えられた。以下，重要な論点のいくつかを紹介し整理しておこう。

①モデルの枠組とそれに伴う確率変数(あるいは確率過程)の特定化が結論に影響を与えているのではないか。

Hartmanのモデルは離散型のもので，各期の確率変数はそれぞれ独立にある特定の確率分布に従うと想定されている。モデルを連続型にし，確率変数が連続的な確率過程に従うという想定にした場合には結論が変わり得るのでは，とも考えられる。しかし，Abel(1983)が，そのようなモデルの設定にしてもHartmanの結論が保持されることを示した。さらに，AbelとEberlyは一連の研究(Abel 1985；Abel and Eberly 1994,1996, 1997)

で，新古典派的な生産関数を持つ完全競争企業については，Hartmanの命題が一般的に成り立つことを示している。

また，この節でのモデルは離散型のAbelモデルであり，そこでHartman-Abelの結論が成り立っていることからも分かるように，この結論はモデルを離散型で記述するか，連続型で記述するかには依存しない。

② 投資の不可逆性(irreversibility)を考慮すれば，結論が逆転するのではないか。

不確実性が全くない場合，企業は将来の各時点での最適な資本ストックを確実に導出できるので，投資の不可逆性は大きな問題ではない。また，仮に将来が不確実であっても，何らの費用もかけずに資本を売却できるとすれば，企業にとって過剰設備の問題は本質的ではない。これに対して，将来が不確実で，かつ過剰な資本の廃棄や処理に禁止的な費用がかかったり，また物理的に資本の廃棄が不可能であると言う意味で投資の不可逆性が存在する場合，将来の過剰設備の廃棄の可能性を考慮すると投資の費用が増加する結果，企業は現在の投資の実行に関してかなり慎重になるであろう。それゆえ，資本の導入費用と廃棄費用の間に大きな非対称性や投資の不可逆性が存在すれば，Hartman-Abelの結論が覆る可能性があると考えるのはある意味で当然である。Pindyck(1988)は，投資の調整費用が存在しないモデルを用いてこの点を検討し，不可逆性があれば，Hartman-Abelの結論が成り立たない可能性があることを示した。

しかし，Abel & Eberly(1994, 1996, 1997)は，投資の調整費用と不可逆性の両方を統一的に考慮できるモデルを提示し，Pindyckらの問題提起に対してより一般的なフレームワークの中で検討を加えている。そして，新古典派的な生産関数を持つ完全競争企業については，Hartman-Abelの結論が頑健であることを確認している。

③投資の不可逆性と同時に，完全競争企業からなる産業の均衡を考えれば，不確実性と投資の正の相関関係と言う結論が覆されるのではないか。

産業全体に及ぶ不確実性が増大した場合を考えてみよう。単一の企業レ

ベルにおいてHartman-Abelの結論が成り立つならば，この場合，産業内のすべての企業が投資量を増加させようとする。ところがそれは，結果として将来の産業全体の生産量を増加させ，それゆえ，均衡価格を低下させることになる。もしすべての企業が合理的であれば，このことを予想して行動するはずである。予想価格の低下は，投資を減少させる効果をもち，この効果が不確実性が投資を増加させる効果を相殺して余りあるならば，産業全体の不確実性の増大は結果として個々の企業の投資量を減少させるかもしれない。この点は，Pindyck(1993)によって指摘され，産業均衡を考えれば，Hartman-Abelの結論が必ずしも成り立ず，確定的な環境の下での投資量と不確実性下の投資量が等しくなることを示した。

Sakellairis(1994)は，Pindyckの分析を発展させて，当該産業の需要曲線が非弾力的である時(需要の価格弾力性が1より小さい時)は，確定的な環境の下での投資量が不確実性下の投資量を上回ることを，そして，弾力的な時(需要の価格弾力性が1より大きい時)のみ両者は等しくなることを，すなわちPindyckの結論が成り立つことを示した[5)]。産業均衡のフレームワークでは，需要曲線の弾力性が決定的な役割を演じるのである。しかし，これは産業内のすべての企業が不確実性を等しく認識する場合であり，仮に企業がideosyncraticな不確実性に直面している場合には，やはりHartman-Abelの結論が成り立つ。

④企業の危険回避を考慮すれば，不確実性と投資の負の相関関係が得られるのではないか。

前にも述べたように，Hartman-Abelの結論は，目的関数(資本の限界価値生産物)が確率変数(価格)の厳密な凸関数になっていることに決定的に依存している。もし，それが仮に厳密な凹関数であれば結論は全く逆になる。目的関数が凹関数になる合理的な理由の一つが企業の危険回避である。

5）産業均衡を考慮したモデルは，需要の弾力性が無限大になれば本質的にHartman-Abel モデルと等しくなるので，この結論は説得的である。

もし企業が利潤の期待値ではなくて利潤から得られる効用の期待値を最大化するもの(期待効用最大化)と想定し，その効用関数が通常想定されるように凹関数であるとすれば，確率変数は一旦凸関数である利潤関数を通った後に今度は凹関数である効用関数を通ることになる。もし効用関数の凹性が利潤関数の凸性よりも大きければ，目的関数は確率変数の凹関数になり，不確実性の増大は投資を減少させるはずである。

企業が危険中立であるという想定に関しては，Hartman自身がすでに1972年の論文で修正されるべき点であると指摘している。また，Abel (1990)やCaballero(1991)らがHartman-Abelの結論との関係で，危険回避的な企業の投資行動の分析の重要性を指摘しているが，多くの関心が払われているとは必ずしも言えない[6)]。

上述のような指摘がなされ，多くの研究者がHartman-Abelの結論とは逆の結果を導き出そうとしているのは，単にHartman-Abelの結論が我々の自然な推論と矛盾していると考えられているからだけではない。Ferderer(1993)，Leahy and Whited(1995)及びSakellaris(1995)等による実証研究が，Hartman-Abelの結論に疑問を投げかけているからでもある。そして，今一番注目されているのが，「投資の調整費用の非対称性」あるいは「投資の不可逆性」という要素である。

4．投資の不可逆性の影響

前節で述べたように，「不確実性の増大は投資を減少させる」と言う結論を得るために通常仮定されるのが，投資の不可逆性である。しかし，Caballero(1991)が指摘しているように，投資の不可逆性という仮定だけでは，所

6) 危険回避が投資に与える影響は，例えば，Craine(1988)が一般均衡の枠組みで，Nakamura (1999)が部分均衡の枠組みで分析をしている。Nakamuraは相対的危険回避度と生産の雇用弾力性の相対的な大きさが不確実性と投資との関係では重要であることを指摘している。

望の結論を得ることはできない。この点を明らかにするのが本節の目的である。

ここでは，投資の不可逆性を考慮するために以下のような投資に関する費用関数を想定しよう。

$$c(I_t)=p_I I_t+(c_1/2)I_t^2 \quad \text{if} \quad I_t \geqq 0, \tag{4-1a}$$

$$c(I_t)=p_I I_t+(c_2/2)|I_t|^2 \quad \text{if} \quad I_t<0, \tag{4-1b}$$

但し，p_I(投資財価格)，c_1及びc_2は，いずれも正の定数である。

仮に$c_1=c_2$であれば，Hartman-Abelモデルにおけて仮定されている通常の調整費用関数になる。また，仮に$c_2=\infty$であれば，設備の廃棄費用が禁止的に大きく企業は既存の資本ストックを減少させることが出来ず，厳密な意味での投資の不可逆性に対応するものと解釈される。ここでは，「投資の不可逆性」とは，c_2がc_1に比して十分に大きい状況，すなわち，「投資の調整費用における大きな非対称性」を指すこととする。

議論の見通しを良くするために，議論の本質には何らの変更も加えない以下のような簡単化のための仮定を置こう。

①企業の計画視野を3期間（第0期，第1期，第2期）とする。それゆえ，モデルは今期の投資I_0と第1期の投資I_1だけを決めるという意味で，実質的に2期間モデルとなる。

②利子率rと資本の減耗率はδともに0である。

③第0期においては第1期の外生変数は既知であるが第2期の外生的パラメータはその確率分布を知っているに過ぎない。第1期においては第2期の外生変数は既知である。換言すれば，第0期においてはZ_2は確率変数であるがZ_1は企業にとって既知であり，第1期には何の不確実性も存在しない。

以上の想定の下で，第0期における企業の最大化問題は以下のように定式化される。

$$\max_{I_0} hZ_1^{\gamma}(K_0+I_0)^{\mu}-c(I_0)+\mathrm{E}[V_1(K_1,\ Z_2)], \tag{4-2}$$

subject to $K_1=I_1+K_0$,

但し，$V_1(K_1,\ Z_2)$は第1期の価値関数，すなわち，

$$V_1(K_1,\ Z_2)=\max_{I_1} hZ_2^{\eta}(K_1+I_1)^{\mu}-c(I_1), \tag{4-3}$$

である。議論を分かりやすくするために，(1)収穫一定の生産関数をもった完全競争企業の場合と，(2)収穫逓減あるいは不完全競争の場合，の二つに分けて分析をしよう。

4-1．収穫一定の生産関数をもった完全競争企業の場合

この場合となる。まず第1期，すなわち最終期の最大化問題を考えよう。一階の必要条件は以下の通りである。

(1)　$I_1 \geqq 0$，すなわち，$hZ_2^{\eta} \geqq p_1$の場合，

$$hZ_2^{\eta}=p_I+c_1I_1, \tag{4-4a}$$

(2)　$I_1<0$，すなわち，$hZ_2^{\eta} \geqq p_1$の場合，

$$hZ_2^{\eta}=p_1+c_2|I_1| \tag{4-4b}$$

上の2式から直ちに分かるように，最適投資量I_1は資本ストックK_1にはまったく依存しない。

次に第1期の最大化問題を考えよう。Z_tに関する仮定より，Z_2は対数平均$\log Z_1^{\eta}-\eta\sigma^2/2$，対数分散$\eta^2\sigma^2$をもつ対数正規分布をなすので，

$$E[Z_2^{\eta}]=\exp\{Z_1^{\eta}-\eta\sigma^2+\frac{\eta^2\sigma^2}{2}\}=Z_1^{\eta}\exp\{\frac{\eta(\eta-1)\sigma^2}{2}\}, \tag{4-5}$$

となる。よって第一期の最大化問題は，

$$\max_{I_0} hZ_1^{\eta}(K_0+I_0)-c(I_0)+hZ_1^{\eta}e^{[\eta(\eta-1)/2]\sigma^2}(K_0+I_0+I_1^*), \tag{4-6}$$

と書き直すことができる。但し，

$$I_1^*=\mathrm{argmax}_{I_1}\{hZ_2^{\eta}(K_1+I_1)-c(I_1)\}, \tag{4-7}$$

である。

一階の必要条件は以下の通りである。

(1)　$I_0 \geqq 0$，すなわち，$hZ_1^{\eta}(1+e^{[\eta(\eta-1)/2]\sigma^2}) \geqq p_I$の場合，

$$hZ_1^{\eta}(1+e^{[\eta(\eta-1)/2]\sigma^2})=p_I+c_1I_0, \tag{4-8a}$$

(2)　$I_0<0$，すなわち，$hZ_1^{\eta}(1+e^{[\eta(\eta-1)/2]\sigma^2})<p_I$の場合，

$$hZ_1^{\eta}(1+e^{[\eta(\eta-1)/2]\sigma^2})=p_I+c_2|I_0| \quad (4\text{-}8b)$$

(4-8a)及び(4-8b)の2式から明らかなように，たとえ「投資の不可逆性」(十分に大きなc_2)があったとしても，不確実性の増大は投資を増加させる，すなわち，$dI_0/d\sigma>0$，である。つまり，「投資の不可逆性」だけではHartman-Abelの結論を覆すことは出来ないのである。

4-2．収穫逓減あるいは不完全競争の場合

収穫逓減あるいは不完全競争，あるいはその両方がある場合は，$\mu<1$である。問題の本質をより明確にするために，さらに次の二つの簡単化のための仮定をおく。

④初期時点では企業は資本ストックを所有していない，すなわち，$K_0=0$である。よって第1期の価値関数は以下のように書ける。

$$V_1(I_0,\ Z_2)=\max_{I1} hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu}-c(I_1), \quad (4\text{-}9)$$

⑤初期の投資I_0が正になるように外生変数が設定されている。よって，$I_0>0$の場合のみを考える。

第1期の投資I_1に関する必要条件は以下の通りである。

(1)　$I_1\geqq 0$，すなわち，$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}\geqq p_I$の場合，

$$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}=p_I+c_1I_1, \quad (4\text{-}10a)$$

(2)　$I_1<0$，すなわち，$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}<p_I$の場合，

$$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}=p_I+c_2|I_1| \quad (4\text{-}10b)$$

また，I_0に関する最適条件は，

$$\mu hZ_1^{\eta}I_0^{\mu-1}+E_0[dV_1(I_0,\ Z_2)/dI_0]=p_I+c_1I_0, \quad (4\text{-}11)$$

である。包絡線の定理より

$$\frac{dV_1(I_0,\ Z_2)}{dI_0}=\frac{\partial V_1(I_0,\ Z_2)}{\partial I_0}=\mu Z_2^{\eta}h(I_0+I_1^*)^{\mu-1}, \quad (4\text{-}12)$$

である。(4-10a)と(4-11b)の2式を考慮すると，

(1)　$I_1\geqq 0$，すなわち，$\mu Z_2^{\eta}h(I_0+I_1)^{\mu-1}\geqq p_I$の場合，

$$\frac{dV_1(I_0,\ Z_2)}{dI_0}=\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1^*)^{\mu-1}=p_I+c_1I_1, \quad (4\text{-}13a)$$

(2) $I_1<0$, すなわち, $\mu Z_2^{\eta}h(I_0+I_1)^{\mu-1}<p_I$の場合,

$$\frac{dV_1(I_0,\ Z_2)}{dI_0}=\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1^{*})^{\mu-1}=p_I+c_2|I_1|, \tag{4-13b}$$

という関係を得る。(4-13a)と(4-13b)の関係を(4-11)式に代入すると,

$$\mu hZ_1^{\eta}I_0^{\mu-1}=c_1I_0-E_0([I_1\geqq 0]c_1I_1+[I_1<0]c_2|I_1|), \tag{4-14}$$

を得る。但し, $[I_1\geqq 0]$は$I_1\geqq 0$, $[I_1<0]$は$I_1<0$である場合という条件を表わしている。この式と(4-10a)及び(4-11b)が一緒になって, I_0とI_1($I_1\geqq 0$と$I_1<0$の場合のそれぞれの最適値)が決定される。

(4-14)式を見ればすぐ分かるように, c_2の大きさが今期の投資に影響を与える。c_2は投資の調整費用の非対称性を表わすパラメータであり, 前にも述べたように$c_2=\infty$の時は完全な投資の不可逆性が存在する場合と考えることが出来る。このように将来の負の投資が現在の投資に影響を及ぼすのは, 現在の投資I_0と将来の投資I_1が投資の限界価値生産物関数$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}$を通じて結びついていることによる。もし完全競争かつ収穫一定の生産関数を前提とするなら, 前に見たように, 投資の限界価値生産物は単にμhZ_2^{η}となり, 投資の不可逆性は何の役割も果たさなくなる。換言すれば, 限界価値生産物を通じての「投資の異時点間の結び付き」がなければ, 「投資の不可逆性」は重要ではないのである。

それでは, 「投資の異時点間の結び付き」と「投資の不可逆性」があれば, Hartman-Abelの結論が覆るのであろうか。実はそうではない。そこで, 不確実性の増大が投資を減少させるのはどのような場合であるかを, (4-14)式を用いて考えてみよう。$\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}\geqq p_1$である確率を$p[I_1\geqq 0]$で表わし, (4-14)式を書き直すと,

$$\mu hZ_1^{\eta}I_0^{\mu-1}=c_1I_0-P[I_1\geqq 0]c_1I_1^{+}-(1-P[I_1\geqq 0])c_2|I_1^{-}|, \tag{4-15}$$

となる。但し, I_1^{+}は$I_1\geqq 0$であるような第1期の最適投資量, I_1^{-}は$I_1<0$であるようなそれである[7]。不確実性が増大すると$P[I_1\geqq 0]$, すなわち, $\mu hZ_2^{\eta}(I_0+I_1)^{\mu-1}\geqq p_I$である確率が変化すると想定しよう。この場合, 投資の限界費用, すなわち, (4-15)式の右辺の変化は,

$$\frac{dP_1(I_1 \geqq 0)}{d\sigma}(c_2|I_1^-| - c_1 I_1^+), \tag{4-16}$$

で表わされる。仮にc_2がc_1に比して著しく大きいならば、$c_2|I_1^-| - c_1 I_1^+$は正であるので，もし不確実性の増大が$I_1 < 0$である確率を小さく，つまり$I_1 \geqq 0$である確率を大きくするならば($dP[I_1 \geqq 0]/d\sigma > 0$)，不確実性の増大は投資の限界費用を増加させる[8)]。それゆえ，最適投資量を引き下げるのである。これが,「投資の不可逆性」と「投資の異時点間の結び付き」がある場合，不確実性の増大が投資を減少させる基本的なメカニズムである。

不確実性の増大に伴って$P[I_1 \geqq 0]$(すなわち$\mu h Z_2^{\eta}(I_0 + I_1)^{\mu-1} \geqq p_I$である確率)がどのように変化するかは，もちろん，確率変数Z_2(がどのような確率分布に従うかに依存している。仮に$dP[I_1 \geqq 0]/d\sigma < 0$であれば，投資が不可逆的であり，投資が異時点的に結び付いていても，Hartman-Abelの結論が成り立つ。つまり，「投資の不可逆性」，「投資の異時点間の結び付き」，「ある特徴をもった確率分布」というものは，すべて必要条件である。どの一つが欠けても，Hartman-Abelの結論を逆転させることは出来ない。

5．結語

これまで見たきたように，①完全競争企業，②資本と労働の代替可能性，③資本の異時点間の代替可能性，④規模に関する収穫一定，という極めて新古典派的な前提に立つ限り，「将来の不確実性の増大は現時点での投資需要を減少させるどころかむしろ増加させる」というHartman-Abelの結論は頑健である[9)]。しかし，この結論は我々の常識(Conventional Wisdom)に

7）実際は，I_1^+もI_1^-も内生変数であるのでこのような表現は厳密には正しくないが，理論の本質を捕らえるには，I_1^+とI_1^-を定数として扱う方が分かりやすいので，ここではこれらを定数扱いにして議論を進める。

8）先に述べたように，I_1^+とI_1^-も確率変数の分布の変化に伴って変化する。それゆえに，実際に投資の限界費用が増加するかどうかは，c_1とc_2の(相対的な)大きさに依存する。投資の調整費用の非対称性はその意味でも重要である。

反するばかりではなく，現在のところ実証結果によっても支持されてはいない。そのために，実証結果や常識に合う結論を導き出すために「投資の不可逆性」が投資理論の中に採り入れられるようになった。

しかし，「投資の不可逆性」だけではHartman-Abelの結論を逆転させることは出来ない。通常この「投資の不可逆性」が強調されるために，「投資の不可逆性」のみが重要であるという印象を与えがちであるが，不完全競争あるいは収穫低減を通しての「投資の異時点間の結び付き」と「ある特徴をもった確率分布」といった条件も「投資の不可逆性」と同様に重要である。換言すれば，これらの必要条件が満たされなければ，Hartman-Abelの結論を逆転させることは出来ないのである。

理論が予想するものと現実が一致しない場合，理論に修正が加えられなければならない。その場合，推論に間違いがなければ，理論の前提・想定に過ちがあると考えられる。不確実性下の投資理論においても，この過程を通じて理論が進歩していると言えるだろう。つまり，「投資の不可逆性」という要素(それは確定的な世界では無視しても良かった要素である)が，取り入れられて理論の予測が現実を説明できるようになった。

しかし，もちろんこれが唯一の方法ではない。「投資の不可逆性」は，不確実性下の投資行動を考える際に，確かに重要で魅力的な要素である。それゆえ，最近の多くの研究が何らかの形で「投資の不可逆性」を考慮したものになっており，主流と言ってもよいだろう。ただ，考慮されていない他の要素も多い。その中には，すでに既存の経済学の中で用いられているものもあるだろうし，未知のものもあるに違いない。その意味において，不確実性下の投資理論の研究はまだその道半ばであり，将来の発展が期待される。

9）②，③及び④の条件を満たす生産関数は通常新古典派的生産関数と呼ばれている。

参考文献

Abel, A. B., 1983, Optimal Investment under Uncertainty, *American Economic Review* 73, 229-233.

Abel, A. B., 1985, A Stochastic Model of Investment, Marginal q and the Market Value of the Firm, *Intenational Economic Review* 26(2), 305-22.

Abel, A. B., 1990, Consumption and Investment, In Friedman, B. M., and Hahn, F. H., Eds, *Handbook of Monetary Economics*, Vol. 1, North-Holland, Amsterdam, pp.725-778.

Abel, A. B., and J. C. Eberly, 1994, A Unified Model of Investment Under Uncertainty, *American Economic Review* 84, 1369-84.

Abel, A. B., and J. C. Eberly, 1996, Optimal Investment With Costly Irreversibility, *Review of Economic* Studies 63, 581-593.

Abel, A. B., and J. C. Eberly, 1997, An Exact Solution for the Investment and Value of a Firm Facing Uncertainty, *Journal of Economic Dynamics and Control*; 21(4-5), 831-852.

Arrow, K. J., 1968, "Optimal Capacity Policy With Irreversible Investment," in Value, Capital and Growth. Papers in Honour of Sir John Hicks, pp. 1-19, Edinburgh University Press, 1968.

Caballero, R. J., 1991, On the Sign of the Investment-Uncertainty Relationship, *American Economic Review* 81, 279-88.

Chirinko, Robert S., "Investment under Uncertainty: A Review Essay" *Journal of Economic Dynamics and Control*; 20(9-10), Sept.-Oct. 1996, pages 1801-08.

Craine, R., "Risky Business: The Allocation of Capital," *Journal of Monetary Economics*, 1988, pp201-218.

Dixit A. and R. Pindyck, 1994, *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, NJ.

Ferderer J. P., 1993, The Impact of Uncertainty on Aggregate Investment Spending: An Empirical Analysis, *Journal of Money, Credit, and Banking* 25, pp.30-48.

Hartman, R., 1972, The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment, *Journal of Economic Theory* 5, 258-66.

Leahy, J. V. and T. M. Whited, 1995, The Effect of Uncertainty on Investment: Some Stylized Facts, *National Bureau of Economic Research (Cambridge, MA) Working Paper* No. 4986.

Nakamura, T, 1999, Risk-Aversion and the Investment-Uncertainty Relationship: A Note, *Journal of Economic Behavior and Organization* 38 (3), 357-363.

Pindyck, R. S., 1988, Irreversible Investment, Capacity Choice, and the

Value of the Firm, *American Economic Review*, 969-85.

Pindyck, R. S., 1993, A Note on Competitive Investment under Uncertainty, *American Economic Review* 83(1), 969-85.

Rothchild, M., and J. E. Stigilitz, 1970, "Increasing Risk I : A Definition," *Journal of Economic Theory* 2, 225-243.

Sakellaris, P., 1994,"A Note on Competitive Investment under Uncertainty : Comment," *American Economic Review* 84(4), 1107-1112.

Sakellaris, P., 1995,"Investment Under Uncertain Market Conditions," *The Review of Economics and Statistics*, pp.455-69.