計算に困難を示す児童の指導

－繰り上がりのある加法計算のストラテジーの変化－

川間　健之介

Calculation Strategy Changes of Addition with Carrying in Child with Calculation Difficulties

KAWAMA Kennosuke

(Received December 2,2002)

キーワード：繰り上がり　加法計算　ストラテジー

I．はじめに

計算の中でも、加法計算は初歩であり、基礎となるものである。この加法計算のレディネスとして、Ebersole,Kephart,&Ebersole（1983）は記憶、順序だった活動および形の知覚を含めて、数字の言語化、単位（数）があることを理解する、順序正しいリズミカルな手順で教える、認知した（数えた）対象をまとめる、連続的な順序の数を言語化する、数字の導入、書いてある数字を順序良く並べる、数字と数概念を結びつける、触覚的手がかりを徐々に減少して数える、触覚的な手がかりにたよらず数える、単位間の比較、算数の開始、順序数の学習の13のステップを示している。障害のない子どもたちについては、これらの事柄は生活経験の中で自然に身につける能力であるため、ほとんど取り上げて指導することはないと（藤原，1978）と言えよう。しかし、知的発達になんらかの障害のある子どもたちでは、その指導の必要性は大きい。

これらのレディネスがある場合でも、知的発達に障害のある子どもたちでは、加法計算、特に繰り上がりのある場合の計算能力の獲得につまずくことが多い。また、学習に著しい遅れを示す児童でも繰り上がりが困難であることが指摘されている（来栖,1978）。それは、10までの加法計算や、10以上であっても繰り上がりのない加法計算が、比較的不安定な数理解であっても、なんとか形の上で答えが求められるのに比べて、繰り上がりを伴う場合には、数の合成・分解や数系列、位取り（桁の概念）や、10進法などの記数法などが、確実に理解されていないと、正しい答えを導くのが非常に困難だからである。

加法計算に使用される計算ストラテジーについて、平井（1991）はCarpenterのあげたストラテジーを参考に不足な箇所を追加し、①すべてを数え上げる、②数え足し（被加数を数え足したもの）、③数え足し（大きい数から数え足したもの）、④他の演算結果を用いたもの、⑤10の補数関係を用いたもの、の５種類のストラテジーを示している。西谷・吉村（1984）、西谷（1985）、吉村・西谷（1985）は同一の対象児に対して就学前と就学後に1桁の加法計算を行わせ、そのストラテジーを推定し、①２集合の和、②数え足し、③補数の導入、④数５の使用、⑤同数和の補正、⑥暗記その他、の６種類を示している。志水（1983）は児童の内省報告によりストラテジーを分類し、おはじきや指の操作を伴わないストラテジーを暗記とはせずに、加数分解や数え足しなどを含んだ念頭操作としている。

板井・大野（1997）は、先に述べたストラテジーの分類等を基に知的障害児の加法計算を分析している。その結果、繰り上がりのない場合は、70%以上が念頭操作をしており、この多くは暗記によるものと推定されている。繰り上がりのある計算になると、念頭操作では対応できなくなり、２集合の和や数え足し等の実際に数を操作するストラテジーが選択されていることが分かった。そして、この段階に留まっていたり、暗記である念頭操作では、２位数、３位数の加減法や乗除法には結びつかないことを指摘した。このような計算ができるためには、10の補数ストラテジーが利用できることが必要であり、まずは、10の合成・分解が必要であると述べている。

川間・山城・村田（1999）は、繰り上がりのある加法計算でつまずいている学習障害児に対し、10の補数ストラテジーの使用を目的としたプログラムを作成し、指導した。この児童は10の合成・分解は可能であったが、繰り上がりのある加法計算に10の補数ストラテジーを使用せず、数え足しや他の演算を利用するために困難さを持っていた。このプログラムでは、繰り上がりのない1位数同士の加法計算から順次難易度を上げ、10の補数ストラテジーの使用しやすい問題から使用しにくい問題を配列した。また、ａ＋ｂ＝ｃにおいて、ｃだけでなくａとｂを求める問題もある。これにより、数の合成・分解の利用を促した。この結果、７回の指導で繰り上がりのある１位数同士の繰り上がりのある加法計算は修得した。そして、その後10回の指導で、２位数同士の繰り上がりのある加法計算（３位数には繰り上がらない）も修得している。これらの指導の結果、その後の繰り下がりのある減法計算も容易に修得している。

川間・山城・村田（1999）の研究は、繰り上がりのある加法計算における10の補数ストラテジーの使用を目的としたものであったが、数え足しから、すぐに10の補数ストラテジーの使用が可能となったわけではない。その間に、他の演算利用や問題による計算ストラテジーの違い等があった。しかしながら、ストラテジーの使用にどのような変化があったかはそれほど検討されていない。そこで、本研究では、算数の計算において、ほとんど指を使い数え足すため、大きな数の処理に困難を示している児童に対し、川間・山城・村田（1999）のプログラムを基本として指導し、本児が加法計算時に行ったストラテジーを分類し、プログラムと10の補数（合成・分解）との関係と、繰り上がりのある加法計算が習得されるまでのストラテジーの変化についての分析と考察を行うこととした。

Ⅱ．方法

１．事例

小学校２年生の男子である。WISCⅢでは、言語性IQ62、動作性IQ83、全検査IQ69である。診断は受けていないが、学習障害と推測される。

指導開始前の計算能力に関しては次のとおりである。１から100まではすらすら言える。７の数字カードを見せて「この数だけビー玉を取って下さい」では、まず指を使って７を作り、確認してからビー玉を取った。「５＋６をビー玉でやって下さい」では、ビー玉を操作して答えを得た。その後に「ビー玉を使わずに確かめてみよう」と言うと、指を使って数え足しを行ったが、回答は「４」とか「９」と言った。指導開始前の計算問題の結果は以下の通りであった（例）。

３＋４＝７　６＋４＝10　３＋８＝11　４＋９＝13　８＋８＝16

４－１＝３　７－５＝２　13－３＝９　13－４＝３　16－７＝無回答

加法計算では答えはあっていたもののすべて指を使用して数え足していた。

これらの結果から、10の合成・分解ができていないこと、指を使った機械的な操作により生じたミスが多く、指１本の操作を間違うことが多いことが分かった。

指導においては、10の合成・分解を十分身につけ、それを繰り上がりのある加法計算に使用することが目標となる。

2．指導内容

計算問題は（９cm×13cm）のカードで１問ずつ示した。基本的に、失敗を経験させないために、指導毎に指導者がスモールステップを組み、問題の難易度・順序を考慮して出題した。

第１期においては、10の合成・分解を意識させることを目的とし、９つのレベルを設定した。(Table 1 参照)。各レベルについて３問の計27問。また１問について、Ⅰ.a＋b＝(c)、Ⅱ.a＋（b）＝c、Ⅲ.（a）＋b＝cの３パターンの問題を提示した。したがって、第１期では、１ブロック81問となった。パターンⅡとⅢは、数の合成・分解を促すものであり、加法計算の後に指導することになるであろう減法計算を意識してのものである。この指導方法で繰り下がりのある減法計算の獲得が容易であったという川間・山城・村田(1999) の考えに基づいている。

初期の問題提示の順は、レベルは低レベルからはじめ、その中でパターンⅠ、Ⅱ、Ⅲの順であった。定着したと判断された後、同一レベル内でランダム、最終的にはレベルもランダムに提示することを計画した。

第２期では、繰り上がりにおける10の補数ストラテジーの使用を目的として７つのレベルを用意した（Table 1 参照)。ここでも第１期と同様にパターンⅠ、Ⅱ、Ⅲを用意した。問題の提示順序は、レベルとパターンの組み合わせを考え提示した。

Table 1　第1期と第２期のレベル分け

第1期 内容	第1期 例	第２期 内容	第２期 例
①a＜5，b＜5，c＜5	1＋2＝3	①a＝5，b＞5，c＞10	5＋8＝13
②a＜5，b＜5，c=5	4＋1＝5	②a＞5，b＜5，c＞10	8＋4＝12
③a=5，b＜5，5＜c＜10	5＋4＝9	③a＞5，b=5，c＞10	9＋5＝14
④a＜5，b＝5，5＜c＜10	3＋5＝8	④5＜a＜10，5＜b＜10(a=b)	7＋7＝14
⑤a＜5，b＜5，c＞5	4＋2＝6	⑤a＞5，b＞5（a＞b)	8＋6＝14
⑥5＜a＜10，b＜5，c＝10	9＋1＝10	⑥a＞5，b＞5（a＜b)	6＋7＝13
⑦a＜5，5＜b＜10，c＝10	4＋6＝10	⑦a＜5，b＞5，c＞10	4＋9＝13
⑧a＜5，5＜b＜10，5＜c＜10	2＋7＝9		
⑨5＜a＜10，b＜5，5＜c＜10	6＋1＝7		

Ⅲ. 結果

1．指導経過

第1期（5/22　6/12　7/3　7/18　7/25）

a＋b＝cにおいて、a＜10, b＜10, c＜10の場合について、9つのレベル分けを行い、1レベルについて4問から6問題を用意した。そして、これらのa＋b＝cについて、Ⅰ.a＋b＝（）、Ⅱ.a＋（）＝c、Ⅲ.（）＋b＝c、の3パターンの問題を提示した。また、ⅡとⅢのパターンは数を合成、分解する能力を獲得するために行うこととした。第1期はc＜10以下の問題を扱い、10の合成・分解の習得を目指した。そして、指を使用せずに計算を行ったり、5の補数を用いることができるようになった。指導5回目にはレベルを2つに分け、ランダムに提示したが、その結果、162問中159問正解したため、第1期はマスターしたと考えた。

第2－1期（8/8　8/15　8/20　9/5）

a＋b＝cにおいて、a＜10, b＜10, 10＜c＜20の場合について第1期と同様にレベル分けを行った。第2期開始時の導入部分には特に注意した。第2－1期の提示問題は、第1期問題数問と第2期問題（レベル①から④）を設定した。第1期問題をウォーミングアップに数問導入したことで第2期問題へスムーズに学習を進めることができた。

第2－2期（9/11）

第1期問題を大幅に減らし、第2期問題（①から⑦）のレベルを上げて行った。多少時間がかかるが、苦手な繰り上がりの問題に果敢に挑戦していた。「すごいねー」と誉めると、「ばっちり」と答えが返ってきた。

第2－3期（9/19　9/25　10/3　10/11）

第1期問題を除き、第2期問題のみ行った。本児は、非常に前向きに自信を持って集中し取り組んだ。初回指導終了後、初めて母親に記録用紙を見せ、非常に嬉しそうな様子であった。

第2－4期（10/17　10/24　10/30　11/7　11/14　11/28　12/5　12/12　12/18）

更により高度な計算方法を習得するために、タイルという具体物を用いて10の補数の理解の獲得を目指した。10/30には、計算方法の区別が本児自身で行えるようになった。

Fig.1　ストラテジーの変化（%）

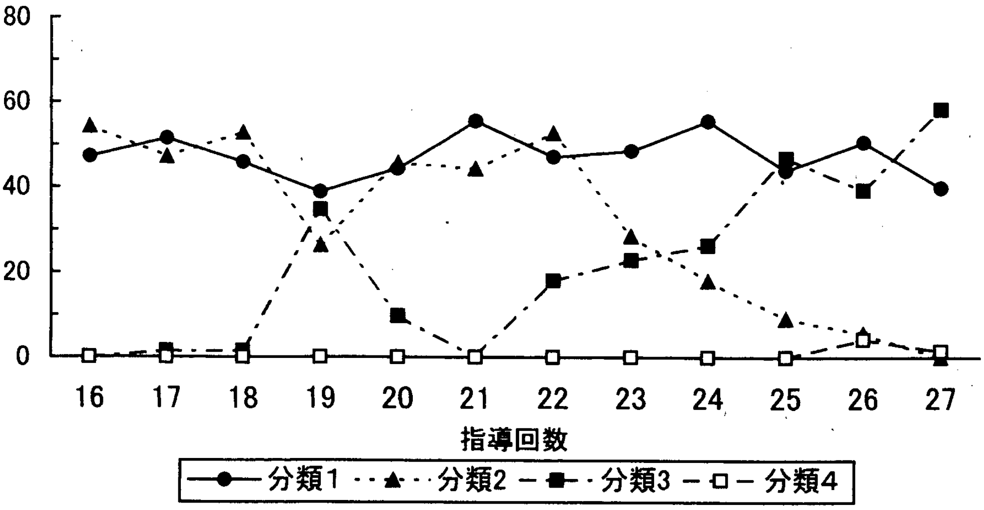

Table 2　第2期のパターンⅠにおけるレベルとストラテジーの関係（%）
【　】は分類1中の①の占める割合

レベル	分類1	分類2	分類3	分類4
1	0.00【　0.00】	39.13	52.17	8.70
2	63.64【　7.14】	4.55	27.27	4.55
3	50.00【 16.67】	8.33	41.67	0.00
4	80.95【 11.76】	14.29	4.76	0.00
5	91.30【　0.00】	4.35	4.35	0.00
6	48.00【　0.00】	40.00	12.00	0.00
7	4.00【100.00】	44.00	52.00	0.00

Table 3　11種類のストラテジーの割合の変化（%）

詳　細	1期	2期　前半		2期　後半		3期		
	最後	16回	17回	23回	24回	25回	26回	27回
【分類1】								
①指を用いた数え足し（加数を数えあがる）	21.57	47.14	51.39	50.00	55.56	43.94	50.70	39.39
②指を用いない数え足し（加数を数えあがる）				2.86	15.00	20.69	16.67	46.15
③指を用いた数え足し・繰り上がりなし	68.63							
④指を用いた数え足し・繰り上がりなし（5の補数を用いて繰り上がる）	9.86							
【分類2】								
⑤指を用いて補数を使う（加数の1部を補数で繰りあがった後、残りを数えあがって加えられる）		54.29	47.22	28.57	18.06	9.09	5.63	
【分類3】								
⑥指を用いない、補数を使う（加数の1部を補数で繰り上がった後、残りを数えあがって加えられる）			1.39	11.43	16.67	16.67	11.27	
⑦指を用いない、補数を使う（加数の1部を補数で繰り上がった後、残りを集合数で加えられる）						7.58	7.04	12.12
⑧指を用いない（加数を集合数で加えられる）				11.43	9.72	15.15	15.49	36.36
⑨指を用いずに行っているが、その後は分析不能						7.58	5.63	6.06
⑩　⑥～⑨と⑪の中間								3.03
【分類4】								
⑪指を用いずに暗算で行う							4.23	1.52

第2－5期（1/9　1/16　1/23）

問題提示のレベルを下げて設定した。それにより、本児の苦手とするレベル④からレベル⑦の問題が若干減り、全体的に本児の解きやすい問題構成になった。よって、高度な計算方法が増え、レベル④からレベル⑦の問題にも般化が生じてきた。

2．ストラテジーの変化

第2－4期以降のパターンについて、本児が行った計算ストラテジーを分析した。用いられたストラテジーを分類1「被加数は指で作り、加数は数えあがって加えられる」、分類2「被加数は指で作り、加数は10の補数で繰り上がり、残りは数えあがって加えられる」、分類3「被加数は指で作り、加数は指を使わず繰り上がり、加えられる」、分類4「指を使わず繰り上がりが行われる」に大きく4種類に分けた。これをFig.1に示す。なお、横軸は指導回数である。第2－4期から2－5期にかけての各分類の変化を見てみると、分類1は、40%から50%の間で推移していた。分類は50%前後であったが、2－5期になると急速に減り2－5期の最後には0%になった。かわって分類3が2－5期には40%から50%に増えた。第2期におけるレベルとストラテジーの関係をTable 2に示す。また、ストラテジーの分類を4種類から11種類に細分化した結果をTable 3に示す。

Ⅵ. 考察

本プログラムは、本児の実態に応じて問題をレベル分けし、このレベル順に問題を解決することで正解するように作られている。プログラムと10の補数獲得との関係について考えると第１期では、プログラムに基づきかつ、問題順序も前後関係を考慮し提示した結果、本児は基礎から丁寧に順を追って学習し、10の合成・分解の理解を習得したと考えた。第２期は、導入時に第１期問題を組み合わせ、プログラムに沿って学習を進めた結果、第１期の学習の成果もあり、ランダムに提示しても短時間に正確に問題を解くことができた。このことより、ｃ＜20における繰り上がりの計算は獲得されたと判断した。また、補助教材としてタイルによる具体物操作の学習（問題をカード提示問題から10問抜粋し、「あといくつで10になる？」と質問を行う。）も何らかの影響を与えていたと考える。

１．ストラテジーの変化

ストラテジーの変化は、Fig.１を見ると分類１の推移は平均して変わらず、分類２は減少し、分類３は増加しており、繰り返し行った指導により１部の計算方法は高度化したことが分かる。分類１を分類２に変化させていくには低レベルから確実に般化をねらい、集中的な指導が必要である。分類３の変化は、指を用いず、加数を集合数として加える方法が増えたものである。レベルとストラテジーの関係をみると（Table２）、分類１が多いのはレベル２，４，５で、分類２と３（分類１に近い）はレベル３と６であった。分類４はレベル１，２であった。

本児が行ったストラテジーは、平井（1991）によるストラテジーの中では、②数え足し（被加数を数え足したもの）、⑤10の補数関係を用いたものを行っており、西谷・吉村（1984）、西谷（1985）、吉村・西谷（1985）によるストラテジーの中では、②数え足し、③補数の導入、⑥暗記その他を行っている。実際には、本児はTable３に示した多様なストラテジーを行っていた。Fig.１によると、指導19回目から分類３の「指なし」を行うようになった。しかし、指導20回・21回と落ち込み、指導23回目では１度も行われなかった。その理由は、指導中に本児が始めた“点数遊び“が絡んでいる。指導20回目では、問題のレベルが上がったことで、間違いが増加し、そのため間違いを避けようと、本児が指を使い確実に正解できる分類１と、指を使えば容易に行える分類２の計算方法を中心に行ったためである。指導21回目では、点数がほしいために本児が好き勝手に点数を決め、計算方法をごまかしたり、点数遊びに熱中し出したので指導者と点数の付け方を決めた。このことが返って意欲を阻害し、分類３の「指なし」が１度も行われなかったと考える。

しかし、この後の指導22回目からは着実に高度な計算方法が増加している。指導22回目に、本児と約束事を決めたことで“得点遊び”のために曖昧になっていた指導者の判断も正せたし、本児による採点の誤解もなくなり、結果的によい方向に修正できたと考える。

また、分類１の「数えたしのみ」と分類２の「補数＋数えたし」については、傾向として分類１の「数えたしのみ」の推移は平均して47.43％と変わらず、分類３の「指なし」の増加に対して減少しているのは分類２の「補数＋数えたし」である。このことについて考察すると、分類２の「補数＋数えたし」は指導を重ねることで分類３の「指なし」に変化し易かった。一方、分類１の「数え足しのみ」は、問題の第２期のレベル④⑤⑥が大部分を占めている。また、横山（1995）が数量における能力を６つ示し、その中の記憶の問題を述べている。この時点における本児のつまずき方より、問題は短期記憶の困難と、指を用いて計算を行う本児の指を用いない念頭操作の許容範囲のトレーニング不足が上げられ

る。

このように、加数も被加数も数が大きく、記憶する数字が大きいためしばしば指に頼る計算を行う本児には、念頭で数を保存しての計算はかなりの努力が必要である。そのため、どうしても分類１の「数えたしのみ」で計算を行ってしまいがちであった。これを分類２の「補数＋数えたし」に変化させていくにも低レベルから確実に般化をねらい、集中的に更なる指導が必要である。

より詳しく考察するために、11種類のストラテジーを分析した。指導27回中、取り上げたのは12回分で、第１期最後１回・第２期前半２回後半２回・第２―４期より６回分である。この結果をTable３の「11種類のストラテジーの変化」に示す。これより注目すべき点は、分類２の明らかな減少と、分類３の⑧の増加である。また、それに伴って分類１の②の割合も増加している。分類２から分類３への計算方法の高度化とそれにより分類１が般化した事が読み取れる。

２．不正解の分析

本プログラムは、本児の実態に応じて、問題をレベル分けし、このレベル順に問題を解決することで正解できるように作られている（川間・山城・村田,1998）ので、指導者は本児が“できる”ために指導を行うことが前提である。そのため、不正解は指導者に責任があるが、十分考慮された問題を本児がどのような操作を行い不正解を生じたのかを考察したい。

第１期では、不正解数38問中23問は、パターンⅢ：（）＋ｂ＝ｃによるものであった。パターンⅢは３パターン中最も難易度の高い問題である。よって、不正解が最も多かったと考える。また、計算時の操作についてだが、第１期初期においては、指による操作ミスが大きな原因に在った。

下記に、操作ミスも含め不正解の内容を６種類、代表的なものは１例上げている。

１：パターンによる（　）の位置を理解できず、１＋（６）＝５とする。

２：操作開始時のカウントミスをし、数えあがりがくるい、答えが±1で間違う。

３：操作終了時の確認ミスをし、余分に指を広げてしまうため、答えが±1で間違う。

４：５の合成・分解が理解されていないため、（３）＋４＝６とした。

５：５の集合数が理解できていないため、（１）＋５＝８とした。

６：10の合成・分解が理解されていないため、（６）＋３＝10とした。

７：ケアレスミスをし、（３）＋７＝８とする。指で7を作ったら、残った指が３だった。

次に、第２期では、不正解数27中12問がパターンⅢである。しかし、特に目立つものとはいえない。第２期は、繰り上がりのある計算に入るため、指の操作がさらに難しくなり、10以上の数を扱うとなると10本の指を繰り返し用いる必要がでてくる。また、第１期で行ってきた10の合成・分解を習得した成果が生かされる所である。以下に、不正解の内容を７種類、代表的なものを１例上げている。

１：10を繰り上がる際の指の操作を誤り、９＋９＝（17）とした。

２：（）の意味と求めるものが混乱してしまい、８＋（17）＝９とした。

３：指は14を意味しているはずなのに６と勘違いしたため、５＋９＝（６）とした。

４：10の補数で繰り上がった後、保持する数が大きいので残りを忘れてしまい、（５）＋５＝13とした。

５：10の補数で繰り上がった後、残りを足すと、指は減るので答えも減らしたことより、

（6）＋３＝11とした。
６：ケアレスミスをし、２＋（４）＝11とした。
７：暗算に挑戦し、頭の中での操作を間違えたため、８＋４＝（11）とした。

不正解の内容は、前半部分に勘違いや、ケアレスミスが原因で起きており、後半部分では、上記に示した「7」のような原因に変わってきている。学習を進めて行くうちに不正解の原因も変化していることが分かる。

V. まとめと今後の課題

本研究では、プログラムに沿って、算数に困難を示す児童により効率のよい計算方法を身につけるための指導が行われてきた。今回の指導プログラムは、川間・山城・村田（1999）が行ったプログラムを参考とした。第１期で10の合成・分解の指導を、丁寧に本児に合うように考慮し、細分化されたスモールステップを用意し、問題の提示順序等を配慮した。第２期では、本児の課題である繰り上がりの指導が行われた。指導26回分で、本児は合計18,360問の加法計算を行い、少しずつではあったが、確実に高度な計算ストラテジーが行えるようになった。本研究は、今日まで明らかにされていない繰り上がりのある加法計算のストラテジーの変化の分析を行った事で加法計算が習得されるまでの段階をより考慮した指導が行われるのではないかと考える。

今後の課題としては、繰り下がりのある減法計算や二桁レベルの加法計算における計算ストラテジーの変化について検討しなくてはならない。また、本研究の指導では、補助的指導としてタイルを用いたが、効果的な補助教材の使用についても検討していく必要があろう。

謝辞：本児の指導にあたって、秦恵美さんの協力を得たことに感謝いたします。

文献

Ebersole,M.,Kephart,C., & Ebersole,J,B.（1983）:Steps to achievement for the slow leaener,ナカニシヤ出版183-199.
藤原鴻一郎（1978）:加法の指導. 藤原鴻一郎（編）,段階式ちえ遅れの子どもの算数・数学、数と計算編,学習研究社,15-49.
平井安久（1991）：整数の初期段階における足し算ストラテジーに関する一考察:くり上がりのある計算におけるストラテジーについて. 日本数学教育学会誌,73（４）,126-133.
板井瓦・大野由三（1997）：精神遅滞児における加法計算のストラテジー. 特殊教育学研究,34（５）.45-51.
川間健之介・山城由香里・村田由美（1998）　発達障害児の計算の指導事例─繰り上がりから繰り上がりを中心に─. 山口大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要,10,47-54.
来栖淳郎（1978）：減法の指導. 藤原鴻一郎（編）段階式ちえ遅れの子どもの算数・数学、数と計算編,学習研究社,146-176.
西谷さやか（1985）：加法計算のStrategyに関する実験. 玉川学園学術研究所共同報告書,7,12-22.
西谷さやか・吉村たづ子（1984）：加法計算のStrategyの分析Ⅰ. 日本教育心理学会第26回総会発表論文集,56-57.

志水廣（1983）：繰り上がりのある足し算では，なぜ，加数分解を行うのか．日本数学教育学会誌,66（12）,226-231.
吉村たづ子・西谷さやか（1985）加法計算のStrategyの分析Ⅱ．日本教育心理学会第27回総会発表論文集,56-57.