山口大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要第16号（2003.8）

計算に困難を示す児童の指導
ー繰り下がりのある減法計算のストラテジーの変化ー

川間健之介　　八木　美恵*

Calculation Strategy Changes of Subtraction with Carrying Down in Child with Calculation Difficulties

KAWAMA Kennosuke　　YAGI Mie

(Received June 18, 2003)

キーワード：繰り下がり　減法計算　ストラテジー

Ⅰ．はじめに

発達に遅れのある子どもでは、繰り下がりのある減法計算でのつまずきが大きいことがよく認められる。一般に、加法に比べて減法は苦手とされ、繰り下がりがあると、同じ位では引き算ができず、上の位から10を「持ってきて」あるいは「借りてきて」という仮定の操作が加わり、一層困難になる（河村, 1995）。したがって、具体物と対応した数の理解、10の補数関係の理解、記数法の理解、計算手順の理解などを十分考慮し、子どもの実態に応じた細かなステップを踏んだ指導が必要となってくる（角，1995）。

繰り下がりのある減法計算のストラテジーには、様々なものがあり、また、それぞに問題が指摘される。以下に代表的なストラテジーとその問題について指摘する。

①数え引き：「14－6」の場合、14から順に１ずつ引いて、答えを導く方法である。念頭で行う子どももいるが、多くの場合、指や半具体物、絵や図がなければできない。このストラテジーでは、数の構造の把握が難しく、子どもの能力を伸ばしにくいと言われる。また、計算に時間がかかり、減数が８や９の時には、数え間違いをしやすい。数詞を逆から順に並べることに気を取られ、間違いをしやすいことも指摘されている。この方法で、繰り返し指導を受けた子どもでは、指の使用が定着していることが多く、そのことが筆算式での計算への移行を困難にしている。

②減々法：「14－6」の場合、減数の６を４と２に分け、「14－4」を行い、その答えの10から２を引き、答えの８を導き出す方法である。減法の特徴をよく表しており、問題によっては早く計算ができるが、繰り下がるという概念が形成されにくい、減数の分解という操作が入り間違いやすい。

③減々法'：「14－6」の場合、被減数の14を10と４に分け、減数の６から４を引き、その答えの２を10から引く方法である。これは、減々法の誤パターンと言われている。すなわち減々法では、その２つの引き算の操作は被減数から減数を引くものであるが、その操作

＊　長崎県立虹の原養護学校

の誤りで、減数から被減数の１位を引いている。減法計算の意味と数の構造の理解が十分できていれば、減数を予め減らしておき、計算しているとも言える。このような思考は、形式的操作の段階であり（片桐，1995）、具体的操作の段階である下がりのある減法計算の初期においては、減々法の誤りのパターンであることが多く、これで正解であることから定着させていることが多い。

④減加法：「14－6」の場合、被減数の14を10と４に分け、「10－6」を行い、その答えの４に残りの４を加え、答えを導き出す方法である。この方法はあらゆる問題に対して、一貫して同じ操作で指導ができる。いわゆる繰り下がりの操作とはこの減加法である。筆算では、この操作が必要である。しかし、10の補数の理解が十分でない子どもでは、用いることが難しい。減法であるのに、加法が含まれるので、加法と減法の混同を招くこともある。

⑤補加法：「14－6」の場合、６にあといくつで14になるか、数える方法。数え足す計算法を減法に利用する（補う）ことから補加法と言われているが、数え引きと同様の問題を抱えている。

⑥減加法'：「14－6」の場合、６にあと４で10になり、その４と被減数の１位数の４を足す方法。いわば、完全な減加法にいたる途中で、補加法を使用している方法。

⑦５－２進法：「14－6」の場合、減数の６を５と１に分け、被減数の10から５を引き、被減数の４から１を引いて、５と３で８とする方法である。タイルを用いて５の固まりを意識している子どもでは、合理的方法ともいえるが、有効な場合が限られ、減数と被減数からそれぞれ５を引く必要があり、効率的なストラテジーとが言い難い。

この他、「14－6」について、６はあと４で10なので、「(14＋4)－(6＋4)」→「18－8」としていたり、「14＝6×2＋2」なので、「6＋2＝8」、また「15－8」の場合、「15＝8×2－1」なので「8－1＝7」など他演算を利用した想像を超えたストラテジーを用いている場合もある。

これらのうち、小学校で教えられている方法は、減加法、減々法、５－２進法である。平井（1981）は、減加法であれば「12－9」型→「11－2」型、減々法であれば、「11－9」型→「12－9」型、5－2進法であれば、「13－7」型→「12－9」型→「11－2」型の順で導入することを示している。各児童によって最も思考にあった方法で導入することを指摘している。

繰り下がりのある減法計算は、２年以降の筆算を考えた場合、減加法が適しているため、小学校１年生の教科書では、減加法の考え方が示されている。そして、ほとんどの子どもたちはこの方法で習得していくことになっている。しかしながら、通常学級に在籍するいわゆる軽度障害の子どもたちでは、計算結果の正答を導くために、先に示した減加法以外のストラテジーを使用していることが多い。学級担任、保護者、家庭教師、塾等で当面の繰り下がりのある減法計算に正答することを目的に様々な指導が行われ、そのことが２年生以降の計算のつまずきにつながっていると考える。一度獲得したストラテジーを減加法に修正することは難しく、時に異なるストラテジーで混乱を生じることもあり、最初から一貫して減加法のみで指導していく方が良い（角，1995）とされる。その際にも、繰り上がりのある加法計算において10の補数を利用したストラテジーを獲得している必要がある（川間・山城・村田，1998）。

本研究では、繰り下がりのある減法計算に困難を示す児童に、減加法ストラテジーの獲得を目的とする指導を行った経過を検討し、ストラテジーの変化について考察する。本事例は、この指導を受ける前年に10の補数ストラテジーを使用した繰り上がりのある加法計

算の指導を受けている（川間，2003)。この指導は、基本的に川間・山城・村田（1998）の考えに基づいていた。その結果、本児の行った加法計算のストラテジーを大きく分類すると、分類1：加数は、指を使った数え足しによる繰り上がり、分類2：被加数を指で作り、10の補数を使って繰り上がった後、数えあがる、分類3：被加数を指で作り、10の補数を使って繰り上がり、残りを集合数で加える、分類4：念頭操作、となった。指導に従って、10の補数を利用するストラテジーの割合が増え、指の使用はあるものの繰り上がりのある加法計算において一定の理解に達したと考えられる。しかし、繰り下がりのある減法計算においては、困難を抱えており、指の使用があるため、数え引きが中心であり、誤りも多いという課題がある。

本研究では、前年度の指導を受けて、指の使用を認め、繰り下がりのない計算から繰り下がりのある計算の学習を、プログラムに沿って進めていく。また、指導プログラムは、川間・山城・村田（1998）に基づいて作成した。この指導において、本児が減法計算時に行ったストラテジーを分類し、繰り下がりのある減法計算が習得されるまでのストラテジーの変化・減加法の獲得について、分析と考察を行うこととする。

Ⅱ．事例及び指導方法

1．事例：対象児は、現在小学校3年生の男子である。1年時から現在まで、放課後開かれている「○○学級」で指を使っての計算の指導が行われた。また、前年度の10ヶ月間、著者らによって、繰り上がりのある加法計算の指導を受けていた。指導開始前に、WISCⅢを行った結果、言語性IQ62、動作性IQ83、全検査IQ69であった。また計算指導開始前の計算能力を調べるため、①前年度指導最終日と同一の繰り上がりのある計算、②20以上で繰り上がる足し算・繰り上がりのある筆算、③10の合成・分解に関する問題、繰り下がりのある引き算を行った。その結果、本児は2桁以上の計算では全て数え足し・数え引きで計算し、繰り下がりのある問題では足し算との混同がおきるなど、式の理解に困難を示しており、繰り下がりのある引き算が確実に定着していないことが分かった。例えば次のような誤りがあった。13－4＝7、12－3＝5、11－2＝3、12－4＝6、11－1＝21。

2．指導方法：指導場所は対象児TSの自宅内で、指導期間は2000年7月～2001年1月（計19回）である。前年度に引き続き、達成感・成功感が得られやすいカードを用いて1問ずつ問題を提示する。失敗経験を味わわせず成功経験で問題に対する自信を持つことができるような指導を行う。そのため、指導毎に指導者は問題をスモールステップに組み、難易度・順番の関係を考えて提示する。さらに、ランダムの提示を取り入れることで問題のレベルを上げていく。Table 1に本指導で用いた問題を示す。また、補助教材としてタイルを用いることで具体物を操作できる学習を取り入れる。また、提示問題を厳選して慎重に問題を構成し、メリハリのある指導を心がけるよう留意するの指導者は常に肯定的な姿勢で指導にあたる。

Ⅲ．結　果

1．指導経過

第1期：a－b＝cにおいて、a＜20, b＜10, c＜20の場合について、レベル分けを行った。これらのa－b＝cについて、Ⅰ．a－b＝()、Ⅱ．a－()＝c、Ⅲ．()－b＝cの3パターンの問題を提示した。パターンⅡとⅢは、数を合成・分解する能力を獲得するために用意される。

Table1　使用問題「a－b＝c」において（　）は例

第1期A	第1期B	第1期C
①5<=a<10,b<10,c<10 (5-3=2) ②10<a<20,b<10,10<c<20 (15-2=13) ③10<a<20,b<10,c=10 (14-4=10) ④10<a<15,b<5,c<10 (13-4=9) ⑤10<a<15,5<=b<10,c<10 (14-8=6) ⑥15<=a<20,5<=b<10,c<10 (16-9=7)	①5<=a<10,b<5,c=5 (7-2=5) ②15<=a<20,b<5,c=15 (18-3=15) ③15<=a<20,b<10,10<c<20 (17-6=11) ④10<a<15,b<5,5<c<10 (12-3=9) ⑤10<a<15,5<=b<10,5<=c<10 (13-8=5) ⑥15<=a<20,5<b<10,5<c<10 (17-9=8)	①10<a<15,b<5,c=10 (14-4=10) ②10<a<15,b<5,5<c<10 (12-4=8) ③10<a<15,b=10,c<10 (13-10=3) ④10<a<15,5<=b<10,c<10 (13-9=4) ⑤15<a,20,b<5,c=15 (18-3=15) ⑥15<a<20,b<=5,10<c<15 (17-3=14) ⑦15<a<20,5<b<10,c=10 (17-7=10) ⑧15<a,20,5<b<10,c<10 (17-9=8)
第2期A	**第2期B**	**第2期C**
①a=15,5<b<10,c<10 (15-7=8) ②10<a<15,b=5,c<10 (13-5=8) ③10<a<15,b<5,c<5 (12-4=8) ④10<a<15,5<b<10,c=5 (14-9=5) ⑤10<a<15,5<b<10,c<5 (11-7=4) ⑥10<a<20,5<b<10,c<10 (12-9=3) ⑦15<a<20,5<b<10,c<10 (17-8=9)	①a=15,5<b<10,c<10 (15-6=9) ②10<a<15,b=5,c<10 (13-5=8) ③10<a<15,b<5,c=9 (13-4=9) ④10<a<15,b<5,c<10 (12-4=8) ⑤10<a<15,5<b<10,c<10 (13-7=6) ⑥10<a<15,b<10,c=5 (11-6=5) ⑦10<a<15,5<b=c<10 (14-7=7) ⑧15<a<20,5<b<10,c<10 (16-7=9)	①a=15,b<10,c<10 (15-8=7) ②10<a<15,b=5,c<10 (13-5=8) ③10<a<15,b<5,c<10 (12-3=9) ④10<a<15,b<10,c=5 (13-8=5) ⑤10<a<15,b<10,c<10 (14-8=6) ⑥10<a<15,b<10,c<5 (12-8=4) ⑦15<a<20,b<10,c<10 (17-8=9)

第１期－A（7/16, 7/30, 8/5, 9/10）は、レベルを①～⑥の６つに分けた。レベル④、⑤、⑥は、繰り下がりのある問題を用意し、c＝10なる問題をレベル③として取り入れたことで、本児の意欲をかきたてることができた。「13－4」では、13から３を数え引いた後、残りの１は念頭で引いていた。また、「16－9」では、指で６を作り、さらに、残りの３を指で作り、答えの７を求めた。これらは、減々法である。

第１期－B（9/17, 10/1）は、レベルを６つに分けて行った。c＝５、c＝15なる問題を新たに取り入れたことで、本児は５のまとまりを認識し、高度な計算が行えるようになった。

第１期－C（10/8, 10/15）は、レベルを８つに分けた。繰り下がりのある問題を、レベル②、④、⑧として繰り下がりのない問題の間に組み込んだことで、暗算が増えてきた。

第１期の指導の結果、本児は繰り下がりのない問題ではほとんどを暗算で答えられ、効率よく解くことができるようになった。よって、繰り下がりのない問題レベルは達成できたと考えた。

第２期：a＜20, b＜10，c＜10 において、繰り下がりがある問題のみでレベル分けをし、３パターン用意した。また、数の合成・分解についてウォーミングアップ問題を用意し、その後に計算問題に入る。

まず、第２期－A（10/22, 10/29）は、レベルを①～⑦の７つに分けた。レベル①のa、レベル②のb、レベル④のcを、それぞれ１定にした問題を取り入れた。第１期において、嫌がっていたタイルの操作の課題もこの時期に導入でき、より理解を深めていった。また、問題の提示順序もステップの順でなくランダムに提示しても抵抗はなくなった。

第２期－B（11/5, 11/12, 11/19）は、レベルを８つに分けて行った。c＝９なる問題をレベル③として取り入れたことで、問題を解く効率が大幅にアップした。この時期に特徴的に新たなストラテジーが見られた。「13－9」の問題で、指で13の３を作り、10、７と頭の中で２回３を引き、残りの３を指を見て数え引いた。また、「12－６」の問題で、指で２を作り、３回数え引いた。この２つは、減々法＋集合数の利用あるいは数え引きというストラテジーである。「13－５」に減加法が見られた。これは、指で５を作り、５に３を加える方法であった。５－２進法の変形と考えることもできる。この他、減加法が見られたのは、減数が９の時である。

Table2　パターンⅠ（a－b＝（　））における詳細なストラテジーの分類

分類１　被減数は指で作り、減数は指を用いて引く
数え引き ①指を用いた数え引き（a－b型） ②指を用いた数え引き（a－c型）
減々法に数え引き ③指を用いた数え引き（被減数の一位数のみ一気に引いて、残りを数え引く） ④指を用いた数え引き（被減数の一位数のみ一気に引いて、残りを集合数と数え引きで計算する）
減々法で指を用いるが念頭処理 ⑤指を用いた数え引き（被減数の一位数のみ一気に引いて、残りを集合数、頭の中で引く） ⑥指を用いた数え引き（被減数の一位数のみ一気に引いて、残りを集合数で一気に引く） ⑦指を用いた数え引き（被減数の一位数のみ一気に引いて、残りを頭の中で引く） ⑧指を用いた数え引き（指を戻さないで計算する）
分類２　被減数の１位数を指で作っただけで答える
⑨指を用いない減々法（被減数の一位数を指で作っただけで答えられる）
分類３　指を用いず暗算で答えられる
⑩指を用いず暗算で答えられる
分類４　減加法
⑪指を用いた減加法（被減数の一位数を指で作り、10から減数の数字を引いたものを加える） ⑫指を用いた減加法（減数を指で作り、10から減数の数を引いたものに、被減数の一位数を加える） ⑬指を用いない減加法（被減数の一位数を指で作り、10から減数の数を引いたものを頭の中で加える）

Table3　パターンⅠおけるストラテジーの変化（数字は％）

	第２期－A		第２期－B			第２期－C		
	10/22	10/29	11/5	11/12	11/19	12/17	12/24	1/7
分類１	66.7	83.3	67.8	65.6	58.9	71.1	77.8	73.3
分類２	2.2			1.1	1.1		1.1	3.3
分類３	14.4	14.4	1.1		14.4	7.7	8.9	16.7
分類４	1.1	1.1		3.3	1.1	5.5	1.1	1.1

確認期（11/26, 12/10）では、被減数が20以上のもので、繰り下がりのある問題を筆算で導入してみた。また、これらの問題についてタイル操作も行った。計算には時間がかかったが、確実に答えを出していた。なかでも、「44－9」では減加法を用いて答えを出した。

第２期－C（12/17, 12/24, 1/7, 1/28）は、レベルを７つに分け、筆算も取り入れ、全てランダムに提示をした。問題のレベルが全体的に上がったため、本児は声に出して数え引くなど慎重に取り組む様子がうかがえた。この時期には、暗算や減加法が増えてきた。

第２期の指導の結果、繰り下がりのある計算にも、効率の良い計算方法がしばしば現れるようになった。

2．ストラテジーの変化

本児の行ったストラテジー分類し、定義した（Table２）。その４つに分類したストラテジーの変化をTable３に、13種類に分類した結果をTable４に示す。４つの分類は、「分類１：被減数は指で作り、減数は指を用いて引く」、「分類２：被減数の１位数を指で作っただけで答える」、「分類３：指を用いず暗算で応える」、「分類４：減加法」である。さらに13に分類したものを見ていくと、①と②は、数え引き、③と④は減々法に数え引き、⑤～⑧は、減々法で指を用いるが念頭での処理、⑨は減々法、⑩は暗算、⑪～⑬は減加法と考えられる。

Table4　詳細なストラテジーの変化（数字は％）

	1期C	2期A	2期B	2期C	
	10/5	10/22	11/19	12/17	1/7
①	53.1	53.9	50.2	50.0	45.3
②	11.8			1.7	1.6
③	23.6	17.5	3.9		28.1
④			4.4	25.0	
⑤		1.6			
⑥		1.6	2.2	1.7	
⑦				3.3	
⑧			4.4		
⑨	2.9	3.2	2.2		
⑩	8.8	20.7	30.6	11.7	23.4
⑪					
⑫					
⑬		1.6	2.2	6.7	1.6

Ⅳ. 考　　察

1．プログラムと数を合成・分解する能力の向上との関係

第1期に、ウォーミングアップ問題として10の合成・分解に関する問題や、a＝15, b＝5，c＝5なる計算問題を取り入れた。また、第2期には、減加法獲得のためにタイル問題を取り入れ、具体物を操作できるようにした。この結果、分類2や集合数を用いて一気に引く等の分類1’が大幅に増えた。つまり、数を合成・分解する能力が向上し、かつその力が問題を解く際に上手く反映されるきっかけになったと考えられる。

2．ストラテジーの変化

Tbale3より、全体的に、分類1が最も多くの割合を占めているが目立った変化は見られない。その原因の一つに、問題のレベルによって、本児が分類1で解くことがパターン化してしまったことが考えられる。分類1中「数え引きのみ」が起こる問題レベルは、a－b＝cにおいて、10＜a＜15、5＜b＜10の場合で最も多い。このレベルの問題12－8では、減数の数が大きいため、本児にとっては指なしで解くことが容易ではなくなってくる。その結果、本児は確実に答えを求めようとして数え引きを行うと考えられる。次に多い10＜a＜15、b＜5では、減数が小さいので、12－4の場合なら、12から2をひいて10、10から2を引いて8と減々法を行う方が、本児にとっては自然であると考えられる。

また、第2期－Bで、少しずつ出てきた分類4の減加法が、第2期－Cでは減少し、代わって分類3が増えていることが分かる。暗算は、分析が困難であるが、この結果は、減加法がレベルアップして暗算へ変化したものと判断し、本児の学習の成果が徐々に現れてきたと考えられる。

最後に、13種類のストラテジーの割合から分析していく。Table4より、分類1のより効率の良い計算方法（③～⑧）の量と種類が、徐々に増加していることが分かる。本児は、自分なりに効率の良い計算方法を見つけだし、問題に合わせて上手く対応させていると考えられるのここにも学習の成果がうかがえる。

3．減加法獲得の分析

本研究の一つの目標である、減加法の獲得について、分類4のストラテジーの変化と指

導経過から分析する。減加法が行われた問題は次の通りである。14－9＝(5)、18－9＝(9)、13－5＝(8)、14－5＝(9)、12－(3)＝9、13－(4)=9、17－(8)＝９、14－(5)＝９。このことから、減加法が行われる場合は、減数９の時が最も多く、次は減数が５の時である。それは、本児が１と５の10の補数理解とそれらの数の保存が、頭の中で容易に操作できるため、減加法が行えたと考えられる。また、本児が被減数を指で作ったのみで答えを出す時は、減減法なのか減加法なのかを慎重に検討しなくてはならない。先にも述べたが、本児は減数が小さい時は、数え引きで計算することがほとんどだった。また、減数が９の時は、暗算が多い。このことから、本児は、「10＜被減数＜15」から「減数＜５」で繰り下がる時は減減法で、「15＜被減数＜20」から繰り下がる時は、減加法で処理していると判断した。減加法が少しずつではあるが見られるようになり、暗算へ変化することもあった。今後も、その増加と定着が図れるよう減数が９である問題を積極的に取り入れ、本児の学習をさらに効率よく進められる指導が必要だと考えられる。

４．不正解の分析

本指導では、誤りをさせないために、詳細なプログラムを作成し、指導した。パターンⅠの全問題810問中、不正解は９問であった。このことが、本児が意欲的に学習を進める要因として大きかったと考える。不正解には次のものがあった。「11－1＝12」：よく見ないで加法計算を行った。「11－6＝15」：11から６数え引いたが、残った５の指を見て15と勘違いをした。「14－7＝9」:14の４を指で作ったが、残りの指を見て６と勘違いをし、「16－7」の計算をした。「15－9＝7」：減加法を行う際の念頭による操作のミスで、指で５を作り間違えた。第１期では、指の操作ミスが主な原因であったが、第２期に入ると、減加法や暗算を行おうとしたため頭の中の操作ミスによる誤りが出てきた。本児の意欲と計算能力が、徐々に向上してきたためと考えられる。

５．今後の課題

本研究より、本児は徐々に高度な計算ストラテジーが行えるようになった。今後の課題として、さらに高度な計算方法を獲得するために引き続きトレーニングを行い、第２期の問題・減加法を確実なものにしていけることを目指し、２桁レベルの加法計算・減法計算へ指導を進めていく必要があると考える。

文　献

平井喜美枝（1981）：算数１年の授業．あゆみ出版．

片桐　重男（1995）：数学的な考え方を育てる「加法・減法」の指導．明治図書．

川間健之介（2003）：計算に困難を示す児童の指導－繰り上がりのある加法計算のストラテジーの変化－．山口大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要，15，187-195.

川間健之介・山城由香里・村田由美（1998）：発達障害児の計算指導事例－繰り上がりから繰り下がりを中心に－．山口大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要，10，47-54.

河村　　久（1995）：繰り下がりのある引き算ができない子どもの指導．藤原鴻一郎監修，発達に遅れがある子どもの算数・数学－つまづき指導編,学習研究社，88-96.

角　　文喜（1995）：「数と計算」指導の内容と方法第５節「減法」の指導．藤原鴻一郎監修,発達に遅れがある子どもの算数・数学１数と計数編，学習研究社，144-157.