

博 士 論 文

微小サイズ一方向 CFRP の強度信頼性評価と
引張－ねじり負荷下における破壊特性

Strength Reliability Evaluation of Micro-sized Unidirectional CFRPs
and Their Fracture Properties under Tensile-Torsional Loading

2024 年 9 月

橋 本 樹 慶

Mikiyasu HASHIMOTO

山口大学 大学院創成科学研究科

ABSTRACT

Carbon Fiber Reinforced Plastics (CFRP) are composite materials made of carbon fibers (reinforcing material) and thermohardening resin. They benefit from superior mechanical properties (low weight, high strength, high stiffness, etc.) compared to other composite materials, such as Glass Fiber Reinforced Plastics. They greatly surpass industrial materials: when comparing to steel, their specific weight is 1/4, their specific strength is 10 times higher, and their specific elastic modulus is 7 times higher. Thus, CFRP have grown into the third structural materials, after steel and aluminum. Currently, low energy systems and decreases in CO₂ emissions are necessary, and CFRP allow the low weight – high strength combination that could play a role in solving environmental problems. They are broadly used for aerospace, automobile, and infrastructure. With further development decreasing CFRP costs, their application range is expected to increase.

Composite materials using long fibers as reinforcement, such as CFRP, show excellent strength in the direction of the fibers, but the fibers also suffer from the brittleness typical of high-strength materials. In turn, this causes variations in strength levels, which makes it difficult to discuss the reliability of CFRP. Until now, reliability analyses have been conducted quantitatively in terms of evolution of micro-damage to the fibers, in when the fiber strength follows a Weibull distribution. The evolution of cumulative damage of the composite materials is modelled with probability theory and stochastic processes, and the expected strength and the coefficient of variation of the composite material is predicted. In other words, the damage process (cause) is used to calculate the strength (result) in an “direct problem”. However, there are few reports on “inverse problems”, where the experimental strength data of actual materials (result) are used to evaluate the damage and fracture process (cause).

Additionally, when CFRP are used as structural materials, they are subjected to multiaxial loads (tension, compression, torsion), and thus the reinforcing carbon fibers are undergoing the same loads. The strength or the failure mode change significantly under multiaxial loads, compared to uniaxial load, and the behavior under multiaxial loads cannot be readily predicted from uniaxial data. Still, there is a scarcity of data for multiaxial loading of CFRP.

Based on the above points, this research aims at elucidating the strength and reliability of CFRP and their fracture properties under multiaxial loads, by using unidirectional CFRP samples with few carbon fibers (micro-sized CFRP) and subjecting them to pure tension, pure torsion, or tension-torsion loads, in order to evaluate, analyze and discuss their strength reliability.

The five chapters of this Ph.D. dissertation are summarized below.

Chapter 1, being the introduction, explains the research background, the characteristics of CFRP and their industrial applications, as well as the issues related to strength reliability and multiaxial properties. Related reports are reviewed and the goals of this research are stated.

The goal of chapter 2 is the establishment of a method to evaluate the accumulation of fiber-break points in the CFRP in relation to strength reliability. First, micro-sized unidirectional CFRP samples with a small number of carbon fibers were manufactured and their tensile strength data used to estimate the damage and fracture process (inverse problem); a Markov process inverse analysis model was established. The fracture probability curve was derived from this inverse analysis model and it was fitted to the experimental data to assess the model adequateness while evaluating the accumulateness of fiber damage.

In chapter 3, the multiaxial properties of single PAN-based carbon fibers were evaluated as a first step to clarify the multiaxial properties of CFRP. Specifically, single carbon fiber was subjected to proportional tensile-torsional loading, and its strength and fracture were evaluated to assess the effect of multiaxial loading. Additionally, a multiaxial stress fracture criterion, so far unclear for this material, was proposed based on the experimental results, and the possibility of its adoption was considered.

Chapter 4 is based on the previous chapter to expand the evaluation of multiaxial properties to micro-sized unidirectional CFRP specimens. First, pure torsion tests were conducted, and the strength data as well as the fracture modes were observed and recorded. Tension-torsion properties and fracture behavior were then evaluated experimentally, and the effect of multiaxial load on the strength of composite material was clarified. Lastly, a fracture criterion for this material under tension-torsion loading was proposed and discussed.

The last chapter is a summary of the results described in this dissertation, followed by future prospects.

目 次

第1章 緒 論	1
1.1 研究背景	1
1.1.1 CFRP の特徴	1
1.1.2 CFRP の適用用途	2
1.2 CFRP の応用分野拡大に向けた課題と従来の研究	3
1.2.1 強度信頼性に関する研究	3
1.2.2 多軸応力特性に関する研究	7
1.3 本研究の目的と意義	8
1.4 本研究の内容	9
第1章の参考文献	10
第2章 マルコフ過程逆解析モデルによる微小サイズ一方向 CFRP の 引張損傷破壊過程の確率論的推定	14
2.1 緒 言	14
2.2 実験方法	15
2.2.1 微小サイズ一方向 CFRP 試験片の作製方法	15
2.2.2 試験片直径の測定および繊維配列状態の観察	17
2.2.3 単軸引張試験	17
2.3 解析方法	19
2.3.1 応力回復域の減少分を考慮した損傷破壊過程の逆解析モデル	19
2.3.2 応力回復域を考慮しない損傷破壊過程の逆解析モデル	22
2.4 実験・解析結果および考察	24
2.4.1 構成繊維数と引張強度の関係	24
2.4.2 単軸引張荷重下における微小サイズ一方向 CFRP の損傷モード	26
2.4.3 各逆解析モデルによる破壊確率の推定	28
2.4.4 繊維破断点の累積性	32
2.4.5 最尤推定法による破壊確率の推定	35
2.5 結 言	37
第2章の参考文献	38

第 3 章 引張－ねじり負荷下における PAN 系炭素繊維の破壊特性と強度評価	40
3.1 緒 言	40
3.2 実験方法	41
3.2.1 炭素繊維－単繊維試験片の作製方法	41
3.2.2 純ねじり試験	41
3.2.3 比例負荷引張－ねじり試験	42
3.2.4 破面観察	42
3.3 実験結果および考察	44
3.3.1 炭素繊維の純ねじり特性と引張－ねじり特性	44
3.3.2 最大主応力による信頼性解析	47
3.3.3 SEM 破面観察結果	48
3.3.4 最大主応力軸角と破壊強度の関係	51
3.3.5 非比例負荷による破壊強度への影響	54
3.3.6 二軸主応力曲線による破壊特性評価	56
3.3.7 引張－ねじり応力下における PAN 系炭素繊維の破壊基準	58
3.3.8 多軸破壊時の炭素繊維の最大主応力面の傾き	60
3.4 結 言	62
第 3 章の参考文献	63
第 4 章 引張－ねじり二軸応力下における微小サイズ一方向 CFRP の強度評価	65
4.1 緒 言	65
4.2 実験方法	65
4.2.1 微小サイズ一方向 CFRP 試験片の作製方法	65
4.2.2 純ねじり試験	66
4.2.3 等価半径の計算方法	66
4.2.4 引張－ねじり試験	69
4.3 実験結果および考察	70
4.3.1 構成繊維数と純ねじり強度の関係	70
4.3.2 ねじり強度と破壊モードの関係	73
4.3.3 微小サイズ一方向 CFRP の引張－ねじり特性	77
4.3.4 引張－ねじり応力下における微小サイズ一方向 CFRP の破壊基準	81
4.4 結 言	86
第 4 章の参考文献	87

第5章 結 論	89
5.1 総 括	89
5.2 今後の展望	92
謝 辞	94

第 1 章

緒 論

1.1 研究背景

1.1.1 CFRP の特徴

炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastics, CFRP) は、炭素繊維 (強化材) と熱硬化性樹脂 (母材) からなる複合材料であり、強度・剛性などの機械的特性がガラス繊維強化プラスチックなど他の複合材料に比べて格段に優れている (Table 1.1). CFRP は、従来の代表的な工業材料と比較しても優れており、例えば、鉄と比べると、比重が鉄の約 1/4 の 1.6 程度であるにもかかわらず、比強度が鉄の約 10 倍、比弾性率が鉄の約 7 倍と極めて高い値を示す[1,2]. このような優れた特性から、CFRP は鉄、アルミニウムに続く、第 3 の構造用材料に挙げられるまでに成長してきた。以上に加えて、CFRP が有する大きな特徴の一つとして設計可能な材料であることが挙げられる。例えば、CFRP の最も基本的な強化形態として、連続した炭素繊維を一方向に配列させてマトリックス樹脂で固めた、いわゆる、一方向材 (Unidirectional composite) は繊維軸方向に優れた強度・剛性を発揮する。その一方で、繊維軸以外の方向、特に繊維垂直方向の強度や剛性は極端に低くなるため、通常は一方向 CFRP の単層板を重ねた積層板として使用される。このとき、積層する角度や順序などの積層構成を変化させる、つまり、異方性を適切に利用することで力学特性がコントロールできるので、所望の用途に応じた自由度の高い材料設計を行うことができる。これは Tailored material と呼ばれる所以でもある。

Table 1.1 Comparison of mechanical properties between typical structural materials[2].

Material	Density [g/cm ³]	Properties			
		Tensile strength [MPa]	Tensile modulus [GPa]	Specific strength [10 ⁴ m]	Specific modulus [10 ⁶ m]
CFRP	1.6	2850	160	18.0	10.3
GFRP	2.2	1000	40	4.5	1.9
Aluminum alloy	2.8	550	70	2.0	2.5
Steel	7.8	1600	200	2.0	2.6

1.1.2 CFRP の適用分野

省エネルギー、二酸化炭素排出量の削減が求められている昨今、軽量で高強度な材料である CFRP は、地球環境問題の解決に向けても大きな役割を担っており、航空宇宙分野や自動車分野、建築土木分野をはじめ、さまざまな分野での適用が進んでいる。今後、技術発展による低コスト化により、CFRP の応用範囲は益々拡大すると予想されている。以下に、CFRP の産業分野への応用例をいくつか示す。

【航空機】

航空機の開発において、燃費および航続距離の向上の観点から機体軽量化は非常に重要な要素であり、CFRP の導入が進んでいる[3]。1970 年代にはスポイラー、エレベーターなどの二次構造材料に採用された後、1980 年代後半からは、尾翼などの一次構造材料へ適用された。米国のボーイング社や欧州のエアバス社などの航空機の大手メーカーは 1 機当たりの炭素繊維の使用量を増やしており、例えば、2011 年から就航した中型機ボーイング 787 および 2015 年に就航したエアバス社 A350 XWB は、ともに構造重量の約 50 %が CFRP であり、主翼、胴体、尾翼などの主要部位に CFRP が採用されており、燃費および航続距離が向上した[4]。

【自動車】

自動車分野でも、軽量化による燃費向上のため、CFRP の適用が広がりつつある[5]。この分野での CFRP の適用は、極めて高い力学特性と軽量性が求められるレーシングカーから始まった。単に軽量化することだけが目的ではなく、高強度・高剛性のモノコックフレームがドライバーの安全確保に必須となっているフォーミュラカーでは、モノコック以外の構造部材も CFRP で構成されている。これは CFRP の衝突エネルギー吸収能の高さがその理由である。レーシングカーでの実績により、材料としての信頼性が向上したことで乗用車への適用も広がっているが、CFRP はスチールやアルミニウムなどの既存材料に比べ高価であるため、一般の乗用車への採用例は少なく、現在は一部の高級車やスポーツカーへの適用[6]にとどまっている。しかし、世界での燃費規制は厳しくなっており、車体の軽量化は最優先課題となるため、今後は一般乗用車への適用も拡大すると予想されている。

また近年では、強度信頼性が欠かせない燃料電池自動車用の高圧水素タンクとしての適用も拡大しており、CFRP はライナーと呼ばれる樹脂またはアルミニウム製の密閉容器補強材としての役割を担っている。このとき、高圧容器は強度確保のため CFRP の異

方性を利用して、容器胴部に炭素繊維束を周方向に巻くフープ層と、容器全体に対して炭素繊維束を軸方向に対して角度を持たせて巻くヘリカル層を複雑に組み合わせたCFRP積層構造となるように設計され、フィラメントワインディング法により製造される[7].

1.2 CFRPの応用分野拡大に向けた課題と従来の研究

昨今の環境問題に対する世界の動向から、CFRPは今後の人類の生活により深く浸透していくことが予想される。一方で、CFRPは金属材料などに比べて歴史が浅く、さらには強い異方性を有することから、その力学特性については未だ十分に解明されておらず、限界性能に達していないとも言われている。そのため、本材料のさらなる適用範囲の拡大に向けてクリアするべき課題は多く、現在も世界各国で研究が精力的に進められている。

1.2.1 強度信頼性に関する研究

CFRPをはじめとする強化用無機繊維を用いた長繊維複合材料は、先に述べたように、繊維の軸方向に沿って優れた強度を示すが、無機繊維は高強度材料特有の脆性を有する。そのため、複合後の強度のばらつきは強度信頼性を議論する上でしばしば問題となる。ここで言う強度信頼性が意味するのは、材料が与えられた応力下において壊れない性質であり、信頼度（非破壊確率）や強度の平均値が大きくなる、またはその変動係数が小さくなることで強度信頼性は向上する。

これまで一方向繊維強化複合材料の強度信頼性については、構成する繊維の強度がワイブル分布[8]に従うとき、その微視損傷進展問題に信頼性解析を用いることで定量的に評価されてきた[9-21]。その基本概念となるのは、従来の束強度理論[22]に複合材料内の繊維破断点近傍における力学現象を適用した、chain-of-bundles 確率モデル[10]であり、1964年にRosenにより発表された。複合材料が軸方向負荷を受けると内部で繊維破断が生じるが、破断点から離れるにつれて軸力は回復する。このような繊維強化によりもたらされる応力伝達効果は、1950年代以降、Cox[23]、Rosen[10]、KellyとTyson[24]らによって報告されてきた。Rosenは破断点から応力が完全回復する90%までの長さを無効長さ（Ineffective length）と表現しており、その範囲では複合材料は束破壊過程と同様の挙動を示すと仮定し、これに束強度理論を適用するとともに、Fig.1.1に示すような無効長さの繊維からなる束（bundle）を連結した鎖（chain）として複合材料をモデル化した。その後、Zweben[12]によって破断点近傍における未破断繊維への応力集中によって

形成される破断点の集団，いわゆるクラスターの影響が **chain-of-bundles** 確率モデルに導入された．Rosen による **chain-of-bundles** モデルは累積損傷モデル，Zweben のクラスター導入モデルはき裂伝ばモデルと呼ばれている．これらは複合材料における微視強度論の先駆けであり，その後の強度発現機構などに関する議論は，確率論に基づいた理論モデリングや計算力学によって発展を遂げてきた．

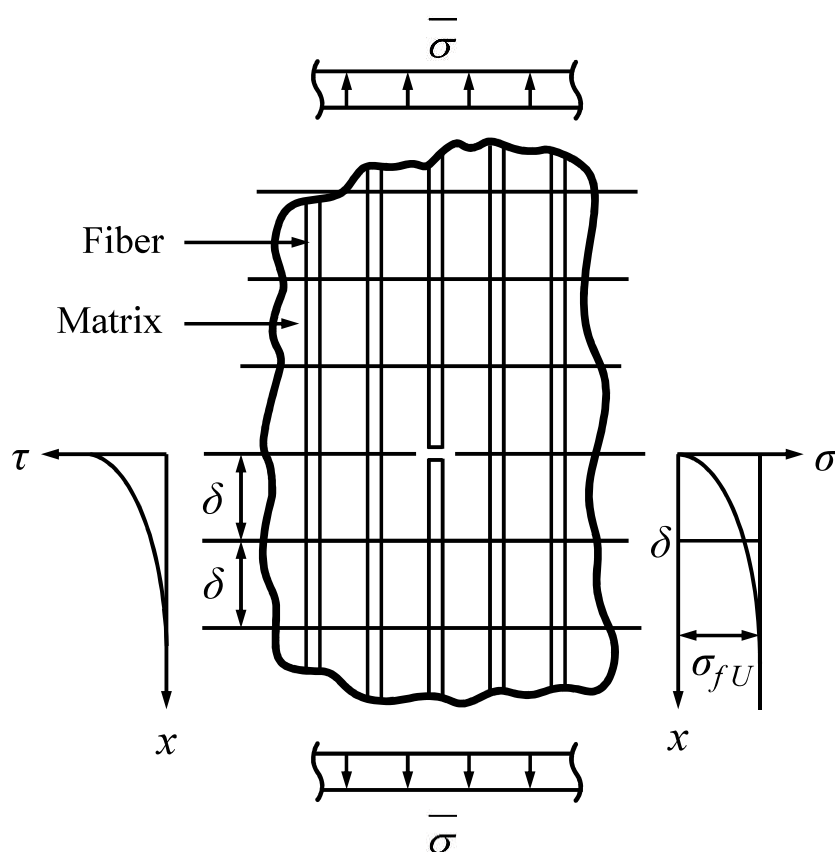


Fig.1.1 Chain-of-bundles probability model[10].

ところで，繊維強化複合材料の損傷破壊過程は Fig.1.2 に示すように荷重負荷レベルが増加するとともに，複合材料内部に繊維破断をはじめとする損傷が逐次累積して最終的に破壊に至る累積損傷過程[10]であるが，先述したとおり，繊維強化による応力回復効果によって内部損傷が蓄積する間も材料全体が負担する応力レベルは上昇し，破壊時に最大値を示す．換言すると，繊維強化複合材料は繊維破断が累積するほど破壊強度が高くなる．このため，複合材料の強度信頼性を確率モデルによって論ずるとき，損傷破壊過程に焦点を当てた研究論文がいくつか発表されているが，それらのなかでも合田

[19-21]の研究は特筆に値する。合田は、複合材料内部の損傷は繊維破断や界面はく離などが無作為に発生する複雑な確率論的事象であることから、これを確率過程に対応付けて強度信頼性を議論した。具体的には、chain-of-bundles 確率モデルにマルコフ過程[25]を導入することで、繊維破断の進行状況を状態変化として表現したモデルを提案するとともに、それに基づく破壊確率曲線を解析的に導出し、繊維強化複合材料の強度信頼性が応力回復機構と密接に関わることを理論的に実証した。

さて、以上の研究は、複合材料の累積損傷の進行状況を確率論や確率過程に基づいた状態変化としてモデル化し、複合材料強度の期待値と変動係数を予測する、すなわち、損傷過程（原因）を通じて強度（結果）を順問題として予測する扱いであり、強度信頼性に関する分野を極めて大きく発展させた。近年では、複合材料の実験データが豊富に存在するようになったことも相まって、順問題的なアプローチは比較的少なくなる傾向にある[26, 27]。一方、結果が得られているものの、それがもたらされる原因が不明な場合に逆問題が適用される。昨今、実材料の破壊要因の究明や材料再設計が求められていることを鑑みると、強度データ（結果）から損傷・破壊過程（原因）を逆問題的に推定する方法があっても然るべきであるが、これを逆問題として扱った報告は極めて少ない[28]。したがって、複合材料の微視強度論の観点からも、損傷破壊過程の定量的な解析手法を検討する必要がある。

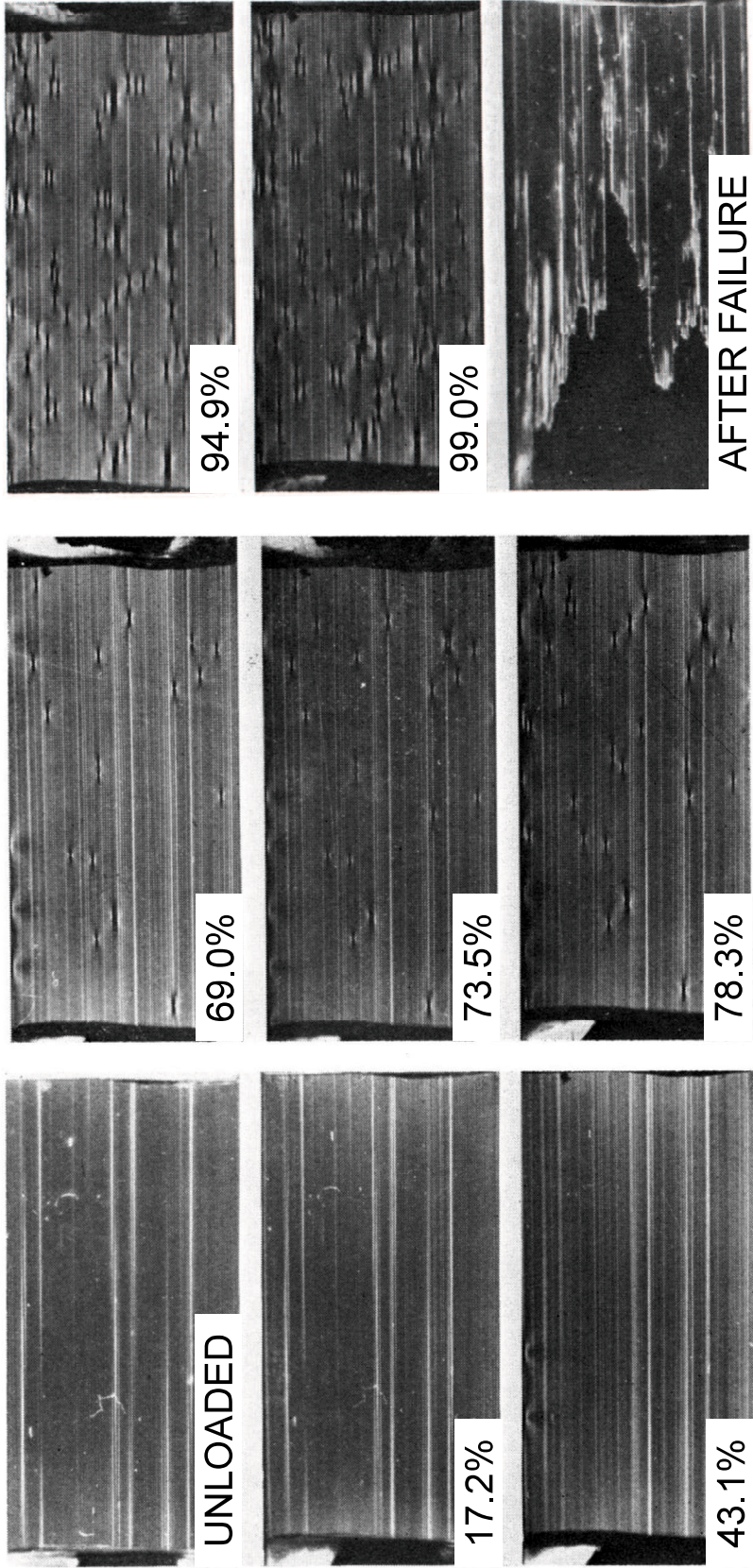


Fig.1.2 Damaging process of fiber-reinforced composite material[10].

1.2.2 多軸応力特性に関する研究

近年の CFRP の適用範囲は、航空宇宙分野にとどまらず、燃料電池自動車などの高圧容器材料としても著しく拡大している。このように実用構造部材として使用されるとき、CFRP は引張—圧縮やねじり負荷が複雑に生じる多軸応力下に置かれる[29-31]が、同時にその強化繊維である炭素繊維も多軸負荷を受ける。周知のように、多軸応力下での材料の強度や破壊挙動は単軸応力下とは大きく異なり、単軸の材料特性のみで予測・説明することは困難である。しかしながら、従来の炭素繊維や CFRP の強度評価に関する報告は、繊維軸方向引張や繊維軸と垂直な圧縮など単純な負荷応力に対する理解が先行しており、多軸特性に関する研究は十分とはいえないのが現状である。

これまで、多軸負荷下での炭素繊維単体の強度評価については、引張とねじりの組み合わせ応力下における研究例が以下のようにわずかに確認できるのみである。藤田ら[32]は、ねじりを負荷した状態での PAN 系およびピッチ系炭素繊維の引張強度と繊維表面のせん断ひずみとの相関性を報告している。また、澤田ら[33]はこれらの繊維のねじり負荷引張強度が引張応力とせん断応力の相互作用により支配されていることを実験的に確認した。しかし、これらは多軸応力下での具体的な破壊条件を明らかにするまでの議論には至っていない。等方性材料であるピッチ系炭素繊維については、すでに Iwanaga ら[34]がねじり負荷引張強度を最大主応力説により説明できることを示した。一方で、現在の構造用 CFRP の強化繊維には多くの場合、polyacrylonitrile (PAN)系炭素繊維が用いられている。これは、PAN 系繊維のフィラメント内の組織、すなわち、炭素六角網平面から構成される結晶子の繊維軸方向への配向度が等方性ピッチ系繊維などよりも高く、軸方向引張強度をはじめとする種々の材料力学的特性に優れる[35, 36]ためである。このような背景を鑑みると、PAN 系炭素繊維の多軸応力下での破壊基準についても議論される必要があるが、そのような報告は著者が知る限り見当たらない。さらに、以上の先行研究はすべて繊維にねじりを負荷したのちに引張負荷を与える、非比例負荷条件に基づく多軸強度評価を行っているが、これを適切に評価するためには、荷重負荷経路による実験結果への影響の有無も検討すべきである。すなわち、引張応力とねじり応力が同時に生じるような比例負荷条件での試験も当然ながら必要となる。

CFRP の単軸強度データがある程度豊富になってきた一方で、単軸特性のみに基づいて材料設計・構造設計された CFRP 製構造体は多軸応力下では想定荷重以下で破壊が生じる場合がある。先に触れたように、本材料は航空機や自動車などの高い信頼性が要求される場面で使用されることから、二軸、三軸といった多軸応力下における破壊特性の

解明とそれに基づく破壊のクライテリオンの確立が強く望まれており、複合材料分野において積極的に取り組まれている研究課題の一つである[37-42].

以下、CFRPの多軸特性に関する研究動向を簡単に述べるが、CFRPにはさまざまな強化形態があるため、ここでは特に一方向強化材を用いた研究報告に焦点を当てる。Gotoら[29]は、ダンベル型試験片を用いて繊維軸方向引張と繊維直交方向圧縮の組み合わせ応力下における一方向CFRP積層板の実験強度を取得し、繊維直交方向圧縮負荷によって軸方向引張強度が低下することを確認した。また、破壊基準についても言及しており、引張-圧縮破壊が軸方向を長軸、直交方向を短軸とする楕円で表現されることを確かめた。中崎ら[30]およびSanaiら[31]は、一方向CFRPの十字型試験片を用いて繊維軸方向と繊維直交方向の双方へ引張荷重を負荷した状態で静的試験を行い、その破壊挙動を明らかにしており、各方向に生じるひずみレベルによって異なる破壊モードを示すこと、加えて二軸引張-引張負荷下での破壊基準を楕円型二次曲線に基づき提案した。

以上のように、CFRPの二軸応力特性といってもさまざまな荷重負荷の組み合わせがあり、さらには実構造体には引張や圧縮の軸力のみならず、せん断力も生じる。したがって、軸力とせん断力の組み合わせ負荷下での多軸強度データの収集と破壊挙動に基づくクライテリオンの検討もまた、材料強度における信頼性向上の見地から必要不可欠である。

1.3 本研究の目的と意義

本研究は先に述べた観点から、炭素繊維強化プラスチック（CFRP）の強度信頼性と多軸応力下での力学特性を明らかにすることを目的とした。前者については、モデル試験片である少数繊維からなる一方向CFRP（微小サイズCFRP）を作製し、単軸引張試験により得られた強度データから損傷破壊過程を逆問題的に推定するためのマルコフ過程逆解析モデルの構築を目指す。続いて、そのモデルの妥当性を検証するとともに本材料の繊維破断の累積性を評価する。後者については、微小サイズCFRPの純ねじり強度および引張-ねじり強度を実験的に取得し、本材料に与える多軸負荷の影響を調査する。さらに、実験結果に基づいて、これまで明らかにされていなかった多軸応力破壊基準の提案とその適用可能性を検討する。

以上の研究から得られる結果は、本材料の適用分野のさらなる拡大に資するものであり、実材料の破壊要因究明や材料再設計の見地からも有意義なものとなる。

1.4 本研究の内容

本論文は緒論から結論までの全5章からなる。以下に各章の概略を示す。

第1章は緒論であり、研究背景としてCFRPが有する代表的な特徴と本材料の産業分野への応用動向を俯瞰した。また、CFRPのさらなる適用範囲の拡大に向けてしばしば議論が起こる、強度信頼性と多軸特性における諸課題を挙げるとともに関連する従来の研究をレビューした。最後に、以上を踏まえた本研究の目的と意義について述べた。

第2章では、CFRPの強度信頼性に関わる累積繊維破断点数の定量的推定手法の確立を目指した。まず、モデル試験片である少数繊維からなる一方向CFRP(微小サイズCFRPと記す)の引張強度データを用いて損傷破壊過程を逆問題的に推定する、マルコフ過程逆解析モデルを構築した。続いて、逆解析モデルから導かれる破壊確率曲線を実験値にフィッティングさせて、本モデルの妥当性を検証するとともに本材料の繊維破断の累積性を評価した。

第3章では、CFRPの多軸特性の解明に向けた第一段階として、現在のCFRPの強化繊維の大多数を占めるPAN系炭素繊維の単繊維多軸特性を評価した。具体的には、炭素繊維一本の引張-ねじり強度特性を比例負荷試験により取得し、多軸強度評価・破面観察などを行い、多軸負荷の影響を調査した。さらに、実験結果に基づいて、これまで明らかにされていなかった本材料の多軸応力破壊基準を新たに提案し、その適用可能性を検討した。

第4章では、前章の結果を踏まえ、多軸特性評価を微小サイズ一方向CFRPに拡張して実施した。まず、微小サイズCFRPの純ねじり試験を行い、強度データを収集するとともにねじり破壊モードを観察した。続いて、引張-ねじり二軸応力下における破壊強度データを実験的に調査し、複合材料強度に与える多軸負荷の影響を解明した。最後に、本材料の引張-ねじり破壊基準を新たに提案し、考察を加えた。

最後に第5章では、総括として本研究で得られた結果を要約するとともに、今後の展望について述べた。

第 1 章の参考文献

- 1) 末益博志, “入門 複合材料の力学”, pp. 8-9, (2009) 培風館.
- 2) 福田博, 邊吾一, 末益博志 他, “強化プラスチック協会創立 55 周年記念出版 日本複合材料学会創立 35 周年記念出版 新版 複合材料・技術総覧”, (2011) 産業技術サービスセンター.
- 3) 石川隆司, “炭素繊維強化プラスチック複合材料の技術動向と航空機宇宙分野への応用”, 成型加工, Vol. 17, Issue 5, pp. 294-299, (2005).
- 4) Y. Iwahori, “Overview of CFRP Structure Manufacturing Technology in Aerospace Industries”, Seikei-Kakou, Vol. 28, Issue 12, pp. 484-489, (2016).
- 5) T. Ishikawa, “Overview of Carbon Fiber Reinforced Composites (CFRP) Applications to Automotive Structural Parts, -Focussed on Thermoplastic CFRP-”, Journal of the Japan Society for Precision Engineering, Vol. 81, Issue 6, pp. 489-493, (2015).
- 6) A. Yamanaka and K. Amaoka, “Carbon Fiber Reinforced Thermoplastics for Application to Automobiles”, Seikei-Kakou, Vol. 29, Issue 7, pp. 227-232, (2017).
- 7) S. Takemoto, N. Yoshikawa, “Improvement of resin fracture model for ultimately light design of Type 4 hydrogen tank”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 89, Issue 927, pp. 23-00224, (2023).
- 8) W. Weibull, “A statistical distribution function of wide applicability”, ASME Journal of Applied Mechanics, pp. 293-297, (1951).
- 9) B. D. Coleman, “On the strength of classical fibres and fibre bundles”, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 7, Issue 1, pp. 60-70, (1958).
- 10) B. W. Rosen, “Tensile failure of fibrous composites”, AIAA Journal, Vol.2, No.11, pp.1985-70, (1964).
- 11) J. M. Hedgepeth, “Stress Concentrations in Filamentary Structures”, NASA Tech. Note, D-882, (1961).
- 12) C. Zweben, “Tensile failure of fiber composites”, AIAA Journal, Vol. 6, No. 12, pp. 2325-70, (1968).
- 13) C. Zweben and B. W. Rosen, “A statistical theory of material strength with application to composite materials”, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 18, Issue 3, pp. 189-206, (1970).
- 14) D. G. Harlow and S. L. Phoenix, “The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials I: Analysis and conjectures”, Journal of Composite Materials, Vol. 12,

- pp.195-214, (1978); *ibid.*, “II: A Numerical Study of Convergence”, Vol. 12, pp. 314-334, (1978).
- 15) D. G. Harlow and S. L. Phoenix, “Probability-Distributions for the Strength of Composite-Materials 1. 2 Level Bounds.”, *International Journal of Fracture*, Vol. 17, Issue 4, pp. 347-372, (1981); *ibid.*, “2. A Convergent Sequence of Tight Bounds”, Vol. 17, Issue 4, pp. 601-630, (1981).
 - 16) R. E. Pitt and S. L. Phoenix, “Probability-Distributions for the Strength of Composite-Materials .4. Localized Load-Sharing with Tapering”, *International Journal of Fracture*, Vol. 22, Issue 4, pp. 243-276, (1983).
 - 17) H. Suemasu, “Probabilistic aspects of strength of unidirectional fibre-reinforced composites with matrix failure”, *Journal of Materials Science*, Vol. 19, pp. 574–584, (1984).
 - 18) K. Goda and S. L. Phoenix, “Reliability approach to the tensile strength of unidirectional CFRP composites by Monte-Carlo simulation in a shear-lag model”, *Composites Science and Technology*, Vol. 50, Issue 4, pp. 457-468, (1994).
 - 19) K. Goda, “Application of Markov process to chain-of-bundles probability model and lifetime distribution analysis for fibrous composites”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 47, No. 5, pp. 464-471, (1998).
 - 20) K. Goda, “Markov process model for the strength and reliability of unidirectional fiber-reinforced ceramic matrix composites”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 50, No. 1, pp. 1-6, (2001).
 - 21) K. Goda, “A strength reliability model by Markov process of unidirectional composites with fibers placed in hexagonal arrays”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, Issue 24, pp. 6813-6837, (2003).
 - 22) H. E. Daniels, “The statistical theory of the strength of bundles of threads, I”, *Proceedings of the Royal Society, A*, Vol. 183, Issue 995, pp. 405-435, (1945).
 - 23) H. L. Cox, “The elasticity and strength of paper and other fibrous materials”, *British Journal of Applied Physics*, Vol. 3, No. 3, pp. 72-79, (1952).
 - 24) A. Kelly and W. R. Tyson, “Tensile properties of fibre-reinforced metals: copper/tungsten and copper/molybdenum”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, pp. 329-338, (1965).
 - 25) S. Karlin, “A first course in stochastic process”, translated into Japanese by K. Sato and Y. Sato, pp. 193-237, (1934) Sangyo-Tosho.

- 26) Y. Paramonov, J. Andersons and S. Varickis, “MinMaxDM distribution family for a series of parallel systems with defects and the tensile strength of a composite material”, *International Journal of Performability Engineering*, Vol. 8, Issue 3, pp. 299-309, (2012).
- 27) Y. Paramonov, V. Cimanis, S. Varickis and M. Kleinhofs, “Modelling the strength and fatigue life of a unidirectional fibrous composite by using Daniels' sequence and Markov chains”, *International Journal of Performability Engineering*, Vol. 49, Issue 5, pp. 551-562, (2013).
- 28) K. Goda and Y. Sawada, “Stochastic estimation of the number of fiber-break points in a CFRP by Markov process”, *Advanced Composite Materials*, Vol. 29, pp. 569-586, (2020).
- 29) K. Goto, M. Arai, M. Nishimura and K. Dohi, “Strength Evaluation of Unidirectional Carbon Fiber-Reinforced Plastic Laminates based on Tension-Compression Biaxial Stress Tests”, *Advanced Composite Materials*, Vol. 27, pp. 413-426, (2018).
- 30) S. Nakasaki, S. Nakamura, Y. Kataoka, A. Macadre and K. Goda, “Fracture Characteristics of Unidirectional CFRP Composites under Biaxial Tensile Load”, *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 48, Issue. 3, pp. 77-85, (2022).
- 31) K. Sanai, S. Nakasaki, M. Hashimoto, A. Macadre and K. Goda, “Fracture Behavior of a Unidirectional Carbon Fiber-Reinforced Plastic under Biaxial Tensile Loads”, *Materials*, Vol. 17, No. 6, p. 1387(17 pages), (2024).
- 32) K. Fujita, N. Iwashita and Y. Sawada, “Evaluation of torsional-tensile properties of carbon fiber”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 65, No. 8, pp. 573-579, (2016).
- 33) Y. Sawada, K. Fujita and N. Iwashita, “Effect of pre-loading on tensile strength of carbon fiber”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 66, No. 5, pp. 348-354, (2017).
- 34) H. Iwanaga, T. Hidaka and S. Takeuchi, “Fracture strength of carbon fiber under combined torsional and tensile loading”, *Carbon*, Vol. 38, Issue 13, pp. 1887-1888, (2000).
- 35) Y. Sawada and A. Shindo, “Torsional properties of carbon fiber”, *Carbon*, Vol. 30, No. 4, pp. 619-629, (1992).
- 36) J. Mizuno and T. Sogabe, “Formation of SiC in the isotropic pitch-based carbon fiber and its C/C composites”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 68, No. 11, pp. 859-864, (2019).
- 37) A. Puck and H. Schürmann, “Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models”, *Composites Science and Technology*, Vol. 62, Issue 12-13, pp. 1633-1662, (2002).

- 38) M. J. Hinton, A.S. Kaddour and P.D. Soden, "A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence", *Composites Science and Technology*, Vol. 62, Issue 12-13, pp. 1725-1797, (2002).
- 39) A.S. Kaddour, M. J. Hinton and P.D. Soden, "A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: additional contributions", *Composites Science and Technology*, Vol. 64, Issue 3-4, pp. 449-476, (2004).
- 40) M. J. Hinton, A.S. Kaddour and P.D. Soden, "A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: comparison with experimental evidence", *Composites Science and Technology*, Vol. 64, Issue 3-4, pp. 549-588, (2004).
- 41) A.S. Kaddour, M. J. Hinton, P. A. Smith and S. Li, "A comparison between the predictive capability of matrix cracking, damage and failure criteria for fibre reinforced composite laminates: Part A of the third world-wide failure exercise", *Journal of Composite Materials*, Vol. 47, Issue 20-21, pp. 2740-2779, (2013).
- 42) I. M. Daniel, "Yield and failure criteria for composite materials under static and dynamic loading", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 81, pp. 18-25, (2016).

第 2 章

マルコフ過程逆解析モデルによる 微小サイズ一方向 CFRP の引張損傷破壊過程の確率論的推定

2.1 緒 言

炭素繊維強化プラスチック (CFRP) は昨今、その優れた力学的特性により、航空・宇宙や自動車、風力発電など、大型構造部材として様々な産業分野へ適用範囲が拡大されている。大型化の一方で、CFRP の適用をドローンなど小型機器の構造部材へ展開する動向も高まっている[1]。CFRP の直径や厚さがサブミリメートルからマイクロメートルオーダーでの機械的特性や信頼性への理解を深めることは構造設計、材料設計上、必要不可欠であるが、微小寸法下における一方向 CFRP の強度特性や信頼性に関する研究報告例は少ない。

ところで、炭素繊維に代表される強化用無機繊維を用いた長繊維複合材料は、繊維の軸方向に沿って優れた強度を示すことが広く知られているが、無機繊維は高強度材料特有の脆性を有する。そのため、複合後の強度のばらつきは強度信頼性を議論する上でしばしば問題となる。これまで強度信頼性については構成する繊維の強度がワイブル分布[2]に従うとき、その微視損傷進展問題に信頼性解析を用いることで定量的に評価されてきた[3-8]。これらは、複合材料の累積損傷の進行状況を確率論や確率過程に基づいた状態変化としてモデル化し、複合材料強度の期待値と変動係数を予測するものである。このような損傷過程（原因）を通じて強度（結果）を順問題として予測する扱いについては、多くが束強度理論[3]をベースに展開されているものの、当該材料の実験データが豊富に存在するようになったことも相まって、近年では比較的少なくなる傾向にある[9, 10]。一方、実材料の破壊要因の究明や引き続く材料再設計的観点から、逆に強度データ（結果）から損傷・破壊過程（原因）を逆問題的に推定する方法があっても然るべきであるが、逆問題として扱った報告は、著者らの知る限り、皆無である。このような趣意から、著者らはマルコフ過程[11]を逆問題として扱い、その推定のための定量的モデルを構築した[12]。

本研究では、さらに解を解析的に導出できるモデルを新たに提案する。すなわち、繊維破断点周りの応力回復域の減少分はわずかであるため、これを無視できるものとみなし既報のモデルを解析的に得るものである。まず、少数繊維からなる一方向 CFRP（以

下、微小サイズ CFRP と記す) の力学的特性の基礎データを引張試験により収集するとともに、提案したモデルから任意の繊維破断点数を有する破壊確率を推定し、その精度を既報モデルの精度と比較し検討した。さらに、既報のモデルを用いた最尤推定法による破壊確率の推定手法についても検討したので報告する。

2.2 実験方法

2.2.1 微小サイズ一方向 CFRP 試験片の作製方法

供試材料として、PAN 系炭素繊維 (東レ(株)製 TORAYCA T300JB 3000-40B)、室温硬化型エポキシ樹脂 (セメダイン(株)製 ハイスーパー30) およびアセトン (富士フイルム和光純薬(株)製) を用いた。また、使用した炭素繊維の引張特性は単繊維引張試験により得た。また、得られた引張強度のワイブル解析も行った。これらの結果をまとめて Table 2.1 に示す。

Table 2.1 Properties of PAN-based carbon fiber used in this study.

D [μm]	ρ [g/cm^3] ^[13]	σ [GPa]	E [GPa]	ε [%]	m [-]	σ_0 [GPa]
7.00	1.76	3.22	152	2.11	5.36	3.49

D : Filament diameter, ρ : Density, σ : Tensile strength, E : Tensile modulus, ε : Fracture strain, m : Weibull shape parameter, σ_0 : Weibull scale parameter.

微小サイズ一方向 CFRP の作製方法はまず、炭素繊維に付着したサイジング剤を JIS R 7604「炭素繊維—サイジング剤付着率の試験方法」に規定された方法に従い、アセトン中に浸漬させて溶解除去した。続いて、Fig.2.1 に示すように、繊維数 $N=2, 3, 4$ および 7 からなる繊維束を繊維配列用台紙上に作り、接着剤で固定した (Fig.2.1 (a))。その後、台紙の不要部分を取り除き (Fig.2.1 (b))、少数繊維束に対してエポキシ樹脂、硬化剤およびアセトンをそれぞれ重量比 1:1:3 の割合で調合したマトリックス溶液を滴下・含浸させた (Fig.2.1 (c))。マトリックス溶液の作製時、アセトンへのマトリックスの溶解が不十分であると硬化時に気泡が発生するため、この点は留意すべきである。最後に、台紙の不要部分を切り取ったもの (Fig.2.1 (d)) を室温・72 時間ほど無風環境下で吊り下げて放置することにより、マトリックスを硬化させた (Fig.2.1 (e))。以上のようにして得られる CFRP を微小サイズ一方向 CFRP と呼称する。なお、72 時間放置してもマトリックスが完全にドライ状態でないものは硬化するまで放置期間を延長した。この CFRP を JIS R 7608「炭素繊維—単繊維の引張特性の試験方法」に準拠した寸法で、ゲ

ージ長さ 25mm の試験台紙に貼付したものを本試験の試験片とした (Fig.2.1 (f)). 試験片の寸法を Fig.2.2 に示す. ここで試験台紙は, JIS R 7608 「炭素繊維—単繊維の引張特性の試験方法」に記されている図面をもとに, 一部変更を加えたものである.

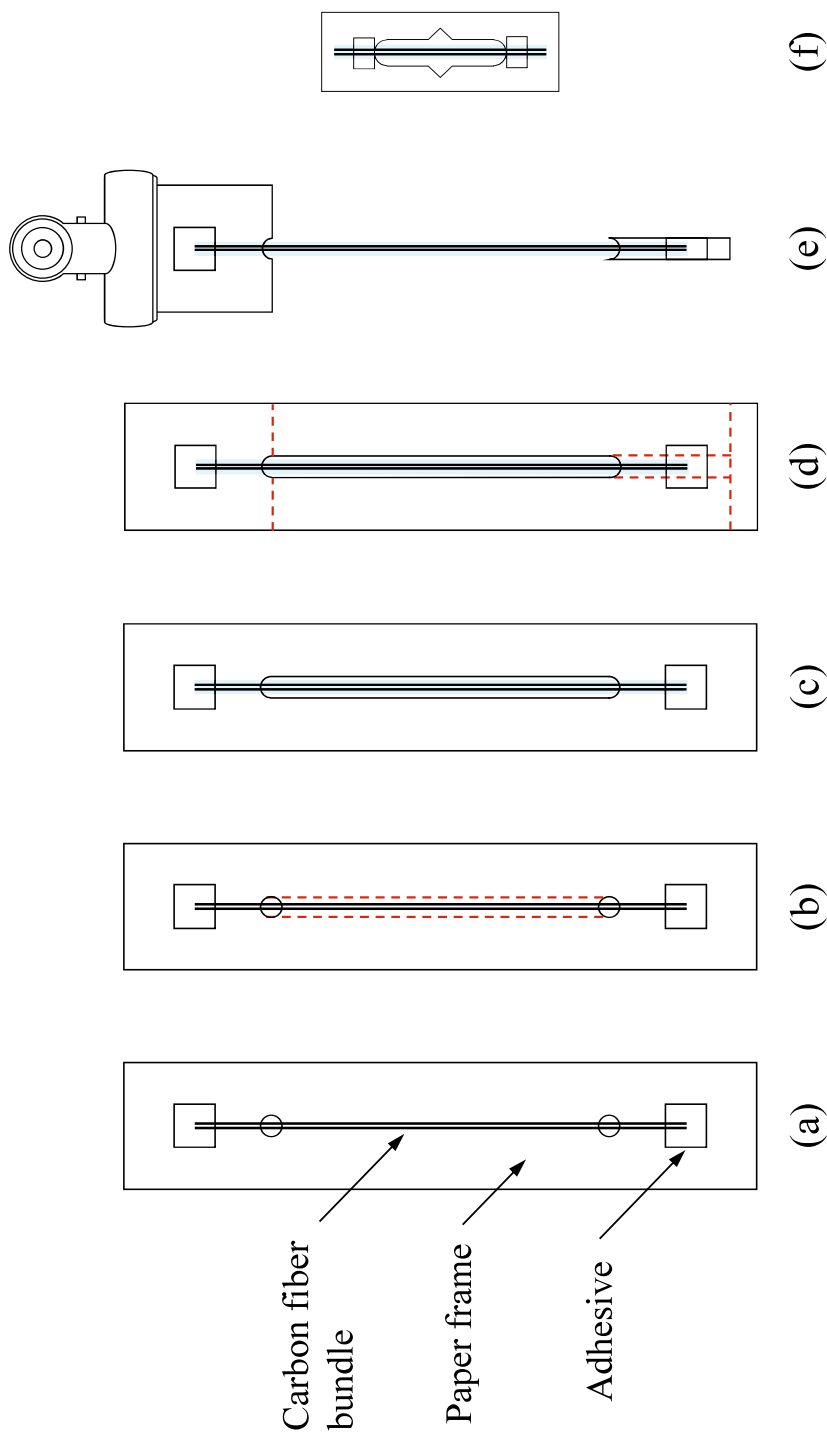


Fig.2.1 Fabrication procedure of micro-sized carbon fiber-reinforced plastic (CFRP) specimen. (a) fiber arrangement, (b) removal of unnecessary area, (c) resin impregnation, (d) removal of unnecessary area, (e) resin curing at room temperature for 72 hours, (f) Adhesion of micro-sized CFRP to testing paper frame.

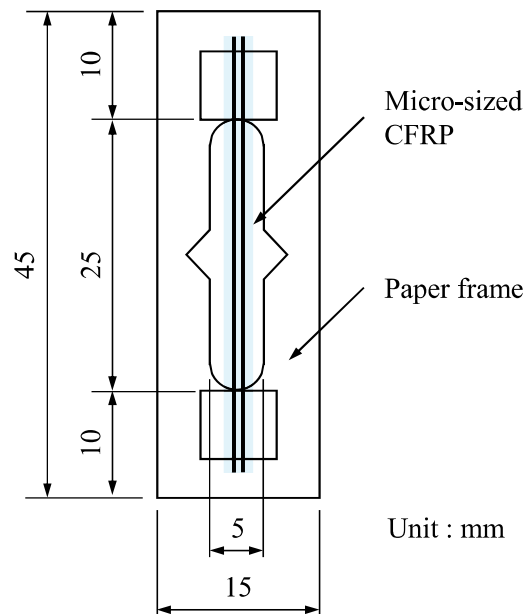


Fig.2.2 Shape and dimensions of micro-sized CFRP specimen for tensile test.

2.2.2 試験片直径の測定および繊維配列状態の観察

作製したすべての微小サイズ一方向 CFRP 試験片に対し、JIS R 7607「炭素繊維—単繊維の直径及び断面積の試験方法」に記載される「B 法：直径を光学顕微鏡によって測定する方法」により、デジタルマイクロスコープ（(株)ハイロックス製 KH-1300）を使用して直径を測定し、断面積を算出した。また、繊維体積含有率 V_f は構成繊維の断面積に対する試験片断面積の比率として計算した。

加えて、繊維数 $N=2, 3, 4$ および 7 からなる微小サイズ CFRP 内の繊維配列状態を走査型電子顕微鏡（以下 SEM と記す）による観察に供した。このとき、各 CFRP を試料台に固定した状態で樹脂内に埋め込み、断面が観察できるように研磨した。その後、作製した観察用試料に白金を蒸着し、フィールドエミッション走査型電子顕微鏡（日本電子(株)製 JSM-7000F）を用いて観察・撮影した。

2.2.3 単軸引張試験

本試験は、JIS R 7608「炭素繊維—単繊維の引張特性の試験方法」に準拠して実施した。手順としてはまず、前項で作製した微小サイズ CFRP 試験片を、Fig.2.3 に示す小型引張—ねじり試験機（山口大学製 ロードセル容量：20N）のチャック部に取り付けた。

このとき注意すべき点は、試験片が試験機の荷重軸に沿うように取り付けること、試験片に荷重をかけない状態で、試験台紙の両側をハサミで切断する際に生じる衝撃によって試験片が破損しないように作業することである。次に、試験機を駆動させ、試験速度 1.0mm/min で試験片の引張荷重－伸び関係を破断するまで測定した。ここで、試験片に作用する引張荷重の記録方法は、ロードセルにより電圧として検知される荷重をひずみ測定器 (DPM-911, 株式会社共和電業製) およびデジタルオシロスコープ (メモリハイコーダ MR8870, 日置電機株式会社製) を使用して記録した。なお、試験片の伸びはクロスヘッドの変位量を試験装置のコンプライアンス $K (= 0.0259\text{mm/N})$ で補正し算出した。また、得られた各引張破断荷重を単繊維の平均断面積と構成繊維数の積で除すことで、繊維応力に換算した引張強度を求めるとともに、破断時の伸びをゲージ長さで除して破断ひずみを算出した。さらに、引張弾性率はいくつかの算出方法[14, 15]があるが、本研究では JIS R 7608 で規定されたひずみ区間における、応力－ひずみ線図の傾きから引張弾性率を求めた。

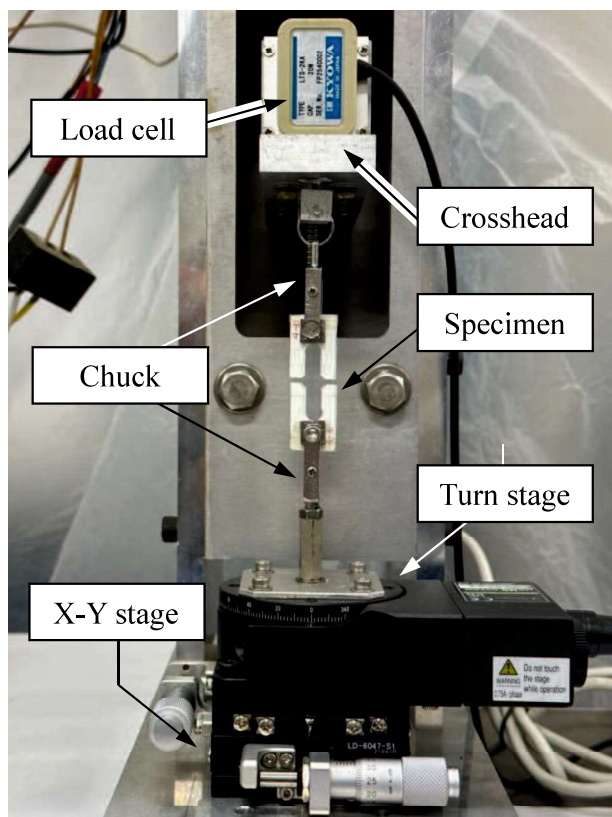


Fig.2.3 Appearance of tensile-torsional testing machine.

2.3 解析方法

2.3.1 応力回復域の減少分を考慮した損傷破壊過程の逆解析モデル

繊維強化複合材料の破壊過程は、繊維破断やそれともなう界面はく離の蓄積をとおして進行する累積損傷過程である。これらの損傷はランダムに発生する確率論的事象とみなせることから、複合材料の破壊過程は確率過程に対応づけて論じられている[3, 4, 11]。Goda らは、chain-of-bundles モデルにマルコフ過程を導入し、少数繊維からなる微小複合材料の引張強度データから損傷破壊過程にともなう累積繊維破断点数の推定手法を提案した[12]。これは損傷破壊過程を仮定して強度発現モデリングを行う従来の順問題[7, 8]とは異なり、強度データから損傷破壊過程を推定する逆問題的解析手法である。ここでは、まず引張応力下における微小サイズ CFRP の強度データから、その損傷破壊過程を上述の逆解析手法を用いて推定し、本材料の強度信頼性評価を試みる。

Fig.2.4 に示す状態遷移図 (マルコフグラフ) は、 N 本の繊維からなる微小サイズ CFRP を想定している。

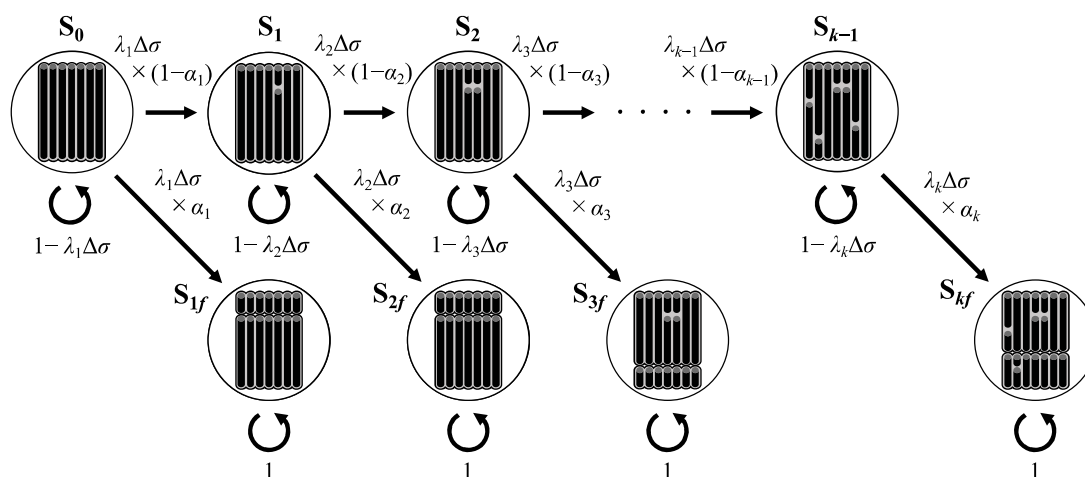


Fig.2.4 Markov graph (state transition diagram) of fiber breakage process in a unidirectional fiber-reinforced composite.

まず、すべての繊維は無負荷の時点で未破断状態 S_0 にあり、この S_0 から引張応力 σ を負荷していくと、CFRP を構成する N 本の繊維のうち、最も弱い箇所まで繊維破断点が1つ生じる。このとき、CFRP は破壊しない状態 S_1 、もしくは破壊に至る状態 S_{1f} (吸収状態) に推移する。ここで、 σ から $\sigma + \Delta \sigma$ ($\Delta \sigma$: 応力増分) の間で S_0 から S_1 または S_{1f} のいずれかに推移する推移率を λ_1 とする。これらへ推移する確率の和を $\lambda_1 \Delta \sigma$ とおくと、 S_0 に留まる確率は $1 - \lambda_1 \Delta \sigma$ である。 $S_0 \rightarrow S_{1f}$ では吸収状態に推移することから、吸収率を

α_1 とおくと、その確率は $\alpha_1\lambda_1\Delta\sigma$ である。また $S_0 \rightarrow S_1$ への推移を $S_0 \rightarrow S_{1f}$ の排反事象とすると、推移確率は $(1-\alpha_1)\lambda_1\Delta\sigma$ で表される。同様に、 S_1 の状態から2点の繊維破断が発生しても破壊しない状態 S_2 、もしくは破壊する状態 S_{2f} を設ける。以降も推移 $S_2 \rightarrow S_3$ および $S_2 \rightarrow S_{3f}$ のように連続した状態推移を考え、最終的にCFRP内部に繊維破断が $k-1$ 点を累積した状態 S_{k-1} から k 点目の繊維破断が発生した状態、 S_{kf} を最終状態とする。このとき、吸収率は $\alpha_k=1$ である。以上のように表現すると、本問題は離散的状态空間 $\{S\}$ 内において、状態変化が推移率 $\lambda_i (i=1, 2, 3, \dots, k)$ の下で起こるようなマルコフ過程となる。以上より得られる各状態確率 $P_i (i=0, 1, 2, \dots, k-1)$ および $P_{if} (i=1, 2, 3, \dots, k)$ は、次の差分方程式として導かれる。

$$P_0(\sigma + \Delta\sigma) = (1 - \lambda_1\Delta\sigma)P_0(\sigma) \quad (2.1.1)$$

$$P_1(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_1\Delta\sigma P_0(\sigma) \cdot (1 - \alpha_1) + (1 - \lambda_2\Delta\sigma)P_1(\sigma) \quad (2.1.2)$$

$$P_{1f}(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_1\Delta\sigma P_0(\sigma) \cdot \alpha_1 + P_{1f}(\sigma) \quad (2.1.3)$$

$$P_2(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_2\Delta\sigma P_1(\sigma) \cdot (1 - \alpha_2) + (1 - \lambda_3\Delta\sigma)P_2(\sigma) \quad (2.1.4)$$

$$P_{2f}(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_2\Delta\sigma P_1(\sigma) \cdot \alpha_2 + P_{2f}(\sigma) \quad (2.1.5)$$

⋮

$$P_i(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_i\Delta\sigma P_{i-1}(\sigma) \cdot (1 - \alpha_i) + (1 - \lambda_{i+1}\Delta\sigma)P_i(\sigma) \quad (2.1.6)$$

$$P_{if}(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_i\Delta\sigma P_{i-1}(\sigma) \cdot \alpha_i + P_{if}(\sigma) \quad (2.1.7)$$

⋮

$$P_{k-1}(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_{k-1}\Delta\sigma P_{k-2}(\sigma) \cdot (1 - \alpha_{k-1}) + (1 - \lambda_k\Delta\sigma)P_{k-1}(\sigma) \quad (2.1.8)$$

$$P_{kf}(\sigma + \Delta\sigma) = \lambda_k\Delta\sigma P_{k-1}(\sigma) \cdot \alpha_k + P_{kf}(\sigma) \quad (2.1.9)$$

また推移率 λ_i に関しては、繊維が破断しても応力回復するため、Kelly-Tysonモデル[16]における破断点からの無効長さ 2δ を考慮し、次のように定義した。

$$\lambda_i = \frac{NL - (i-1) \cdot 2\delta}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m}, \quad (i=1, 2, 3, \dots, k) \quad (2.2)$$

ここで、 m および σ_0 は繊維強度のワイブル形状パラメータ、尺度パラメータ、 N は繊維数、 L, L_0 はそれぞれ繊維長さ、標準繊維長さ（繊維強度を測定したときのゲージ長さ）

を表す。式(2.2)の推移率は繊維破断が生じるとに繊維の全長が 2δ ずつ減少することを表す。以上より、本モデルを以下、SRS モデル (Stress Recovery-zone Subtracted model) と呼ぶこととする。このとき、応力回復長さ δ は応力 σ の関数であり、 σ の増加とともに増加し、文献[16] から以下のように表される。

$$\delta = \frac{r}{2\tau_{my}} \sigma \quad (2.3)$$

ここで、 r ($= D/2 = 3.50\mu\text{m}$), τ_{my} ($= 28.9\text{MPa}$) はそれぞれ繊維半径およびマトリックスのせん断降伏応力を表す。式(2.1.1)~(2.1.9)の連立差分方程式に $\Delta\sigma$ を逐一与えることで数値的に各状態確率が求まる。これより、 $1\sim k$ 個の繊維破断点を含む全破壊確率 P_f は次式となる。

$$P_f = \sum_{i=1}^k P_{if}(\alpha_i) \quad (2.4)$$

式(2.4)において、 k はすべての CFRP 全体を破壊に至らず破断点数の最大値を意味する。実際の計算過程では、 $k+1$ を仮の最大値とし、 $\alpha_{k+1}=1$ と固定とする。この時点で $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}$ はすでに決定されているが、1 手前の吸収率 α_k のみ未知であり、破壊確率曲線 P_f の実験値へのデータフィッティングによってこれを推定する。 $\alpha_k=1$ が満たされた時点で試験片すべてが破壊されたとみなし、計算を終了する。さらに、平均破断点数 \bar{n}_c は式(2.5)で求められる。

$$\bar{n}_c = \sum_{i=1}^k i \cdot P_{if} \quad (2.5)$$

SRS モデルではオイラー法を用い、式(2.1.1)~(2.1.7)で示す状態確率を数値的に算出した。また、吸収率 α_k の推定には Excel のソルバー機能を用い、最小二乗法 (Least square method, LSM と記す) を用いて決定した。

2.3.2 応力回復域を考慮しない損傷破壊過程の逆解析モデル

本項では, Fig.2.4 および式(2.1.1)~(2.1.7)で示したマルコフ過程逆解析モデル (SRS モデル) に対し, 新たに応力回復域を考慮しないモデルを提案する. SRS モデルは, 繊維破断が発生した際の応力回復長さを繊維の全長から差し引いたものである. しかし, 例えば $N=2$ のとき, $2L=50\text{mm}$ に対して無効長さは平均引張強度 $\sigma=3.103\text{GPa}$ において式(2.3)より $2\delta=0.376\text{mm}$ となり, 無効長さ 2δ が繊維長さ L より十分小さい場合, すなわち, $L \gg 2\delta$ であれば式(2.2)を以下のように近似することができる.

$$\lambda_i \approx \frac{NL}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m} = \lambda_i, \quad (i=1, 2, 3, \dots, k) \quad (2.6)$$

これは, SRS モデルの推移率とは異なり, 無負荷状態から試験片の全体破壊が起こるまで繊維破断点周りの応力回復域の減少分を考慮しないモデルであることから, SRnS モデル (Stress Recovery-zone non-Subtractive model) と呼ぶことができる. このモデルで得られる破壊確率曲線は差分方程式による数値解ではなく, 微分方程式による解析解として求められる. すなわち, 式(2.1.1)~(2.1.7)に対して $\Delta\sigma \rightarrow 0$ とするとき, 以下の連立常微分方程式を得る.

$$\frac{dP_0}{d\sigma} + \lambda_1 P_0 = 0 \quad (2.7.1)$$

$$\frac{dP_1}{d\sigma} + \lambda_1 \{P_1 + (1-\alpha_1)P_0\} = 0 \quad (2.7.2)$$

$$\frac{dP_{1f}}{d\sigma} - \lambda_1 \alpha_1 P_0 = 0 \quad (2.7.3)$$

$$\frac{dP_2}{d\sigma} + \lambda_1 \{P_2 + (1-\alpha_2)P_1\} = 0 \quad (2.7.4)$$

$$\frac{dP_{2f}}{d\sigma} - \lambda_1 \alpha_2 P_1 = 0 \quad (2.7.5)$$

⋮

$$\frac{dP_i}{d\sigma} + \lambda_i \{P_i + (1-\alpha_i)P_{i-1}\} = 0 \quad (2.7.6)$$

$$\frac{dP_{if}}{d\sigma} - \lambda_i \alpha_i P_{i-1} = 0 \quad (2.7.7)$$

上式から、各状態確率は次のように解析的に得られる。

$$P_0 = \exp(-\Lambda_1) \quad (2.8.1)$$

$$P_1 = (1 - \alpha_1) \Lambda_1 \exp(-\Lambda_1) \quad (2.8.2)$$

$$P_{1f} = \alpha_1 \{1 - \exp(-\Lambda_1)\} \quad (2.8.3)$$

$$P_2 = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \frac{\Lambda_1^2}{2} \exp(-\Lambda_1) \quad (2.8.4)$$

$$P_{2f} = \alpha_2 (1 - \alpha_1) \{1 - (1 + \Lambda_1) \exp(-\Lambda_1)\} \quad (2.8.5)$$

⋮

$$P_i = \left[\prod_{j=1}^i (1 - \alpha_j) \right] \cdot \frac{\Lambda_1^i}{i!} \exp(-\Lambda_1) \quad (2.8.6)$$

$$P_{if} = \alpha_i \left[\prod_{j=1}^{i-1} (1 - \alpha_j) \right] \cdot \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\Lambda_1^j}{j!} \cdot \exp(-\Lambda_1) \right\} \quad (2.8.7)$$

ここで、 Λ_1 は式(2.6)の原始関数であり、次式となる。

$$\Lambda_1 = \frac{NL}{L_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (2.9)$$

また、

$$\sum_{j=0}^{i-1} \frac{\Lambda_1^j}{j!} = 1 + \Lambda_1 + \frac{\Lambda_1^2}{2} + \frac{\Lambda_1^3}{6} + \dots$$

である。SRnS モデルにおいても、吸収率 α_k の推定には Excel のソルバー機能を流用し、同様に LSM を用いて決定した。

2.4 実験・解析結果および考察

2.4.1 構成繊維数と引張強度の関係

繊維数 2, 3, 4 および 7 本から構成される微小サイズ CFRP 試験片の代表的な試験片の SEM 観察写真を Fig.2.5 に示す。

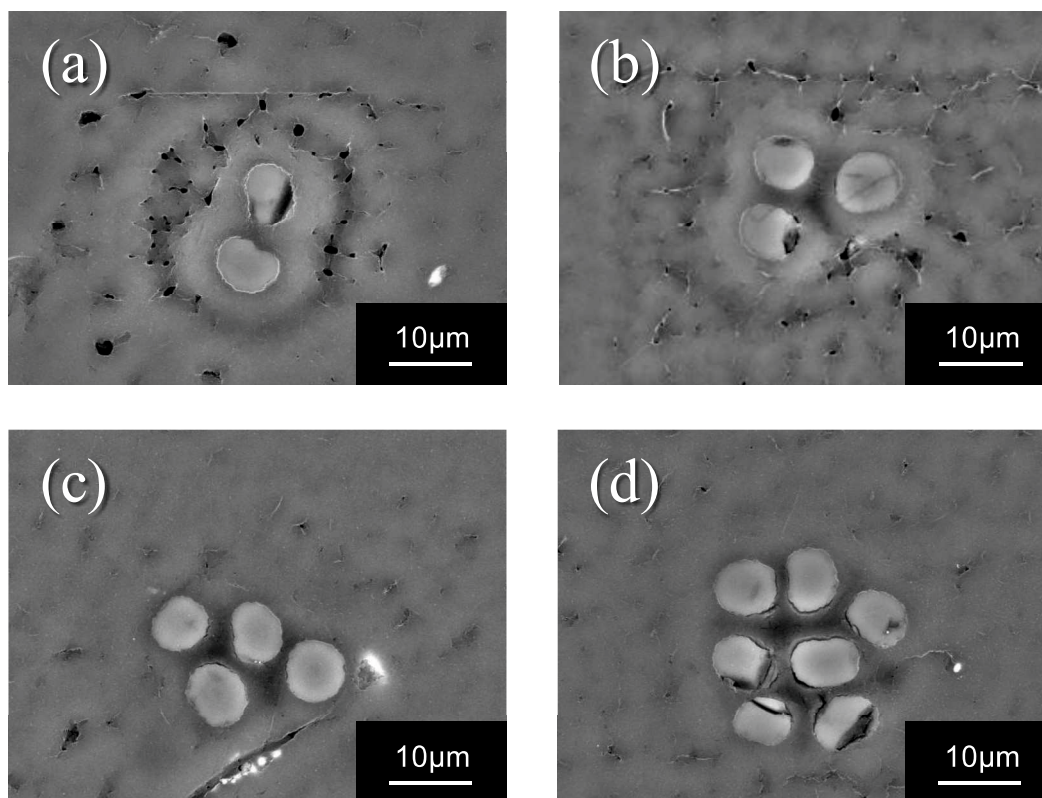


Fig.2.5 Typical cross section of micro-sized CFRP specimens.
(a) $N=2$, (b) $N=3$, (c) $N=4$, (d) $N=7$.

個々の繊維は極端に離れることなく、おおよそ中央に集まっていることがわかる。試験片すべてに対して直径測定を行い、2.2 節で述べた方法により引張試験を実施し、強度データを得た。試験本数は $N=2, 3, 4, 7$ に対し、それぞれ 30 本前後である。各引張荷重を単繊維の平均断面積と構成繊維数の積で除し、それぞれの引張応力を求めるとともに、破断荷重から引張強度を算出した。また、引張弾性率および破断ひずみについても先の述べた方法により算出した。得られた応力-ひずみ線図 (Fig.2.6) において、それぞれの試験片は構成繊維数の違いにもかかわらず、ひずみの増加とともに応力がほぼ線形的に増加し、線形性を保ったまま破断する様相を呈した。また、Table 2.2 に示す引張特性より、本数の増加にともない、破断ひずみは概ね同様の値であるが、破断荷重、引張強

度および引張弾性率は徐々に増加していることがわかる。さらに、各条件下での強度データの変動係数がおおよそ減ずる傾向にあった。この結果から構成繊維数は試験片の強度やその変動係数に影響を及ぼす一因子であると考えることができる。

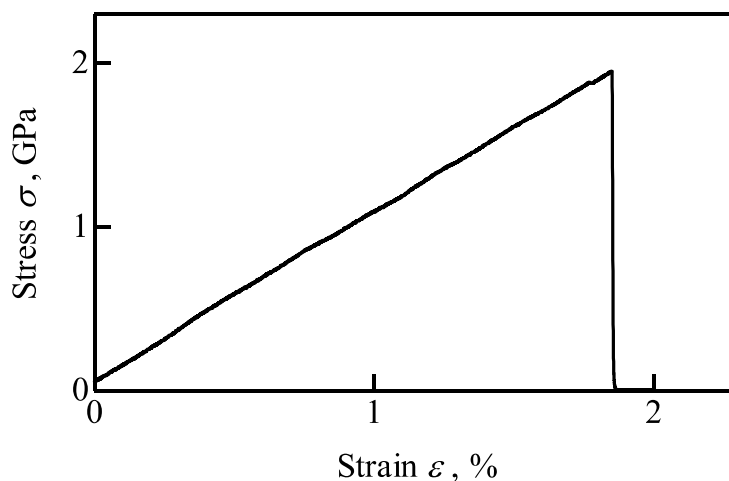


Fig.2.6 A typical stress-strain diagram of 2-filaments CFRP specimen.

Table 2.2 Tensile test results of micro-sized CFRP specimens.

N [-]	P [N]	σ [GPa]	E [GPa]	ε [%]	V_f [%]
2	0.239	3.10 (18.9%)	148	1.95	52.0 (13.6%)
3	0.380	3.29 (15.1%)	179	1.83	52.4 (18.0%)
4	0.546	3.52 (19.6%)	169	2.00	63.6 (12.2%)
7	0.890	3.49 (14.6%)	154	2.11	54.5 (10.7%)

N : Number of fibers, P : Fracture load, σ : Tensile strength (Values in parentheses show 'coefficient of variation'), E : Tensile modulus, ε : Fracture strain, V_f : Fiber volume fraction.

2.4.2 単軸引張荷重下における微小サイズ一方向 CFRP の損傷モード

本観察は、 $N=3$ の CFRP 試験片を用いて、単軸引張試験中における損傷状態を評価するために行ったものである。まず、試験前（荷重が作用していない場合）の試験片の状態を確認した。その後、試験速度 1.0mm/min で試験片に引張荷重を負荷し、ひずみレベル 1%から 0.25%の増加ごとにクロスヘッドを停止させ、CFRP のゲージ部内の損傷状態を顕微鏡装置（Fig. 2.7）を用いて観察した。

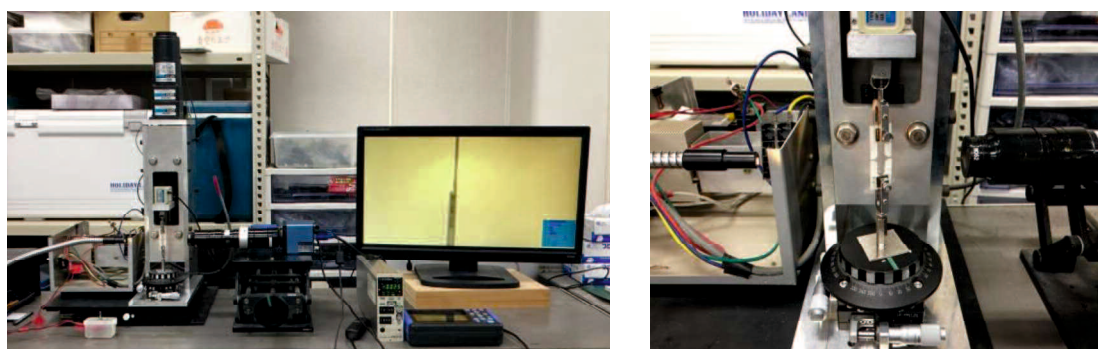


Fig.2.7 Monitoring equipment.

結果として、引張ひずみ 1%, 1.25%において試験片の損傷状態の観察をすることができた。Fig. 2.8 に所定のひずみを負荷した状態での試験片の観察画像を示す。いずれの場合も繊維破断点とみられるものが確認できたが、目視ではその長さは変化していないように見えた。現状では、顕微鏡の倍率が不明であり、さらにスケールも表示されないことから、長さの測定に関しては今後の検討課題である。また、観察中に一定のひずみ状態を保持していたが、保持時間の経過とともに試験片に作用する荷重が徐々に低下する、いわゆる、応力緩和が生じていることが確認できた。これは、強化繊維である炭素繊維が粘性を有さない弾性体である一方、粘弾性特性を持つエポキシ樹脂をマトリックスに使用するため、複合材料全体に粘弾性特性が付与されたためである。ひずみ 1.5%の条件では、損傷状態の観察中に一定荷重下であるにもかかわらず、突如全体破壊に至ったため、破壊モードとみなして観察を行った。代表的な CFRP の破壊モードを Fig. 2.9 に示す。構成する 3 本の繊維がそれぞれ異なる位置で繊維破断を起こしていたことが確認できた。さらに、繊維破断点から離れた場所ではスプリッティング（縦割れ）が見られた。ここで、一定荷重下において全体破壊を起こした原因についての考察を述べる。CFRP に引張荷重が作用すると、試験片内部で繊維破断が発生する。このとき、繊

維破断点近傍の樹脂にせん断変形が生じる。時間経過とともにせん断クリープが進行するので、破断点周辺の繊維に応力伝達機構が生じなくなり、試験片が荷重に耐えられなくなったことで、全体破壊に至ったと考えられる。

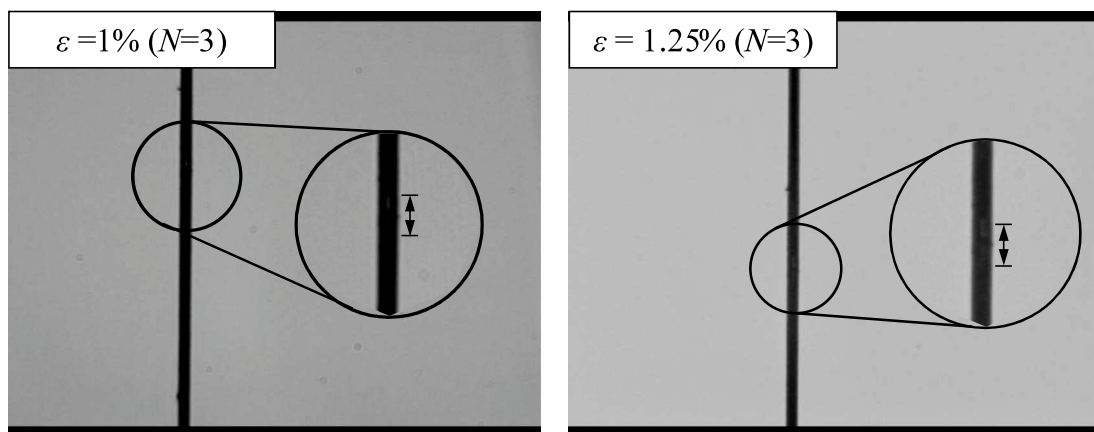


Fig.2.8 Deformation process of a 3-filaments CFRP specimen under uniaxial tensile loading.

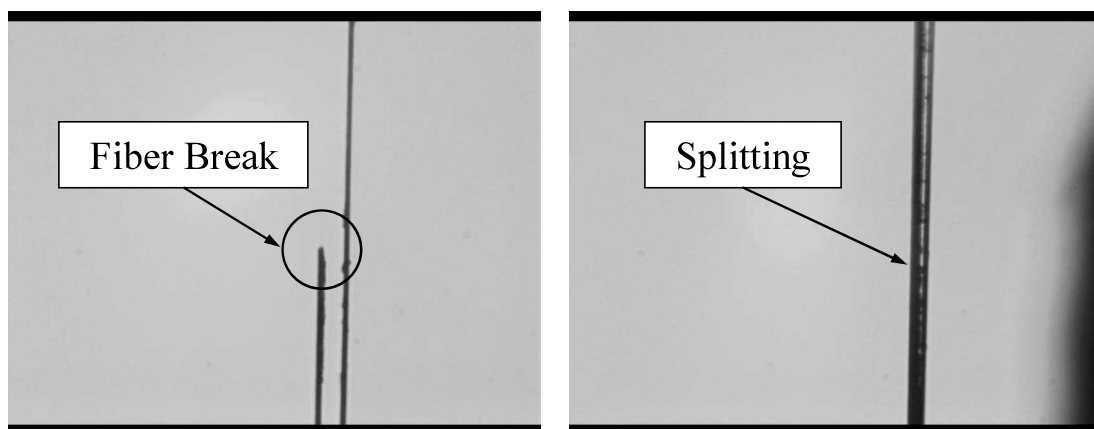


Fig.2.9 Typical tensile fracture modes of 3-filaments CFRP specimen.

2.4.3 各逆解析モデルによる破壊確率の推定

微小サイズ CFRP の引張強度データを対象とし、式(2.1.7)で表される各吸収状態の破壊確率 P_{if} ($i=1, 2, 3, \dots, k$) を推定するとともに全破壊確率 P_f を算出した。得られた各破断点数 i における破壊確率 P_{if} を Table 2.3 に示すとともに、各破壊確率曲線 P_f を Fig.2.10 に示す。ここで、Fig.2.10 中の縦軸の値は平均ランク法によってそれぞれの累積破壊確率を求めたものである。

Table 2.3 Estimated fracture probabilities and average fiber-breaks by SRS and SRnS models.

(a) Analytical model: SRS

N [-]	Fracture probabilities, P_{kf} [%]										P_f [%]	\bar{n}_c [-]
	P_{1f}	P_{2f}	P_{3f}	P_{4f}	P_{5f}	P_{6f}	P_{7f}	P_{8f}	P_{9f}	P_{10f}		
2	57.6	39.2	0	0	0	0	0	0	0	0	96.8	1.36
3	0	31.0	64.4	0	0	0	(1.3)	(3.3)	—	—	95.4	2.55
4	0	0	0	51.7	37.9	0	0	0	0	0	89.6	3.96
7	0	0	0	0	0	84.3	4.3	0.4	0	0	89.1	5.40

(b) Analytical model: SRnS

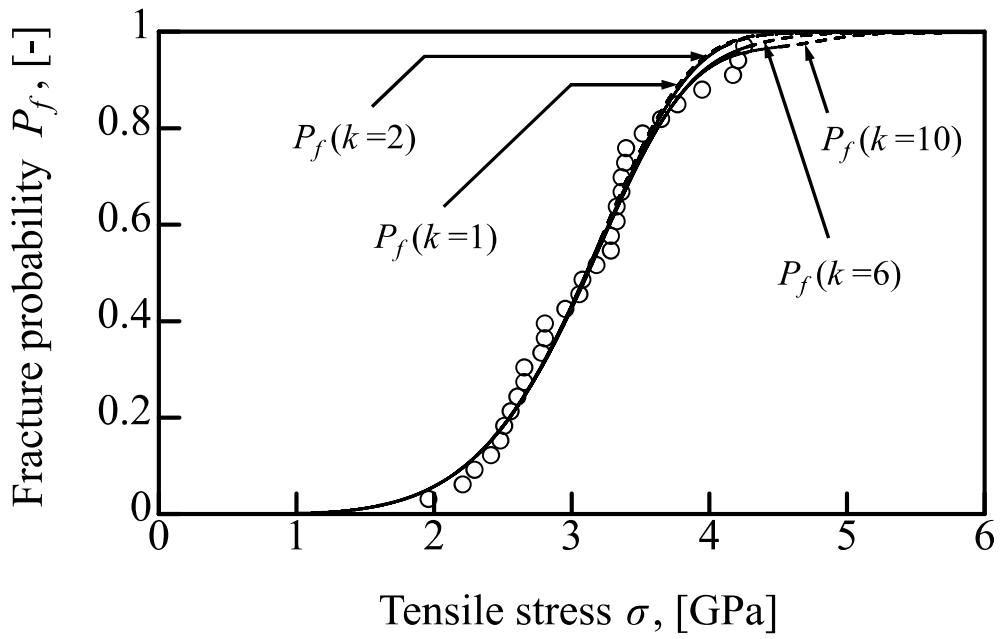
N [-]	Fracture probabilities, P_{kf} [%]										P_f [%]	\bar{n}_c [-]
	P_{1f}	P_{2f}	P_{3f}	P_{4f}	P_{5f}	P_{6f}	P_{7f}	P_{8f}	P_{9f}	P_{10f}		
2	57.5	39.2	0	0	0	0	0	0	0	0	96.7	1.36
3	0	30.1	65.4	0	0	0	0	(2.9)	(1.6)	—	95.5	2.56
4	0	0	0	50.0	39.3	0	0	0	0	0	89.3	3.96
7	0	0	0	0	0	82.5	5.8	0.3	0	0	88.7	5.39

強度信頼性解析による具体的な損傷破壊過程の推定結果について述べる。ここでは特に SRS モデルを用いた $N=3$ の解析結果 (Table 2.3(a)) を例に示す。まず、破断点数 $i=1$ では吸収率が $\alpha_1=0$ と推定された。これは、CFRP 内部に破断点が 1 点発生しても破壊に至った試験片がないことを意味する。続いて、 $i=2$ で $\alpha_2=0.310$ と推定され、試験片全体のうち 31.0% は内部に 2 点目の繊維破断が生じた時点で破壊した。残り 69.0% (= $100\% - 31.0\%$) の試験片は、内部に繊維破断を 2 点抱えた状態で引き続き引張荷重を受け持っている。続く $i=3$ のとき、 $\alpha_3=0.933$ となり、先ほど生き残っていた 69.0% のうちの 93.3%、つまり 64.4% (= $69.0\% \times 0.933$) の試験片が破壊した。残り 4.5% (= $100\% -$

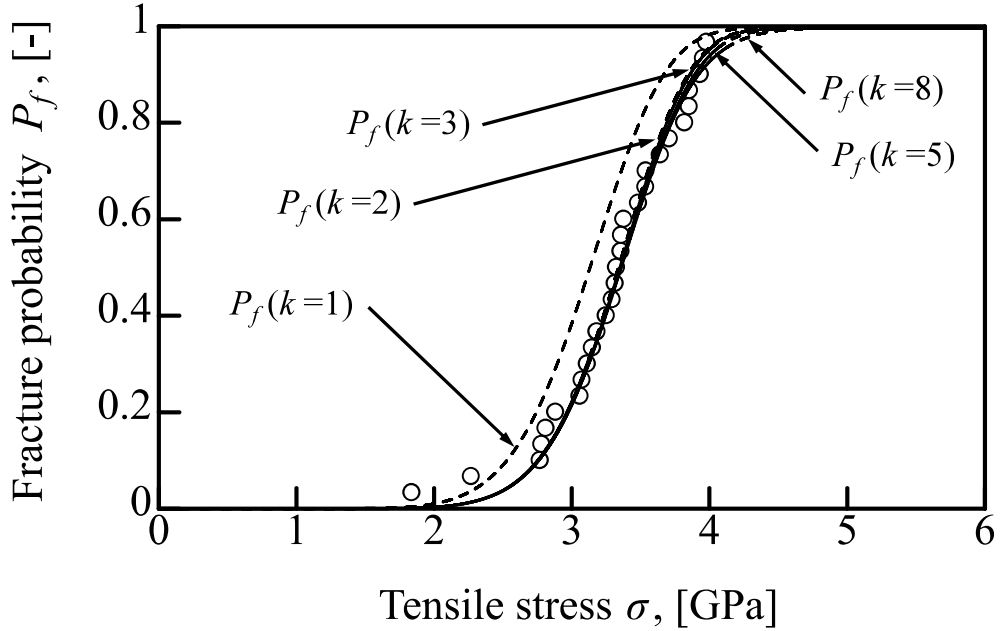
30.1%–64.4%) は未破壊状態にある。同様に吸収率の推定を続けていくと、破断点 $i=4 \sim 7$ のとき $\alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = 0$ と推定された。すなわち、4.5% の試験片はここでも破壊に至ることなく生き残っていたことを意味している。最終的に、解析結果上では $i=7, 8$ のとき、それぞれ吸収率が $\alpha_7 = 0.29$ および $\alpha_8 = 1$ と推定された。すなわち、繊維破断が 7 点生じたときに 1.3% が破壊し、7 点の繊維破断を試験片内部に累積しても未破壊だった 3.3% の試験片も 8 点目が発生した時点で全て破壊したことが確認できた。しかしながら、本解析結果では $k \gg N$ のとき最終的にフィッティングしており、現実的には実際に $N=3$ からなる CFRP 内部に $k=8$ の繊維破断が累積していたとは考え難い。そこで、Table 2.3 中ではそのような場合の各破壊確率を括弧付きで示している。この点についての取り扱いは、後述の 2.4.5 項にて述べる。

続いて、Table 2.3 の結果から SRS モデルおよび SRnS モデルの推定精度を比較する。まず、 $N=2$ では $P_{1f} = 57.5\%$, $P_{2f} = 39.2\%$ とほぼ同じ値を呈した。 $N=3$ の推定結果においても、 $P_{1f} = 30 \sim 31\%$, $P_{2f} = 64 \sim 65\%$ とほぼ同様な値を示した。また、 $N=4$ および $N=7$ においても同様に極めて近い値を示すことがわかる。これは、式(2.2)で示した応力回復域の存在を考慮せずとも、損傷破壊過程を同等に推定できることを実証するものである。一方、全破壊確率 P_f に着目すると、いずれの場合も 100% に達しないことがわかる。これは、上述のとおり、 P_f が $k \gg N$ のとき最終的にフィッティングするため、Table 2.3 内の括弧付きで示す各破壊確率を除外したからである。CFRP の構成繊維数が少ない場合、強度のばらつきにより高強度繊維同士が組み合わせられることがあり、結果としていくつかの試験片は高い引張強度を示したと考えられる。これらの高強度データに対し適度にフィッティングしないがゆえ、 $k > N + 1$ で破壊確率 0 が続き、最終的に $k \gg N$ において $P_f = 1$ が満たされる。ここで、 $N=3$ に関しては高強度側のデータがあまり離れておらず、 $k = 8 \sim 9$ 程度で $\alpha_k = 1$ を満たしたと考えられる。いずれにせよ、 k が N あるいは $N + 1$ と大きく異なるような破断点数が実際に起こり得るとは考えにくい。言い換えると、最小二乗法では SRS および SRnS モデルともに全破壊確率の推定に限界がある。

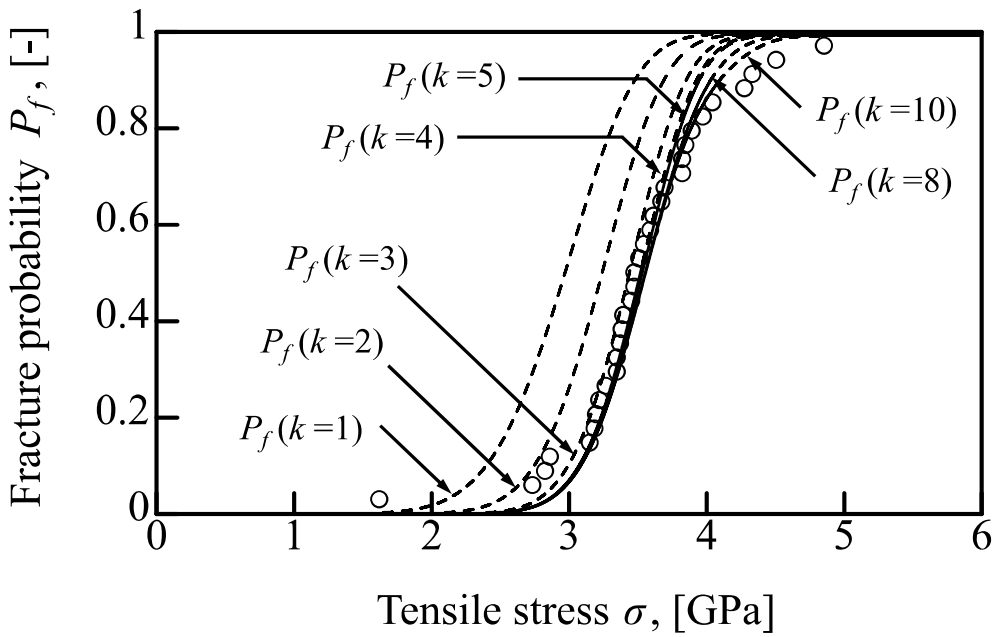
Fig.2.10 に、 $\alpha_{k+1} = 1$ と仮において得られる破壊確率曲線部を破線で、 α_{k+1} 以下で決定された曲線部を実線でそれぞれ示す。それぞれの曲線は SRS モデルで得られたものであるが、SRnS モデルによる曲線もほぼ同じなので、ここでは省略した。これから実線部の大半において各実験データにフィットする様相を確認できる。すなわち、全破壊確率の推定には限界があるものの、その値はおおよそ 90% を超えていることから、SRS モデルおよび SRnS モデルはこの種の逆解析手法として適用可能であると判断する。



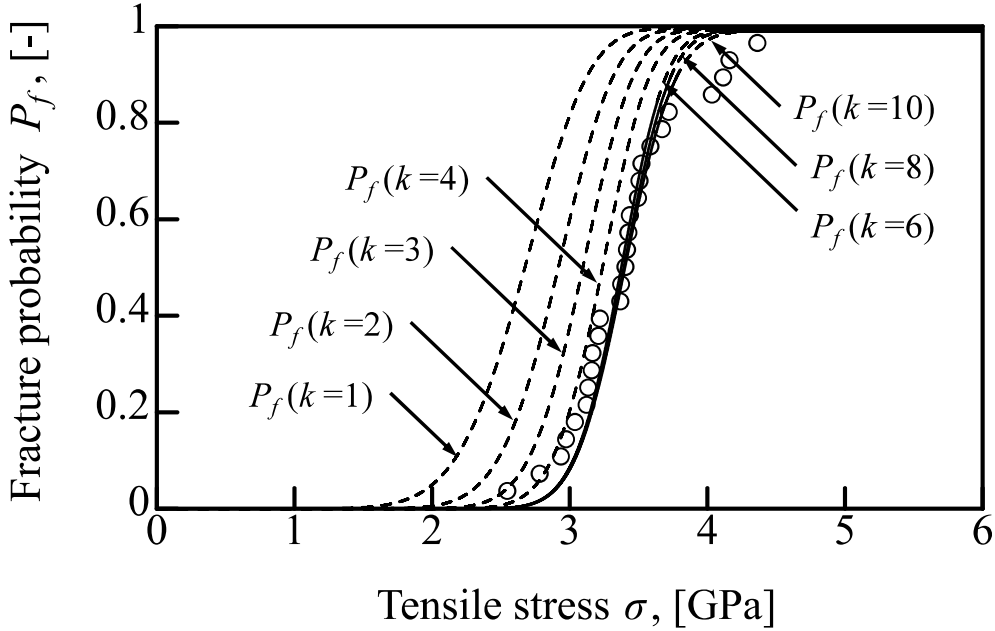
(a) 2-filaments CFRP ($N=2$).



(b) 3-filaments CFRP ($N=3$).



(c) 4-filaments CFRP ($N=4$).



(d) 7-filaments CFRP ($N=7$).

Fig.2.10 Comparison between experimental tensile strength and fracture probability curves of the micro-sized CFRPs fitted by Least square method (LSM) using SRS model.

○ : Experimental strength data.

2.4.4 繊維破断点の累積性

Table 2.3 には式(2.5)から得られる平均破断点数 \bar{n}_c も併せて示している. これから, 両モデルともに \bar{n}_c は構成繊維数 N の増加につれて増加する傾向にあることがわかる. また, その値は N より低いか, または同程度になることも確認できる. 2.4.3 項で述べたように, 全破壊確率は 90%程度なので, 実際には \bar{n}_c はさらに 1 割程度は大きくなると推測される. 一般に, 無撓状態の繊維束においては, 構成繊維数より大きな破断点数は得られない. これは繊維破断点からの応力回復が全長にわたって生じないためであり, 一方で樹脂が充てんした繊維強化複合材料では破断した繊維でも樹脂のせん断伝達能によって応力回復する. その結果, 破断点から離れた点で再び破断し, 破断点数増やすことが可能になる. そこで, Table 2.3 の \bar{n}_c が妥当な値かどうかを調べるために, 以下では束強度理論を用い, 微小サイズ一方向 CFRP の繊維破断点の累積性について比較検討を行う.

いま, N 本の繊維からなる繊維束を想定し, 繊維が i 本破断した状態確率を Q_i ($i = 0, 1, 2, \dots, N$)とおく. 繊維は弱いものから順に破断していく順過程を考えると, 次の連立微分方程式が得られる.

$$\frac{dQ_0}{d\sigma} + \mu_1 Q_0 = 0 \quad (2.10.1)$$

$$\frac{dQ_1}{d\sigma} - \mu_1 Q_0 + \mu_2 Q_1 = 0 \quad (2.10.2)$$

$$\frac{dQ_2}{d\sigma} - \mu_2 Q_1 + \mu_3 Q_2 = 0 \quad (2.10.3)$$

⋮

$$\frac{dQ_{N-1}}{d\sigma} - \mu_{N-1} Q_{N-2} + \mu_N Q_{N-1} = 0 \quad (2.10.6)$$

$$\frac{dQ_N}{d\sigma} - \mu_N Q_{N-1} = 0 \quad (2.10.7)$$

ここで, 同様に繊維強度の分布関数を 2 母数ワイブル分布で仮定すると, 推移率 μ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) は繊維応力 σ の関数で表され, 未破断繊維の数を考慮すると, 次のように記述される.

$$\mu_1 = N \frac{L}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m}, \mu_2 = (N-1) \frac{L}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m}, \dots, \quad (2.11)$$

$$\mu_i = \{N - (i-1)\} \frac{L}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m}, \dots, \mu_N = \frac{L}{L_0} \cdot \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m}$$

式(2.11)は,

$$\mu_i = \frac{\{N - (i-1)\}}{N} \mu_1, \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

と置くことができ、これは文献[8]と同じ扱いになるので、それぞれ以下の解が得られる。

$$Q_i = (-1)^i \binom{N}{i} \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{i}{j} \exp \left\{ -(N-j) \frac{L}{L_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right\}, \quad (i=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (2.12)$$

$$Q_N = 1 - (-1)^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (-1)^j \binom{N}{j} \exp \left\{ -(N-j) \frac{L}{L_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right\} \quad (2.13)$$

ここで,

$$\binom{N}{i} = \frac{N!}{(N-i)!i!}, \quad \binom{i}{j} = \frac{i!}{(i-j)!j!}, \quad \binom{N}{j} = \frac{N!}{(N-j)!j!}$$

である。これから、各状態での繊維破断点数を考慮し、平均破断点数 \bar{n}_b は式(2.14)のように書くことができる。

$$\bar{n}_b = \sum_{i=1}^N i \cdot Q_i \quad (2.14)$$

ここでは、式(2.14)を繊維破断点数の累積値に相当する予測式として計算を行った。

計算結果を Fig.2.11 に示す。いずれの N においても \bar{n}_b は繊維応力の増加につれて増大し、最終的に繊維はすべて破断するので、 \bar{n}_b は各構成繊維数 N に収束する。ここで、Table 2.2 で得られた繊維応力に換算した引張強度の各値を式(2.14)に代入したところ、 $N=2, 3, 4, 7$ に対してそれぞれ 0.826, 1.56, 2.59, 4.42 であり、いずれの場合も Table 3

で示した平均破断点数 \bar{n}_c より小さい値となった。これは先述のように、CFRPでは繊維破断点から応力が回復し、その回復長さが極めて短い場合は、破断可能な繊維領域が残存することで累積性が助長されるためであり、実験値に対する破断点数が本解析によって合理的に推定されていると言えよう。

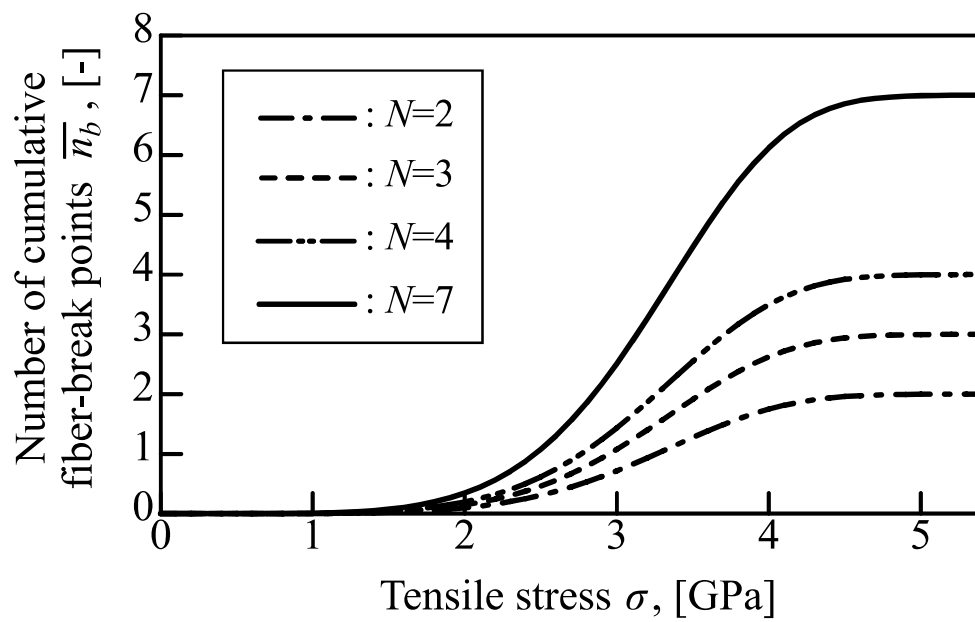


Fig.2.11 Accumulation capacities of fiber-break points of dry-fiber bundles given by Markov process direct analysis model.

2.4.5 最尤推定法による破壊確率の推定

2.4.3 項において、全破壊確率が最終的に 1 にならず、推定に限界のあることが判明した。そこで、本項では SRS モデルを用いた最尤推定法 (Maximum likelihood estimation, MLE) について検討し、得られた結果を LSM による結果と比較する。まず、密度関数を式(2.15) に示す。中央差分で近似するとともに、式(2.16) で表される実験値と解析モデルの適合度の指標である尤度 $L(\sigma)$ を最大にするような α_k を LSM と同様に Excel のソルバー機能を使って決定した。

$$f(\sigma) = \frac{dP_f(\sigma)}{d\sigma} \approx \frac{P_f(\sigma + \Delta\sigma) - P_f(\sigma - \Delta\sigma)}{2\Delta\sigma} \quad (2.15)$$

$$L(\sigma) = \prod_{q=1}^n f(\sigma_q) \quad (2.16)$$

さらに、先述の解析対象となるデータ集団内からいくらか離れたデータがある場合についても、集団を不完全データとして扱い、各吸収率の推定を試みた。このときの尤度[17] は以下の高強度打ち切りを示す式(2.17)を用いた。

$$L_{III}(\sigma) = \frac{n!}{(n-h)!} \left[\prod_{q=1}^h f(\sigma_q) \right] \cdot \{1 - F(\sigma_h)\}^{n-h} \quad (2.17)$$

ここで、 h は打ち切られていないデータの数であり、すなわち、 $n-h$ は打ち切りデータ数を意味する。

まず、式(2.16)によって得られた結果を Table 2.4(a)に示す。これから、 $N=3$ および $N=7$ については全破壊確率 P_f が 1 となり、MLE の推定が LSM と比較して秀でていることがわかる。各吸収状態の破壊確率 P_{fj} についても、ともに $k=N+1$ を上限に収まっている、実際に起こり得る破断点数として受け入れられる。平均破断点数 \bar{n}_c についても LSM で得られた値より 10~20%程度大きく、LSM の P_f が 0.9 程度であったことを勘案すると、妥当な数値である。一方、 $N=2$ および $N=4$ に関しては $k > N+1$ を満たす結果が多々見られ、推定値として不十分であると判断できる。そこで、前述した不完全データによる推定を試みた。結果を Table 2.4(b)に示す。 $N=2$ においては打ち切り数 4 において $P_f=1$ を満足し、 \bar{n}_c についても 1.45 と LSM による値と比べ 7%程度高い値が得られた。これに対し、 $N=4$ では打ち切り数を増やしても Table 2.4(b)から確認できるように、 $k=N+1$ を上限とする収束がみられず、推定が困難であった。これは、 $N=4$ のみ $N=2, 3, 7$ と比べて

V_f が高いために試験片内部の破断点数が増加したことが一因と考えられる。複合材料の破断様相や破断点数は V_f によって変わる可能性があり[18], 試験片の V_f を揃えたデータで解析することが望まれる。これから, MLE の適用は LSM より良好に推定できるものの, データ集団によっては P_f が 1 を大きく下回り, 必ずしも適用性に長けているとは言えない。以上の結果から, 本逆解析モデルを流用する場合, LSM および MLE をともに実施し, 推定値の精度を判断する必要がある。その他の推定方法についても検討の余地があり, 今後の課題としたい。また, 打ち切りデータ数の定量的な決定方法や SRnS モデルの最尤推定法への適用性についても今後の検討課題である。

Table 2.4 Estimated fracture probabilities and average fiber-break points by using MLE.

(a) Analyzed by likelihood function for complete data, eq. (2.16)

N [-]	Fracture probabilities, P_{kf} [%]										P_f [%]	\bar{n}_c [-]
	P_{1f}	P_{2f}	P_{3f}	P_{4f}	P_{5f}	P_{6f}	P_{7f}	P_{8f}	P_{9f}	P_{10f}		
2	0	51.9	0	(4.4)	(15.8)	(1.5)	0	(2.6)	(17.8)	(6.0)	51.9	1.04
3	0	42.2	36.4	21.4	—	—	—	—	—	—	100	2.79
4	0	3.5	0	16.3	37.5	(2.2)	(0.5)	(0.1)	(1.8)	(2.9)	57.4	2.60
7	0.4	2.8	0	0	0	38.8	46.9	11.0	—	—	100	6.56

(b) Analyzed by likelihood function for censored data, eq. (2.17)

N [-]	Fracture probabilities, P_{kf} [%]										P_f [%]	\bar{n}_c [-]
	P_{1f}	P_{2f}	P_{3f}	P_{4f}	P_{5f}	P_{6f}	P_{7f}	P_{8f}	P_{9f}	P_{10f}		
2	54.7	45.3	—	—	—	—	—	—	—	—	100	1.45
4	0	4.1	0	24.4	45.1	(2.0)	(3.7)	(6.0)	(7.1)	(5.5)	73.7	3.32

2.5 結 言

微小サイズ CFRP の強度分布からマルコフ過程に基づく逆解析モデルを提案し、本材料の損傷破壊過程（破壊確率）および平均繊維破断点数の推定・評価を試みた。得られた結果を要約すると以下のようなになる。

- 1) 異なる構成繊維数 ($N=2, 3, 4, 7$) からなる微小サイズ CFRP の作製および引張試験を実施し、強度特性データを収集した。その結果、繊維数を増加させることで引張強度の向上を確認できた。
- 2) 応力回復域を考慮しない逆解析モデル (SRnS モデル) を新たに提案し、微小サイズ CFRP の繊維破断点数を予測したところ、構成繊維数 N の増加にともない、平均繊維破断点数は増加することが判明した。また、破壊に至るまでの破断点数の多くは $N+1$ を上限に収束する。
- 3) 束強度理論から繊維束内で生じる破断点数を導出し、逆解析モデルから得られる値と比較した。これから、微小サイズ CFRP では繊維応力が完全に回復による領域が増えることで、繊維束より破断点数が多くなることが確認された。
- 4) 吸収率の推定を最小二乗法 (LSM) で行くと、いくつかの高強度データにより全破壊確率が $N+1$ 以下で 1 に収束しない場合がみられた。そこで、最尤推定法 (MLE) により同様な推定を行ったところ、LSM より良好な推定が可能になった。しかし、MLE では $N=4$ のみ推定精度が良くなく、解決に向けて今後の課題とした。

第 2 章の参考文献

- 1) World's First Carbon Fiber Drone Is Controlled by Bluetooth, <https://www.autoevolution.com/news/worlds-first-carbon-fiber-drone-is-controlled-by-bluetooth-video-89475.html> (Published online November 28, 2014).
- 2) W. Weibull, "A statistical distribution function of wide applicability", *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 293-297, (1951).
- 3) B. D. Coleman, "On the strength of classical fibres and fibre bundles", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 7, Issue1, pp. 60-70, (1958).
- 4) B. W. Rosen, "Tensile failure of fibrous composites", *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, pp. 1985-70, (1964).
- 5) C. Zweben, "Tensile failure of fiber composites", *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, pp. 2325-70, (1968).
- 6) D. G. Harlow and S. L. Phoenix, "The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials I: Analysis and conjectures", *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, pp. 195-214, (1978); *ibid.*, "II: A Numerical Study of Convergence", Vol. 12, pp. 314-334, (1978).
- 7) K. Goda, "Application of Markov process to chain-of-bundles probability model and lifetime distribution analysis for fibrous composites", *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 47, No. 5, pp. 464-471, (1998).
- 8) K. Goda, "Markov process model for the strength and reliability of unidirectional fiber-reinforced ceramic matrix composites", *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 50, No. 1, pp. 1-6, (2001).
- 9) Y. Paramonov, J. Andersons and S. Varickis, "MinMaxDM distribution family for a series of parallel systems with defects and the tensile strength of a composite material", *International Journal of Performability Engineering*, Vol. 8, Issue 3, pp. 299-309, (2012).
- 10) Y. Paramonov, V. Cimanis, S. Varickis and M. Kleinhofs, "Modelling the strength and fatigue life of a unidirectional fibrous composite by using Daniels' sequence and Markov chains", *International Journal of Performability Engineering*, Vol. 49, Issue 5, pp. 551-562, (2013).
- 11) S. Karlin, "A first course in stochastic process", translated into Japanese by K. Sato and Y. Sato, pp. 193-237, (1934) Sangyo-Tosho.
- 12) K. Goda and Y. Sawada, "Stochastic estimation of the number of fiber-break points in a CFRP by Markov process", *Advanced Composite Materials*, Vol. 29, pp. 569-586, (2020).

- 13) Toray Industries, Inc., Available online: <https://www.toraycma.com/wp-content/uploads/T300-Technical-Data-Sheet-1.pdf.pdf>, Accessed April 22, 2024.
- 14) Z. Maekawa, H. Hamada and S. Ishibashi, "Method of Elastic Modulus Evaluation on Carbon Fiber Reinforced Composites", *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 17, Issue 3, pp. 108-117, (1991).
- 15) Y. Sawada and H. Hamada, "Design and Evaluation Frontiers of Composite Materials, II: Evaluation Methods of Reinforcing Fibers and Interface", *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 46, Issue 2, pp. 204-210, (1997).
- 16) A. Kelly and W. R. Tyson, "Tensile properties of fibre-reinforced metals: copper/tungsten and copper/molybdenum", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, pp. 329-338, (1965).
- 17) A. Clifford Cohen, "Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and on censored samples", *Technometrics*, 7:4, pp. 579-588, (1965).
- 18) D. Hull, "An introduction to composite materials", Cambridge solid state science series, pp. 127-142, (1981) the Press Syndicate of the University of Cambridge.

第 3 章

引張－ねじり負荷下における PAN 系炭素繊維の破壊特性と強度評価

3.1 緒 言

炭素繊維強化プラスチック（Carbon fiber reinforced plastics, CFRP）は、炭素繊維と熱硬化性樹脂からなる複合材料であり、軽量・高強度・高剛性などの優れた機械的特性を有する。近年では、航空・宇宙分野にとどまらず、燃料電池自動車などの高圧容器材料として、適用範囲が著しく拡大している。このように実用構造部材として使用されるとき、CFRP は引張－圧縮やねじり負荷が複雑に生じる、多軸応力下に置かれる[1-3]が、同時にその強化繊維である炭素繊維も多軸負荷を受ける。周知のように、多軸応力下での材料の強度や破壊挙動は単軸応力下とは大きく異なり、単軸の材料特性のみで予測・説明することは困難である。しかしながら、従来の炭素繊維の強度評価に関する報告は、繊維軸方向引張や繊維軸と垂直な圧縮など単純な負荷応力に対する理解が先行しており、多軸特性に関する研究は十分とはいえないのが現状である。

これまで、多軸負荷下での炭素繊維の強度評価については、引張とねじりの組み合わせ応力下における研究例が以下のようにわずかに確認できるのみである。藤田ら[4]は、ねじりを負荷した状態での PAN 系およびピッチ系炭素繊維の引張強度と繊維表面のせん断ひずみとの相関性を報告している。また、澤田ら[5]はこれらの繊維のねじり負荷引張強度が引張応力とせん断応力の相互作用により支配されていることを実験的に確認した。しかし、これらは多軸応力下での具体的な破壊条件を明らかにするまでの議論には至っていない。等方性材料であるピッチ系炭素繊維については、すでに Iwanaga ら[6]がねじり負荷引張強度を最大主応力説により説明できることを示した。一方で、現在の構造用 CFRP の強化繊維には多くの場合、polyacrylonitrile (PAN)系炭素繊維が用いられている。これは、PAN 系繊維のフィラメント内の組織、すなわち、炭素六角網平面から構成される結晶子の繊維軸方向への配向度が等方性ピッチ系繊維などよりも高く、軸方向引張強度をはじめとする種々の材料力学的特性に優れる[7, 8]ためである。このような背景を鑑みると、PAN 系炭素繊維の多軸応力下での破壊基準についても議論される必要があるが、そのような報告は著者が知る限り見当たらない。さらに、以上の先行研究はすべて繊維にねじりを負荷したのちに引張負荷を与える、非比例負荷条件に基づく多軸強度評価を行っているが、これを適切に評価するためには、荷重負荷経路による実

験結果への影響の有無も検討すべきである。すなわち、引張応力とねじり応力が同時に生じるような比例負荷条件での試験も当然ながら必要となる。

そこで、本研究では PAN 系炭素繊維の引張－ねじり強度特性を比例負荷試験により取得し、繊維強度に与える多軸負荷の影響を調査するとともに、PAN 系炭素繊維の多軸応力状態での破壊基準についても新たな提案を試みたので報告する。

3.2 実験方法

3.2.1 炭素繊維－単繊維試験片の作製方法

供試材料として PAN 系炭素繊維(東レ(株)製 TORAYCAT300JB 3000-40B, 直径 7 μ m)を用いた(以下, PAN 系を省略し, 単に‘炭素繊維’と記す)。使用した炭素繊維の引張特性は JIS R 7608「炭素繊維－単繊維の引張特性の試験方法」に準拠した単繊維引張試験(試験本数:24)により得た[9]。また, 得られた引張強度のワイブル解析も行った。これらの結果をまとめて Table 3.1 に示す。試験片の作製方法は, 炭素繊維に付着したサイジング剤を JIS R 7604「炭素繊維－サイジング剤付着率の試験方法」に規定された方法でアセトン中に浸漬させて溶解除去し, この繊維をゲージ長さ 25mm の試験台紙に貼付したものを試験片とした。

Table 3.1 Properties of PAN-based carbon fiber used in this study[9].

D [μ m]	σ [GPa]	E [GPa]	ε [%]	m [-]	σ_0 [GPa]
7.00	3.56 (21.5%)	152 (14.8%)	2.11	5.36	3.49

D : Filament diameter, σ : Tensile strength (Value in parentheses shows ‘coefficient of variation’),

E : Tensile modulus, ε : Fracture strain, m : Weibull shape parameter, σ_0 : Weibull scale parameter.

3.2.2 純ねじり試験

試験手順は, まず単繊維試験片を文献[10]を参考に作製した小型引張－ねじり試験機(山口大学製, ロードセル容量:20N)に取り付け, 回転ステージを反時計回りに 60deg/sec の速さで作動させてねじり荷重を負荷した。これを試料がねじり破断するまで行い, 目視で破断を確認した時点でステージを停止させて回転数 n を求めた。そして, 繊維断面形状を円形とみなすことで, 求めた n からねじり破断ひずみ γ を次式によって算出した。

$$\gamma = r \frac{2n\pi}{L} \quad (3.1)$$

ここで、 $r(=D/2)$ は繊維半径、 L はゲージ長さを表す。ねじり強度 τ は、用いた炭素繊維のせん断弾性率 G が8.96GPaで与えられる[11]ことから、次式により計算した。

$$\tau = G\gamma \quad (3.2)$$

3.2.3 比例負荷引張—ねじり試験

本試験は、炭素繊維に引張およびねじり荷重が作用する状態、すなわち、多軸応力下での強度評価を目的としている。その試験方法としては、まず、試験装置に試験片をセットする。続いて、クロスヘッドの上昇と回転ステージの回転を同時になるように手動で開始し、引張とねじりを負荷させ、これを試験片が破壊するまで行うものである。このとき、引張荷重—伸び関係と回転数が計測されているので、繊維破壊時の応力については、引張破断荷重を繊維直径 D から計算される断面積で除すことで引張応力を、式(3.1)に破断時の回転数を代入することでねじり応力をそれぞれ計算した。本試験は、緒言でも述べたように、炭素繊維に生じる引張応力とねじり応力が同時に増加するように荷重負荷方式を比例負荷とした。また、引張—ねじり組み合わせ負荷条件は、純ねじり試験で得られたねじり破断ひずみ値内に収まるように選定した。具体的には、Table 3.2に示す異なる3つの引張速度と回転速度の組み合わせ（TS1, TS2, TS3と記す）であり、これらの負荷条件のもと試験を行った。

Table 3.2 Loading conditions of combined tensile-torsional test.

Loading condition	Rotation speed [deg/sec]	Tensile speed [mm/min]
TS1	142	0.75
TS2	150	0.35
TS3	148	0.15

3.2.4 破面観察

炭素繊維の純ねじり破面および引張—ねじり破面を走査型電子顕微鏡で観察した。炭素繊維は破壊時に荷重が解放されるとき衝撃波で試料が飛散するため、すべての試験片の破面の回収には至らなかった。そこで今回は、破壊後に破面を回収できたもののう

ち、いくつかを観察に供した。これらの繊維を試料台に固定した状態で白金を蒸着し、それぞれの破面を真上、真横、斜め上方向からフィールドエミッション走査型電子顕微鏡（日本電子(株)製 JSM-7000F, 以下 SEM と記す）により 5000 倍で観察・撮影した。

3.3 実験結果および考察

3.3.1 炭素繊維の純ねじり特性と引張-ねじり特性

前節で述べた方法により、純ねじり試験および引張-ねじり試験を実施し、それぞれ強度データを得た。試験本数は、純ねじり試験（条件：S0と記す）では30本、引張-ねじり試験ではTS1, TS2, TS3の3つの負荷条件においてそれぞれ30, 21, 29本である。Table 3.3に本試験で得られた平均強度データと既報[9]で得た単軸引張試験（条件：T0と記す）の平均強度データを併せて示す。また、Fig.3.1に示す σ - τ グラフにはすべての実験値をプロットした。

Table 3.3 Experimental results of single carbon fiber specimens under proportional loading.
(T0 : Uniaxial tension, TS1, TS2 and TS3 : Tension-Torsion, S0 : Pure torsion.)

Loading condition	σ [GPa]	τ [GPa]	σ_1 [GPa]	m [-]	σ_0 [GPa]
T0 ^[9]	3.56	0.000	3.56	5.36	3.49
TS1	3.06	0.098	3.07	6.36	3.29
TS2	2.67	0.178	2.68	7.31	2.86
TS3	1.74	0.262	1.78	8.75	1.85
S0	0.000	0.389	0.389	11.6	0.406

σ : Average tensile strength, τ : Average torsional strength, σ_1 : Average maximum principal stress,
 m : Weibull shape parameter, σ_0 : Weibull scale parameter.

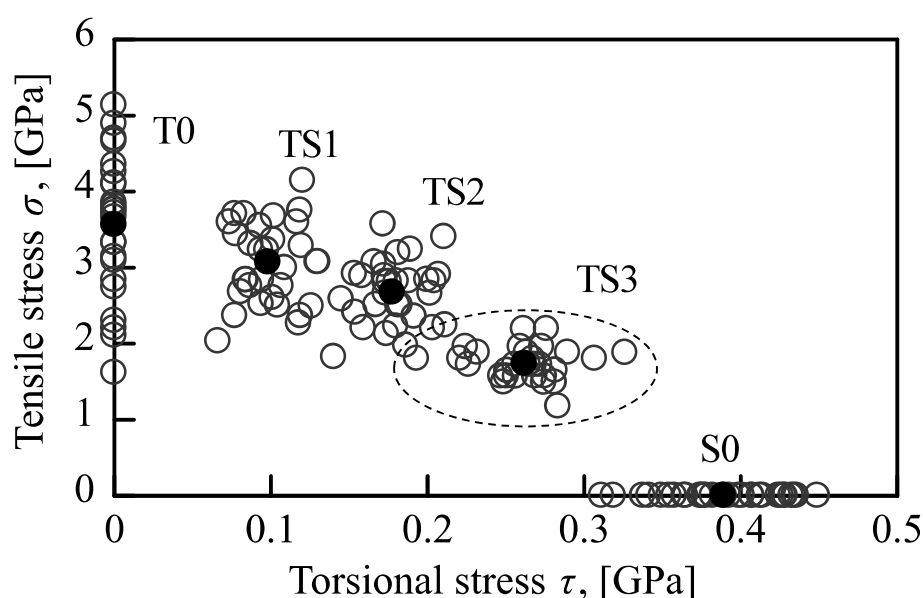


Fig.3.1 Effect of torsional stress on tensile strength of single carbon fibers under proportional loading. \circ : Experimental data, \bullet : Average value. (TS3 data circled for clarity)

まず、ねじり試験の結果について、純ねじり強度 S が単軸引張強度 X に比べて極端に小さいことがわかる。その要因を巨視的な観点から考えると、炭素繊維はその表面に繊維軸に沿って多くの隆起や溝が走っている[7]。引張負荷の場合、繊維に生じる応力分布は断面に対して一様であるため、繊維表面の溝などは大きな応力集中源にならないが、ねじり負荷の場合は Fig.3.2 に示すように、繊維の中心から表面に近づくにつれて応力レベルが高くなる。そのため、ねじり変形を起こすと溝の底をはじめとした、断面形状が局所的に大きく変化する箇所が大きな応力集中源となり[12]、そこが起点となってねじり破壊が生じることが一因と推察される。また、この溝の深さや形状の違いは、ねじり強度のばらつきも生み出すものと思われる。次に微視的観点から $X \gg S$ の関係について考察する。炭素繊維の微視構造は、炭素原子が六角形網目状に結合した炭素六角網面からなる炭素網面積層体（黒鉛結晶構造）と構造の規則性がない無秩序領域（アモルファス）に大別できるが、本材料の剛性は前者により発現される[13]。ここで、黒鉛単結晶の弾性係数[14]に着目すると、炭素六角網面に平行な方向の弾性率は 1020GPa と単結晶ダイヤモンドの弾性率[15]と概ね同等である。炭素繊維内の炭素網面積層体は繊維軸方向の配向度が高く、これが本材料の高い引張弾性率の発現に関係していると考えられる。一方で、炭素網面の積層をずらすような層間せん断に対する弾性率は 4.5GPa と極めて小さい値となる。以上のような黒鉛結晶の顕著な異方性が本材料の各方向の弾性特性にも反映された結果、純ねじりおよび単軸引張の実験強度値において極端な差が生み出されたと推考される。

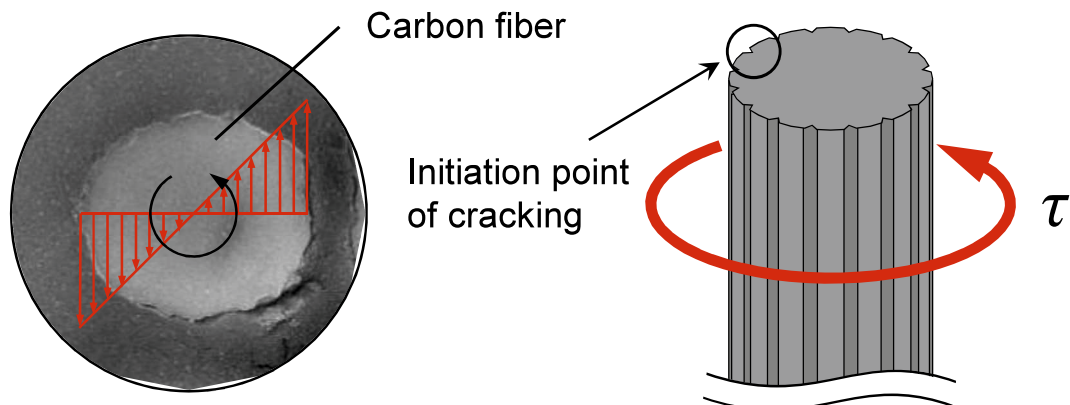


Fig.3.2 Torsional stress distribution on carbon fiber and schematic of cracking point causing torsional fracture.

続いて、引張－ねじり試験の結果より、炭素繊維に与える多軸負荷の影響について述べる。Fig.3.1 に示す σ - τ グラフ上における強度データの分布から、ねじり負荷レベルが増加するとともに破壊時の引張応力が徐々に低下することが確認できた。このことから、炭素繊維に引張荷重のみが作用する場合とは異なり、引張－ねじりのような組み合わせ負荷下では、せん断負荷によって軸方向強度の発現が抑制されると考えられるが、この原因についても炭素繊維の微視構造の観点から以下のように考察できる。先述のとおり、本材料の軸方向引張弾性率は、黒鉛結晶からなる炭素網面積層体の配向度に大きく依存している[13]。文献[16]では、複数種類の炭素繊維の引張弾性率を On-axis, Off-axis で測定しており、繊維軸と引張軸のなす角が増加するにつれて減少することを報告している。これが必ずしも本実験における多軸負荷による影響の直接的な説明になるわけではないが、引張－ねじり負荷状態下では、ねじり変形にともなう微視的な炭素網面配向度の低下が生じることによって、Off-axis と同様な引張強度の低下がもたらされたと推察される。これについては3.3.4 項においてさらなる考察を行う。

3.3.2 最大主応力による信頼性解析

多軸応力下における脆性材料の破壊や統計的性質については、主応力を用いて評価した研究報告が多い[17-19]. そこで、炭素繊維も代表的な脆性材料の一つであることから、実験で取得した破壊時の引張応力、ねじり応力の各データから式(3.3)で表される最大主応力 σ_1 を計算し、信頼性解析を行った.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (3.3)$$

Fig.2 に T0, TS1, TS2, TS3, S0 の 5 つの試験条件で得られた主応力データのワイブルプロットを示す.

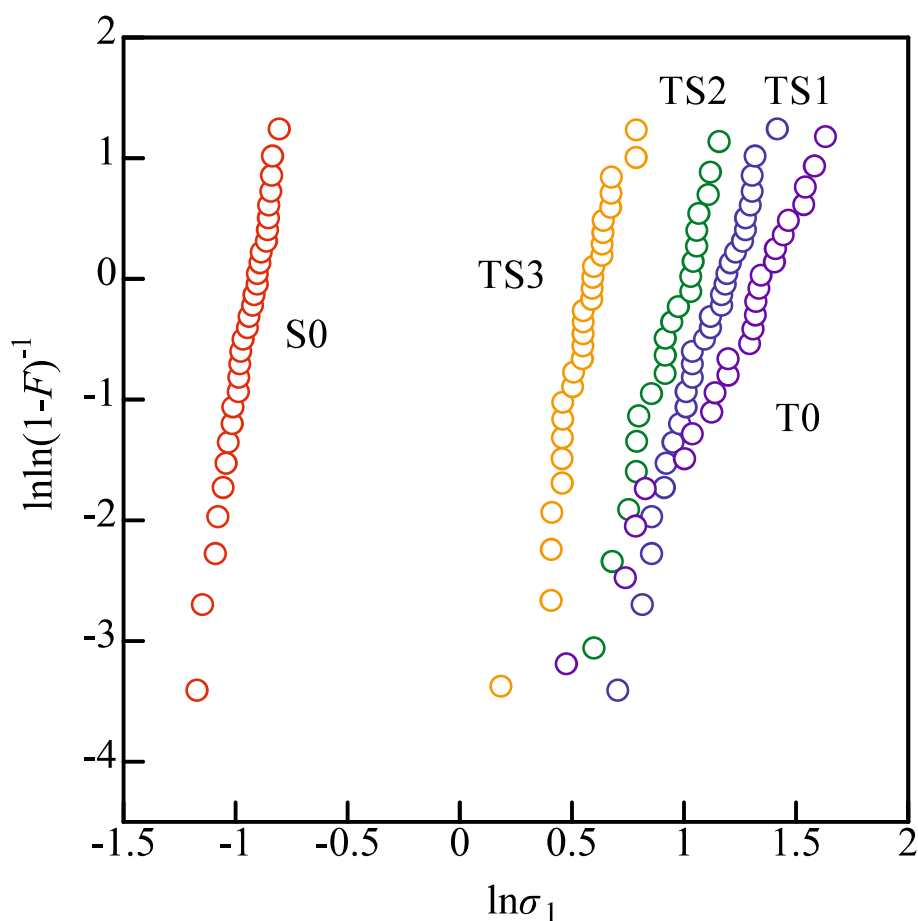


Fig.3.3 Comparison between tensile, tensile-torsional and pure torsional strength distributions of carbon fiber expressed in maximum principal stress.

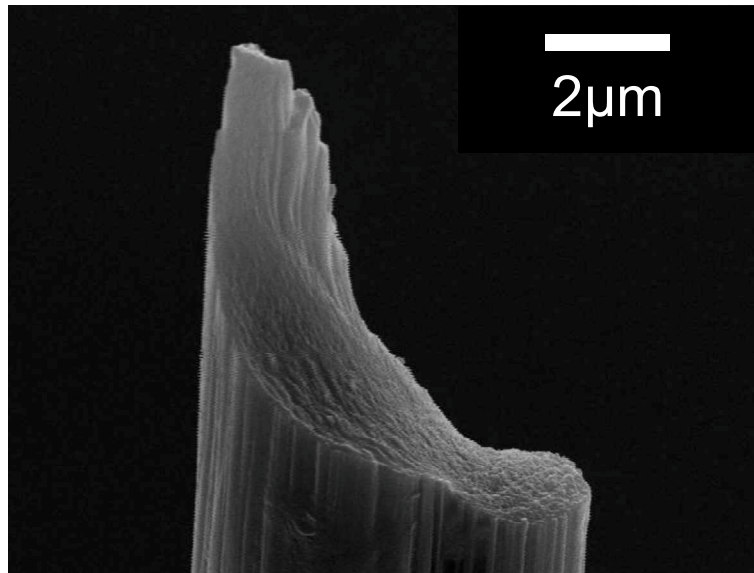
ここで、縦軸の値は平均ランク法によってそれぞれの累積破壊確率を求めたものである。また、Table 3.3 に各条件の最大主応力 σ_1 とデータ集団から推定されたワイブル形状母数 m および尺度母数 σ_0 を付して示す。Fig.3.3 から、各試験条件により得られた主応力表示した強度分布は、いずれもグラフ上で概ね直線状であり、単一モードワイブル分布と適合する。また、データのばらつき度合いの指標であるワイブル形状母数 m は、Table 3.3 から確認できるように、引張-ねじり試験時に繊維に生じるねじり応力レベルが純ねじり強度に近づくにつれ、 m の値が大きくなる。このことから、ねじり負荷には炭素繊維の繊維方向強度を低下させる一方で、強度データについてはばらつきを抑える効果があると考えられる。すなわち、破壊要因である欠陥の配向や寸法分布に異方性があると考えられるが、その特定など詳細については検討の余地があり、今後の課題としたい。

3.3.3 SEM 破面観察結果

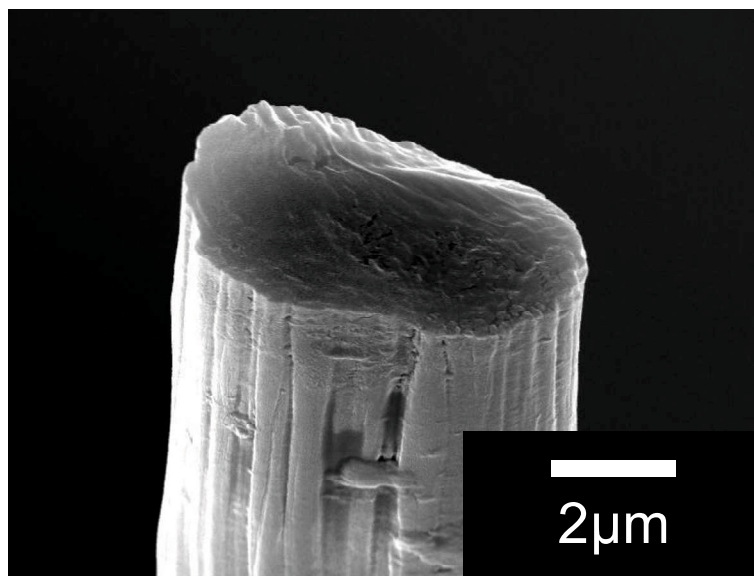
本項では、試験後の炭素繊維の破面観察結果について述べる。今回、飛散せずに観察できた試料は TS2, TS3, S0 の 3 条件である。Fig.3.4 にそれらの代表的な SEM 写真を示す。まず、炭素繊維 (T300) の単軸引張破面は、すでに報告されているように、繊維軸に垂直な横断面であり、繊維表面の欠陥を起点にしてき裂が放射状に進展する[20, 21]。一方で、純ねじり破面は、本実験で得られた破面観察画像 (Fig.3.4 (a)) や文献[7]のように、らせん状の破面になることが確認できた。そこで本研究では、これまでに報告例がない引張-ねじり組み合わせ応力下での炭素繊維の破面観察を試みた。

TS3 の破面 (Fig.3.4 (b)) では、S0 破面ほど極端ではないが、スパイラル面が確認できた。S0 や TS3 のようなねじり支配型の破面は、引張支配型のものに比べて破面が比較的滑らかであり、起点やき裂伝ばの方向が判別しづらい特徴を有するものが多く見られた。しかしながら、観察した TS3 の試料の多くが繊維横断面の最も凹んでいる箇所から破壊した様相を呈していた。ねじり応力が最大となるのは繊維表面であり、ねじりの付加による破壊は断面形状にも大きく影響されるため、TS3 は凹部付近の溝や隆起に起因すると考えられるが、今後より詳細な検討が必要である。続いて TS2 の破面 (Fig.3.4 (c)) は TS3 などとは異なり、らせん型破面のような特徴は強く見られず、T0 に近い破断面で、起点およびき裂の伝ば方向が明瞭であった。今回は回収できなかった TS1 の破面も T0 や TS2 が引張支配型の破面であることから、繊維軸に垂直な断面と推測され、き裂の進展方向も確認できると推察される。

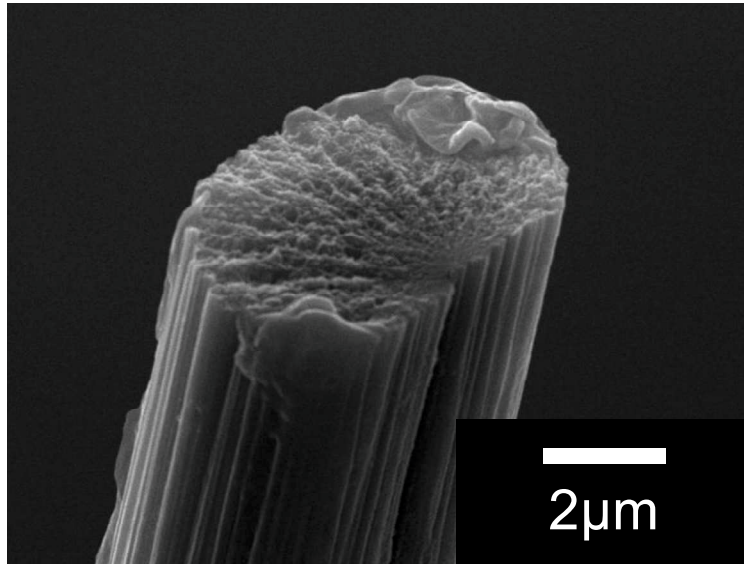
以上の結果から、繊維に生じる引張とねじりの応力比によって、破面に引張支配型もしくはねじり支配型のどちらかの特徴が現れるものと思われる。



(a) S0



(b) TS3



(c) TS2

Fig.3.4 Fracture surfaces of carbon fiber under torsional and tensile-torsional loadings.

3.3.4 最大主応力軸角と破壊強度の関係

これまで述べてきたように，炭素繊維の単軸せん断強度 S は単軸引張強度 X に比べて大幅に小さく現れる．この原因の一つに，炭素繊維が異方性材料であることが挙げられる．文献[22]に示されるように，炭素繊維の繊維軸ヤング率と半径方向ヤング率は大きく異なる．T300 を例に上げると，後者は 13.4GPa であり前者の 1/10 にも満たない．すなわち，炭素繊維は異方性脆性材料であると言えよう．いま，この材料を直交異方性弾性体と仮定すると，ねじりによって繊維軸からの繊維表面の傾角 φ は $\arctan(\gamma)$ として表される．単層板の直交異方性理論より傾角 φ 方向における弾性率 E_φ は，

$$E_\varphi = \left\{ \frac{\cos^4 \varphi}{E_1} + \frac{\sin^4 \varphi}{E_2} + \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) \right\}^{-1} \quad (3.4)$$

と表される．ここで， E_1 は繊維軸方向の炭素繊維のヤング率， E_2 は繊維軸と垂直方向のヤング率， G_{12} はせん断弾性係数， ν_{12} はポアソン比である．各値を $E_1 = 152\text{GPa}$ ， $E_2 = 13.4\text{GPa}$ ， $G_{12} = 8.96\text{GPa}$ ， $\nu_{12} = 0.36$ ，とおくとき， E_1 に対する E_φ の低下割合は 2° 傾くと 2% 程度であるが， 4° 傾くと 8%， 8° 傾くと 22% 程度とそれぞれ大きく減少することが式(3.4)から判明した．この低下割合と引張－ねじり二軸応力下における引張強度の低下の割合は必ずしも一致しないが，その主要な原因になっていると考えられる．

以上のような異方性材料に対する破壊条件式として，様々な破壊条件が提案されているが，本試験では圧縮荷重を負荷できないことから第 1 象限を対象にし，Tsai-Hill 則[23]を用いて以下考察する．この条件式は，引張応力－ねじり応力の二軸下では以下のように表される．

$$\left(\frac{\sigma}{X} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{S} \right)^2 = 1 \quad (3.5)$$

変形して，次式となる．

$$\frac{1}{X^2} + \frac{1}{4S^2} \left(\frac{2\tau}{\sigma} \right)^2 = \frac{1}{\sigma^2} \quad (3.6)$$

ここで，引張軸と最大主応力軸のなす角度 θ と (σ, τ) の関係は，次式で与えられる．

$$\frac{2\tau}{\sigma} = \tan 2\theta \quad (3.7)$$

さて、本材料が最大主応力面で破壊すると仮定すると、式(3.7)を式(3.6)に代入することで、次式のように σ を角度 θ の関数として表すことができる。

$$\sigma = \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{4S^2} \tan^2 2\theta \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.8)$$

Fig. 3.5 はこのようにして得られた θ と σ の関係を示したものである。Fig.3.5には各条件のねじり応力下における引張強度値も●印で示しているが、さほど良好に一致せず、破断時の最大主応力の軸角はより低い値で生じている。これは Tsai-Hill 則で与えられる主応力面上では実験結果を良好に予測できないことを意味する。そこで、本研究では二次曲線 $ax^2 + bxy + cy^2 = 1$ (a, b, c は定数) の形を参考にして補正項を設けた。すなわち、式(3.8)に補正項 $(b/2)\tan 2\theta$ を追加すると、

$$\sigma = \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{4S^2} \tan^2 2\theta + \frac{b}{2} \tan 2\theta \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

と書き直すことができる。式(3.9)に $b=0.25$ および $b=0.50$ を代入した計算結果を Fig.3.5 に併せて示す。 $b=0$ (Tsai-Hill 則) に対して、最大主応力の軸角は $b=0.25$ で小さくなり、 $b=0.50$ のときに概ね一致することがわかる。同様に τ を陽にして表すとき、補正項 $2b(1/\tan 2\theta)$ を追加することにより、式(9)は、

$$\tau = \left\{ \frac{1}{S^2} + \frac{4}{X^2} \left(\frac{1}{\tan 2\theta} \right)^2 + \frac{2b}{\tan 2\theta} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.10)$$

となる。角度 θ を横軸にとり、式(3.10)から予測される τ を Fig.3.6 に示す。図より、引張応力下におけるねじり強度に対しても同様によい一致を示すことが確認できた。なお、実験結果と合うように最小二乗法で式(3.9), (3.10)の定数 b を求めたところ、 $b=0.536$ であったが、グラフ上では $b=0.50$ とほぼ同様な曲線として得られた。

また、3.3.3 項において TS2 破面が繊維軸に垂直な横断面に近い様相を呈したが、実験結果の σ と τ を用いると、式(3.7)より破面は 4.0° 傾いていることになる。さらに、TS3 のスパイラル破面の傾きは同様に 8.7° となる。これらを最大主応力面の角度として考えると、Fig.3.4 で示した破面観察画像の傾きと大きく異なるものではないが、今後詳細な検討が必要である。

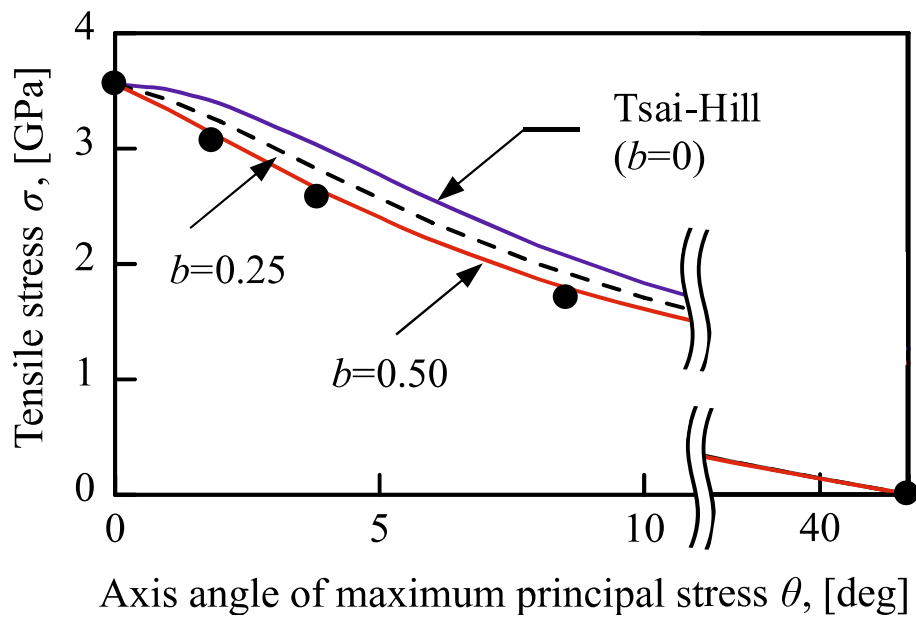


Fig.3.5 Relationship between axis angle of maximum principal stress and tensile strength under torsional stress. ● : Experimental data.

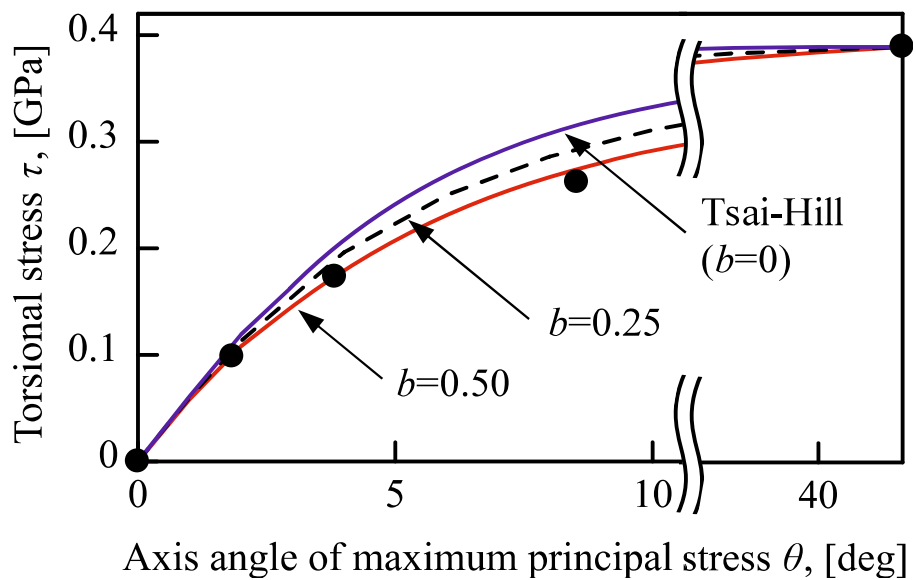


Fig.3.6 Relationship between axis angle of maximum principal stress and torsional strength under tensile stress. ● : Experimental data.

3.3.5 非比例負荷による破壊強度への影響

これまで得られた結果は比例負荷によるものであるが、本研究では非比例負荷試験も実施して、最大主応力の軸角との関係を調べた。本試験は、前述の試験装置を使用して実施した。作製した試験片を試験機に取り付け、所定のねじりひずみを加える。このとき、負荷するねじりひずみは比例負荷引張－ねじり試験の結果を考慮して、破壊時に TS1, TS2, TS3 と同等のねじり応力レベルとなるように決定した。ねじり状態を維持したまま、試験速度 1.0mm/min で試験片の引張荷重－伸び関係を破断するまで測定した。破壊時の引張応力とねじり応力は 3.2.3 項と同じ方法により求めた。試験本数は各条件 5 本ずつである。Table 3.4 に非比例負荷下での試験結果を示す。それぞれの破壊応力は比例負荷試験の結果と同等のレベルとなり、荷重負荷方式による影響は本材料においてはほとんど無視できると考えられる。

Table 3.4 Effect of non-proportional biaxial loading on fiber strength.

Loading condition	σ [GPa]	τ [GPa]	θ [deg]
TS1	3.16	0.090	1.63
TS2	2.79	0.179	3.66
TS3	1.83	0.269	8.21

各強度を○印で Fig.3.7 および Fig.3.8 にプロットすると、実験データは式(3.9)および式(3.10)から予測される曲線に概ね一致することがわかり、非比例負荷試験の場合も補正項を設けた扱いにより、実験結果との適合性を確認することができる。

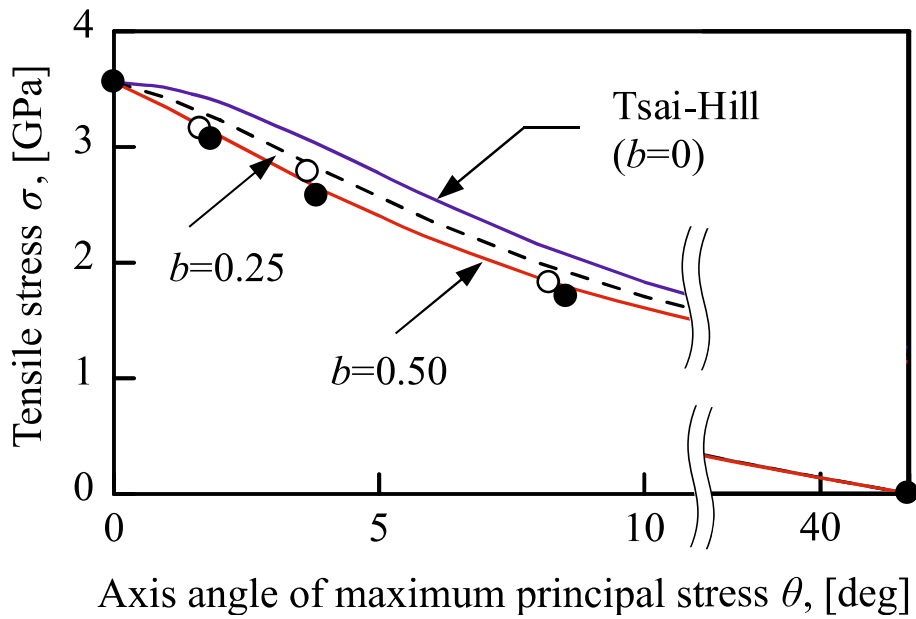


Fig.3.7 Effect of non-proportional biaxial loading on tensile strength under torsional stress.
 ● : Proportional loading strength, ○ : Non-proportional loading strength.

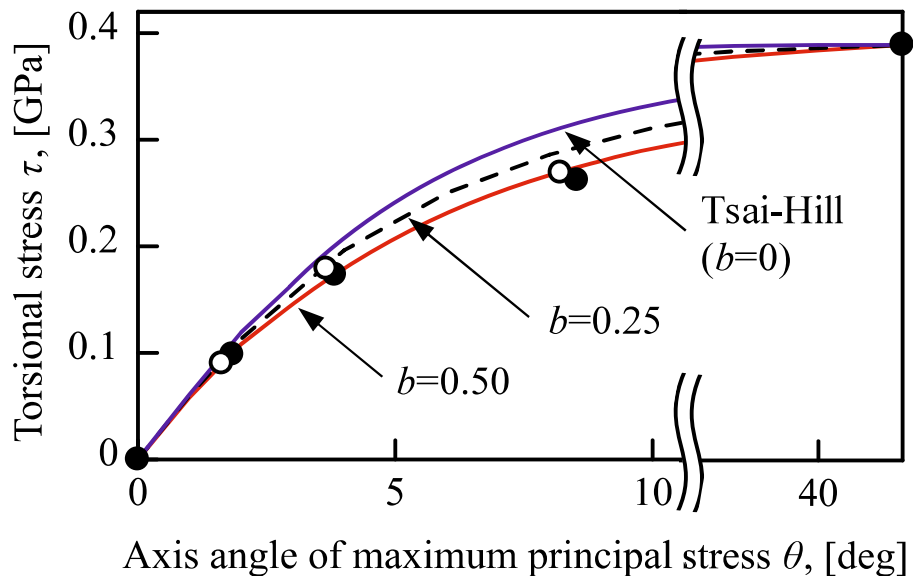


Fig.3.8 Effect of non-proportional biaxial loading on torsional strength under tensile stress.
 ● : Proportional loading strength, ○ : Non-proportional loading strength.

3.3.6 二軸主応力曲線による破壊特性評価

一般に、黒鉛や鋳鉄、アルミナ[17]、窒化ケイ素[19]などの等方性脆性材料は最大主応力説に従うことが知られている。この場合、引張強度とせん断強度に大きな違いは見られず、二軸主応力線図に基づき破壊時の主応力すべてを引張強度で除したパラメータによって最大主応力説の正当性が実証されてきた。一方、異方性を有する材料の破壊条件については、議論は異なる。その代表的な扱いとして Hill の論文が挙げられる[24]。Hill は金属材料の異方性において、von Mises の等方性降伏条件を異方性材料に適用できるように拡張した。さらに、先述のように、Tsai[23]もこの異方性降伏条件を複合材料の破壊条件式として取り扱っている。これらの理論では、各応力はそれぞれの方向に対する降伏応力または強度で除して基準化されている。

以上の背景から、本研究では炭素繊維に生じる応力 σ および τ を σ/X および τ/S としてそれぞれ基準化し、本材料が最大主応力説に従うか否かを検討する。いま、 $\xi = \sigma/X$ 、 $\eta = \tau/S$ とおくと、基準化主応力 ξ_1, ξ_2 は

$$\xi_1 = \frac{\xi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \eta^2} \quad (3.11)$$

$$\xi_2 = \frac{\xi}{2} - \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \eta^2} \quad (3.12)$$

となる。Fig.3.9 に実験データから計算した ξ_1, ξ_2 を用いた二軸主応力線図を示す。全体的にばらつきは多いものの、各条件の平均値はほぼ $\xi_1 = 1$ 上に近い値をとることがわかる。各条件の平均値 $\bar{\xi}_1$ は TS1, TS2, TS3 においてそれぞれ 0.933, 0.968, 0.961 であった。これより、応力を強度で除した基準化応力を用いるとき、本材料は最大主応力説に従っているものと判断できる。

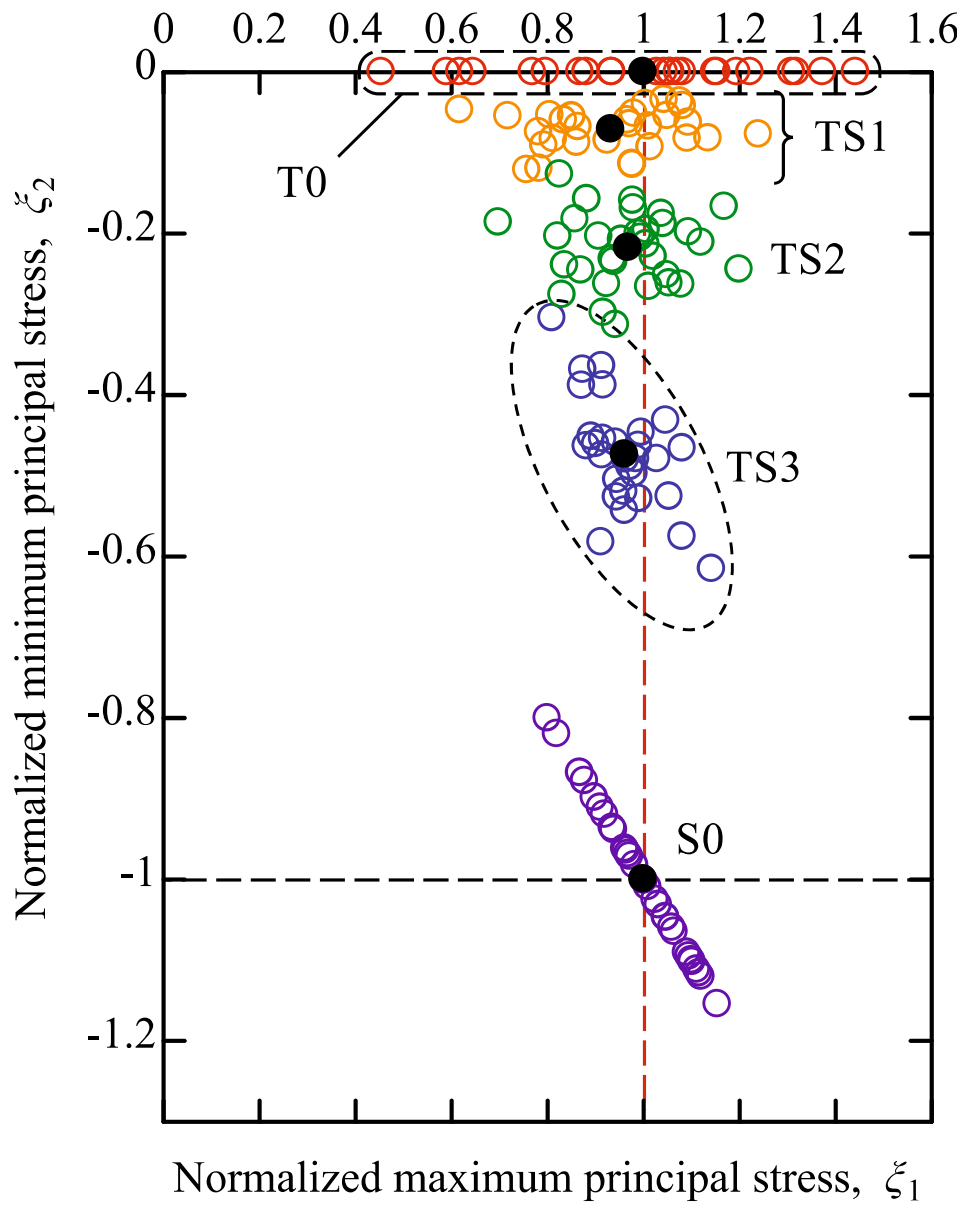


Fig.3.9 Biaxial normalized principal stress diagram.

○ : Experimental data, ● : Average value.

3.3.7 引張-ねじり応力下における PAN 系炭素繊維の破壊基準

冒頭でも述べたとおり、ピッチ系炭素繊維の多軸破壊は最大主応力説に従うことがすでに確認されており、それに基づく破壊基準が提案されている[6]。PAN 系炭素繊維についても前節の結果から、その引張-ねじり破壊が最大主応力支配であることが判明した。そこで、本実験結果と先行研究のクライテリオンを比較してその適合性を検討したところ、T0 以外は危険側に大きく見積もられており、本材料のクライテリオンとして適用できるものではないことが確認できた。これは同様の荷重負荷様式であっても、ピッチ系と PAN 系炭素繊維とではクライテリオンが異なることを示唆する。そこで、本研究では実験結果に基づき、新たに PAN 系炭素繊維の引張-ねじり破壊基準の提案を試みる。

いま、本材料は $\xi_1 = 1$ で破壊するので、これを式(3.11)に代入して変形すると、

$$\left(1 - \frac{\xi}{2}\right)^2 = \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \eta^2 \quad (3.13)$$

となり、これを ξ について整理すると次式となる。

$$\xi = 1 - \eta^2 \quad (3.14)$$

ここで、 $\xi = \sigma/X$ 、 $\eta = \tau/S$ であるので、式(3.14) から以下のように引張応力 σ とねじり応力 τ の関係式を導くことができる。

$$\sigma = X \left\{ 1 - \left(\frac{\tau}{S} \right)^2 \right\} \quad (3.15)$$

ここで、上式と先行研究で提案されたピッチ系炭素繊維の破壊基準⁶⁾との相違は、ねじり応力 τ を純ねじり強度 S ではなく単軸引張強度 X により除していることである。

以上のように導かれた σ と τ の関係から得られる曲線を、実験強度データとともに同一平面上にプロットした結果を Fig.3.10 に示す。グラフより、式(3.15)による曲線は単軸引張 (T0)、引張-ねじり (TS) および純ねじり (S0) のすべての荷重負荷条件下での平均強度データと高い適合性を示していることがわかる。また、この式は σ 軸に対称な放物線であり、繊維直交方向にねじりを負荷した場合に生じる応力レベルは引張と圧縮の場合は異なり、負荷方向を問わず同じであるねじり特性とも矛盾しない。さらに、単軸強度 X および S のみから組合せ応力下での挙動を説明できることから、式(3.15)

は PAN 系炭素繊維の引張-ねじり応力下における破壊基準として適したものであると判断できる。

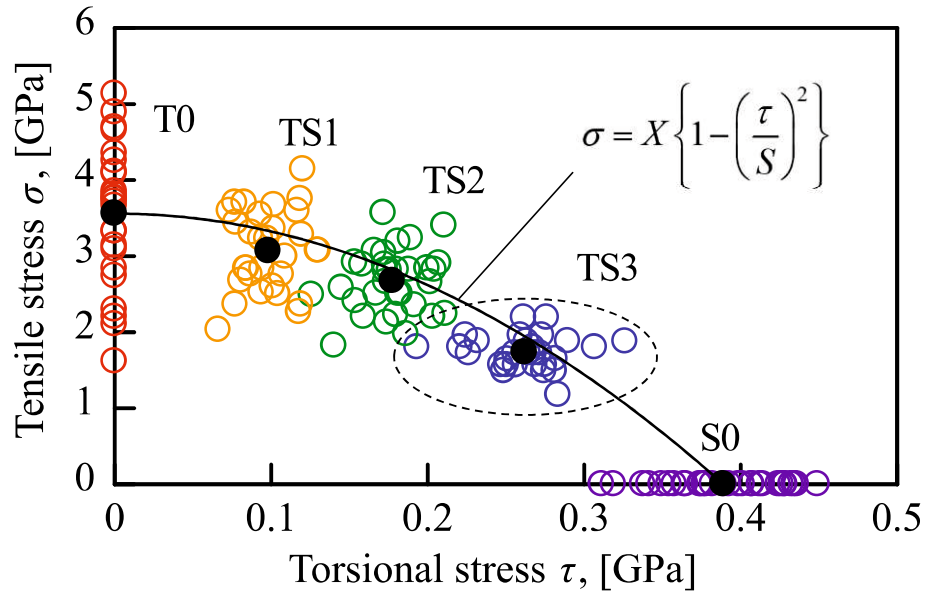


Fig.3.10 Combined tensile-torsional strength prediction of carbon fiber by using fracture criterion (eq.(3.15)). ○ : Experimental data, ● : Average value.

3.3.8 多軸破壊時の炭素繊維の最大主応力面の傾き

引張-ねじり試験により得られた炭素繊維の破面観察結果から、繊維に生じる引張応力とねじり応力の比、 σ/τ が小さくなるにつれて、破面形状が引張支配型の横断面からねじり支配型のスパイラル面に移行し、破面が徐々に傾くことを確認した。そこで 3.3.4 項ではこれが最大主応力軸の傾きに起因するものとみなし、Tsai-Hill 則に補正項を設ける扱いによって、多軸破壊強度 σ もしくは τ と最大主応力面の傾き θ の関係が説明できることを示した。しかしながら、応力の基準化によって多軸破壊が最大主応力支配によるものであることが判明したため、ここでは、最大主応力説に基づいて PAN 系炭素繊維の多軸破壊強度と最大主応力面の関係について以下考察する。

いま、式(3.11)で表される基準化最大主応力を次のように変形する。

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \frac{\xi}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\xi}{\eta} \right)^2} \right\} \\ &= \frac{\xi}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{X}{S} \right)^2 \tan^2 2\theta} \right\}\end{aligned}\quad (3.16)$$

ここで、式(3.7)および式(3.16)から $2\xi/\eta$ と θ の関係は、次のように表せる。

$$\frac{2\xi}{\eta} = \frac{X}{S} \tan 2\theta \quad (3.17)$$

炭素繊維は最大主応力説に従うので、式(3.16) に $\xi_1=1$ を代入し、 ξ を陽にして表すと、

$$\xi = 2 \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{X}{S} \right)^2 \tan^2 2\theta} \right\}^{-1} \quad (3.18)$$

となり、最終的にねじり負荷下における引張強度 σ と最大主応力面の傾き θ の関係が以下のように導かれる。

$$\sigma = 2X \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{X}{S} \right)^2 \tan^2 2\theta} \right\}^{-1} \quad (3.19)$$

この式から得られる曲線と本実験データを比較すると、Fig.3.11 のようになる。図より、曲線はいずれの条件下での実験強度値とも良好に一致することがわかる。また、式(3.9)

で表される修正 Tsai-Hill 則では、データフィッティングを必要とするものの、上式では各方向の単軸強度 X, S のみから破壊強度と最大主応力面の関係をよく説明できる点においても優れていると判断できる。

以上の結果から、最大応力説に基づいて導出した式(3.19)は本材料の破壊強度と最大主応力面の関係式として妥当であることが示された。

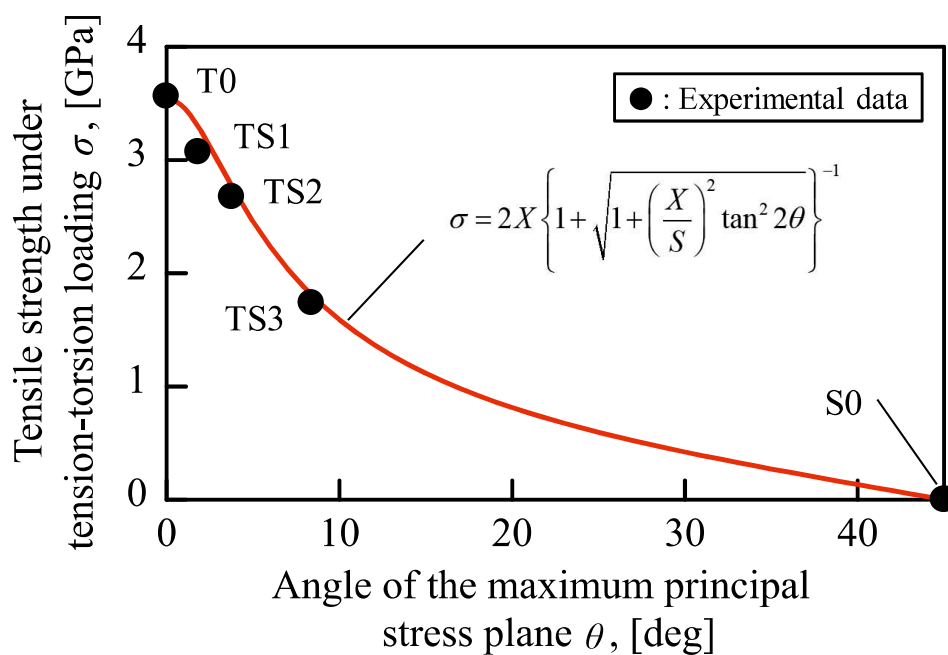


Fig.3.11 Prediction of Maximum principal stress plane angle at multiaxial fracture by proposed fracture criterion (eq.(3.19)).

3.4 結 言

多軸応力下での炭素繊維の破壊特性を明らかにすることを旨とし、単繊維試験片を用いて比例負荷引張－ねじり試験を行い、その結果について評価・考察を試みた。以下に得られた結果を要約する。

- 1) 比例負荷引張－ねじり試験から、炭素繊維表面に生じるせん断応力の増加とともに繊維軸引張強度は減少することが確認できた。一方、強度データのばらつきについては、ねじり負荷により抑制されることが確認された。
- 2) 引張－ねじり負荷下で破壊した炭素繊維の破面観察の結果、繊維のねじり負荷に対する引張の応力比が大きくなると、引張支配型の繊維軸方向に垂直な横断面からねじり支配型のスパイラル面に移行する様相がみられた。
- 3) 本材料が最大主応力面で破壊すると仮定するとき、従来の異方性材料の破壊条件の一つである Tsai-Hill 則は実験結果と合致せず、新たに二次曲線をもとに補正項を設けた破壊基準を提案した。この破壊基準から得られる破壊曲線は、実験値と一致する側に移行し、実験結果を良好に説明できた。この破壊基準の有効性は非比例負荷引張－ねじり試験によっても確認された。
- 4) 炭素繊維は単軸引張と純ねじりの強度レベルが極端に異なるため、異方性脆性材料の破壊条件を議論する上で、各応力を強度で除した基準化応力を用いた。このとき、本材料は最大主応力説に従うものと判断できる結果を得た。
- 5) PAN 系炭素繊維の引張－ねじり破壊が最大主応力支配による生じることから、これに基づいて新たな破壊基準を提案し、実験データとの比較を行った。その結果、この破壊基準は引張－ねじり負荷下での破壊挙動や破壊時の最大主応力面の傾きを精度よく予測できるものであった。

第3章の参考文献

- 1) K. Komai, K. Minoshima and T. Miki, “Static and fatigue fracture behavior of a carbon fiber reinforced epoxy composite under combined tensile and torsional loading and influences of water absorption”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, Vol. 58, Issue 550, pp. 830-836, (1992).
- 2) K. Goto, M. Arai, M. Nishimura and K. Dohi, “Strength evaluation of unidirectional carbon fiber reinforced plastic laminates based on tension–compression biaxial stress tests”, Advanced Composite Materials, Vol. 27, Issue 4, pp. 413-426, (2018).
- 3) S. Nakasaki, S. Nakamura, Y. Kataoka, A. Macadre and K. Goda, “Fracture characteristics of unidirectional CFRP composites under biaxial tensile load”, Journal of the Japan Society for Composite Materials, Vol. 48, Issue 3, pp. 77-85, (2022).
- 4) K. Fujita, N. Iwashita and Y. Sawada, “Evaluation of torsional-tensile properties of carbon fiber”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 65, No. 8, pp. 573-579, (2016).
- 5) Y. Sawada, K. Fujita and N. Iwashita, “Effect of pre-loading on tensile strength of carbon fiber”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 66, No. 5, pp. 348-354, (2017).
- 6) H. Iwanaga, T. Hidaka and S. Takeuchi, “Fracture strength of carbon fiber under combined torsional and tensile loading”, Carbon, Vol. 38, Issue 13, pp. 1887-1888, (2000).
- 7) Y. Sawada and A. Shindo, “Torsional properties of carbon fiber”, Carbon, Vol. 30, No. 4, pp. 619-629, (1992).
- 8) J. Mizuno and T. Sogabe, “Formation of SiC in the isotropic pitch-based carbon fiber and its C/C composites”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 68, No. 11, pp. 859-864, (2019).
- 9) M. Hashimoto, K. Goda, A. Macadre and Y. Sawada, “Estimation of damage and fracture process by a Markov process inverse analysis model for micro-sized CFRP”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 72, No. 3, pp.180-187, (2023).
- 10) H. Fukunaga and K. Goda, “Tensile strength of nicalon SiC fibres subjected to torsional strain”, Journal of Materials Science Letters, Vol. 10, No. 3 pp. 179-180, (1991).
- 11) X. Liu, T. Tang, W. Yu and R. B. Pipes, “Multiscale modeling of viscoelastic behaviors of textile composites using mechanics of structure genome”, 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, (2018).
- 12) 澤田吉裕, “炭素繊維の構造と CFRP における界面接着強度に関する研究”, 博士論文, (1994) 大阪市立大学.

- 13) 塩谷正俊ほか, “炭素繊維・炭素繊維複合材料の未来”, pp. 107-112, (2018) S&T 出版株式会社.
- 14) K. Fujita, H. Nagai, Y. Sugimoto and N. Iwashita, “Various mechanical tests of carbon fiber monofilaments”, Carbon Reports, Vol. 2, No. 1, pp. 31-49, (2023).
- 15) C. A. Klein and G. F. Cardinale, “Young's modulus and Poisson's ratio of CVD diamond”, Diamond and Related Materials, Vol. 2, Issues 5-7, pp. 918-923, (1993).
- 16) M. Tane, H. Okuda and F. Tanaka, “Nanocomposite microstructures dominating anisotropic elastic modulus in carbon fibers”, Acta Materialia, Vol. 166, pp. 75-84, (2019).
- 17) Y. Matsuo, “Probabilistic analysis of brittle fracture loci under bi-axial stress state : 1st report, In the case tension is dominant”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, Vol. 46, Issue 406, pp. 605-612, (1980).
- 18) M. Ichikawa, “On reliability analysis of ceramics under multi-axial stress states : 1st report, Examination of application of two-parameter Weibull distributions”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, Vol. 51, Issue 470, pp. 2368-2376, (1985).
- 19) I. Oda, M. Matsui, T. Soma, M. Matsuda and N. Yamada, “Fracture behavior of sintered silicon nitride under multiaxial stress states”, Journal of the Ceramic Society of Japan, Vol. 96, Issue 1113, pp. 539-545, (1988).
- 20) K. Honjo, “Fracture toughness of PAN-based carbon fibers estimated from strength-mirror size relation”, Carbon, Vol. 41, Issue 5, pp. 979-984, (2003).
- 21) K. Naito, “Stress analysis and fracture toughness of notched polyacrylonitrile (PAN)-based and pitch-based single carbon fibers”, Carbon, Vol. 126, pp. 346-359, (2018).
- 22) S. Duan, F. Liu, T. Pettersson, C. Creighton and L. E. Asp, “Determination of transverse and shear moduli of single carbon fibres”, Carbon, Vol. 158, pp. 772-782, (2020).
- 23) V. Azzi and S. Tsai, “Anisotropic strength of composites”, Experimental Mechanics, Vol. 5, No. 9, pp. 283-288, (1965).
- 24) R. Hill, “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 193, Issue 1033, pp. 281-297, (1948).

第 4 章

引張－ねじり二軸応力下における 微小サイズ一方向 CFRP の強度評価

4.1 緒 言

炭素繊維強化プラスチック（Carbon Fiber Reinforced Plastics, CFRP）は、軽量・高強度・高剛性などの優れた機械的特性を有する。近年では、航空・宇宙分野にとどまらず、燃料電池自動車などの高压容器材料として適用範囲が著しく拡大している。このように実用構造部材として使用されるとき、CFRP は引張－圧縮[1]や引張－引張[2,3]などの組み合わせ応力下に置かれる。周知のように、多軸応力下での材料の強度や破壊挙動は単軸応力下とは大きく異なり、単軸の材料特性のみでこれらを予測・説明することは困難である。しかしながら、従来の CFRP の強度評価に関する報告は、繊維軸方向引張や繊維軸直交方向圧縮などの単純な負荷応力に対する理解が先行しており、それらに比べて多軸特性について取り扱った研究報告例は、実験・理論ともに十分とは言い難い。CFRP の多軸強度データの収集や破壊基準の検討など多軸応力特性に対する理解を深めることは、本材料の適用分野のさらなる拡大に資するものであり、昨今の実材料の破壊要因究明や材料再設計の見地からも必要不可欠となる。

そこで、本研究は以上述べた観点から、CFRP の多軸応力特性の一つとして、引張－ねじり負荷下における破壊特性の解明を目的として実施した。モデル試験片として少数の炭素繊維からなる一方向 CFRP（以下、微小サイズ CFRP と記す）試験片を用いて引張－ねじり試験を行い、取得した破壊強度データから複合材料強度に与える多軸負荷の影響を明らかにするとともに、微小サイズ CFRP の引張－ねじり二軸応力状態での破壊基準についても新たに提案を試みたので報告する。

4.2 実験方法

4.2.1 微小サイズ一方向 CFRP 試験片の作製方法

供試材料として、PAN 系炭素繊維（東レ(株)製 TORAYCA T300JB 3000-40B, 直径 7 μ m）、室温硬化型エポキシ樹脂（ハイスーパー30, セメダイン(株)製）およびアセトン（富士フイルム和光純薬(株)製）を用いて、繊維数 $N=2, 3, 4$ および 7 本からなる微小サイズ一方向 CFRP 試験片を作製した。炭素繊維の諸特性および試験片の作製手順の詳細は、第 2 章 2.2 節で記したのでここでは割愛する。

4.2.2 純ねじり試験

本試験の手順は、まず微小サイズ一方向 CFRP 試験片を小型引張-ねじり試験機（山口大学製，ロードセル容量：20N）に取り付け，回転ステージを反時計回りに 60deg/sec の速さで作動させてねじり荷重を負荷した．これを試験片がねじり破断するまで行い，目視で破断を確認した時点でステージを停止させて回転数 n を求めた．この n からねじり破断ひずみ γ を算出するが，このとき試験片の断面形状によって γ を求める式が決定される．本試験片の繊維配列方法の都合上，CFRP の断面は真円ではないが，第 2 章の Fig.2.5 に示した SEM 観察写真からも見て取れるように，マトリックス溶液の表面張力により繊維が自動的にほぼ円形かつ等間隔に配列される[4]ため，楕円形として扱うほど扁平していない．そのため，ここでは CFRP の断面形状を近似的に円形としてみなし，次式を用いた．

$$\gamma = R \frac{2n\pi}{L} \quad (4.1)$$

ここで， R は複合材料内のすべての構成繊維表面に均等なねじり荷重がされると考えたときの半径であり，これを等価半径と称する．また， L はゲージ長さを表す．等価半径 R の概要とその算出方法は，後述する．ねじり強度 τ は，微小サイズ CFRP のねじり破壊が弾性域で生じるという前提のもと，次式のようにせん断弾性率 G とねじり破断ひずみ γ の積として計算した．

$$\tau = G\gamma \quad (4.2)$$

ここで，ねじり強度 τ を求める際の炭素繊維のせん断弾性率 G_{12} は，文献[5]にて 8.96GPa で与えられることから，本研究ではこの値を用いた．

4.2.3 等価半径の計算方法

まず，前章で実施したような単繊維の純ねじりの場合，繊維軸とねじりの回転中心が一致する．すなわち，繊維断面を円形とみなしたとき，その最表面には最大せん断応力 τ_{\max} が等しく生じる．一方で，繊維数 2 本以上の微小サイズ CFRP の場合は，Fig.4.1 に示すように各繊維軸と回転中心が一致しない．そのため，回転中心から繊維表面までの距離 x は場所によって異なるので，繊維表面に生じるせん断応力レベルも当然ながら場所ごとに異なる．さらに，その影響は繊維数の増加とともに大きくなることがわかる．

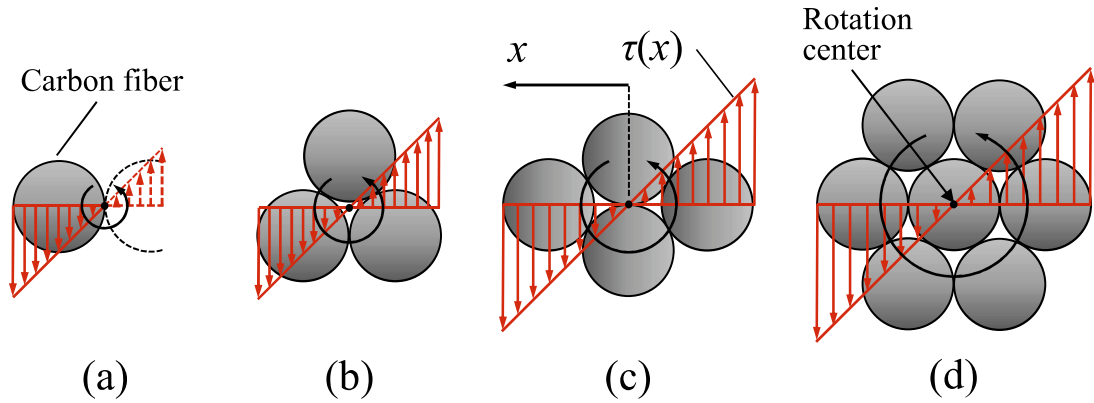


Fig.4.1 Torsional stress levels occurring at the most distant fiber surface positions in a micro-sized CFRP specimen. (a) $N=2$, (b) $N=3$, (c) $N=4$, (d) $N=7$.

いま、Fig.4.2 のような $N=2$ からなる CFRP を想定し、これを反時計回りに $1/4$ 回転させると、半径 r の繊維表面上の 2 点、A 点および B 点が描く円弧状の軌跡の長さ AL (Arc length) はそれぞれ、 πr および $\pi r \cos \theta$ となる。ここで、せん断ひずみ γ は弧長 AL を繊維長 L で除したものであるなので、2 点におけるせん断ひずみはそれぞれ以下のかたちで表される。

$$\gamma_A = \frac{\pi r}{L} = \gamma_{\max}, \quad \gamma_B = \frac{\pi r \cos \theta}{L}$$

つまりこれは、繊維表面のせん断応力 τ の応力分布が Fig.4.3 中の青線で示したように一様にならないことを意味する。

そこで、図中の赤線のように表面の応力分布を一様に、すなわち、応力レベルを平均化して扱うため、等価半径 R を考える。Fig.4.2 において、回転中心から表面までの長さは $2r \cos \theta$ で与えられ、回転角度 θ が $0 \sim \pi/2$ の間で値が変化する。等価半径 R はこの値の平均なので、 $N=2$ の場合、次のように解析的に求めることができる。

$$R_{N=2} = \frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} 2r \cos \theta d\theta = \frac{4r}{\pi} \quad (4.3)$$

同様に $N=3 \sim 7$ の等価半径もそれぞれ求めたが、ここでは計算結果のみを示し、その導出過程の詳細は割愛する。Table 4.1 に各繊維数における等価半径 R を単繊維半径 r とともに示す。

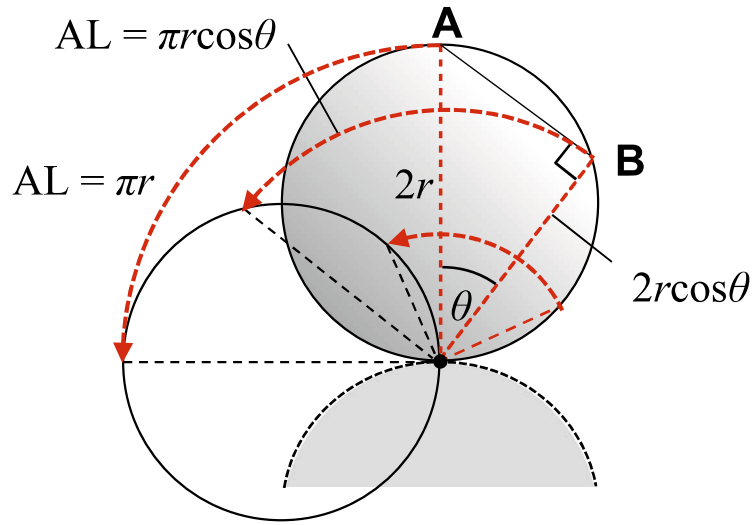


Fig.4.2 Difference of applied torsional stress levels due to different fiber surface positions within a 2-filaments CFRP specimen. AL: Arc length.

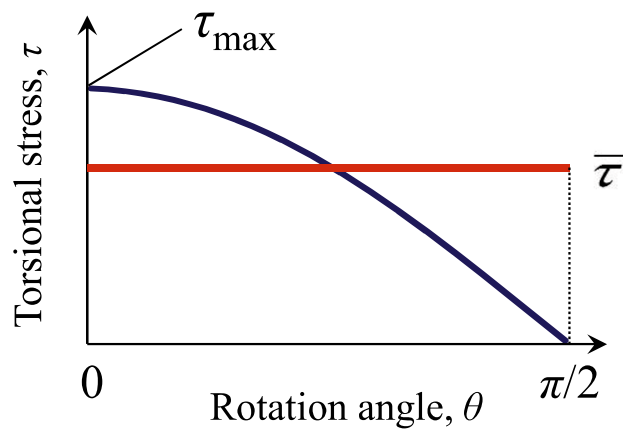


Fig.4.3 Relationship between torsional stress distribution on fiber surface of $N=2$ CFRP and rotation angle, and torsional stress distribution given by eq.(4.3).

Table 4.1 Equivalent radius of micro-sized CFRP specimens.

Number of fibers, N [-]	1	2	3	4	7
Fiber radius, r and equivalent radius, R	3.50	4.46	4.84	5.52	6.88

4.2.4 引張-ねじり試験

本試験は、微小サイズ CFRP に引張およびねじり荷重が作用する状態、すなわち、多軸応力下での強度評価を目的として実施した。試験手順としては、まず、前述の小型引張-ねじり試験機に試験片をセットし、所定のねじりひずみを加える。このとき、負荷するねじりひずみは前項の純ねじり試験の結果を考慮して決定した。続いて、ねじり状態を維持したまま、試験速度 1.0mm/min で試験片の引張荷重-伸び関係を破断するまで測定した。また、各引張荷重を単繊維の平均断面積と繊維数の積で除すことで、それぞれの引張応力を計算するとともに、破断荷重から引張強度を求めた。Table 4.2 に本試験にて実施した引張-ねじり荷重負荷条件を示す。本負荷条件は、純ねじり試験で得られた平均ねじり破断ひずみ値内に収まるように選定した。ここで、本試験はねじり負荷ののちに引張負荷を行うものであるので、前章の単繊維の引張-ねじり試験とは異なり、非比例負荷による試験である。

Table 4.2 Loading conditions of combined tensile-torsional test.

Loading condition	Number of fibers, N [-]			
	2	3	4	7
TS1	○	○	○	—
TS2	○	○	○	○
TS3	○	○	○	—
TS4	—	○	○	○
TS5	—	—	○	—
TS6	—	—	—	○
TS8	—	—	—	○

4.3 実験結果および考察

4.3.1 構成繊維数と純ねじり強度の関係

作製した繊維数 $N=2, 3, 4, 7$ からなる微小サイズ CFRP 試験片に対して純ねじり試験（条件：S0 と記す）を実施した。サンプル数は各試験片に対してそれぞれおよそ 30 本である。Table 4.3 に各繊維数の CFRP の平均ねじり強度とワイブル解析により推定した母数を示す。表中には、炭素繊維—単繊維 ($N=1$) のデータも付した。

Table 4.3 Average strength and estimated Weibull parameters of single carbon fiber and micro-sized CFRP under pure torsional loading.

N [-]	τ [GPa]	m [-]	τ_0 [GPa]
1	0.389	11.6	0.406
2	0.419	13.9	0.435
3	0.432	9.59	0.454
4	0.496	13.4	0.514
7	0.550	21.2	0.563

N : Number of fibers, τ : Average pure torsional strength, m : Weibull shape parameter, τ_0 : Weibull scale parameter.

実験結果から、 $N=1\sim7$ の範囲では繊維数が増加するにつれてねじり強度が増加することが確認できた。これは、単軸引張のときと同様に繊維数が増加することによって、CFRP の損傷許容性が向上する[6]からである。換言すると、ねじり負荷下においても破壊に至るまでに内部で繊維破断点が累積する[7, 8]ことを示唆するものと考えられる。

ここで、各繊維数における純ねじり強度の増加傾向として、 $N=1\sim3$ の強度値はおよそ 30MPa ずつ増加しているのに比べ、 $N=3\sim4, 4\sim7$ ではおよそ 50MPa ずつ増加していることがわかる。これは、第 2 章の Fig.2.5 に示した試験片断面の SEM 観察画像からも見て取れるが、CFRP 内の構成繊維数 N が増加するとともに繊維 1 本あたりの隣接繊維数が増加するためである。仮にすべての構成繊維が Fig.4.1 のように理想的に配列されていたとすると、内部に繊維破断が生じたときの $N=2, 3, 4, 7$ における破断繊維周辺の局所的荷重分担係数の一例は Fig.4.4 に示すとおりであり、また、繊維 1 本あたりの平均隣接繊維数はそれぞれ 1.0, 2.0, 2.5, 3.4 本となる。この値の増加率と強度の増加率は一致するわけではないが、強度向上の一要因と考えられる。つまり、この値が大きいと CFRP 内で繊維破断が生じたとき、破断点周りの個々の隣接繊維に対する応力集中の影響が緩和され、純ねじり強度が向上するものと思われるが、ねじり負荷下における繊維

破断発生時の隣接繊維への応力再分配の様子については、有限要素法解析による定量評価を今後検討する所存である。

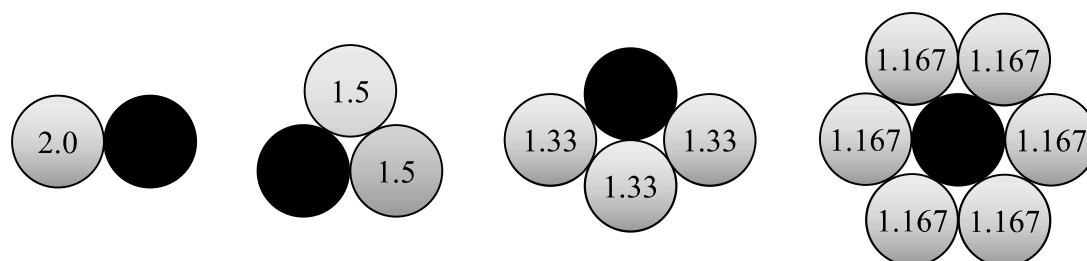


Fig.4.4 Local load-sharing factors of intact fibers adjacent to broken fiber.

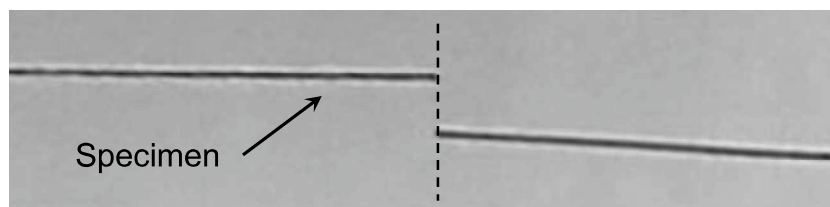
また、本研究で用いた炭素繊維やエポキシ樹脂とは異なるが、 $N=6000$ や 12000 といった繊維数が多い場合の一方向 CFRP を扱った研究[9]が確認できた。この結果では、構成繊維数による強度への影響はないと報告されているものの、これらのねじり強度はいずれも約 0.220GPa であり、本研究で用いた炭素繊維や微小サイズ CFRP の強度がより高強度であることが着目に値する。一般に、複合材料の引張破壊過程は繊維破断やそれに起因する界面はく離などの微視損傷の蓄積により進行する[10]。このとき、界面はく離が生じない、またはその規模が小さければ応力集中により繊維破断点のクラスターが生成され、複合材料全体の破壊源となる。一方で、界面はく離の規模が大きければ応力集中の影響は小さく、クラスターが生じにくいため繊維破断点が個々に分散して累積繊維破断数のより多い破断過程を示すようになる。クラスター型の破壊過程は、破断点分散型よりも早期に破壊が生じるため、低強度になりやすい[11]。このような挙動が純ねじり負荷においても同様に起こっていると考えられる。すなわち、CFRP 内の繊維数が多い文献[9]のような場合ではクラスター型の破壊過程を示し、極めて少数である微小サイズ CFRP の場合では破断点分散型の破壊過程であったため高強度が発現されたものと推察される。

続いて、純ねじり試験で得られた微小サイズ CFRP のねじり強度データの統計的性質を評価するため、ワイブル解析を行った。なお、ワイブル分布の各母数、ワイブル係数（形状パラメータ） m および尺度パラメータ τ_0 の推定手法には最尤推定法（MLE）を用いた。Table 4.3 内に各ワイブルパラメータの推定結果を付して示す。データのばらつき度合いの指標である m は、炭素繊維 ($N=1$, Monofilament) の 11.6 と比較すると、微小サイズ CFRP の場合の値は $N=3$ を除いて大きくなり、単軸引張のときと同様に複合化

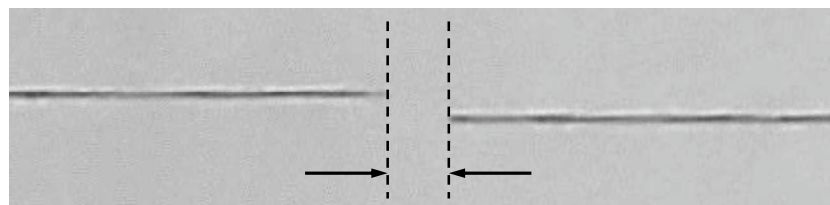
によって強度のばらつきが抑制できている。さらに、CFRP内の構成繊維数 N とワイブル係数 m の関係を見ると、本数の増加に伴い m の値が増加する傾向にあり、統計的性質が改善されていくように見える。なかでも、 $N=7$ のワイブル係数がほかの繊維数のものに比べて大きく推定される解析結果となったが、これは $N=7$ の繊維配列状態からもわかるとおり、ほかの繊維数の試験片よりも1本の繊維に隣接する繊維数が多いために、繊維破断が生じたときの隣接繊維への応力集中の影響が引張負荷[12]と同様にねじり負荷でも相対的に小さくなるためだと考えられる。このように、隣接繊維数の増加による応力集中の抑制効果は、先述の強度向上のみならず、信頼性向上にも寄与していると判断できる。

4.3.2 ねじり強度と破壊モードの関係

Fig.4.5 に代表的な $N=7$ 試験片の破壊後の外観写真を示す。ねじり破壊した微小サイズ一方向 CFRP は写真のように、脆性的な破壊を起こした。さらに、巨視的には 1 か所で破壊したタイプ (Fig.4.5 (a)) と 2 か所 (以上) で破壊したタイプ (Fig.4.5 (b)) の 2 種類の破壊の様相が見られたが、これは $N=2\sim 4$ のいずれの試験においても同様に確認できた。ねじり試験では試験片の両端部をチャックで保持しており、長手方向の変形が拘束されているので、Fig.4.5 (b)中に示したそれぞれの点線の間は破壊時に飛散したものであると思われる。これは、タイプ(b)の様相を呈した試験片はタイプ(a)よりもねじり破壊までに蓄えられたせん断弾性エネルギーが高い、すなわち、試験片が破断すると荷重が急激に開放されて発生するねじり負荷方向と逆方向のねじり弾性波が大きく、それによって 2 か所 (以上) で破壊が生じたと推察される。実際に、Table 4.4 に示すように $N=2\sim 7$ の試験データからもタイプ(b)の方が平均ねじり強度が高いことが判明した。一方で、試験した全サンプル数に占める 2 種類の巨視的な破壊様相の割合は、タイプ(b)の方が低く、基本的には微小サイズ CFRP のねじり破壊はタイプ(a)のものが多く確認できた。



(a) Snapped type



(b) Shattered type

Fig.4.5 Two typical torsional fracture appearance of 7-filaments CFRP specimens.

Table 4.4 Average torsional fracture strength according to fracture appearance.

N [-]	Fracture appearance	n_s [-]	τ [GPa]
2	Snapped	22	0.417
	Shattered	10	0.431
3	Snapped	26	0.429
	Shattered	4	0.433
4	Snapped	26	0.494
	Shattered	1	0.516
7	Snapped	21	0.567
	Shattered	7	0.568

N : Number of fibers, n_s : Number of samples, τ : Average pure torsional strength.

続いて、微小サイズ CFRP の微視的なねじり破壊モードを光学顕微鏡で観察した。Fig.4.6 にその観察画像を示す。ねじり破壊した試験片は $N=3, 4$ の場合では、階段状 (Fig.4.6 (a), Step-like) およびほうき状 (Fig.4.6 (b), Splitting) の 2 種類の破壊モードが確認できた。また、 $N=7$ では階段状とほうき状の両方の破壊が 1 つの試験片内にて生じる混合モードもみられた (Fig.4.6 (c))。

加えて、Table 4.5 に示すように、それぞれの破壊モードの発生割合に着目すると、CFRP 内の繊維数 N が 3, 4 本のとき、ステップ状に壊れるサンプルの割合が多いものの $N=3$ から 4 にかけてその割合が減り、逆に $N=7$ ではスプリッティング状破壊を呈するサンプルが多数を占めていた。ここで、2 種類の破壊モードを呈するメカニズムとしては、CFRP へ荷重が負荷されると繊維とマトリックスの両者に当然ながら応力が生じるが、前者の破断ひずみの値が後者より小さい場合、内部ではまず繊維の最も弱い箇所破断が生じる。このとき、繊維-マトリックス間の界面強度が高い場合にはき裂がマトリックス中へ伝ばするので、Fig.4.6 (a) のような破壊モードとなる。反対に界面強度が弱ければ、き裂が界面に沿って進展し、大規模なはく離を誘起するので、Fig.4.6 (b) のようなモードとなる。加えて、繊維破断後、繊維の端部 (破断点近傍) ではせん断応力が生じるが、この大きさが界面のせん断強度を超えることで界面破壊が起こる。本観察で確認された以上のような破壊モードは、引張破壊で見られる典型的な破壊モード [13, 14] と同様であり、ねじり負荷下における本材料の最終的な破壊が引張応力支配で生じることを示唆するものであるが、これに関しては別途検証が必要である。

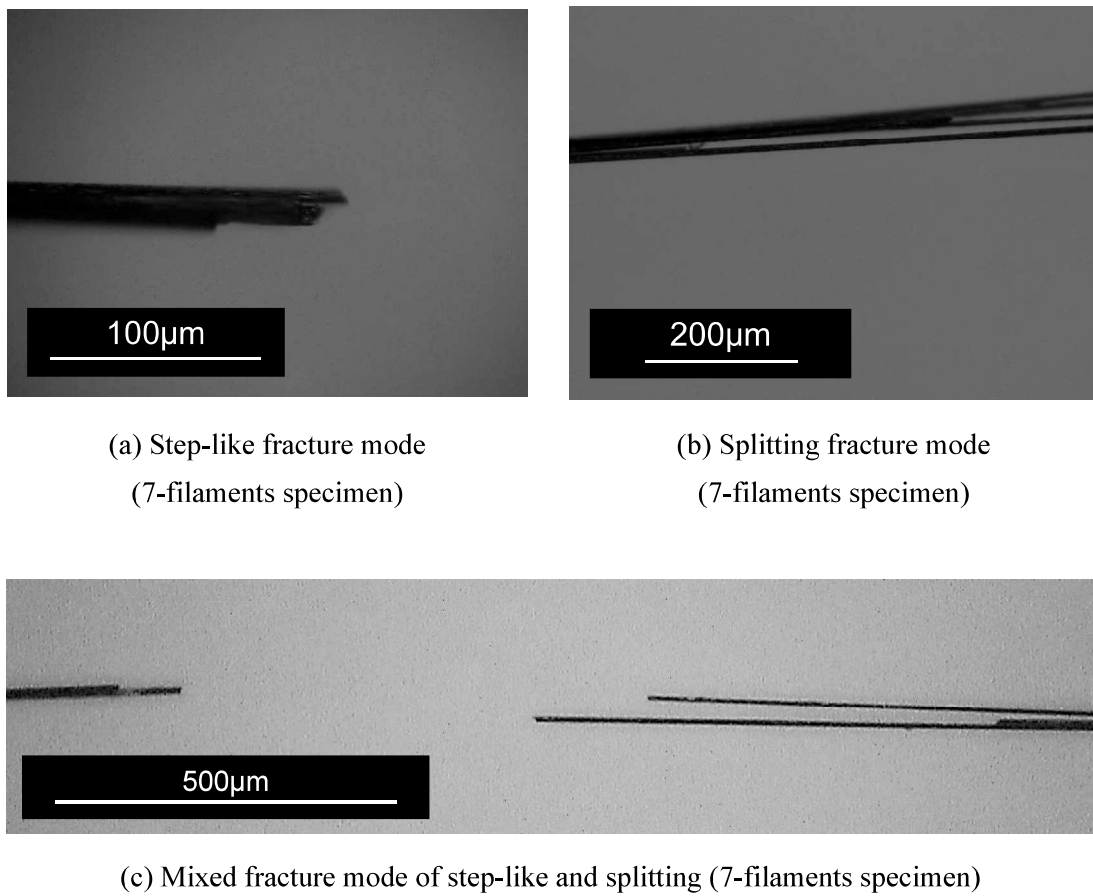


Fig.4.6 Torsional fracture modes of micro-sized CFRP specimens.

Table 4.5 Effect of fracture modes on torsional strength.

N [-]	Fracture mode	n_s [-]	τ [GPa]
3	Step-like	23	0.429
	Splitting	3	0.449
4	Step-like	18	0.492
	Splitting	8	0.497
7	Step-like	5	0.530
	Splitting	14	0.547
	Step-like and splitting	3	0.551

さらに、破壊モードと強度の関係について考える。Table 4.5 のように、各試験片の平均ねじり強度値をそれぞれの破壊モードごとに分類すると、ほうき状の試験片強度は階段状のものに比べてわずかに高い結果となった。また、 $N=7$ の場合で見られた階段状とほうき状が両方の破壊モードが混在していたサンプルの平均ねじり強度が、ほうき状よりもわずかながら高い値を示した。一般的に、スプリッティング型の破壊の発生は繊維-マトリックス界面の強度が低いことを意味するため、引張負荷の場合ではその強度が低い傾向にある。一方で、界面強度が高いと繊維破断が支配的な破壊になり、比較的に高強度となる[13, 15]。しかしながら、この界面強度については強度信頼性を向上させる最適な値が存在することがシミュレーションで確かめられており[16, 17]、その値に近いとき、破断点周りの適度な界面はく離によって繊維破断の累積効果が発揮され、高強度を発現する。逆に最適値を超える場合は、マトリックス割れが引き起こされる[*1]ことで破断繊維周辺の応力集中が増大し、強度低下を招く。以上の事実を勘案すると、本観察で確認された階段状の CFRP 試験片の界面強度は、上述の最適値よりも高いものであったと推察される。

*1：これはエポキシ樹脂のように、比較的脆い樹脂に起こる現象である。熱可塑性樹脂や延性金属のような延性材料ではマトリックス割れは起こりにくいと考えられる。

4.3.3 微小サイズ CFRP の引張-ねじり特性

前章で述べた方法により、微小サイズ CFRP の引張-ねじり試験を実施して強度データを得た。試験本数は各試験条件においてそれぞれ 5 本程度である。Fig.4.7 に本試験で得られた強度データ、第 2 章で得た微小サイズ CFRP の単軸引張試験の強度データおよび第 3 章で得た単繊維 ($N=1$) の強度データを併せて示す。また、それらの平均強度を Table 4.6 に示す。 σ - τ グラフ上における強度データの分布 (Fig.4.7) から、ほぼすべての条件においてねじり応力 τ が増加するとともに、破壊時の引張応力 σ が徐々に低下することが明らかとなった。一方で、 $N=3\sim 7$ (Fig.4.7(c)~(e)) のねじり応力レベルが比較的低い領域の平均強度に着目すると、単軸の平均強度を上回る場合があることも確認できた。これは、Fig.4.8 に示した模式図のように試験片作製時に生じる繊維配向不良がねじりを加えることで改善[18]され、配向が整うことで軸力を負担できる、すなわち、本来の耐荷能を発揮するようになることに起因するものと考えられる。

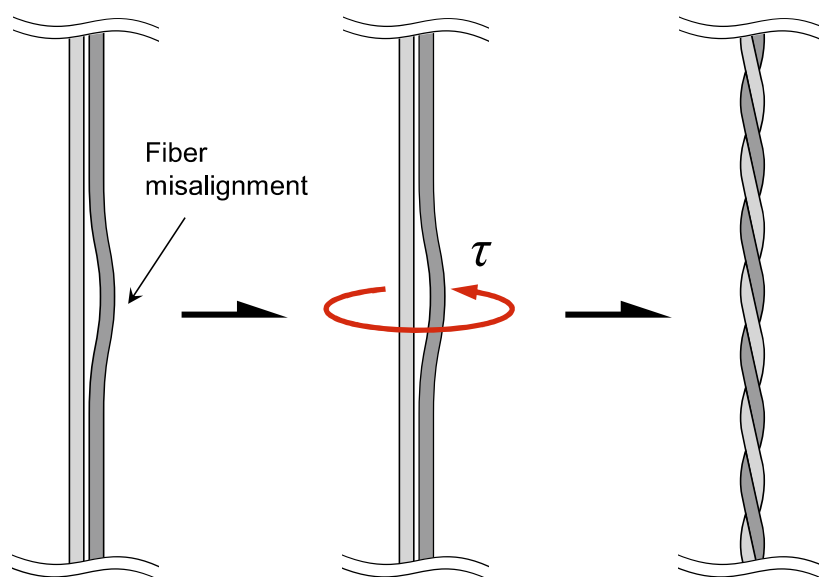


Fig.4.8 Schematic diagram of improving process of fiber misalignment by twisting.

さて、ねじり負荷による引張強度低下の傾向は CFRP 内の構成繊維数 N を問わず認められ、引張荷重のみが作用する T0 の場合とは異なり、組み合わせ負荷下では軸方向強度の発現が抑制されると思われる。前述のとおり、複合材料は引張負荷時に繊維破断などの内部損傷を累積して最終破壊に至る。このとき、繊維破断点近傍では軸力が消失

するが、Fig. 4.9 にそのメカニズムを示すように、繊維とマトリックスの界面に生じるせん断応力により荷重が伝達されることで、破断点から離れた箇所では軸力が回復する。以上のような応力回復機構により、繊維破断累積型の破壊となることで引張強度が向上する。しかしながら、ねじり負荷時に CFRP 内部に損傷が発生し、すなわち、繊維-マトリックス界面のはく離が過度に引き起こされ、十分な応力回復効果が得られなかったことが軸方向強度低下の一因と推察される。本材料の引張-ねじり損傷・破壊過程をより理解するためには、試験後の試験片観察を行い、T0 や S0 のような単軸負荷下での損傷モードとの違いを詳細に把握する必要があるが、それについては今後の検討課題としたい。

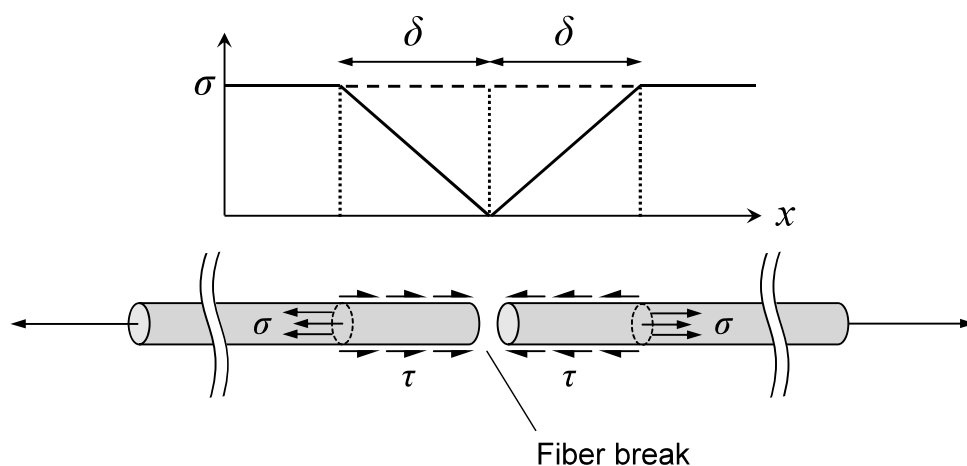


Fig.4.9 Schematic of stress recovery mechanism from the fiber break point due to shear deformation of matrix

続いて、CFRP の構成繊維数と多軸破壊強度の関係について述べる。第 2 章において、単軸引張負荷下 (T0 条件) では強化繊維数が強度向上に寄与することをすでに確認したが、Table 4.6 からわかるとおり、引張-ねじり負荷下 (TS 条件) でも同様の効果が見られ、 $N=2\sim 7$ と繊維数を増加させることで同じねじり負荷を受けたときにより大きな引張応力を負担することができた。すなわち、これは多軸破壊に至るまでの累積繊維破断点数の増加を意味しているが、その定量的な評価はマルコフ過程逆解析により今後検証していく所存である。

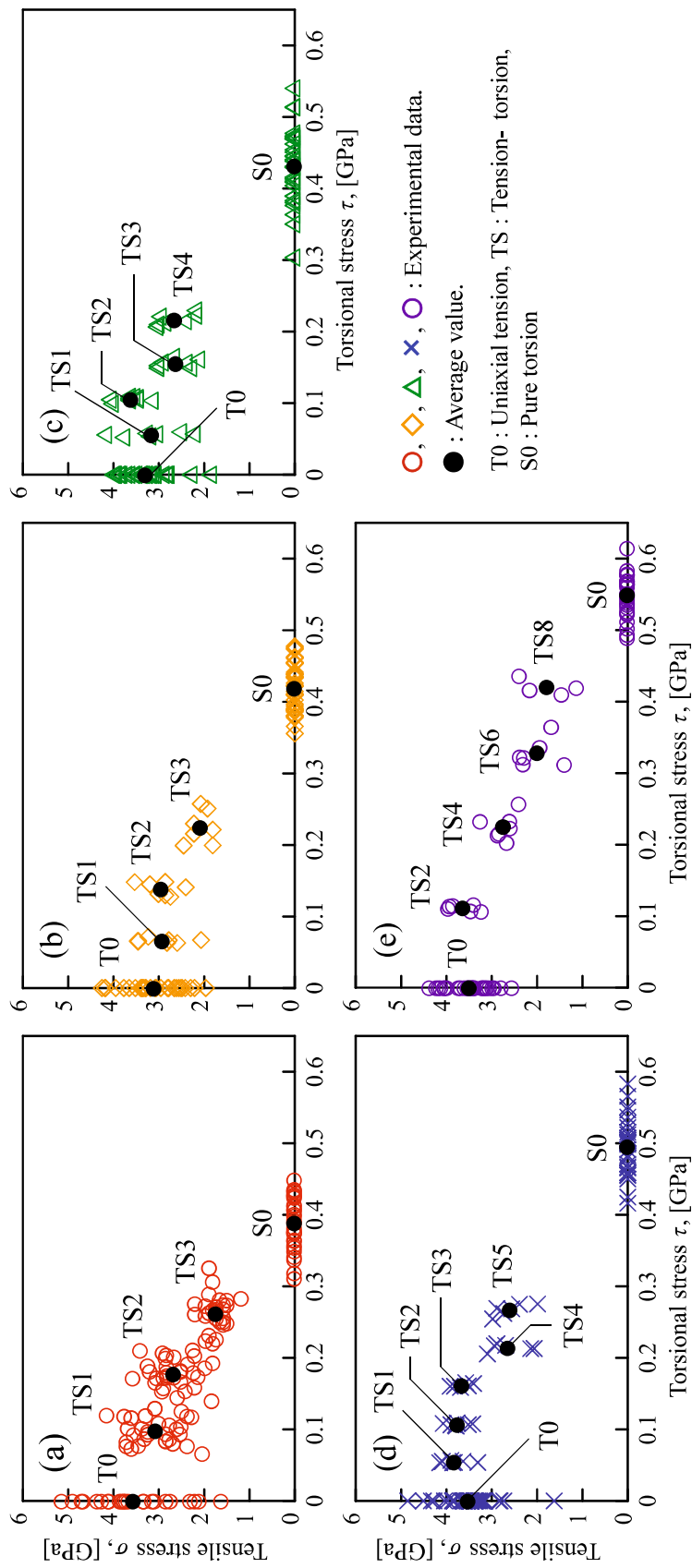


Fig.4.7 Uniaxial and multiaxial strength distribution of single carbon fiber and micro-sized CFRP specimens. (a) carbon fiber monofilament, (b) 2-filaments CFRP ($N=2$), (c) 3-filaments CFRP ($N=3$), (d) 4-filaments CFRP ($N=4$), (e) 7-filaments CFRP ($N=7$).

Table 4.6 Uniaxial and multiaxial fracture strength data of carbon fiber and micro-sized unidirectional CFRP specimen.

N [-]	Loading condition	σ [GPa]	τ [GPa]
1 (Carbon fiber monofilament)	T0	3.560	0.000
	TS1	3.067	0.098
	TS2	2.671	0.173
	TS3	1.736	0.262
	S0	0.000	0.389
2	T0	3.103	0.000
	TS1	2.917	0.066
	TS2	2.943	0.139
	TS3	2.075	0.225
	S0	0.000	0.419
3	T0	3.292	0.000
	TS1	3.153	0.056
	TS2	3.612	0.105
	TS3	2.617	0.156
	TS4	2.649	0.217
	S0	0.000	0.432
4	T0	3.519	0.000
	TS1	3.824	0.055
	TS2	3.753	0.107
	TS3	3.655	0.162
	TS4	2.638	0.214
	TS5	2.591	0.267
	S0	0.000	0.496
7	T0	3.489	0.000
	TS2	3.631	0.112
	TS4	2.739	0.226
	TS6	1.990	0.329
	TS8	1.778	0.421
	S0	0.000	0.550

N : Number of fibers, σ : Average tensile strength under torsional loading, τ : Average torsional strength under tensile loading. T0 : Uniaxial tension, TS : Tension-Torsion, S0 : Pure torsion.

4.3.4 引張-ねじり応力下における微小サイズ CFRP の破壊基準

CFRP はその強化繊維である炭素繊維と同様に代表的な異方性材料の一つである。このような異方性材料の多軸破壊の予測は容易ではなく、現在に至るまでさまざまな破壊基準則[19-21]が提案されているものの、これらの理論を用いて実際の破壊現象をすべての組合せ負荷で統一的に説明できる場合は限られる。ここでは、従来の代表的な破壊基準則による微小サイズ CFRP の引張-ねじり強度予測の可否を検討するとともに、実験結果に基づく新たな破壊基準の提案を試みた。

Tsai-Hill 則[20]は、Hill の直交異方性材料に対する降伏条件[19] を一方向複合材料に適用できるように Tsai らが拡張、提案したクライテリオンであり、楕円型二次曲線に立脚している。 $\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{23} = 0$ とした二次元問題では、次式の形で表現される。

$$(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F+H)\sigma_2^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (4.4)$$

式中の F, G, H, N は異方性定数であり、以下のように与えられる。

$$2F = \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{X^2}, \quad 2G = \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2}, \quad 2H = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2}, \quad 2N = \frac{1}{S^2} \quad (4.5)$$

ここで、 X, Y, S はそれぞれ繊維方向強度、繊維直交方向強度、繊維直交方向せん断強度である。本研究のような繊維方向引張応力 σ_1 と繊維直交方向せん断応力 τ_{12} のみが生じる二軸応力平面においては、次式となる。

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (4.6)$$

本試験では圧縮荷重を負荷できないことから、本材料の引張強度 X と圧縮強度 X' が同等もしくはその差が特に小さいと仮定し、式(4.6)と実験値との適合性を検討した。Tsai-Hill 則による破壊曲線を Fig.4.8 に一点鎖線で示す。グラフから、TS1 や TS2 などのねじり負荷レベルが比較的低い領域に限っては、いずれの繊維数の平均破壊強度も Tsai-Hill 曲線が適合しているように見えるが、以降のねじりレベルがより高い領域では必ずしも十分に表現できていない。そこで、本実験強度データに次式で表される楕円型二次曲線をフィッティングさせ、Tsai-Hill 則の修正を試みる。

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey = 1, \quad B^2 - 4AC < 0 \quad (4.7)$$

ここで、 A, B, C, D, E は楕円の形状などを決定する定数であり、上式において、変数を $x = \sigma_1, y = \tau_{12}$ とし、定数がそれぞれ $A = 1/X^2, C = 1/S^2, B = D = E = 0$ のときに式(4.3)が導かれる。以降、式(4.7)を参考にして議論を進めるが、定数 A, C は Tsai-Hill 則と同様のものとする。

さて、Tsai-Hill 則において二次の項以外がすべて 0、すなわち、楕円の回転や中心移動がないのは、繊維直交方向にせん断を負荷した場合に生じる応力レベルは引張や圧縮のそれとは異なり、負荷方向のいかに問わない上に、引張強度 X と圧縮強度 X' に差がないことを前提としているからである。しかしながら、前述のとおり実験データとの一致が良好ではないことを鑑み、本研究では回転や中心移動を表す項も取り入れて以下の二つのクライテリオンの検討を行った。一方は、式(4.8)で表される回転をともなわず、中心が σ 軸上を移動する楕円、他方は式(4.9)のような原点を中心とした回転をともなう楕円である。

$$A\sigma_1^2 + C\tau_{12}^2 + D\sigma_1 = 1 \quad (4.8)$$

$$A\sigma_1^2 + B\sigma_1\tau_{12} + C\tau_{12}^2 = 1 \quad (4.9)$$

ここで、式(4.8)は破壊基準則の一つである Tsai-Wu 則[21]

$$F_i\sigma_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (4.10)$$

において、 $\sigma - \tau$ 平面での直交異方性材料の破壊予測に用いられる次式

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 = 1 \quad (4.11)$$

と同形の式であるが、Tsai-Wu 則では、 $A = F_{11} = 1/XX'$ および $D = F_1 = (1/X) - (1/X')$ 、すなわち、 $X \neq X'$ としている点で本研究とは前提が異なっている。

以上の式において B と D をそれぞれ未知のパラメータとして、各構成繊維数 N の実験データとの最小二乗フィッティングを行った。Table 4.7 にそれぞれの定数およびパラメータの最小二乗推定量を示すとともに、Fig.4.8 に式(4.8), (4.9)による破壊曲線を付して示す。

Table 4.7 Estimated constants of elliptic quadratic curve to predict tension-torsion biaxial strength of micro-sized CFRP.

Constant	Number of fibers, N [-]			
	2	3	4	7
X	3.103	3.292	3.519	3.489
S	0.419	0.432	0.496	0.550
A	0.104	0.092	0.081	0.082
B	0.382	0.167	0.111	0.291
C	5.695	5.366	4.072	3.309
D	0.036	0.013	0.000	0.051

D の推定値は各 N の場合も正の値であるが、いずれの値も 0 に近い値であり、楕円の中心座標の変化があまり見られない。第 1 象限に分布する強度データと破線で記した式(4.8)の曲線を比較しても、ねじり負荷レベルが高い領域を網羅できていない点で Tsai-Hill 則とさほど変わらない結果となった。中心を σ 軸上で移動させて精度の良いフィッティングを行うには圧縮-ねじりのような第 4 象限の強度データも必要であると考えられるが、これについては試験方法の検討も含めて今後の課題としたい。一方で、 B によるフィッティングで得られた曲線は、いずれの N においても単軸引張 (T0)、引張-ねじり (TS) および純ねじり (S0) のすべての荷重負荷条件下での強度データと高い適合性を示すことがわかる。

ここで、 $B > 0$ の物理的意味は、圧縮負荷下では引張負荷下よりもねじり強度がより大きく発現されることを示唆する。一般に、CFRP 内部の炭素繊維などのセラミックス材料は、文献[22]にて述べられているように、その亀裂面は滑らかではなく凹凸である。亀裂面に垂直な引張応力が生じるとき、開口変位により亀裂進展が起こる。一方で、せん断応力が生じる場合では亀裂面同士の摩擦や凹凸の噛み合いによって変位が拘束される、ロッキングの誘起により、せん断応力による亀裂進展が抑制される[22]。さらに、せん断応力に加えて亀裂面に垂直な圧縮応力が同時に生じる場合 (圧縮-ねじり負荷) では、ロッキングが開口変位により強く働くことによって亀裂進展は妨げられる。以上

のことから、Fig.4.9 に示すように本材料も圧縮-ねじり負荷下においては、純ねじり強度を上回る強度が発現されると予想される。換言すると、最小二乗推定量 B が正の値をとることは、数学的意味のみならず、実際に起こりうる物理現象を反映している点においても妥当性を欠くものではないと考えることができよう。また、本研究では $B > 0$ となったが、二軸引張-引張負荷下における一方向 CFRP の場合には $B < 0$ となる報告 [2,23] があり、同様の一方向材の CFRP であっても負荷様式により B の取りうる符号が異なることは留意すべきである。

多軸応力下、特に σ - τ 平面のクライテリオンに関する議論においては、回転項 B を導入すると第 1,2 や第 3,4 象限の挙動が異なり、 σ 軸の対称性を失う、つまり、ねじりの回転方向によってねじり強度に違いが生じることになる。しかしながら、これは σ - τ 平面におけるすべての象限で本材料の破壊強度が一つの楕円に従う前提のもとで成り立つ議論であり、本研究の結果を考慮すると、引張-ねじり応力下を表す第 1 象限においては、 B でフィッティングした式(4.9)が微小サイズ一方向 CFRP の破壊基準として適したものであると判断できる。

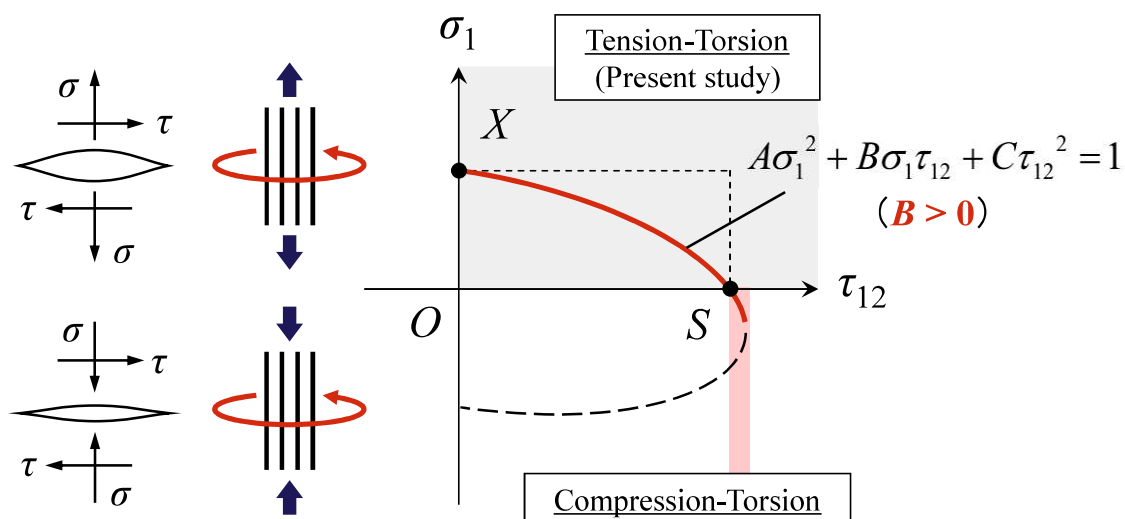


Fig.4.9 Fracture behavior in compressive-torsional loading region predicted by proposed tensile-torsional fracture criterion. Note that the coefficient “ B ” in the rotation term of Eq. (4.9) is shown for a positive value.

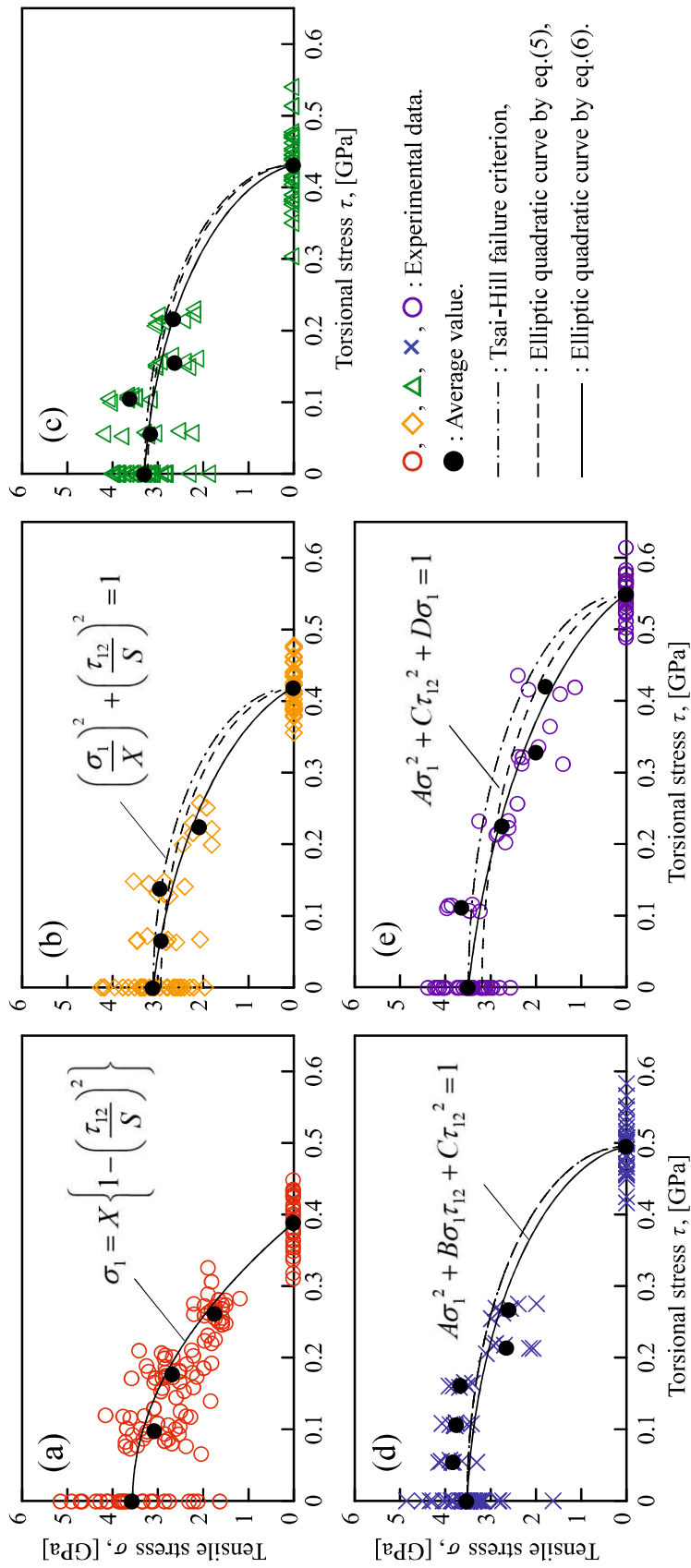


Fig.4.8 Fitting of failure criteria to experimental strength data of micro-sized CFRP specimens.
 (a) carbon fiber monofilament, (b) 2-filaments CFRP ($N=2$), (c) 3-filaments CFRP ($N=3$), (d) 4-filaments CFRP ($N=4$), (e) 7-filaments CFRP ($N=7$).

4.4 結 言

本章では、多軸応力下での CFRP の破壊強度特性を明らかにすることを目的として、少数の炭素繊維からなる一方向 CFRP 試験片を用いて引張－ねじり試験を実施し、その結果について評価・考察を試みた。以下に得られた知見を要約する。

- 1) 純ねじり試験から、本研究のような構成繊維数 $N=1\sim7$ の範囲では、繊維数の増加にともなう純ねじり強度の発現と強度のばらつきの減少を確認した。これは N が増加すると破壊までの繊維破断をより累積でき、さらに 1 本の繊維に隣接する繊維数が多くなり、ねじり負荷による繊維破断が生じたときの隣接繊維への応力集中の影響が相対的に小さくなるためだと考えられる。
- 2) ねじり破壊後の試験片は、階段状 (Step-like) およびほうき状 (Splitting) の 2 種類の破壊モードが確認できた。これらは、引張破壊で見られる典型的な破壊モードと同様であり、ねじり負荷下における本材料の最終的な破壊が引張応力支配で生じることを示唆するものであるが、これに関しては今後検証が必要である。
- 3) 引張－ねじり試験から、CFRP に付加するねじり応力の増加とともに、引張強度が減少した。一方で N が多いものほど、同じねじり負荷を与えても引張強度の低下が抑制されることが確認できた。すなわち、これは多軸破壊に至るまでの累積繊維破断点数の増加を意味しているが、その定量的な評価はマルコフ過程逆解析により今後検証をしていく所存である。
- 4) 本材料の引張－ねじり破壊挙動は、従来の異方性材料の破壊条件の一つである Tsai-Hill 則では十分に説明できない。そこで、新たに楕円型二次曲線をもとに回転や中心移動を考慮した破壊基準を提案した。特に回転項を有する破壊基準から得られる破壊曲線は、実験値と高い適合性を示した。

第4章の参考文献

- 1) K. Goto, M. Arai, M. Nishimura and K. Dohi, “Strength Evaluation of Unidirectional Carbon Fiber-Reinforced Plastic Laminates based on Tension-Compression Biaxial Stress Tests”, *Advanced Composite Materials*, Vol. 27, pp. 413-426, (2018).
- 2) S. Nakasaki, S. Nakamura, Y. Kataoka, A. Macadre and K. Goda, “Fracture Characteristics of Unidirectional CFRP Composites under Biaxial Tensile Load”, *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 48, Issue. 3, pp. 77-85, (2022).
- 3) K. Sanai, S. Nakasaki, M. Hashimoto, A. Macadre and K. Goda, “Fracture Behavior of a Unidirectional Carbon Fiber-Reinforced Plastic under Biaxial Tensile Loads”, *Materials*, Vol. 17, No. 6, p. 1387(17 pages), (2024).
- 4) M. Tanaka, Y. Hirose, M. Hojo, S. Ochiai, N. Iwashita, K. Fujita and Y. Sawada, “Preparation of FRP Model Composites with controlled Fiber Arrangement Uniformity and Effect of Fiber Arrangement Uniformity on Their Fracture Behavior”, *Materials System*, Vol. 27, pp. 55-62, (2009).
- 5) X. Liu, T. Tang, W. Yu and R. B. Pipes, “Multiscale modeling of viscoelastic behaviors of textile composites using mechanics of structure genome”, 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, (2018).
- 6) Y. Sawada, S. Nagai, T. Kosaka and K. Osaka, “Evaluation of size effects in tensile strength of micro composites”, *Proceedings of the 37th Symposium on Japan Society for Composite Materials*, pp. 73-74, (2012).
- 7) K. Goda and Y. Sawada, “Stochastic estimation of the number of fiber-break points in a CFRP by Markov process”, *Advanced Composite Materials*, Vol. 29, pp. 569-586, (2020).
- 8) M. Hashimoto, K. Goda, A. Macadre and Y. Sawada, “Estimation of damage and fracture process by a Markov process inverse analysis model for micro-sized CFRP”, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 72, No. 3, pp. 180-187, (2023).
- 9) H. Fan, Y. Gu, S. Wang, M. Li and Z. Zhang, “Characterization and analysis of torsion property of carbon fiber bundle combined with epoxy resin”, *Polymer composites*, Vol. 39, Issue S4, pp. E2529-E2539, (2018).
- 10) B. W. Rosen, “Tensile failure of fibrous composites”, *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, pp. 1985-70, (1964).
- 11) K. Goda, “The role of interfacial debonding in increasing the strength and reliability of unidirectional fibrous composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, Issue 12, pp. 1871-1879, (1999).

- 12) K. Goda, "A strength reliability model by Markov process of unidirectional composites with fibers placed in hexagonal arrays", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, Issue 24, pp. 6813-6837, (2003).
- 13) D. Hull, "An introduction to composite materials", *Cambridge solid state science series*, pp. 127-142, (1981) the Press Syndicate of the University of Cambridge.
- 14) M. G. Bader, "Tensile Strength of Uniaxial Composites", *Science and Engineering of Composite Materials*, Vol. 1, Issue 1, pp. 1-11, (1988).
- 15) Y. Ma, Y. Yang, T. Sugahara and H. Hamada, "A study on the failure behavior and mechanical properties of unidirectional fiber reinforced thermosetting and thermoplastic composites", *Composites Part B*, Vol. 99, Issue 15, pp. 162-172, (2016).
- 16) K. Goda and S. L. Phoenix, "Reliability approach to the tensile strength of unidirectional CFRP composites by Monte-Carlo simulation in a shear-lag model", *Composites Science and Technology*, Vol. 50, Issue 4, pp. 457-468, (1994).
- 17) K. Goda, "Role of Interfacial Shear Debonding in Increasing the Strength and Reliability of Fiber-Reinforced Composites : Study based on a Monte-Carlo Simulation", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 63, Issue 606, pp. 445-452, (1997).
- 18) 繊維学会, "繊維便覧 一原料編一", p. 303 (1968) 丸善株式会社.
- 19) R. Hill, "A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 193, Issue 1033, pp. 281-297, (1948).
- 20) V. Azzi and S. Tsai, "Anisotropic strength of composites", *Experimental Mechanics*, Vol. 5, No. 9, pp. 283-288, (1965).
- 21) S. W. Tsai and E. M. Wu, "A general theory of strength for anisotropic materials", *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, No. 1, pp. 58-80, (1971).
- 22) I. Oda, M. Matsui, T. Soma, M. Matsuda and N. Yamada, "Fracture behavior of sintered silicon nitride under multiaxial stress states", *Journal of the Ceramic Society of Japan*, Vol. 96, Issue 1113, pp. 539-545, (1988).
- 23) K. Sakamoto, M. Arai, A. Yoshimura and K. Goto, "Strength Evaluation of unidirectional CFRP Laminates by Tension-Tension Biaxial Stress Tests", *Proceedings of the 13th Japan Conference on Composite Materials (JCCM-13)*, p. 1B13(4 pages), (2022).

第 5 章

結 論

5.1 総 括

昨今の環境問題に対する世界の動向から、SDGs やカーボンニュートラルの達成に向けた取り組みが活発化するなか、炭素繊維強化プラスチック（CFRP）に代表される先進複合材料は、その省エネルギー・環境負荷低減の効果に期待が寄せられている。本研究では、将来的な CFRP 適用分野のより一層の拡大を見据えて、複合材料力学および信頼性工学的観点から、少数繊維からなる一方向 CFRP（微小サイズ CFRP）をモデル試験片として、その強度信頼性と多軸応力下での力学特性を明らかにすることを目的とした。本論文は全 5 章から構成され、その内容を各章ごとに要約すると次のようになる。

第 1 章では緒論であり、研究背景として炭素繊維強化プラスチック（CFRP）が有する代表的な特徴と本材料の産業分野への応用動向を俯瞰した。また、CFRP のさらなる適用範囲の拡大に向けてしばしば議論が起こる、強度信頼性と多軸応力特性における課題とそれに関する従来の研究をレビューし、以上を踏まえた本研究の目的と意義について述べた。

第 2 章では、微小サイズ CFRP の強度分布からマルコフ過程に基づく逆解析モデルを提案し、本材料の損傷・破壊過程（破壊確率）および平均繊維破断点数の推定・評価を試みた。得られた結果を要約すると以下のようになる。

- 1) 異なる構成繊維数 ($N=2, 3, 4, 7$) からなる微小サイズ CFRP の作製および引張試験を実施し、強度特性データを収集した。その結果、繊維数を増加させることで引張強度の向上を確認できた。
- 2) 応力回復域を考慮しない逆解析モデル（SRnS モデル）を新たに提案し、微小サイズ CFRP の繊維破断点数を予測したところ、構成繊維数 N の増加にともない、平均繊維破断点数は増加することが判明した。また、破壊に至るまでの破断点数の多くは $N+1$ を上限に収束する。
- 3) 束強度理論から繊維束内で生じる破断点数を導出し、逆解析モデルから得られる値と比較した。これから、微小サイズ CFRP では繊維応力が完全に回復による領域が増えることで、繊維束より破断点数が多くなることが確認された。

- 4) 吸収率の推定を最小二乗法 (LSM) で行くと、いくつかの高強度データにより全破壊確率が $N+1$ 以下で 1 に収束しない場合がみられた。そこで、最尤推定法 (MLE) により同様な推定を行ったところ、LSM より良好な推定が可能になった。しかし、MLE では $N=4$ のみ推定精度が良くなく、解決に向けて今後の課題とした。

第 3 章では、CFRP の多軸特性の解明に向けた第一段階として、現在の CFRP の強化繊維の大多数を占める PAN 系炭素繊維の多軸特性を明らかにすることを目指し、単繊維試験片を用いて比例負荷引張-ねじり試験を行い、その結果について評価・考察を試みた。これから、以下に示す結論を得た。

- 1) 比例負荷引張-ねじり試験から、炭素繊維表面に生じるせん断応力の増加とともに繊維軸引張強度は減少することが確認できた。一方、強度データのばらつきについては、ねじり負荷により抑制されることが確認された。
- 2) 引張-ねじり負荷下で破壊した炭素繊維の破面観察の結果、繊維のねじり負荷に対する引張の応力比が大きくなると、引張支配型の繊維軸方向に垂直な横断面からねじり支配型のスパイラル面に移行する様相がみられた。
- 3) 本材料が最大主応力面で破壊すると仮定するとき、従来の異方性材料の破壊条件の一つである Tsai-Hill 則は実験結果と合致せず、新たに二次曲線をもとに補正項を設けた破壊基準を提案した。この破壊基準から得られる破壊曲線は、実験値と一致する側に移行し、実験結果を良好に説明できた。この破壊基準の有効性は非比例負荷引張-ねじり試験によっても確認された。
- 4) 炭素繊維は単軸引張と純ねじりの強度レベルが極端に異なるため、異方性脆性材料の破壊条件を議論する上で、各応力を強度で除した基準化応力を用いた。このとき、本材料は最大主応力説に従うものと判断できる結果を得た。
- 5) PAN 系炭素繊維の引張-ねじり破壊が最大主応力支配により生じることから、これに基づいて新たな破壊基準を提案し、実験データとの比較を行った。その結果、この破壊基準は引張-ねじり負荷下での破壊挙動や破壊時の最大主応力面の傾きを精度よく予測できるものであった。

第 4 章では、前章の結果を踏まえ、多軸応力下での微小サイズ一方向 CFRP も破壊強度特性を明らかにすることを目的として、引張-ねじり試験を実施し、その結果について評価・考察を試みた。以下に得られた知見を要約する。

- 1) 純ねじり試験から、本研究のような構成繊維数 $N=1\sim7$ の範囲では、繊維数の増加にともなう純ねじり強度の発現と強度のばらつきの減少を確認した。これは N が増加すると破壊までの繊維破断をより累積でき、さらに 1 本の繊維に隣接する繊維数が多くなり、ねじり負荷による繊維破断が生じたときの隣接繊維への応力集中の影響が相対的に小さくなるためだと考えられる。
- 2) ねじり破壊後の試験片は、階段状 (Step-like) およびほうき状 (Splitting) の 2 種類の破壊モードが確認できた。これらは、引張破壊で見られる典型的な破壊モードと同様であり、ねじり負荷下における本材料の最終的な破壊が引張応力支配で生じることを示唆するものであるが、これに関しては今後検証が必要である。
- 3) 引張-ねじり試験から、CFRP に付加するねじり応力の増加とともに、引張強度が減少した。一方で N が多いものほど、同じねじり負荷を与えても引張強度の低下が抑制されることが確認できた。すなわち、これは多軸破壊に至るまでの累積繊維破断点数の増加を意味しているが、その定量的な評価はマルコフ過程逆解析により今後検証をしていく所存である。
- 4) 本材料の引張-ねじり破壊挙動は、従来の異方性材料の破壊条件の一つである Tsai-Hill 則では十分に説明できない。そこで、新たに楕円型二次曲線をもとに回転や中心移動を考慮した破壊基準を提案した。特に回転項を有する破壊基準から得られる破壊曲線は、実験値と高い適合性を示した。

第 5 章では、前章までに得られた研究結果を総括した。

5.2 今後の展望

第2章において、一方向繊維強化複合材料の強度発現に関わる繊維破断の累積性を評価すべく、本材料の損傷破壊過程をマルコフ過程で表現した、マルコフ過程逆解析モデルを構築し、このモデルによって微小サイズCFRPが破壊に至るまでの累積繊維破断点数を実験強度データから定量推定できることを示した。また、解析対象となるデータ数が十分でない場合やデータ集団のばらつきが大きい場合には、不完全データとみなした最尤法を適用することにより柔軟な解析が可能となった。このときのデータの打ち切り方として、本研究では $P_f - \sigma$ グラフ上において集団から離れているとみられるデータを定性的に判断していたため、この打ち切り数の定量的な判断基準については今後検討が必要である。また、本章では構成繊維数が2から7本のCFRPの解析を行い、逆解析モデルの有効性を明らかにした。一方、一般的にCFRPが構造部材として使用されるとき、その繊維数は極めて多い状態であり、このような状況下で損傷破壊過程を推定できる手法も求められる。また、実際のCFRPの損傷モードは繊維破断のみならず、それにとまなう樹脂割れなども存在することから、これを考慮した損傷推定が可能になれば、本材料の強度発現機構への理解にもつながるため、今後は本モデルの汎用性向上を目指していく所存である。

第3章において、PAN系炭素繊維の引張-ねじり負荷下における破壊特性を明らかにすべく、T300をモデル試験片として比例負荷および非比例負荷下における実験強度を取得し、多軸負荷の影響について考察を行った。詳細は前節で述べたが、大きな成果として本材料は単軸引張強度 X と純ねじり強度 S の間に極端に差が生じるため、各応力を強度で除した基準化応力 σ/X , τ/S を用いて二軸基準化主応力線図上に実験値をプロットしたとき、最大主応力支配で破壊に至ると判断できる結果を得たとともに、それに基づいて式(3.15)や(3.19)のような破壊挙動の予測式を導いた。これらの式は、一般的なPAN系やピッチ系炭素繊維-単繊維の強度予測に広く使用できるものと思われるが、いかなるメーカー、ロットの炭素繊維においても適用可能であるか否かの検証については今後の検討課題としたい。

第4章において、CFRPの多軸応力特性を明らかにすることを目的とし、モデル試験片である微小サイズCFRPの引張-ねじり試験から、本材料に付加するねじり応力レベルが増加するにともなって、繊維方向引張強度が低下することを確認した。この要因として、ねじり負荷時に生じる界面はく離などの内部損傷によって十分な応力回復効果が得られなかったと考察したが、引張-ねじり損傷破壊過程については、実験および解析の両方の観点から理解を深める必要がある。実験的には、試験片の損傷・破壊モードや

破面観察を行うことで単軸負荷下において呈する特徴との違いを詳細に把握することが望まれる。また、解析的には、各組み合わせ負荷条件下における累積繊維破断点数をマルコフ過程逆解析によって推定・評価することが有効であると考えており、今後取り組むべき課題として十分に値する。また、本章では微小サイズ CFRP の引張-ねじり破壊条件についても検討したところ、従来の一方向複合材料の破壊基準則である Tsai-Hill 則に回転項を設ける扱いによって、多軸破壊挙動が説明できることを見出した。今後の検討事項としては、本文中で記したように提案した破壊曲線は、本材料のねじり強度が引張負荷下よりも圧縮負荷下においてより大きく発現されることを示唆する挙動を呈したため、圧縮-ねじり試験を行い実際に予測された破壊強度値が得られるか否かの検証と、それを実現するための試験方法の確立などが挙げられる。

最後に本研究では、ねじり負荷下でのひずみと応力をねじり回数から算出した。これは、試験に供した炭素繊維や微小サイズ CFRP 試験片の直径がマイクロメートルオーダーと極めて小さいことから、トルクも微小になり、その検出が困難であるためである。トルクが測定できれば、せん断応力-せん断ひずみ線図が得られるので、本材料の変形挙動やより正確な強度値を知ることができ、ねじり負荷の影響のさらなる理解につながることから、試験方法を模索する必要がある。

謝 辞

本学位論文は、筆者が山口大学 大学院創成科学研究科（工学部機械工学科）材料信頼性工学研究室において、5年半の間行ってきた研究の成果をまとめたものである。研究遂行にあたり、多くの方々のご助力を賜りました。

主指導教員である、名誉教授 合田公一 先生には、終始懇切なるご指導とご鞭撻を賜ったとともに、「研究・研究者とは何たるか」をご教授いただきました。また、私が研究者として成長するための環境や多くの機会を頂戴しました。心より感謝申し上げます。合田先生のもとで複合材料研究に従事し、学位論文を書き上げることができたことは、私にとって一生の誇りです。

同じく主指導教員、准教授 マカドリアルノー 先生には、日ごろより研究指導のみならず幅広い面で有益なご助言を賜ったとともに、多くの激励をいただきました。深く感謝の意を表します。

元・大阪市立大学 教授 澤田吉裕 先生には、炭素繊維の取り扱いのご指導をはじめ、本研究に対する貴重なご教示とご助言を賜りました。心より感謝申し上げます。

山口大学 教授 大木順司 先生、教授 古賀 毅 先生、教授 南 和幸 先生、准教授 中原 佐 先生には、本論文の審査に際して有益なご教示、ご討議をいただきました。厚くお礼申し上げます。

また、山口大学 工学部機械工学科 4年生（当時）シティファルハナさんには共同研究者として実験・討論において多大なご尽力をいただき、学位論文の内容がより充実し洗練されたものになりました。心より感謝申し上げます。

さらに、材料信頼性工学研究室の卒業生および在籍中の皆様には本研究の遂行過程や日々の研究生活でご助力をいただきました。厚くお礼申し上げます。

最後に、これまで博士号の取得に挑むことに理解を示し、さまざまな面で支えていただいた家族に深く感謝します。

2024年9月

橋 本 樹 慶