

# 高等学校物理「RLC直列共振回路」における 理解度向上のための教材開発

樋口 拓海\*・重松 宏武\*\*

The Development of Teaching Materials to Improve Understanding  
of "RLC Series Resonant Circuits" in High School Physics

HIGUCHI Takumi\*, SHIGEMATSU Hirotake\*\*

(Received September 22, 2022)

高等学校理科物理分野の中でも現象が視覚的に見えなく（または見えにくく）イメージしにくい単元である『電気と磁気』の中でも「RLC直列共振回路」に注目し、この回路に関する定量的理解度向上を目指した教材開発及びその性能評価を行った。それぞれ複数の抵抗、コイル、コンデンサーの中から選択できる構成を採用し、10～15分程度の短時間で異なる組み合わせによる対比実験が容易にできる教材を製作した。教材を活用した実験を通じて、RLC直列回路における周波数と電圧の関係の具体的な導き方を習得でき、さらに共振特性を定量的に理解することが可能となり、深い学びにつながることを期待できる結果を得た。

## はじめに

高等学校理科物理分野では、学習指導要領解説において「観察、実験に基づく探求の過程を重視した指導を行い、生徒に主体性をもたせながら、自然の事物・現象に関わらせる中で、物理学の基本的な概念や原理及び法則を系統的に理解させるとともに、思考力、判断力、表現力等を育成することが大切である。」と述べられている（文部科学省、2019）。このように『観察や実験』を重要視することが示されているが、時間的制約や実験機器の不足等様々な要因により、単元によっては授業内での観察や実験が十分には取り入れられていない。代わりに、法則や原理を基礎とした数式展開を活用した学習を行っているのが現状である。

例えば、単元『運動とエネルギー』のように実生活の中で関わり合いが多く、イメージしやすい内容は観察や実験が成されなくとも物理を表した数式との相関を比較的容易に理解することができるが、単元『電気と磁気』のように視覚的に見えない現象を、実験を行わずに理解

することは困難である。さらに、問題を解けた生徒の中にも、物理学として理解したのではなく、単に数式展開をして解を導き出したに過ぎないといった者も少なからず存在すると推測する。

そこで我々は、『観察や実験』を通じて、生徒の真の理解度向上を目指す教材開発を試みた。特に、授業の時間的制約とコストを考慮し、10～15分程度の短時間で実施可能かつ安価で製作できるものとした。

具体的には、前で述べた視覚的に見えなくイメージしにくい単元、さらに高等学校において新たに学習する内容を含んだものという条件を課して検討を行った。最終的に単元『電気と磁気』におけるRLC直列回路の中でも交流回路の特徴的な現象である「共振」を引き起こす基礎的な回路である「RLC直列共振回路」を採用し、この回路に関する定量的理解度向上を目指した教材開発及びその性能評価を行った。ちなみに、回路に含まれる抵抗（R）は小中学校理科の実験においてよく活用されているが、コイル（L）は高等学校において初めて学習する素

\* 山口県立徳山高等学校 \*\* 山口大学教育学部, 〒753-8513 山口市吉田1677-1, shigema@yamaguchi-u.ac.jp

子であり、コンデンサー (C) は電気を貯める体験学習として小学校理科で用いられているものの、定量的学習は高等学校が初めてとなる素子である。

なお、RLC 直列共振回路の学習は大学の理工系学部における学生実験の課題の1つとしてよく扱われており、物理学を学習する上で重要な分野と言える (名古屋工業大学 物理学教室編、2018)。しかしながら、高等学校物理においては探究活動として実験に関する提案があるものの (植松ほか、2017 検定)、実際は単なる数式展開として扱われるケースが多く、生徒の真の理解につながっていないのが現状である。

本論文においては上で述べた背景のもと、始め (第一章) に、RLC 直列共振回路について数式と図を用いて、測定を通じて得られる物理量に関する説明を行い、我々が目指す「高校生が理解して欲しい物理現象とは何か」を具体的に示す。続く第二章では、教材に用いる抵抗、コイル、コンデンサーそれぞれの規格値を決めるための予備実験の結果を示し、最後の第三章では、教材の具体的な作製、測定結果とその特性、並びに教育現場での活用方法について述べる。

## 1. RLC 直列共振回路とは

単元『電気と磁気』で扱う交流や抵抗、コイル、コンデンサーを直列に接続した RLC 直列共振回路は日常生活にも広く利用されている。ここでは、一般的な RLC 直列共振回路の特性について定量的な説明を行い、作製する教材との関連を説明する。なお、生徒は教科書に記載されている順序通りに学習を進め、交流でのコイル、コンデンサーの特性は既習であると仮定して本題の RLC 直列共振回路に限定して取り扱うこととする。

始めに、周波数  $f$ 、角周波数  $\omega (= 2\pi f)$ 、時刻  $t$  における交流電圧  $V(t)$  で特徴付けられる交流電流を発生する交流電源  $V$  に抵抗値  $R$  の抵抗  $R$ 、電気容量  $C$  のコンデンサー  $C$ 、自己インダクタンス  $L$  のコイル  $L$  を直列に接続した RLC 直列回路を考える (図 1) (田村ほか、2017 検定)。なお、矢印の向きに電流を流そうとする電圧を正とする。

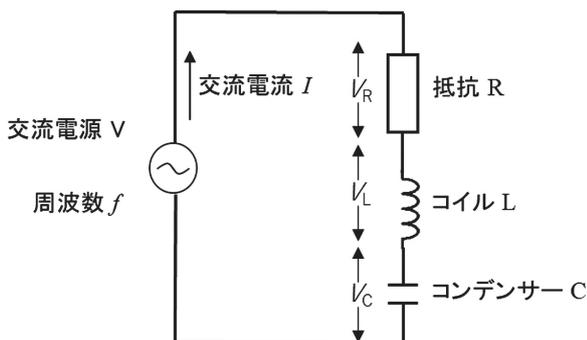


図 1. RLC 直列共振回路

図 1 の回路は抵抗、コイル、コンデンサーが直列につながれているため全て同じ値の電流が流れ、この交流電流  $I$  を位相の基準とし、

$$I = I_0 \sin \omega t \quad (1)$$

と表わされるとする。ここで  $I_0$  は交流電流の最大値である。抵抗、コイル、コンデンサーのそれぞれの両端に加わる電圧  $V_R$ 、 $V_L$ 、 $V_C$  は、交流回路における各素子の特性を考慮すると、

$$V_R = RI_0 \sin \omega t \quad (2)$$

$$V_L = \omega LI_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega LI_0 \cos \omega t \quad (3)$$

$$V_C = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t \quad (4)$$

と表せる。また、キルヒホッフの第 2 法則から回路における電圧の総和  $V$  は各電圧の和と同じとなることから、

$$V = V_R + V_L + V_C$$

$$V = RI_0 \sin \omega t + \omega LI_0 \cos \omega t - \frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} I_0 \sin(\omega t + \alpha) \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \tan \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}; \quad (-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}) \quad (6)$$

と表せる。ここで、 $\alpha$  は回路全体にかかる電圧  $V$  と電流  $I$  の位相差を示しており、(1)、(5)式より、交流電圧  $V$  の位相は回路に流れる電流  $I$  の位相より  $\alpha$  だけ進んでいることがわかる。また、(5)式の中で示された

$$\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (= Z) \quad (7)$$

をインピーダンス  $Z$  といい、オームの法則の抵抗に相当する働きをする物理量を意味する (単位は電気抵抗と同じオーム ( $\Omega$ ) である)。このインピーダンス  $Z$  を用いると、(5)式は

$$V = ZI_0 \sin(\omega t + \alpha) \quad (8)$$

とも表わされ、最大電圧が定数  $V_0$  の時には、

$$V_0 = ZI_0 \quad (9)$$

という関係から、交流電流の最大値  $I_0$  は

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (10)$$

と表される。

以上が RLC 直列回路における電流、電圧、インピー

タンスに関する説明である。続いて、この回路に起こる『共振』について述べる。RLC 直列回路において、交流電源の最大値  $V_0$  を一定にし、角周波数  $\omega$  を変化させると（実際は周波数  $f (= \omega/2\pi)$  を変化させる）、(10) 式から

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad (11)$$

を満たす角周波数  $\omega$ （または周波数  $f (= \omega/2\pi)$ ）のとき、分母となるインピーダンス  $Z$  が最小（ $=R$ ）となり、 $I_0$  は最大値  $\frac{V_0}{R}$  を得る。この現象を『共振』といい、特に

RLC 直列回路における共振回路を『RLC 直列共振回路』という。そして、この共振回路における角周波数（共振角周波数  $\omega_0$ ）は(11)式より、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (12)$$

という関係式が得られ、同様に周波数（共振周波数  $f_0$ ）は

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (13)$$

と表される。以上の数式展開を用いて、共振を表す周波数  $f$  と、抵抗にかかる電圧  $V_0$  または電流  $I_0$  との関係（概念図）を図 2, 3 にそれぞれ示す。

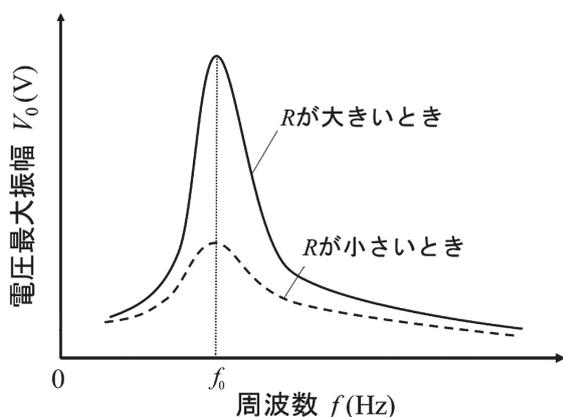


図 2. RLC 直列回路における周波数と電圧の関係

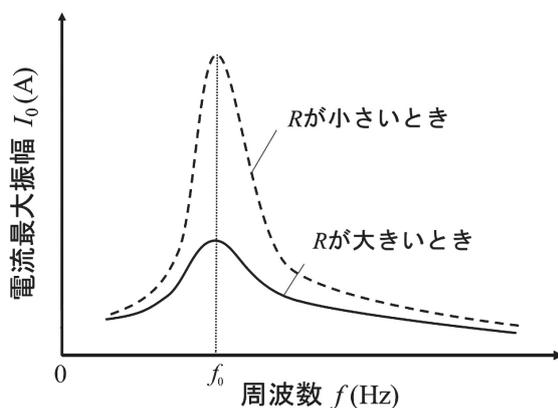


図 3. RLC 直列回路における周波数と電流の関係

(8)~(13)式及び図 2, 3 より、共振周波数  $f_0$  は電気容量  $C$  と自己インダクタンス  $L$  の大きさで決まり、抵抗  $R$  が大きいほど抵抗にかかる電圧  $V_0$  が大きくなり、同時に逆数の次元を持つ電流  $I_0$  が小さくなるのがわかる。高等学校物理の教科書においては図 3 の電流  $I_0$  と周波数の関係、特に縦軸の電流  $I_0$  を

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \quad (14)$$

で表される電流の実効値  $I_e$  に置き換えた関係図を用いて共振現象を説明しているものが多い（佐藤ほか、2017 検定）。しかし、本論文においては、実際に行う実験がオシロスコープを用いた電圧測定であることを考慮し、図 3 ではなく図 2 で表される振動電圧の電圧最大振幅  $V_0$  の周波数依存性を検討することとする。なお、この共振回路においては、電気容量  $C$  と自己インダクタンス  $L$  を変えることによって、値の異なる共振周波数  $f_0$  が得られ、さまざまな電波の中から特定の周波数のものを選択して受信することが可能であり、身の回りではラジオなどで活用されている（田村ほか、2017 検定）。

## 2. 実験回路及び予備実験

RLC 直列共振回路の特徴を調べるためには回路の抵抗  $R$  にかかる振動電圧を測定することが必要であり、図 1 の基本回路にオシロスコープを組み合わせた図 4 の回路を採用した。ここで、電源はさまざまな周波数の振動電流を発振できる低周波発振器（TEXIO 社製 GAG-810）、オシロスコープはデジタルオシロスコープ（岩崎通信機株式会社製 DS-5110B）を用いた。

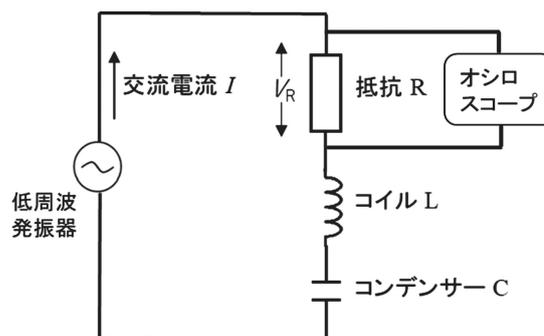


図 4. 採用した実験の回路図

図 4 に示す回路において、低周波発振器から特定周波数（例えば  $f_i$ ）を持つ振動電流を流すことにより、抵抗にかかる振動電圧から電圧最大振幅  $V_0 (f=f_i)$  を求めることができる（図 5 右図）。この電圧最大振幅  $V_0$  は周波数ごとにそれぞれ固有値を持ち  $V_0 (f=f_i; i=1, 2, \dots)$ 、これらをプロットしたものが図 5 左図（図 2 に相当）である。つまり、周波数を変えながら複数の電圧最大振幅  $V_0$  を求めることにより、RLC 直列共振回路の特徴を導き出すこ

とが可能となる。

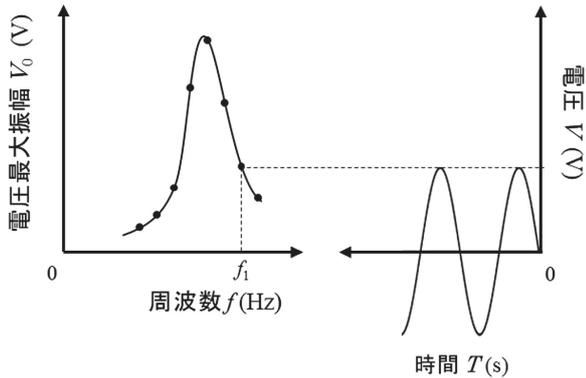


図5. オシロスコープに表示される周波数  $f_1$  における電圧の時間変化 (右図) とそこから導かれた電圧最大振幅  $V_0$  との関係 (左図)

ゆえに、RLC 直列共振回路の共振曲線は直接測定ではなく、間接測定によって導かれるものであり、教科書からだけでは理解しづらいそれぞれの物理量の関係を、実験を通じて深く学べる事から高校生が実験を行う意義は十二分にあると考える (飯田ほか、1993)。以下、実際に教材化するにあたって、抵抗、コイル、コンデンサーそれぞれの規格値を決めるための予備実験について述べる。手順としては始めに抵抗を固定した状態でコイルとコンデンサーの値を決め (2-1 節)、続いてコイルとコンデンサーを固定した状態で抵抗の値を改めて決める (2-2 節) という流れで行った。

## 2-1. 予備実験① (コイルとコンデンサーの決定)

抵抗  $R$  の値として  $100 \Omega$  を採用 (固定) し、RLC 直列回路における共振周波数を決定づける要因であるコイルとコンデンサーの組み合わせを検討した。なお、 $100 \Omega$  の採用には特別な理由はなく、コイルやコンデンサーの組み合わせを検討するにあたり、基準となる固定された抵抗値が必要なことから、切りの良い値を採用した。

一般的に低周波発振器は基本周波数 (周波数ステップ) ごとに調整範囲 (測定可能範囲) が決まっている。そのため同一レンジを用いて綺麗な共振曲線 (図 2) を得るためには共振周波数が調整範囲の中央付近に位置することが望ましい。そこで「レンジ  $\times 1k$ 」 (基本周波数  $1kHz$ 、調整範囲  $10 \sim 100kHz$ ) を採用し、調整範囲内 (特に中央の  $50kHz$  前後) に共振周波数を持つコイルとコンデンサーの組み合わせを導き出すことを試みた。(13)式を用いて実際に販売されている既製品の規格値を考慮した結果、コイルは  $10$  及び  $30mH$  の 2 種類 (CORE MASTER ENTERPRISE 社製の AL0510-103K と AL0510-303K)、コンデンサーは  $330$ ,  $1000$  及び  $1500pF$  の 3 種類 (SUPERTECH ELECTRONIC 社製の RDDA331K1H5L1

と RDDB102K1H5L1 及び株式会社村田製作所製の RDER71H152K0K1H03B) をそれぞれ採用した (株式会社秋月電子通商にて購入) \*\*\*。これらの素子による可能な組み合わせ 6 種類と (13) 式より導かれる共振周波数の理論値を表 1 に示す。さらに、これら 6 種類それぞれにおける周波数  $5kHz$  ごとに測定した電圧最大振幅をプロットし、理想曲線による関数フィッティングを行った。得られた結果を図 6 に示す。また、図 6 の結果から求められた共振周波数の実測値 (山の最大値における振動数) を表 1 に並記した。

表 1. 予備実験①に用いる素子の組み合わせ。実測値は図 6 から導きだした値である。なお、 $L$ ,  $C$ ,  $V_0$  はそれぞれコイル (規格値)、コンデンサー (規格値)、電圧最大振幅 (実測値) の物理量を表す。

物理量 番号	$L$ (mH)	$C$ (pF)	共振周波数 $f_0$ (kHz)		$V_0$ (V)
			理論値	実測値	
1	10	330	87.6	87.6	1.15
2	10	1000	50.3	49.3	1.14
3	10	1500	41.1	39.1	1.21
4	30	330	50.6	50.5	0.92
5	30	1000	29.1	28.6	0.87
6	30	1500	23.7	22.1	0.94

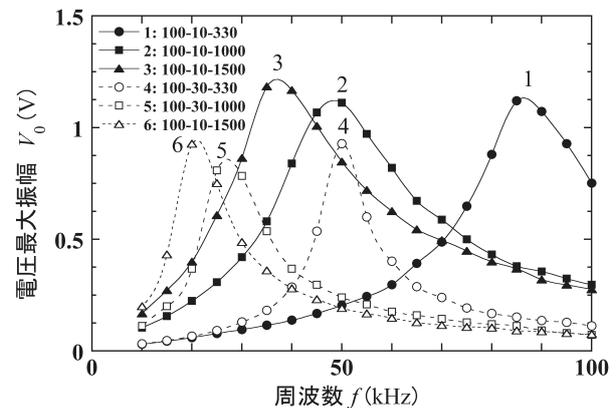


図 6. 周波数と電圧最大振幅との関係。図中の番号は表 1 中の番号を意味し、マーカーの数字 (例えば 100-10-330) は左から抵抗  $R$ 、コイル  $L$ 、コンデンサー  $C$  それぞれの物理量  $R$  ( $\Omega$ )、 $L$  (mH)、 $C$  (pF) を表す。

図 6 中の共振曲線から導かれる共振周波数は、(13) 式から導かれる理論値と最大差  $5\%$  程度という良い一致をすることが確認された。また、コイル  $10mH$  の場合 (表 1 の番号 1, 2, 3 及び図 6 中の実線) は振幅が大きく、共振曲線の幅が広いことが読み取れる。一方、コイル  $30mH$

の場合（表 1 の番号 4, 5, 6 及び図 6 中の破線）は振幅が若干小さくなり、共振曲線の幅は狭くなっている。この変化は系統的に起こる事象であり、抵抗値を固定している場合、コイルが共振曲線の形状（分散の広がり）に影響を及ぼすことが観測された。

本実験において、番号 1, 2, 3 をグループ①、番号 4, 5, 6 をグループ②とすると、グループ①内とグループ②内それぞれのインピーダンス  $Z$  の値は同一であるにも関わらず（(7)式より  $Z = \text{抵抗 } R$ ）、電圧最大振幅  $V_0$  がグループ間で異なる結果を得た。従来は、理想的なコイルとして、周波数依存性を持つリアクタンスのみを考え、両グループともに同じインピーダンスを持つことから、同一の電圧最大振幅  $V_0$  を示すことが期待される（図 6 中において各グループの山の高さが同じ）。しかし、用いた CORE MASTER ENTERPRISE 社製コイル AL0510-103K（10 mH）及び AL0510-303K（30 mH）のデータシートからは、それぞれ 74  $\Omega$ （MAX）、240  $\Omega$ （MAX）という直流抵抗の存在が明記されており、このコイルが持つ直流抵抗成分の影響により、両グループ間における電圧最大振幅の差が生じたと考える。なお、我々が行った直接測定及び間接測定からも許容範囲内で一致するそれぞれ 60.1  $\Omega$  と 175.1  $\Omega$  という直流抵抗の存在を確認している。ちなみに、コイルの直流抵抗は巻いてある銅線部分の直径と長さに相関するためゼロにすることは難しいが、小さい値を持つ高性能素子は販売されており、これを用いることにより影響を最小限に抑えることは可能である。

なお、コイルの直流抵抗の値の大小は共振周波数には影響を与えないことから、本教材の目的である「コイル及びコンデンサーの変化による共振周波数の変化」の学習においては、この直流抵抗を考慮する必要は無いと言える（栗田、2021）。また、見方を変えると、高等学校物理において触れない「コイルが持つ直流抵抗」の存在を、本教材を用いて学習できることから、発展的学習として取り入れても良いと考える。

以上の結果を考慮し、理想的な共振曲線を描くコイルとコンデンサーの組み合わせ（共振周波数が 50 kHz 前後）である番号 2（10 mH - 1000 pF）と番号 4（30 mH - 330 pF）を教材に用いる素子として採用した。なお、それぞれ 2 種類を採用したことより、同時に異なる組み合わせである番号 1（10 mH - 330 pF）と番号 5（30 mH - 1000 pF）の実験もできることになる。

## 2-2. 予備実験②（抵抗の決定）

次に、コイルとコンデンサーの値を予備実験の結果から採用した値に固定し、さらに最初に固定した抵抗の値（100  $\Omega$ ）を変化させることにより、共振回路における電圧最大振幅や電流最大振幅を決定づける要因である抵

抗値の検討（教材で採用する抵抗の決定）を行った。

共振周波数が調整範囲 10~100 kHz の中央の 50 kHz 付近の値を持ち、共振曲線にある程度の広がりがある条件（図 6 参照）、具体的には予備実験①の番号 2 の条件（表 1、コイル 10 mH、コンデンサー 1000 pF）を採用し、抵抗の値（100  $\Omega$  を中心に大小 2 種類ずつ、10, 47, 100, 220, 470  $\Omega$ ）を変化させながら周波数と電圧最大振幅の測定を行った。得られた結果を図 7 に示す。

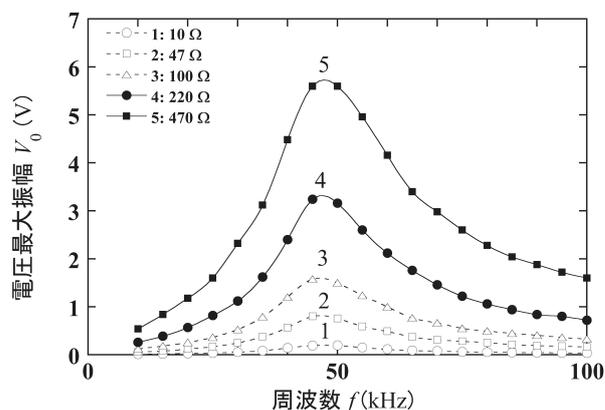


図 7. 抵抗の値に依存して変わる周波数と電圧最大振幅の関係

図 2 に示した概念図の通り、抵抗値が大きくなるにつれて電圧最大振幅が増加する様子が確認された。また、(7)式より、共振周波数における電圧最大振幅の比は、採用した抵抗値の比になることが予想される。しかし、番号 3（100  $\Omega$ ）及び番号 5（470  $\Omega$ ）の電圧最大振幅がそれぞれ 1.64 V、5.74 V という結果から、実際にこれらの比 0.29 (1.64/5.74) は抵抗値の比 0.21 (100/470) と異なった結果が得られた。この異なる理由も予備実験①において示したコイルの直流抵抗成分の影響であると言える。本実験で用いた 10 mH のコイルの直流抵抗成分は 60.1  $\Omega$  であり、この値を考慮すると、抵抗の比は 0.21 では無く 0.30 (160.1/530.1) と求まることから、電圧最大振幅の比が採用した抵抗値の比と最大差 3%程度という良い一致することが確認された。つまり、電圧最大振幅に関して得られた実験結果は数式展開による関係式と良い一致することが改めて検証されたことを意味する。

なお、本教材の活用目的である「抵抗を変化させることによる電圧最大振幅の最大値の変化」の学習においては最大値の大小関係のみに注目すれば良く、予備実験①と同様にコイルの直流抵抗の影響を考慮する必要も生徒に説明する必要も無い。しかし、「コイルの直流抵抗」の存在を考慮した電圧最大振幅の最大値の定量的な評価・比較を発展的学習として取り入れても良いと考える。

本節で述べた予備実験②の結果から、2-1 節予備実験①で初期条件として採用した RLC 直列回路における抵

抗  $R$  の値は  $100 \Omega$  ではなく、絶対値がより大きく、シグナルとして理想的な  $470 \Omega$  と比較的緩やかではあるが明確な変化が観測される  $220 \Omega$  を教材に用いる素子として採用することとした (図 7 中の番号 4 と 5)。

### 3. 教材開発

2 章で示した予備実験の結果から、採用した抵抗、コイル及びコンデンサー (改めて  $R_1=220 \Omega$ 、 $R_2=470 \Omega$ 、 $L_1=10 \text{ mH}$ 、 $L_2=30 \text{ mH}$ 、 $C_1=330 \text{ pF}$ 、 $C_2=1000 \text{ pF}$  と定義する) を用いて、RLC 直列共振回路の実験教材の製作を行った。抵抗 2 種類、コイル 2 種類、コンデンサー 2 種類のうち、それぞれ 1 種類を選択できる構成を採用し、1 つの教材で計 8 種類の回路実験を行うことを可能とした。回路の概念図と実物の写真を図 8 及び図 9 にそれぞれ示す。

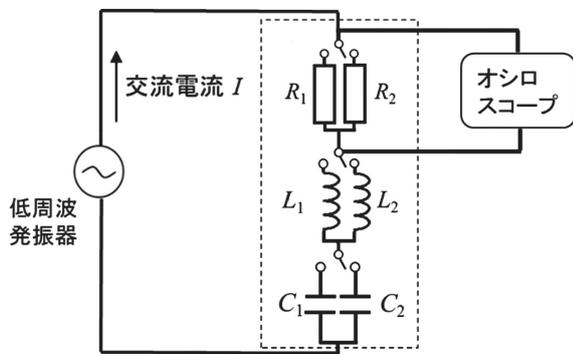


図 8. 作製する教材とその教材を活用した測定回路の概念図。破線部が図 9 に対応する。



図 9. 実際に作製した教材。上から抵抗、コイル、コンデンサーが各 2 個ずつ設置されている。

製作には、台座として亚克力板を用い、亚克力板に穴をあけてネジとナットを用いて各回路素子を締めこ

んで固定した。スイッチの部分には、視覚的理解を促すことを目的としてワニ口クリップを用い、回路の組み換えが容易に行えるようにした。なお、台座は亚克力板に限らず手持ちの平らな小片を使用し、さらに、ワニ口クリップは通常の授業・実験で使用されるものを活用することによりコストカットを行い、その他の材料費として約 300 円程度という安価な費用で製作可能である。

作製した教材において可能な各素子の組み合わせ 8 種類と(13)式より導かれる共振周波数の理論値を表 2 に示す。

表 2. 教材に用いる素子の組み合わせ (8 通り)。共振周波数 (理論値) は(13)式を用いて算出。各行において、2 つの抵抗  $R$  の値は 2 つの番号にそれぞれ対応しており、他の物理量は同一の値を持つことを意味する。

物理量 番号	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ (pF)	共振周波数 (理論値) $f_0$ (kHz)
1, 5	220, 470	10	330	87.6
2, 6	220, 470	10	1000	50.3
3, 7	220, 470	30	330	50.6
4, 8	220, 470	30	1000	29.1

(13)式、並びに 2-2 節で示した通り、抵抗の値の違いは共振周波数の値には影響しないことから、コイルとコンデンサーの組み合わせにより共振周波数が求まる。本教材では『コイルとコンデンサーの組み合わせによる 4 種類の共振周波数の同定』及び『抵抗値の違いによる 2 種類の共振曲線の違い (コンデンサーとコイルはそれぞれ同一)』を観測することが可能である。具体的には、前者は表 2 中の「番号 1, 5 のどちらか」+「番号 2, 6 のどちらか」+「番号 3, 7 のどちらか」+「番号 4, 8 のどちらか」からなる組み合わせ、後者は「番号 1 と 5」、「番号 2 と 6」、「番号 3 と 7」、「番号 4 と 8」それぞれの組み合わせにより構成される。

なお、実際の授業内においては表 2 に示す 8 つの組み合わせを 8 班にグループ分けした生徒たちにより個別に分担・実験を行い、得られた結果全てを共有・対比することにより 10~15 分程度の短時間実験を可能とすることを想定している。

#### 3-1. 検証実験

作製した教材と予備実験で用いた低周波発振器 (調整範囲  $10 \sim 100 \text{ kHz}$ ) 及びオシロスコープ (図 4) を活用して RLC 直列共振回路の検証を行った。実験により導かれた抵抗にかかる振動電圧の電圧最大振幅の周波数依存

性、並びにこの結果から(10)式により算出された電流最大振幅の周波数依存性を図 10, 11 にそれぞれ示す。さらにこれらの結果から導き出した共振周波数（実測値）を理論値と共に表 3 に示す。

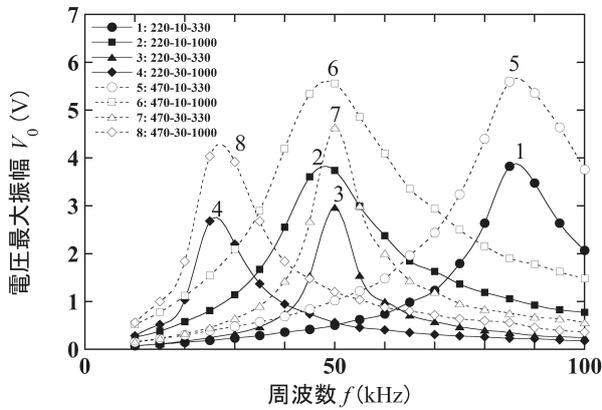


図 10. 作製した教材における電圧最大振幅の周波数変化。図中の番号は表 2 中の番号を意味し、マーカ-の数字(例えば 220-10-330) は左から抵抗  $R$ 、コイル  $L$ 、コンデンサ  $C$  それぞれの物理量  $R$  ( $\Omega$ )、 $L$  (mH)、 $C$  (pF) を表す。

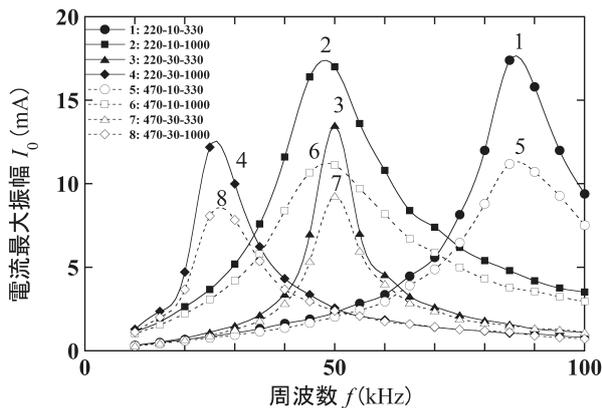


図 11. 図 10 の結果から導かれた電流最大振幅の周波数変化。図中の番号は表 2 及び図 10 中の番号を意味する。

表 3. 図 10 より導かれた共振周波数（実測値）と 8 つの組み合わせより求められた理論値（表 2 から転記）。各行において、2 つの実測値は 2 つの番号にそれぞれ対応しており、理論値は同一の値を持つことを意味する。

物理量 番号	共振周波数 $f_0$ (kHz)	
	実測値	理論値
1, 5	86.9, 86.4	87.6
2, 6	48.5, 48.5	50.3
3, 7	50.1, 50.2	50.6
4, 8	26.2, 26.7	29.1

検証実験の結果から、作製した教材の全ての回路において理想的な山なりの共振曲線を描くことが確認された。また、大学の授業として行われる学生実験においては、得られた測定値（図 10）を理想曲線による関数フィッティングにより、定量的に共振周波数を算出することを課題として課すことが可能である。しかし、高校においてはフリーハンドによる近似曲線から得られたピーク的位置から共振周波数を導き出すこととする。

また、電流最大振幅の周波数変化を表した図 11 において、番号 1、番号 3 及び番号 7 は比較的シャープな共振曲線が描かれている。一方で、番号 5、番号 6 及び番号 8 は比較的緩やかな共振曲線となっている。共振曲線の特徴として(13)式により求められるコイルとコンデンサそれぞれの値により決定づけられる共振周波数以外に、共振曲線の鋭さを表す指標として以下の式で表される「 $Q$  値」がある（平山ほか、2008; 伊佐ほか、2017）。

$$Q = \frac{f_0}{f_b - f_a} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15)$$

ここで  $f_a$  及び  $f_b$  は電流  $I$  が電流最大振幅  $I_0$  の  $1/\sqrt{2}$  となる時の周波数の値である ( $f_b > f_a$ )。つまり、 $Q$  値は共振周波数  $f_0$  とその値を挟んだ特定振幅を持つ周波数の差  $f_b - f_a$  の比を表しており、分子となる共振周波数が同じ複数の共振曲線を比較する場合は、この  $Q$  値が大きいほどシャープな共振曲線を描く。同様に分母となる  $f_b - f_a$  の値（幅）が同じ場合は共振振動数が高い方が大きな  $Q$  値を得る。コイルの直流抵抗を加味して各回路における  $Q$  値を求めた結果を表 4 に示す。

表 4. 各回路における  $Q$  値。表中の番号は図 11 中の番号と対応する。 $L$  と  $C$  の値は各行の 2 つの番号共に同じ値を持つことを意味する。

物理量 番号	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ (pF)	$Q$ 値
1, 5	220, 470	10	330	19.65, 10.38
2, 6	220, 470	10	1000	11.29, 5.97
3, 7	220, 470	30	330	24.13, 14.78
4, 8	220, 470	30	1000	13.86, 8.49

表 4 に示す  $Q$  値と図 11 における共振曲線の形状（鋭さ）との相関が確認された。具体的には、上で述べた通り、コイル・コンデンサーが同じで抵抗値  $R$  が異なる組み合わせ（例えば番号 1 と 5、番号 2 と 6 など）においては抵抗値  $R$  が小さい方が  $Q$  値が大きく、鋭い共振曲線を描いている。同様に、抵抗・コンデンサーが同じでコ

イルの自己インダクタンス  $L$  が異なる組み合わせ（例えば番号 1 と 3、番号 2 と 4 など）においては、自己インダクタンス  $L$  が大きい方が  $Q$  値が大きく、共振曲線は鋭い。さらに、抵抗・コイルが同じでコンデンサーの電気容量  $C$  が異なる組み合わせ（例えば番号 1 と 2、番号 3 と 4 など）においては、電気容量  $C$  が小さいほど  $Q$  値が大きく、共振曲線は鋭いことが分かる。 $Q$  値については高等学校物理としては履修することは無いが、発展的学習として(15)式及び共振曲線の形状と回路素子の関連について学習することも可能である。

本検証実験において、それぞれ 1 つの回路の測定時間は約 5 分であった。これは実験機器の操作に慣れていない高校生が行っても学校現場で十分に活用できる時間であると言える（10～15 分と予想）。また、人数やグループ数に限りがある場合やさらなる時間的制約等がある場合は、提案する 8 回路のうち必要な回路を適宜採用すると良い。例えば、回路素子と共振周波数の関係に注目して学習する場合は、番号 1, 2, 3, 4 の実験を選択し、抵抗と電圧最大振幅の関係に注目する場合は、例えば番号 3, 7 の実験を選択すればよい。これらのように、提案する教材は、目的に合わせた複数の実験を効率よく行うことが可能であるという長所を持つ。

なお、今回は特定の調整範囲（10～100 kHz）に限定して、RLC 直列共振回路を理解するために適した抵抗、コイル、コンデンサーの組み合わせに関する検証を行なった。一般論として図 4 に示す実験に用いる低周波発振器は複数の調整範囲の設定が可能であり、我々も異なる調整範囲における実測も行っている。参考データとして、今回採用した領域より、より高振動数領域の調整範囲（100～1000 kHz）における測定結果を図 12 に示す。

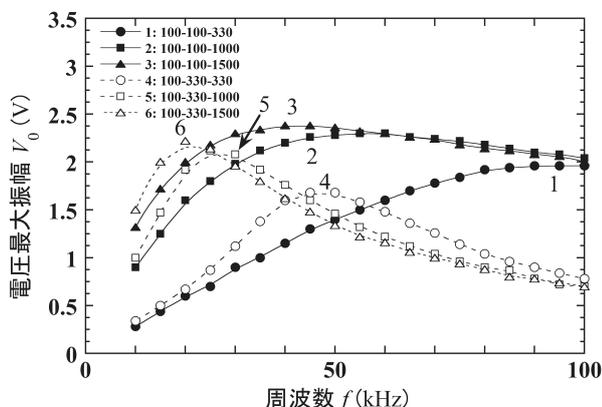


図 12. 周波数と電圧最大振幅との関係。マーカーの数字（例えば 100-10-330）は左から抵抗  $R$ 、コイル  $L$ 、コンデンサー  $C$  それぞれの物理量  $R$  ( $\Omega$ )、 $L$  ( $\mu\text{H}$ )、 $C$  ( $\text{pF}$ ) を表す。

ここでは抵抗 100  $\Omega$  を採用し、コイルは教材と異なる 100 と 330  $\mu\text{H}$  を、コンデンサーは同じ 330, 1000, 1500  $\text{pF}$  の組み合わせを採用した。我々が採用した条件では共振曲線の特徴を観測しづらく、RLC 直列共振回路の学習に適しているとは言えない結果を得た。このように調整範囲や選択した素子の値によって共振曲線の形状に変化があることから、生徒が現象を正しく理解できる素子の組み合わせを指導者が事前に検証、選定することが大切である。

最後に、表 2～4 に示した 8 つの組み合わせによって得られた物理量全てを 1 つの表としてまとめて、改めて表 5 に示す。

表 5. 各組み合わせごとに得られた物理量のまとめ（表 2～4 のまとめ）。

物理量 番号	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ (pF)	共振周波数 $f_0$ (kHz)		$Q$ 値
				理論値	実測値	
1	220	10	330	87.6	86.9	19.65
2	220	10	1000	50.3	48.5	11.29
3	220	30	330	50.6	50.1	24.13
4	220	30	1000	29.1	26.2	13.86
5	470	10	330	87.6	86.4	10.38
6	470	10	1000	50.3	48.5	5.97
7	470	30	330	50.6	50.2	14.78
8	470	30	1000	29.1	26.7	8.49

#### 4. まとめ

高等学校物理、特に視覚的理解やイメージしにくい電磁気分野の中でも RLC 直列共振回路に注目し、この簡易実験教材を、時間的制約とコストを考慮しながら開発を行った。実験時間は 10～15 分程度を想定し、コストは教材 1 組あたり約 300 円という安価、さらに容易に作製ができることから（図 9）、学校現場における活用が期待できるものが出来たと考える。

本教材を用いた実験を通して、コイル、コンデンサーを変えることにより、特定の周波数のみで電流の値を大きく変化させることが可能であるという特性（共振）や、教科書等に用いられている RLC 直列回路における周波数と電圧の関係（図 2）が直接測定ではなく、図 5 に示すような間接測定により導かれるということを実験・実証を通じて理解が深まることを期待したい。さらに結果を含めた一連の実験作業が、第一章で示した数式を用い

た理論的理解の深まりにつながることも期待したい。

### 参考文献

- 飯田賢一・小笠原正忠・大場勇治郎 (1993) 「パソコンを利用した「回路の共振」」, 日本科学教育学会年会論文集 第17巻, 83-84.
- 伊佐弘・谷口勝則・岩井嘉男・吉村勉・見市知昭 (2017) 『基礎電気回路 (第2版) 新装版』, 森北出版株式会社.
- 植松恒夫ほか 文部科学省検定済教科書 令和3年度高等学校理科用 (2017 検定) 『物理 改訂版』 啓林館.
- 栗田宏明 (2021) 「学生実験支援・「LCR 直列共振回路」尖鋭度  $Q$  の周波数特性についての検討」, 岩手大学技術部報告 第14巻, 54-57.
- 佐藤文隆ほか 文部科学省検定済教科書 令和3年度高等学校理科用 (2017 検定) 『物理 新訂版』, 実教出版.
- 田村剛三郎ほか 文部科学省検定済教科書 令和3年度高等学校理科用(2017 検定) 『高等学校 改訂 物理』, 第一学習社.
- 名古屋工業大学 物理学教室 編 (2018) 『第8版 物理学実験』 学術図書出版.
- 平山博・大附辰夫 (2008) 『電気学会大学講座 電気回路論 [3版改訂]』, 社団法人 電気学会.
- 文部科学省 (2019) 『高等学校学習指導要領 (平成30年告示) 解説 理科編 理数編』 実教出版株式会社.

\*\*\* 株式会社秋月電子通商

<https://akizukidenshi.com/catalog/> (参照 2022年9月1日)