

## 学 位 論 文 要 旨

(Summary of the Doctoral Dissertation)

学位論文題目 (Dissertation Title)	色付き受理状態を持つオートマタとそれらの非混色性問題に関する研究 (A Study on Automata with Colored Accepting States and Their Unmixedness Problems)
氏 名(Name)	高橋 芳明

オートマトン理論と形式言語理論のいくつかの文献では、グラフ理論で扱われる2進 $n$ 次元ドブリュインググラフと、正規言語 $(0+1)^*1(0+1)^{n-1}$ を受理する最小状態数の決定性有限オートマトン $D_n$ の状態遷移図が同型であることを暗に示している。本研究の第1の目的は、このような同型性の事実を証明することにより、ドブリュインググラフに対する正規言語による一つの特徴づけを与えることにある。ここに、正規言語による有向グラフの特徴づけとは、ある特定のグラフの族が、ある特定の正規言語の族を受理する有限オートマトンの状態遷移図のグラフ構造と完全に一致することを意味する。本論文の関連研究において、非決定性有限オートマトンを決定性有限オートマトンに変換する部分集合構成法を分析した結果、それが多段シフトレジスタの動きと一致していることを見出すことで、2進 $n$ 次元ドブリュインググラフと、正規言語 $(0+1)^*1(0+1)^{n-1}$ を受理する決定性有限オートマトン $D_n$ の状態遷移図が構造的に等価であるということが示されている。

ところで、正規言語 $(0+1)^*1(0+1)^{n-1}$ を受理する非決定性有限オートマトン $N_n$ は、2進からより高い基数 $k$ に簡単に拡張できる。しかしながら、それらを決定性に変換したものは状態数が最小ではなくなる。すなわち、穴埋めアルゴリズムや Hopcroft のアルゴリズムといったよく知られた最小化アルゴリズムを使用すると、状態が削減され辺のラベルを除いて $k=2$ の場合のオートマトン $D_n$ と同型になる。この状況を回避するために、従来の有限オートマトンの受理、非受理の機能に加えて、入力文字列を二つ以上の言語に分類する機能を有限オートマトンに持たせたものが本研究の第一の提案モデルである。この色付き有限オートマトン(CFA)を用いて、 $k$ 進 $n$ 次元ドブリュインググラフ $DB_{k,n}$ と、 $(k-1)$ 項の正規言語 $(0+1+\dots+k-1)^*1(0+1+\dots+k-1)^{n-1}, \dots, (0+1+\dots+k-1)^*(k-1)(0+1+\dots+k-1)^{n-1}$ を受理する非決定性色付き有限オートマトン $N_{k,n}$ を決定性に変換した色付き有限オートマトン $D_{k,n}$ の状態遷移図が同型であることを証明している。

本研究の第2の目的は、受理状態を多色化することにより入力文字列を多種類に類別可能にしたこの色付きオートマトンの利用可能性を探ることにある。上述の非決定性CFA(NCFA)から決定性CFA(DCFA)への変換では、通常のNFAからDFAに変換する部分集合構成法を自然に拡張した構成法により示しているが、 $k$ 色のNCFAは最悪の場合 $2^k$ 色のDCFAに変換されてしまう。従って、CFAを考察するにあたり、NCFAの“非混色性”という概念が重要になる。なぜなら、NCFAが入力文字列を的確に識別するためには、受理状態の色が混色していない状況が望まれるからである。このような非混色性はNCFAをDCFAに変換すれば自ずと明らかになるが、そのようなNCFAからDCFAへの変換自体が指数関数的な時間を消費してしまうという欠点がある。

上記の状況を踏まえて、非混色性に関する計算量理論上の三つの決定問題を提起している。そのうち非混色性検証問題(UV問題)は、与えられたNCFAが同一の入力を異なる色で受理することがないかどうかを問う問題である。他の二つの非混色分割問題(UP問題)と非混色拡張問題(UE問題)は

与えられた色無し有限オートマトンを多色化しようとする際に生ずる問題であり, 前者は既存の受理状態の多色化, 後者は既存の非受理状態の多色受理状態化に関連する. 最終的にそれぞれの問題が *NLOG* 完全, *P*, *NP* 完全であることを示しているが, *UV* 問題と *UP* 問題が *P* に属することは, 非決定性 *CFA* を決定性のものに変換せずとも多項式時間内に非混色性を確認できる確証を得たことであり, 実際上重要な結果である. なお, *UP* 問題が *P* に属することを示す際には, 同時到達可能グラフという非決定性の遷移系一般に適用可能な汎用性のある概念が導入されている. *UE* 問題の *NP* 完全に関しては, その実行時間が実用的な範囲に納まるアルゴリズムの設計が困難であるため, 受理状態の色の増大数を抑える等の妥協策が必要であると言える.

次に, チョムスキー階層において有限オートマトンの直上に位置するプッシュダウン・オートマトンに色付き受理状態の概念を適用させた, 色付きプッシュダウン・オートマトン (*CPDA*) を導入する. 本論文では, *CPDA* における上述の *UV* 問題, *UP* 問題, *UE* 問題の計算複雑さが, 全て決定不能という, *NCPDA* の場合と対照的な結果を得ている. そこで次に, *NCPDA* に制約を与えた場合, ここでは無曖昧という制約を与えた場合の計算複雑さを考察している. まず, 色付きオートマトンにおける無曖昧性として, 弱い意味での無曖昧性と, 強い意味での無曖昧性という 2 種類の概念を新たに定義し, 強い意味で無曖昧な場合の *UV* 問題と *UP* 問題は常に真となるが, それら以外の場合は決定不能のままであることが示される.

なお, 本論文では色付き有限オートマトンの正規表現エンジンやモデル検査への応用が例示されている. このように, 色付き受理の概念は受理状態集合を持つような任意のオートマトンモデルに適用可能であり, 今後の理論上ならびに応用上の幅広い有用性が期待される.

<h2>学 位 論 文 要 旨</h2> <p>(Summary of the Doctoral Dissertation)</p>	
学位論文題目 (Dissertation Title)	色付き受理状態を持つオートマタとそれらの非混色性問題に関する研究 (A Study on Automata with Colored Accepting States and Their Unmixedness Problems)
氏 名 (Name)	TAKAHASHI Yoshiaki
<p>Some textbooks of formal languages and automata theory implicitly state the structural equality of the binary <math>n</math>-dimensional de Bruijn graph and the state diagram of minimum state deterministic finite automaton which accepts regular language <math>(0+1)^*1(0+1)^{n-1}</math>. The first purpose of this study is to give a characterization of the de Bruijn graph with the regular language by rigorously proving such isomorphism. The characterization of a directed graph by a regular language means that the family of a specific graph perfectly matches the family of graph structure of the state transition diagram of the corresponding finite automaton.</p> <p>By finding that the subset construction method that transforms the nondeterministic finite automaton accepting <math>(0+1)^*1(0+1)^{n-1}</math> into the deterministic finite automaton coincides with the motion of a multi-shift register, it has been proved that a binary <math>n</math>-dimensional de Bruijn graph and the state transition diagrams of <math>D_n</math> that accepts a regular language <math>(0+1)^*1(0+1)^{n-1}</math> are isomorphic except for the edge labels.</p> <p>By the way, nondeterministic finite automata <math>N_n</math> that accept a regular language <math>(0+1)^*1(0+1)^{n-1}</math> can be easily extended from binary to a higher radix <math>k</math>. The number of states of the transformed deterministic one, however, is not to be minimum. That is, using the well-known state-minimization algorithm, the isomorphic deterministic automaton is reduced to the binary <math>D_n</math> for any <math>k \geq 2</math>. To avoid this situation, the author first introduces a new kind of finite automaton that has the ability to classify the input string into two or more languages, in addition to the acceptance and non-acceptance function of conventional finite automata. Using this concept of colored finite automaton (CFA), it is proved that the state transition diagrams of the <math>k</math>-ary <math>n</math>-dimensional de Bruijn graph <math>DB_{k,n}</math> and the colored finite automaton <math>D_{k,n}</math> that accepts <math>(k-1)</math>-tuple of regular languages <math>(0+1+\dots+k-1)^*1(0+1+\dots+k-1)^{n-1}, \dots, (0+1+\dots+k-1)^*(k-1)(0+1+\dots+k-1)^{n-1}</math> are isomorphic except for the edge labels.</p> <p>The second purpose of this study is to investigate the potential of multicolored automaton. In the above-mentioned transformation from nondeterministic CFA (NCFA) to deterministic CFA (DCFA), it becomes clear that an NCFA with <math>k</math> colors may be transformed into a DCFA with the same unmixed <math>k</math> colors as the original one at the best case or with the all possible mixed <math>2^k</math> mixed colors at the worst case. Based on the situation, three decision problems concerning the unmixedness are proposed. Of these, the Unmixedness Verification problem (UV problem) is a question as to whether a given NCFA accepts a given input word with two or more different colors. The other two problems, Unmixedness Partitioning problem (UP problem) and Unmixedness Extension problem (UE problem), are related to the multicolorization of existing noncolored accepting states and non-accepting states, respectively. It is shown that these problems are <math>NLOG</math>-complete, P, and <math>NP</math>-complete, respectively. The fact that the UV and UP problems belong to P confirms that the unmixedness can be checked in polynomial time without converting a nondeterministic CFA to a deterministic one.</p> <p>Next, the author introduces colored pushdown automaton (CPDA) which is an ordinary pushdown automaton with</p>	

colored accepting states. In contrast to the case of NCFA, it is shown that the above-mentioned UV, UP, and UE problems concerning the unmixedness are all undecidable. Therefore, it is required to impose a certain restriction to NCPDA. Here the unambiguity of accepting computational paths of automaton is considered. As the colored version of unambiguity, we define the concepts of unambiguity in a weak sense and in a strong sense. It is shown that the UV and UP problem in the case of unambiguous NCPDA in a strong sense are permanently true, but it remains undecidable in other cases.

This paper also illustrates some applications of colored finite automata, e.g., to existing regular expression engines and model checking tools for the purpose to improve their efficiency and conveniency. In this way, the concept of colored accepting states can be applied to a wide range of automata that have a set of accepting states and expected to be useful in a wide range of theoretical and practical applications of automata in the future.

(様式9号)

## 学位論文審査の結果及び最終試験の結果報告書

山口大学大学院創成科学研究科

氏名	高橋 芳明
審査委員	主査：伊藤 暁
	副査：王 躍
	副査：河村 圭
	副査：多田村 克己
	副査：中正 和久
	副査：福士 将
論文題目	色付き受理状態を持つオートマタとそれらの非混色性問題に関する研究 (A Study on Automata with Colored Accepting States and Their Unmixedness Problems)
<p>【論文審査の結果及び最終試験の結果】</p> <p>本研究では、オートマトンの受理状態を更に細分化した“色付き有限オートマトン”ならびに“色付きプッシュダウン・オートマトン”という二つの新たな計算モデルを提案し、色付きオートマトンの受理状態の異なる色どうしの“混色性”に関する三つの決定問題の計算複雑さを明らかにしている。</p> <p>これまで幾つかの文献においてドブリュイングラフと呼ばれる有向グラフと、形式言語とオートマトン理論において現れる正規言語 <math>(0 + 1)^*1(0 + 1)^{n-1}</math>、すなわち末尾から <math>n</math> 番目の文字が 1 であるような文字列の集合を受理するような状態数最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図とが構造的に等価性であることが暗に示されていた。本研究では、まず通常の 2 進ドブリュイングラフを一般化した <math>k</math> 進 <math>n</math> 次元ドブリュイングラフ <math>DB_{k,n}</math> に対応する新たなオートマトンモデルとして色付き有限オートマトン (CFA) を定義し、<math>(k - 1)</math> 項の正規言語 <math>(0 + 1 + \dots + k - 1)^*1(0 + 1 + \dots + k - 1)^{n-1}</math>, <math>\dots</math>, <math>(0 + 1 + \dots + k - 1)^*(k - 1)(0 + 1 + \dots + k - 1)^{n-1}</math>、すなわち末尾から <math>n</math> 番目の文字が <math>1, 2, \dots, k - 1</math> の何れであるのかを識別できるような非決定性色付き有限オートマトン <math>N_{k,n}</math> を決定性に変換した状態数最小の色付き有限オートマトン <math>D_{k,n}</math> の状態遷移図が上述の <math>DB_{k,n}</math> と同型であることを証明している。</p> <p>ところで、非決定性オートマトンでは一般的に与えられた入力文字列に対して複数の受理パスが存在するので、非決定性 CFA の場合には 2 つ以上の異なる色の受理状態に入り得る。しかしながら、的確な識別を可能にする為には受理状態の色が混色していない (すなわち、異なる 2 色以上の受理状態で受理されるような入力が存在しない) 状況が望まれる。そこで本研究では、与えられた非決定性 CFA が混色していないかどうかを問う問題 (非混色性検証問題)、通常の色無し有限オートマトンの受理状態を直和分割して非混色な CFA に変換可能かどうかを問う問題 (非混</p>	

(様式 9 号)

色分割問題), ならびに色無し有限オートマトンの非受理状態の一部を受理状態に変更することで非混色な CFA に変換可能かどうかを問う問題 (非混色拡張問題) について考察し, それぞれ *NLOG* 完全, *P*, *NP* 完全であることを明らかにしている。なお, CFA の応用例を探る過程で得られた, “色付き正規表現” の概念が通常の正規表現に対してもそれらの設計に柔軟性をもたらすこと等, CFA の具体的な応用例を示し, その有用性を明確にしている。

次に, チョムスキー階層において有限オートマトンの直上に位置するプッシュダウン・オートマトンに対して色付きの概念を適用して得られる, 色付きプッシュダウン・オートマトン (CPDA) の非混色性問題について考察し, 非定性 CPDA の場合には上記 3 つの決定問題がすべて決定不能であること, ならびにプッシュダウン・オートマトンを無曖昧なものに制限した場合には, (強い意味で無曖昧な場合の) 非混色性検証問題と非混色分割問題が常に真な問題に容易化することを示している。これらの事実, 色付き受理の概念を適用することで有益性が見いだせる計算モデルとしてはプッシュダウン・オートマトンがその理論的限界にあることを意味し, 今後の研究を進める上での大まかな指針を明示する有用な結果である。

公聴会における主な質問としては, 本研究の成果が実生活の中で現れ得る場面について, 非決定性 CFA と決定性 CFA の受理能力の等価性について, CFA の各種演算に関する閉包性について, 色付き概念の有用性が見いだせる限界の意味について, などであった。いずれの質問に対しても発表者からの的確な回答がなされた。

以上より本研究は独創性, 信頼性, 有効性, 実用性ともに優れ, 博士 (工学) の論文に十分値するものと判断した。

論文内容及び審査会, 公聴会での質問に対する応答などから, 最終試験は合格とした。

なお, 主要な関連論文の発表状況は下記のとおりである。(関連論文 計 4 編)

- 1) Yoshiaki TAKAHASHI and Akira ITO, Finite Automata with Colored Accepting States and Their Unmixedness Problems, *IEICE TRANSACTIONS ON Information and Systems*, Vol. E105-D, No. 3, pp. 491-502.
- 2) Yoshiaki TAKAHASHI Akira ITO, On Equivalence of de Bruijn Graphs and State-minimized Finite Automata, *The 20th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games*, pp.143-144.
- 3) Yoshiaki TAKAHASHI and Akira ITO, Colored Finite Automata and de Bruijn Graphs, *The 22nd Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (JCDCG3 2019)*, pp.117-118.
- 4) Yoshiaki Takahashi Akira Ito, On the Unmixedness Problems of Colored Pushdown Automata, *Proceedings of 2021 8th NAFOSTED Conference on Information and Computer Science (NICS)*, pp.55-59.