上方反転について

馬　田　哲　次

The purpose of this paper is to analyze the movement of the economy when the consumption demand is fully realized after the economy achieves full employment. If the investment demand is fully realized, full employment will not be sustained. However, full employment will continue if the consumption demand is fully realized.

Ⅰ　はじめに

置塩（1978）では，不均衡が累積する経済モデルで完全雇用が達成された後，蓄積需要が完全に実現した場合は，完全雇用が持続することはなく，下方への不均衡累積に突入するか，天井に張り付いた形での運動が生じることが示されている。

本稿では，完全雇用が実現された後，消費需要が実現すればどのような運動が生じるかを分析する。

資本主義経済を前提にすれば蓄積需要が完全に実現すると思われるが，資本主義経済が行き詰まり，新しい資本主義が議論され始めている中，消費需要が完全に実現する場合の分析を行うことは，新しい経済体制を模索する上で意味があると思われる。

本稿の構成は，以下のとおりである。Ⅱ節で不均衡累積過程が生じる経済モデルについて説明する。Ⅲ節では，完全雇用達成後，投資需要が完全に実現する経済モデルについて説明する。Ⅳ節では，Ⅱ節とⅢ節を統合した経済モデルについて説明する。Ⅴ節では，完全雇用達成後，消費需要が完全に実現する経済モデルについて説明する。Ⅵ節では，基本モデルと消費需要が完全に実現するモデルを統合した経済モデルについて説明する。Ⅶ節では，消費需要が完全に実現するモデルと新古典派成長モデルとの比較を行う。最後

のⅧ節でまとめと今後の課題が述べられる。

Ⅱ　基本モデル

まず，失業が存在する場合の経済モデルについて説明する。そのモデルを基本モデルと呼ぶ。基本モデルは次のように書くことができる。

政府と海外との取引がない封鎖経済を考えると，財・サービス市場の需給一致式は次のように書くことができる。

$$Y = C + I \tag{1}$$

ここで，Y は GDP，C は民間消費，I は民間投資である。

民間消費は次のようにケインズ型の消費関数を仮定する。

$$C = A + \alpha Y \tag{2}$$

ここで，A は基礎消費である。

GDP と資本ストックの間に次のような関係があると仮定する。

$$Y = \sigma K \tag{3}$$

ここで，K は資本ストック，σ は資本係数の逆数で，変数である。

雇用量と GDP の間に次のような関係があると仮定する。

$$N = nY \tag{4}$$

ここで，N は雇用量である。なお，n は定数である。

投資関数は，次のようなハロッド＝置塩タイプの投資関数を仮定する。

$$g_{t+1} = g_t + \beta(\sigma - \sigma_r) \tag{5}$$

ここで，g は蓄積率である。σ_r は，ハロッドの必要資本係数に対応する資本係数の逆数であり，定数である。

蓄積率は次のように定義される。

$$g = \frac{I}{K} \tag{6}$$

資本ストックと民間投資の間には，資本減耗を無視すれば次のような関係式がなりたっている。

$$K_{t+1} = K_t + I_t \tag{7}$$

基礎消費と労働供給量の間には次のような関係があると仮定する。

$$A=\gamma L \tag{8}$$

ここで，L は労働供給量である。

労働供給量は一定の率で増加すると仮定すると次のように書くことができる。

$$L_{t+1}=(1+\nu)L_t \tag{9}$$

このモデルの内生変数は，Y，C，I，g，A，σ，K，N，L の9個であり，(1)～(9) の9本の式からなるモデルである。

$$s=1-\alpha \tag{10}$$

とおくと，

(1)，(2) より，

$$sY=A+I \tag{11}$$

を得る。

分析のために，

$$\lambda=\frac{L}{K} \tag{12}$$

とおくと，

(2)，(6)，(8)，(11)，(12) より，

$$\sigma=\frac{\gamma}{s}\lambda+\frac{1}{s}g \tag{13}$$

を得る。

(13) を (5) に代入すると，

$$g_{t+1}=g_t+\beta\left(\frac{\gamma}{s}\lambda_t+\frac{1}{s}g_t-\sigma_r\right) \tag{14}$$

を得る。

(12)，(6)，(7)，(9) より，

$$\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}=\frac{L_{t+1}/K_{t+1}}{L_t/K_t}=\frac{L_{t+1}}{L_t}\frac{K_t}{K_{t+1}}=\frac{1+v}{1+g_t} \tag{15}$$

を得る。

モデルは，(14) と (15) に集約された。

(14) より，

$$g_{t+1}=g_t \tag{16}$$

が成り立つ線は，

$$g=s\sigma_r-\gamma\lambda \tag{17}$$

となる。

また，(15) より，

$$\lambda_{t+1}=\lambda_t \tag{18}$$

が成り立つ線は，

$$g=v \tag{19}$$

となる。

(18)，(19) から位相図を書くと次の図１のようになる。

なお，均衡の λ は，

$$\lambda=\frac{s\sigma_r-v}{\gamma} \tag{20}$$

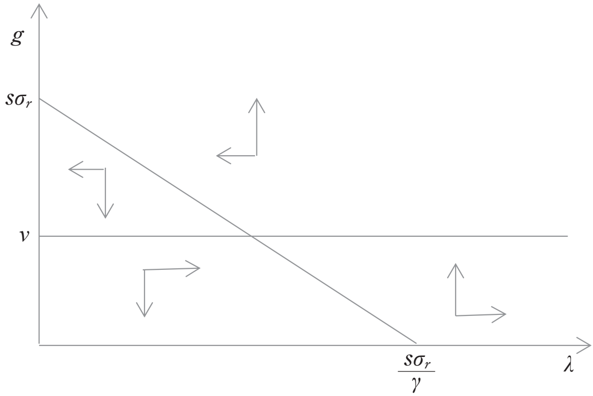
となる。

正の均衡点が存在するためには，

$$s\sigma_r-v>0 \tag{21}$$

でなければならない。以下これを仮定する。

図 1



出所：筆者作成

位相図だけでは発散するか収束するか分からないので，差分方程式を微分方程式で近似し，さらに線形近似して分析する。

(14) は微分方程式で近似すると，つぎのようになる。

$$\frac{dg}{dt}=\beta\left(\frac{\gamma}{s}\lambda+\frac{1}{s}g_t-\sigma_r\right) \tag{22}$$

また，(12) より，

$$\frac{1}{\lambda}\frac{d\lambda}{dt}=\frac{1}{L}\frac{dL}{dt}-\frac{1}{K}\frac{dK}{dt} \tag{23}$$

なので，(9)，(6)，(7) を考慮すると，

$$\frac{d\lambda}{dt}=\lambda(v-g) \tag{24}$$

となる。

(22) と (24) を均衡点で線形近似すると，ヤコビアンは，

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta}{s} & \frac{\gamma\beta}{s} \\ -\frac{s\sigma_r-v}{\gamma} & 0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

となる。

特性方程式は，

$$x^2-\frac{\beta}{s}x+\frac{\beta(s\sigma_r-v)}{s}=0 \tag{26}$$

となる。

解と係数の関係により，2つの解の和は

$$\frac{\beta}{s}>0 \tag{27}$$

となる。2つの解の和が正なので，解が実数ならば少なくとも一つは正であり，解が虚数ならば，解の実部は正となる。従って，収束することはなく発散する。

生産量が増加すると雇用量が増加し，いずれ完全雇用が達成される。完全雇用の領域は，

$$N \geq L \tag{28}$$

であるから，(4)，(11)，(12)，(22) より，完全雇用の領域は，

$$g \geq \frac{s-n\gamma}{n}\lambda \tag{29}$$

となる。

これが，正の領域であるために，

$$s-n\gamma>0 \tag{30}$$

を仮定する。

Ⅲ　上方反転モデル

この節では，上方反転モデルについて説明する。上方反転の契機としては，資本財のボトルネック，投資資金の不足等様々な契機が考えられるが，ここでは完全雇用による労働力の制限を考える。

上方反転モデルは，生産量が労働供給量で制約を受ける。したがって，限られた生産量が投資と消費にどのように振り分けられるか考えなければなら

ない。投資が完全に実現し，消費は生産量から投資を引いたものとして決定されると仮定すると，上方反転モデルは，次のように書くことができる。

$$Y = C + I \tag{31}$$

$$Y = \sigma K \tag{32}$$

$$L = nY \tag{33}$$

$$g_{t+1} = g_t + \beta(\sigma - \sigma_r) \tag{34}$$

$$g = \frac{I}{K} \tag{35}$$

$$K_{t+1} = K_t + I_t \tag{36}$$

$$L_{t+1} = (1 + \nu) L_t \tag{37}$$

内生変数は，Y，C，I，σ，K，g，L の7個であり，(31) ～ (37) の7本の式で構成される。

基本モデルとの違いは，次のようである。

(1) と (31) は形は同じであるが，意味が異なる。(1) は需要量，つまり，$C+I$ に等しく生産量 Y が決まるという式であるが，(31) は生産量 Y から投資 I を引いた残りが C であるという意味で，C の決定式になっている。

(33) 式は，労働供給量 L により生産量 Y が決まるという，生産量の決定式になっている。

(32)，(33) より，

$$\sigma = \frac{Y}{K} = \frac{\lambda}{n} \tag{38}$$

(38) を (34) に代入すると，

$$g_{t+1} = g_t + \beta\left(\frac{\lambda_t}{n} - \sigma_r\right) \tag{39}$$

を得る。

モデルは，(15) と (39) の2本に集約された。

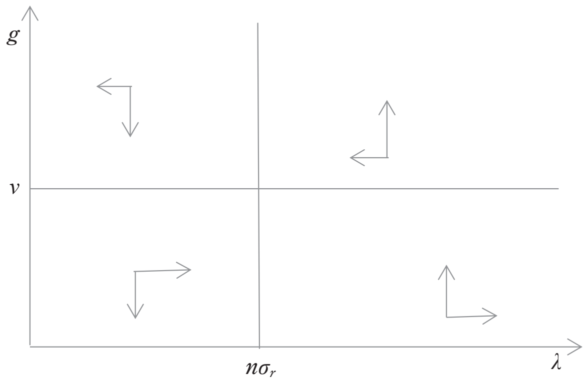
(16) をみたす線は，

$$\lambda = n\sigma_r \tag{40}$$

となる。

位相図は，次の図２のように描くことができる。

図２



出所：筆者作成

位相図だけでは発散するか収束するか分からないので，ここでも微分方程式で近似して分析することにする。

（39）は，微分方程式で近似すれば，

$$\frac{dg}{dt} = \beta\left(\frac{\lambda}{n} - \sigma_r\right) \tag{41}$$

と書くことができる。

もう一本の微分方程式は，前節と同じく，

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda(v - g) \tag{24}$$

である。

（41），（24）より，dt を消去すれば，

$$(v-g)\,dg=\left(\frac{\beta}{n}-\frac{\beta\sigma_r}{\lambda}\right)d\lambda \tag{42}$$

となる。両辺を積分すれば,

$$vg-\frac{1}{2}g^2=\frac{\beta}{n}\lambda-\beta\sigma_r\log\lambda+D \tag{43}$$

となる。ここで, D は積分定数である。

完全雇用に達したときの g, λ をそれぞれ g_0, λ_0とおき, (43) に代入すると,

$$vg_0-\frac{1}{2}g_0^2=\frac{\beta}{n}\lambda_0-\beta\sigma_r\log\lambda_0+D \tag{44}$$

となる。

(43) から (44) を引くと,

$$(g-g_0)\left(v-\frac{1}{2}(g-g_0)\right)=\frac{\beta}{n}(\lambda-\lambda_0)-\beta\sigma_r\log\frac{\lambda}{\lambda_0} \tag{45}$$

を得る。

(45) の左辺を

$$f(g)=(g-g_0)\left(v-\frac{1}{2}(g+g_0)\right) \tag{46}$$

とおくと, g についての2次関数であり, g が v のときに最大値をとる。

$$f(g)=0 \tag{47}$$

をみたす点は,

$$g-g_0,\ \ 2v-g_0 \tag{48}$$

である。

(45) の右辺を

$$f(\lambda)=\frac{\beta}{n}(\lambda-\lambda_0)-\beta\sigma_r\log\frac{\lambda}{\lambda_0} \tag{49}$$

とおくと,

$$f'(\lambda)=\frac{\beta}{n}-\frac{\beta\sigma_r}{\lambda} \tag{50}$$

$$f''(\lambda)=\frac{\beta\sigma_r}{\lambda^2}>0 \tag{52}$$

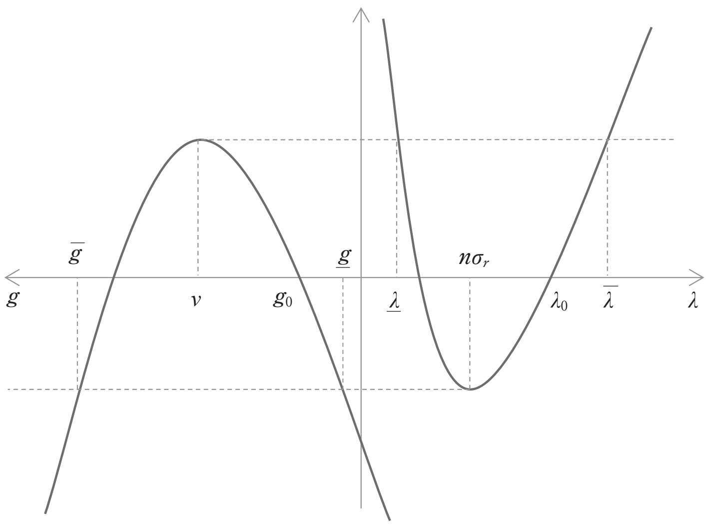
となるので，

$$\lambda=n\sigma_r \tag{53}$$

のときに，最小値をとる。

（45）の両辺をグラフに描くと次の図３のようになる。原点を中心に，水平軸の右の方向にλがとられ，左の方向にgが取られている。gがvのとき，（45）の左辺は最大となる。そのときのgに対応するλがλの最大値と最小値となる。また，λが$n\sigma_r$のときに（45）の右辺は最小になる。そのときのλに対応するgがgの最大値と最小値になる。

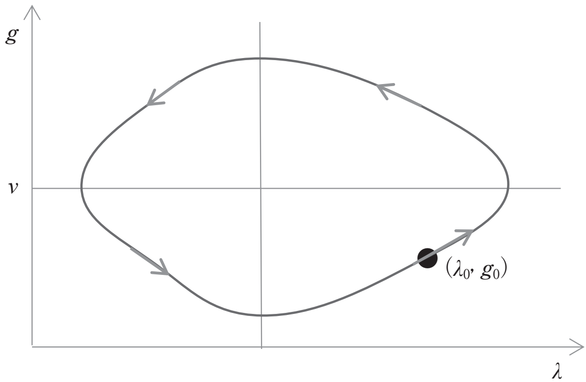
図３



出所：筆者作成

図３を基に，g と λ の関係を描くと，図４のような閉軌道になる。移動の方向は，図２から分かるように反時計周りである。

図４



出所：筆者作成

Ⅳ　基本モデルと上方反転モデルの統合

基本モデルと上方反転モデルを統合すると，次のような図５を描くことができる。

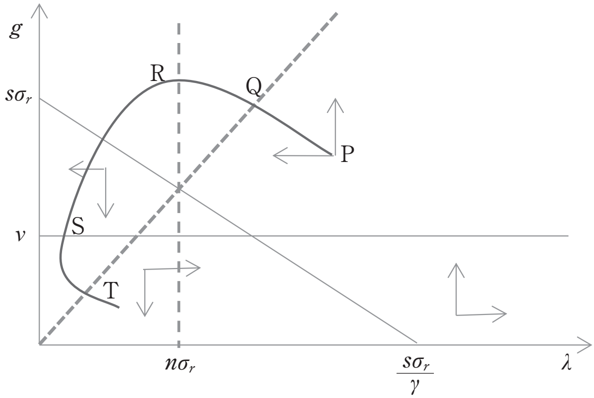
なお，(17) と (29) の交点を求めると，

$$g = (s - n\gamma)\sigma_r \tag{54}$$

$$\lambda = n\sigma_r \tag{55}$$

となる。

図５



出所：筆者作成

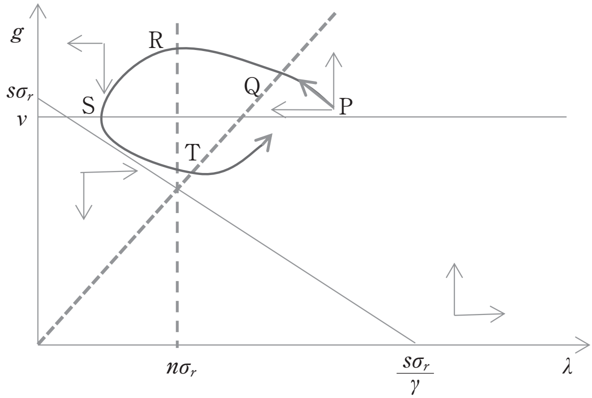
点Ｐから出発した経済は，点Ｑで完全雇用領域に入り，左上への運動を続ける。点Ｒで左下方向への運動に変化し，点Ｓで右下への運動に変化する。そして，点Ｔで不完全雇用領域に入る。

v が（53）で決まる g よりも大きい場合，つまり，

$$v > (s - n\gamma)\sigma_r \tag{56}$$

の場合には，次の図６のような運動をすることがある。図５との違いは，点Ｔで不完全雇用領域に入ったときに，経済は，右下へ運動するのではなくて，右上に運動し，再び完全雇用領域に入ってくることである。

図6



出所：筆者作成

Ⅴ　上方反転しないモデル

ここでは，消費が完全に実現し，投資が生産から消費を引いたもので決定される場合に経済がどのような運動をするか考察する。

モデルは次のように書くことができる。

$$Y=C+I \tag{57}$$

$$C=A+\alpha Y \tag{58}$$

$$Y=\sigma K \tag{59}$$

$$L=nY \tag{60}$$

$$g=\frac{I}{K} \tag{61}$$

$$K_{t+1}=K_t+I_t \tag{62}$$

$$A=\gamma L \tag{63}$$

$$L_{t+1}=(1+v)L_t \tag{64}$$

内生変数は，Y，C，I，A，σ，K，L，g の8個であり，(57)～(64) の8本の式から構成される。

上方反転モデルとの違いは，(58) で決定される消費が実現し，生産量が

労働供給量で制約を受けているので，投資は生産から消費を引いた残りで決定される。換言すれば，（57）式が投資の決定式になっている。

(61)，(11)，(60)，(63) より，

$$g=\frac{I}{K}=\left(\frac{s-n\gamma}{n}\right)\lambda \tag{65}$$

となる。これは，雇用量と労働供給量が等しいことを表す線である。

λの運動は（15）で表される。

均衡のλは，

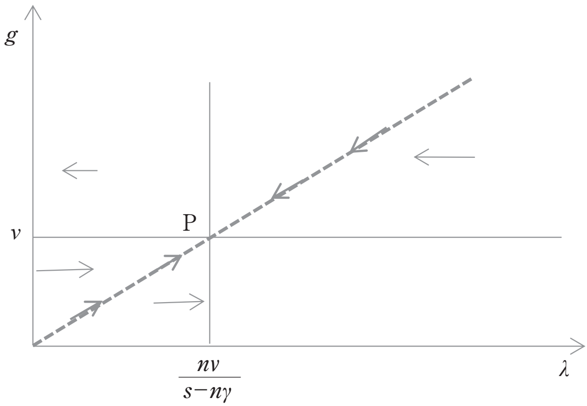
$$\lambda=\frac{nv}{s-n\gamma} \tag{66}$$

となる。

従って，位相図は図７のようになる。

経済は，労働供給量と労働需要量が等しい点線（65）上にあり，均衡点Ｐに収束する。

図７

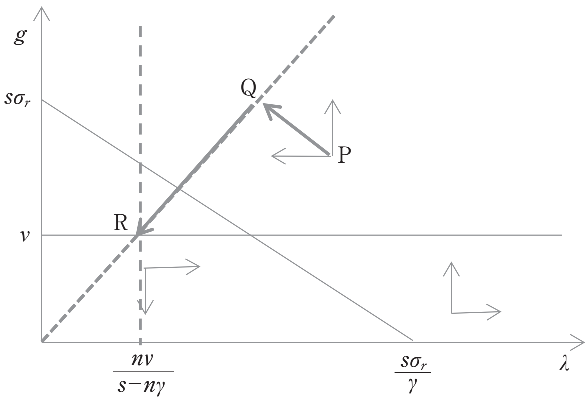


出所：筆者作成

Ⅵ　基本モデルと上方反転しないモデルとの統合

不完全雇用モデルと反転しないモデルを統合すると次の図８のようになる。経済は，P 点から上方に累積運動を始め，点 Q で完全雇用を達成すると，雇用量と労働供給量が等しい線（65）上を左下方向に移動し，均衡点である点 R まで移動する。

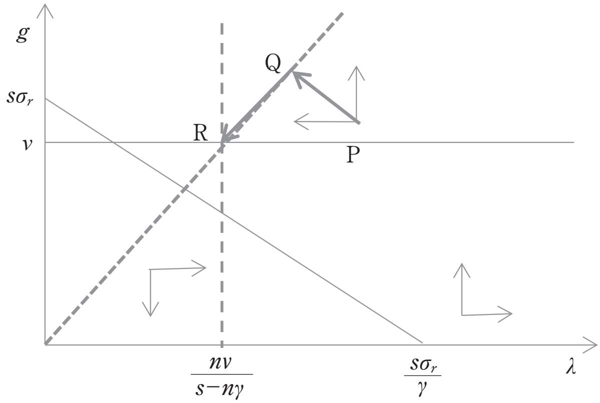
図８



出所：筆者作成

v が大きく，（56）をみたす場合は，次の図９のようになる。

図９



出所：筆者作成

点Ｐにある経済は，上方への累積運動を行い，点Ｑで完全雇用になると，均衡点である点Ｒまで移動する。v が小さい場合は，完全雇用を達成した後何らかのきっかけで不完全雇用になると，経済は下方への累積運動を始めるが，v が大きい場合は，上方への累積運動を始める。

Ⅶ　新古典派成長モデルとの比較

上方反転しないモデルは，新古典派モデルと類似している。新古典派成長モデルは，例えば，次のように書かれる。

$$Y=C+I \tag{67}$$

$$C=A+\alpha Y \tag{68}$$

$$Y=F(K,L) \tag{69}$$

$$K_{t+1}=K_t+I_t \tag{70}$$

$$A=\gamma L \tag{71}$$

$$L_{t+1}=(1+v)L_t \tag{72}$$

内生変数は，C，Y，I，A，K，L の6個である。(67)～(72) の6本の式でモデルは構成される。

通常，新古典派モデルで基礎消費が考慮されることはないが，これまでの議論に合わせて基礎消費を考慮している。本稿のモデルとの違いは，(69) の生産関数である。

(69) の生産関数に1次同次を仮定し，

$$k=\frac{K}{L} \tag{73}$$

$$y=\frac{Y}{L} \tag{74}$$

とおく。

これらの仮定により，(69) は，

$$y=f(k) \tag{75}$$

と書くことができる。

(69) の両辺を L_t で割ると，

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t}=\frac{K_t+I_t}{L_t} \tag{76}$$

となる。

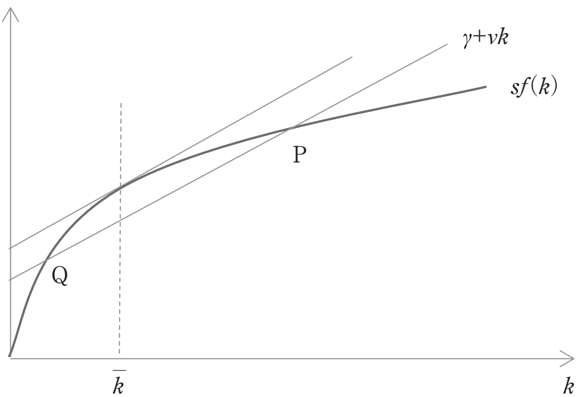
(69)，(73)，(11)，(74)，(71)，(75) を用いて (76) を変形すると，

$$k_{t+1}-k_t=\frac{1}{1+\nu}\left[sf(k_t)-(\gamma+\nu k_t)\right] \tag{77}$$

を得る。

(77) の右辺の括弧の中のグラフを描くと，次の図10のようになる。

図10



出所：筆者作成

γが0の場合は，vk線は原点を通り，通常の新古典派成長モデルと同じになる。

γが正になれば，均衡点は，点Ｐと点Ｑの2点である。点Ｐは安定な均衡点であり，点Ｐよりもkが大きければkは減少し，小さければ増加し，点Ｐに収束する。点Ｑは不安定な均衡点であり，kが点Ｑよりも大きければ増加して点Ｐに収束し，点Ｑよりも小さければ0になる。

γが大きくなり，図10のように，$sf(k)$線に接する点よりも大きくなれば，均衡点はなくなる。点$(\bar{k}, sf(\bar{k}))$における接線は，縦軸をzとおくと，

$$z = sf'(\bar{k})(k - \bar{k}) + sf(\bar{k}) \tag{78}$$

となるので，均衡点がなくなる条件は，

$$\gamma > sf(\bar{k}) - sf'(\bar{k})\bar{k} \tag{79}$$

となる。

上方反転しないモデルを新古典派成長モデルと同じように分析すると次のようになる。

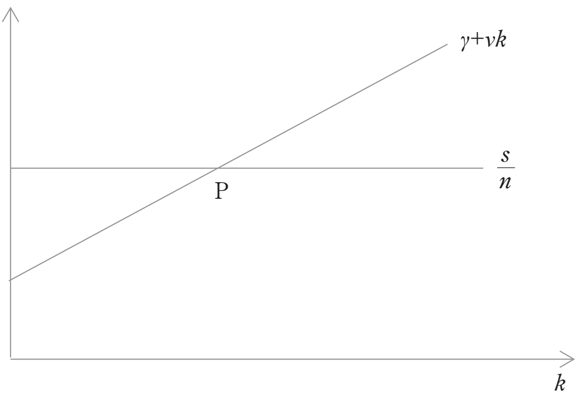
新古典派成長モデルと同じように，(62）をL_tで割ると，(76）を得る。(60)，(11)，(63）を用いて（76）を変形すると，

$$k_{t+1}-k_t=\frac{1}{1+v}\left[\frac{s}{n}-(\gamma+vk_t)\right] \tag{80}$$

を得る。

（80）の右辺の括弧の中のグラフを描くと次の図11のようになる。

図11



出所：筆者作成

均衡点よりも k が大きければ k は減少し，P に収束する。均衡点よりも k が小さければ k は増加し P に収束する。

なお，均衡点が存在する条件は，

$$\frac{s}{n}>\gamma \tag{81}$$

である。

新古典派成長論の場合は，労働市場で実質賃金率が動くことにより完全雇用が達成され，実質賃金率と資本のレンタルプライスが変動することにより，生産関数の労働と資本の代替がスムーズに行われることにより，均衡点に収束すると考えている。

本稿のモデルの場合は，財・サービス市場での需要増により労働需要が増加し完全雇用が達成された後，消費需要が投資需要よりも優先的にみたされることにより均衡点に収束すると考えている。

どちらのモデルも，完全雇用が達成された下で，投資関数がない，ということが共通している。

違いは，完全雇用が達成されるメカニズムである。

Ⅷ　まとめ

本稿では，不均衡が累積する経済モデルで，完全雇用に達した後，投資が完全に実現される場合と消費が完全に実現される場合，そして，消費が完全に実現される場合と新古典派成長モデルを比較した。

投資が完全に実現される場合は，置塩（1978）で詳細な分析がなされているが，完全雇用が持続することはない。

消費が完全に実現される場合は，完全雇用が持続する。その点は，背後に考えているメカニズムは異なるが，新古典派成長モデルと同様である。

消費が完全に実現することが純粋な資本主義経済で可能かと問われれば，不可能であろう。その点から新古典派成長モデルを批判することも可能である。しかしながら，視点を変えると，資本主義経済の矛盾や限界が様々なところで議論されている今日，新しい経済体制を模索するうえでは，意義があると考える。

ケインズ派の経済学によれば，有効需要が大きければ完全雇用が実現する。社会主義経済が考えられてのは，生産力が高まり，投資需要を減らし，消費需要を増やすことによって，豊かな社会を築くことにあったと思われる。

本稿で提示したような完全雇用が持続する経済を実現させるためには，消費需要を増やすことが重要になる。そのためには，どのようにして完全雇用を実現し，どのようにして実質賃金率を高くするかが重要なポイントになる。

また，資本主義経済の下では，消費を陳腐化させ新商品を市場に次々に投入することが必要になるが，SDGs が議論されている今日，そういうやり方が果たしていいのかどうか，また，新商品を開発しないことがいいのかどうか，考えてみる必要がある。

これらのことが残された課題である。

参考文献

置塩信雄（1978）「上方転換の一契機について」国民経済雑誌，第138巻第3号，pp.78 − 94
大住圭介，川畑公久，筒井修二（2006）『現代経済学のコア　経済成長と動学』勁草書房
ハロッド，R. F.（1976）『経済動学』（宮崎義一訳）丸善株式会社