偶然遺産動機と若年世代への公的移転政策
－日高（1990）を踏まえて－

仲　間　瑞　樹

1．はじめに

遺産動機を大別するならば，遺産を与える動機が明確な遺産動機としてBarro（1974）による利他的遺産動機（親世代が子世代の厚生を最大にするために遺産を与える），Yaari（1964）による消費遺産動機（遺産の額そのものを高めることに効用を感じながら，遺産を与える），Bernheim, Schleifer and Suumers（1985）による戦略的遺産動機（子世代の親世代に対する世話や介護などの対価として遺産を与える）といったように区分されることが多い[1)]。しかし上記のような特定の遺産動機がない場合でも，遺産を生じさせるメカニズムを説明しているモデルがある。なぜならば，そもそも次世代に遺産を与えようとする動機をもたなかった個人が，予期せぬ形で死亡することにより，その個人が保有していた貯蓄や資産が，遺産として変化する可能性を排除できないからである。言うまでもなく遺産そのものや遺産動機をまったく含まないライフ・サイクルモデルを踏まえるならば，そのモデルでの個人は遺産を受け取ることも，そして次世代にも遺産を与えることがない。その個人は老年期のために貯蓄を行うだけである。しかし老年期を迎える前，あるいは老年期において貯蓄を取り崩しながら生活をする中で，突然の死亡といった出来事が個人において生じ，その個人において残された貯蓄

1）通常，定性的な分析で遺産動機を扱う場合，利他的遺産動機，消費遺産動機，戦略的遺産動機のうち，いずれか1つの遺産動機に特化した分析が多い。しかしこれら3つの遺産動機をすべて採用し，それぞれの遺産動機における政策の経済効果を分析した文献もある。例えばIhori（1994）では，賦課型の公的移転政策財源として相続税を採用し，相続税率が経済成長率に与える定性的な効果について，利他的遺産動機，消費遺産動機，戦略的遺産動機の3つの遺産動機それぞれにおいて分析している。そして遺産動機の差異にかかわらず，相続税は経済成長率と独立であることを導いている。

や資産があるならば，それは本人の意志とは関係なく遺産へと転じてしまう。このように特定化された遺産動機をもたない個人が，予期せぬ死を迎えることから生じる遺産を偶発的遺産，偶然遺産あるいは意図せざる遺産と呼ぶことが多い。そして偶発的遺産を反映した遺産動機の名称は論者によってまちまちであるが，偶発的遺産動機，偶然遺産動機，意図せざる遺産動機といった名称で呼ばれることが多い[2)]。

偶然遺産動機を扱ったモデルは，Abel（1985）によってDiamond（1965）の2期間世代重複モデルに死亡確率を加えることでモデル化された。Abel（1985）のモデルでの個人は若年期と老年期の2期間を生存する個人，そして若年期末に死亡してしまい，老年期には生存していない個人がモデル化される。もし個人が若年期と老年期の2期間生存するならば，そもそも遺産が発生せず，若年期から老年期に向けての貯蓄が老年期にすべて消費に充当される。一方，個人が若年期末に死亡する場合，老年期に向けて蓄えられた個人の貯蓄が次世代に対する遺産（意図せざる遺産）として生じることになる。このようなモデルにおいて問題となる政策は，特に公的年金政策である[3)]。積立方式の公的年金政策であれ，賦課方式の公的年金政策であれ，2期間世

2）以下では偶然遺産，偶然遺産動機という名称に統一する。なお偶然遺産動機そのものに対しては，例えば井堀（2003）において生存期間が不確実，年金市場が未整備であることから，親世代が意図せざる遺産を子世代に与えると説明している。そしてもし年金市場が整備されるならば，親世代は子世代に意図せざる遺産を与える必要性がなくなることも述べている。

3）Abel（1985）のモデルに年金課税を取り込むモデルによる分析は，長谷部（1992）によって行われている。前川（2012）は，Abel（1985）の偶然遺産動機にBarro（1974）の利他的遺産動機を加えた効用関数を設定し，所得税，贈与・遺産税は政府支出政策に，消費税は老年期に生存している老年世代への社会保障（公的移転）政策に使われる場合の経済効果（消費や贈与・遺産に対する）を分析している。そのためモデル自体が複雑となることから，前川（2012）では単純化のため資本の限界生産物条件をゼロ，すなわち資本ストック（利子率）が固定されている経済を想定している。同じく前川（2013）は所得階層の異なる個人を想定し，Abel（1985）の偶然遺産動機と生前贈与と遺産の合計から効用を得る動機を加えている。その上で所得税を積立方式そして賦課方式の公的年金政策財源とする場合，消費税，遺産税そして財産税を賦課方式の公的年金政策財源とする場合の経済効果（消費，贈与・遺産，効用に対する経済効果）を数値分析から明らかにしている。ただし前川（2013）の効用関数は前川（2012）のそれとは異なり，偶然遺産動機に純粋な利他的遺産動機を加えているとは言い難い。むしろ偶然遺産動機とYaari（1964）が提唱した消費遺産動機を加えた効用関数と位置付けるべきと考えられる。

代重複モデルの下では若年期の個人が政府に公的年金保険料を支払う。しかし若年期末に死亡する個人は公的年金給付を受け取ることができない。このように2期間世代重複モデルにおいて，老年期の生存に関する死亡確率を考慮する場合，たとえ定額の公的年金保険料に基づく積立方式の公的年金政策であったとしても，公的年金保険料の引き上げは，その引き上げ分と等しい額の貯蓄を阻害するといった，積立方式の公的年金保険料と貯蓄の完全代替の関係が成立しなくなるものと予測できる[4)]。Abel（1985）では積立方式の公的年金保険料が貯蓄を引き下げ，意図せざる遺産が減少することを示している。ただし Abel（1985）のモデルは生産を含まない部分均衡モデルであり，利子率が一定の経済における積立方式による公的年金政策の経済効果を，定性的に分析していることに注意する必要がある。

その Abel（1985）の部分均衡モデルに新古典派型生産技術を加え，動学式の安定性分析を展開する形で一般均衡モデルへと拡張したモデルが日高（1990）である。日高（1990）では利子率（資本ストック）が変化する経済において，定額の公的年金保険料を財源とする積立方式の公的年金政策が利子率，効用に与える効果を定性的に分析している。そこでの主要な帰結は次のとおりである。積立方式の公的年金保険料の引き上げは，利子率を高める（資本ストックを減少させる）。そして利子率と人口成長率が等しいならば，2期間生存する家計から若年期末に死亡する個人が何世代も続いている家計まで，すべての家計を集計化した経済において，積立方式の公的年金政策の導入は効用を高める。さらに個人が2期間生存する家計からそうでない家計において，遺産の発生に差が生じることから，遺産がゼロの家計から何世代にもわたって遺産が蓄積されている家計において，積立方式の公的年金政策の経済効果が変化することも示唆されている。

Abel（1985）であれ日高（1990）であれ，2期間世代重複モデルでの積立

4）遺産動機，遺産がまったく存在しない（生じない）2期間世代重複モデルにおいて，定額の保険料を財源とする積立方式の公的年金政策を扱う場合，保険料の引き上げは同額分だけ貯蓄を引き下げ，資本ストックそのものに影響を与えない。つまり公的年金保険料と貯蓄は完全代替の関係にあることが知られている。

方式あるいは賦課方式の公的年金政策は，公的年金保険料の運用が異なるだけで，その給付を受ける者は老年期を迎えた個人に他ならない。偶然遺産動機を考慮するならば積立方式であれ賦課方式であれ，若年期の個人が公的年金保険料を負担する。死亡確率が考慮されることから，老年期において公的年金給付を受け取ることのできる個人，受け取ることができない個人が生じる点についても，積立方式と賦課方式において共通している。さらに日高（1990）の一般均衡型モデルでの積立方式による公的年金保険料の引き上げは利子率を高める（資本ストックを減らす）といった経済効果は，賦課方式の公的年金保険料を引き上げる場合の経済効果ともパラレルでもある。このような経済効果を興味深い効果として把握することもできる一方，偶然遺産動機において積立方式あるいは賦課方式の公的年金政策を分析すること自体に，どれだけの意義があるのかを考慮する余地も出てくる。その余地を踏まえるならば，Abel（1985）が開発し，日高（1990）が拡張した偶然遺産動機モデルにおいて，積立方式あるいは賦課方式の公的年金政策以外の公的移転政策を分析する余地が新たに生まれてくるのではないだろうか。言うまでもなく公的移転政策は積立方式，賦課方式の公的年金政策にとどまらない。理論上，親世代から子世代への公的移転政策を考えることも可能である[5)]。その場合，親世代である老年世代が子世代への公的移転給付財源を負担することになる。Abel（1985）及び日高（1990）での偶然遺産動機に基づくモデルの個人は，老年世代である親世代が確実に生存するわけではない。子世代への公的移転政策財源を負担する老年世代，負担できない老年世代が発生する。もし死亡確率が高まるならば子世代である若年世代は，公的移転給付からの高い収益率を見込めなくなるものと考えられる。偶然遺産動機において老年世代が財源を負担する若年世代への公的移転政策は，どのような経済効果をもたらすだろうか。そしてAbel（1985）や日高（1990）らの帰結との違いは，どのような形で生じるだろうか。本論文では老年世代が定額の公

５）古くはAtkinson and Stiglitz（1980）が親世代から子世代への公的移転政策について言及している。

的移転政策の財源を負担し，それを政府が若年世代に給付する政策の経済効果について，日高（1990）のモデルを援用しながら分析する。

本論文の構成は次のとおりである。第2節では偶然遺産動機を反映した効用関数，個人と政府の予算制約式，生産関数，財市場と資本市場の均衡式といった基本モデルを提示する。さらに遺産や貯蓄の集計化を行い，動学式の安定性を分析する。第3節では若年世代への公的移転政策財源としての定額の保険料を引き上げた場合，そして死亡確率が高まった場合の経済効果（資本ストック，遺産，効用への経済効果）を分析する。第4節では，本論文のまとめと課題を述べる。

２．モデル

2.1　効用最大化と消費関数の導出

人口が一定率 n ＞ 0で成長する Diamond（1965）による2期間世代重複モデルを用いる。人口は一定率 n ＞ 0で成長するため，集計化された t 期の労働力を L_t，集計化された$(t-1)$期の労働力を L_{t-1}と表すならば，$L_t=(1+n)L_{t-1}$が成立する。t 期の労働力は L_t で表されるため，$(t+1)$期の労働力は$(1-P)L_t$ と表される[6)]。ただし本論文では若年期終了時に個人が死亡する確率を P と表す。そのため大別すると，若年期と老年期の2期間を生存する個人，若年期のみ生存し，若年期末に死亡する個人が現れることになる。

個人の効用関数は，コンスタントな異時点間の代替の弾力性をもつ効用関数で表され，t 世代の効用関数 u^t は下の（1）で表されるものとする[7)]。

$$u^t=\frac{c_{1t}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}}+\frac{1-P}{1+\delta}\frac{c_{2t+1}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} \tag{1}$$

6）このモデルでは個人は若年期にのみ労働を供給し，老年期には退職をする。そして若年期末に死亡する個人がいるため，$(1-P)L_t$ は$(t+1)$期に生存している個人の人口である。

7）効用関数（1）は，日高（1990）での効用関数を踏襲している。

ただし$\dfrac{1}{\gamma}$は異時点間の代替の弾力性の逆数であり，本論文では後に展開される安定性分析を踏まえ，$\gamma > 1$を仮定する[8)]。δは時間選好率である。c_{1t}はｔ期ｔ世代の消費，c_{2t+1}は$(t+1)$期ｔ世代の消費である。ｔ期ｔ世代の個人は労働を非弾力的に供給し，賃金w_tを受け取り，ｔ期$(t-1)$世代の個人から遺産b_t，そしてｔ期$(t-1)$世代の負担する定額の保険料を財源とする公的移転給付βを受け取る。それらは消費c_{1t}と貯蓄s_tに充当される。その個人は$(t+1)$期の期首に退職し，貯蓄の元利合計$(1+r_{t+1})s_t$を受け取り，若年世代への公的移転政策のための定額の保険料τを負担する。貯蓄の元利合計から，その保険料を差し引いた額は消費c_{2t+1}にすべて充当される。これよりｔ世代の個人の予算制約式は，下の（2）と（3）のように表される。

$$c_{1t} = w_t + b_t - s_t + \beta \tag{2}$$

$$c_{2t+1} = (1+r_{t+1})s_t - \tau \tag{3}$$

政府はｔ期に生存している$(t-1)$世代から定額の保険料τを徴収し，それをｔ世代に移転する。集計化されたｔ期における政府の予算制約式は

$$L_t\beta = (1-P)L_{t-1}\tau$$

であるので，1人当たりの政府の予算制約式は

$$\beta = \frac{1-P}{1+n}\tau \tag{4}$$

となる。(2)，(3)，(4）から，ｔ世代の個人の生涯予算制約式として（5）を得る。

$$c_{1t} + \frac{c_{2t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t + b_t + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right) \tag{5}$$

企業は新古典派型生産技術にしたがって生産を行い，ｔ期における集計化された生産関数は，下の（6）として表される。

$$Y_t = F(K_t, L_t) \tag{6}$$

8）後に展開する安定性分析，比較静学での符号決定を一意な形で行うために，$\gamma > 1$を仮定している。なお日高（1990）では，この仮定$\gamma > 1$を課していない。

ただし Y_t は集計化された t 期の生産物，L_t は集計化された t 期の労働力，K_t は集計化された t 期の資本ストックである。一人当たりの生産関数は（7）のとおり表される。

$$y_t = f(k_t) \tag{7}$$

ただし $y_t = \dfrac{Y_t}{L_t}$，$k_t = \dfrac{K_t}{L_t}$ である。この生産関数は稲田条件をみたすものとする。企業の利潤最大化問題から，資本と労働の限界生産物条件として $r_t = f'(k_t)$，$w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t$ を得る。

t 期のラグランジュ関数を L_t とおくと，t 世代の個人の効用最大化問題は下の（8）のように定式化される。

$$L_t = \frac{c_{1t}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} + \frac{1-P}{1+\delta}\,\frac{c_{2t+1}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} - \lambda_t\left[c_{1t} + \frac{c_{2t+1}}{1+r_{t+1}} - w_t - b_t - \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] \tag{8}$$

ただし λ_t は t 期のラグランジュ未定乗数である。この効用最大化問題から最適条件は下の（9）として導かれる。

$$c_{2t+1} = (1-P)^{\gamma}(1+r_{t+1})^{\gamma}(1+\delta)^{-\gamma}c_{1t} \tag{9}$$

（9）を（5）に代入することにより，t 期 t 世代の消費関数

$$c_{1t} = \frac{1}{1+(1-P)^{\gamma}(1+r_{t+1})^{\gamma-1}(1+\delta)^{-\gamma}}\left[w_t + b_t + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] \tag{10}$$

を得る。その（10）を（9）に代入することにより，$(t+1)$ 期 t 世代の消費関数

$$c_{2t+1} = (1+r_{t+1})\frac{(1-P)^{\gamma}(1+r_{t+1})^{\gamma-1}(1+\delta)^{-\gamma}}{1+(1-P)^{\gamma}(1+r_{t+1})^{\gamma-1}(1+\delta)^{-\gamma}}\left[w_t + b_t + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] \tag{11}$$

を得る。ここで $\mathrm{a}(r_{t+1})$ を以下のとおり定義する。

$$\mathrm{a}(r_{t+1}) \equiv [1+(1-P)^{\gamma}(1+r_{t+1})^{\gamma-1}(1+\delta)^{-\gamma}]^{-1}$$

$$0 < \mathrm{a}(r_{t+1}) < 1$$

すると上の（10）と（11）は

$$c_{1t}=\mathrm{a}(r_{t+1})\left[w_t+b_t+\tau\left(\frac{1-P}{1+n}-\frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] \tag{12}$$

$$c_{2t+1}=(1+r_{t+1})[1-\mathrm{a}(r_{t+1})]\left[w_t+b_t+\tau\left(\frac{1-P}{1+n}-\frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] \tag{13}$$

として書き直される。なお，以下では（12），（13）で表される消費関数が，必ず正となることを保証するために

$$\frac{1-P}{1+n}>\frac{1}{1+r_{t+1}}$$

つまり

$$\frac{1+r_{t+1}}{1+n}>\frac{1}{1-P}>1$$

を仮定する[9)]。

2.2　家計間の遺産と貯蓄

個人の死亡確率を考慮せず，遺産動機が特定化されている2期間世代重複モデルの場合，個人は遺産動機に基づいて必ず遺産を次世代に与える。しかし本論文のように個人が特定化された遺産動機をもたず，若年期末の個人に死亡確率が生じる場合，様々な家計が現れることになる。まず代々，個人が若年期と老年期の2期間生存し，遺産を全く子世代が受け取ることのない家計。自身の親世代より前の世代は代々2期間生存していたものの，自身の親が若年期のみ生存し，子世代が意図せざる遺産を受け取る家計。自身の祖父母世代よりも前の世代は代々2 期間生存していたものの，自身の祖父母そして親が若年期のみ生存し，自身の親ならびに自身が意図せざる遺産を受け取

9）この仮定を課すことにより，$r_{t+1}>n$ の場合に限定した分析を進めることになる。のちの比較静学において符号決定を一意な形で行うためにも，この仮定が必要となる。一方，日高（1990）では $r_{t+1}>n$ を仮定していない。それは日高（1990）の場合，定額の保険料に基づく積立方式の公的年金政策を扱っているからである。そのため日高（1990）での消費関数では，人口成長率とは独立した形で公的年金のネットの給付が表される。したがって日高（1990）では $r_{t+1}>n$ を仮定として課さなくても，正の消費関数が保証されている。

る家計などといったように，代々短命な世代が続いている家計ほど，意図せざる遺産が多く発生する。基軸となる期をｔ期とするならば，ｔ期よりも以前の期においてどれだけの回数，意図せざる遺産が発生し，遺産が累積しているかについて，家計間でばらつきが生じることになる。

本論文でも日高（1990）と同様，代々，個人が若年期と老年期の2期間生存し，遺産を全く子世代が受け取ることのない家計をタイプゼロの家計と呼ぶことにする。ｔ期におけるタイプゼロの家計での遺産を b_t^0 そして貯蓄を s_t^0 と表すならば，タイプゼロの家計では遺産 b_t^0 が発生していないため

$$b_t^0 = 0$$

である。タイプゼロの家計での貯蓄 s_t^0 は

$$s_t^0 = w_t + \frac{1-P}{1+n}\tau - c_{1t}^0$$

である。ただし c_{1t}^0 はタイプゼロの家計のｔ期における消費である。

次に $(t-1)$ 世代よりも前の世代は常に若年期と老年期の2期間生存していたものの，$(t-1)$ 世代が若年期のみ生存する家計を考える。この場合，子世代であるｔ世代がｔ期において遺産を $(t-1)$ 世代から受け取ることになる。そのようなｔ世代を，日高（1990）にならい，タイプ1の家計と呼ぶことにする。タイプ1の家計では遺産が1回発生している。なお $(t-1)$ 世代はタイプゼロの家計であるが，その子供世代であるｔ世代はタイプ1の家計であることに注意しよう。タイプゼロの家計である $(t-1)$ 世代が若年期末に死亡するため，そのような $(t-1)$ 世代つまり $(t-1)$ 期 $(t-1)$ 世代の貯蓄 s_{t-1}^0 が，ｔ期においてタイプ1の家計の遺産 b_t^1 として現れる。この関係は

$$\mathrm{P}(1-P)L_{t-1}(1+r_t)s_{t-1}^0 = P(1-P)L_t b_t^1$$

と表されるため，ｔ期におけるタイプ1の家計の遺産 b_t^1 は

$$b_t^1 = \frac{1+r_t}{1+n} s_{t-1}^0$$

である。そしてタイプ1の家計の貯蓄 s_t^1 は

$$s_t^1 = w_t + b_t^1 + \frac{1-P}{1+n}\tau - c_{1t}^1$$

である。ただし c_{1t}^1 はタイプ1の家計のｔ期における消費である。

さらに $(t-2)$ 世代よりも前の世代は常に若年期，老年期の2期間生存していたものの，$(t-2)$ 世代そして $(t-1)$ 世代が若年期のみ生存し，その結果 $(t-1)$ 期に $(t-2)$ 世代から $(t-1)$ 世代が遺産を受け取り，ｔ期に $(t-1)$ 世代からｔ世代が遺産を受け取る家計を考える。そのようなｔ世代を，タイプ2の家計と呼ぶことにする。タイプ2の家計では遺産が2回発生している。なお $(t-2)$ 世代の親世代である $(t-3)$ 世代は2期間生存するため，$(t-2)$ 世代はタイプゼロの家計である。しかしその子供世代である $(t-1)$ 世代は，$(t-2)$ 世代が若年期のみ生存することから，タイプ1の家計である。ｔ世代は $(t-2)$ 世代及び $(t-1)$ 世代が若年期のみ生存するため，タイプ2の家計であることに注意しよう。タイプ1の家計である $(t-1)$ 世代，すなわち $(t-1)$ 期 $(t-1)$ 世代の貯蓄 s_{t-1}^1 が，ｔ期においてタイプ2の家計の遺産 b_t^2 へと転じることから

$$P^2(1-P)L_{t-1}(1+r_t)s_{t-1}^1 = P^2(1-P)L_t b_t^2$$

と表され，ｔ期におけるタイプ2の家計の遺産 b_t^2 は

$$b_t^2 = \frac{1+r_t}{1+n}\, s_{t-1}^1$$

である。そしてタイプ2の家計の貯蓄 s_t^2 は

$$s_t^2 = w_t + b_t^2 + \frac{1-P}{1+n}\tau - c_{1t}^2$$

である。ただし c_{1t}^2 はタイプ2の家計のｔ期における消費である。以上と同じ手順をたどることにより，タイプ3の家計の遺産 b_t^3，貯蓄 s_t^3，タイプ4の遺産 b_t^4，貯蓄 s_t^4・・・といったように，タイプ別の遺産と貯蓄を求めることができる。言うまでもなく家計のタイプは無数にある。そこで日高（1990）と同様，一般的な形でｔ期における遺産，貯蓄を表すことにしよう。ｔ期におけるタイプｊ（$j=0,1,2$・・・）の家計の遺産を b_t^j，貯蓄を s_t^j，消費を c_{1t}^j と表すならば，それらは今までの説明を踏まえると

$$b_t^0=0$$

$$s_t^0=w_t+\frac{1-P}{1+n}\tau-c_{1t}^0$$

そして

$$b_t^j=\frac{1+r_t}{1+n}s_{t-1}^{j-1},\quad j>1 \tag{14}$$

$$s_t^j=w_t+b_t^j+\frac{1-P}{1+n}\tau-c_{1t}^j,\quad j>1 \tag{15}$$

と表される。

一方，t 期に注目すると，タイプゼロの家計，タイプ1の家計・・・といったように無数のタイプの家計が存在している。t 期における無数のタイプの家計の集計化された遺産を b_t^*，無数のタイプの集計化された貯蓄を s_t^* と表すならば

$$L_tb_t^*=(1-P)L_tb_t^0+P(1-P)L_tb_t^1+P^2(1-P)L_tb_t^2+P^3(1-P)L_tb_t^3+\cdots$$

すなわち

$$b_t^*=(1-P)\sum_{j=0}^{\infty}P^jb_t^j \tag{16}$$

である。さらに

$$L_ts_t^*=(1-P)L_ts_t^0+P(1-P)L_ts_t^1+P^2(1-P)L_ts_t^2+P^3(1-P)L_ts_t^3+\cdots$$

すなわち

$$s_t^*=(1-P)\sum_{j=0}^{\infty}P^js_t^j \tag{17}$$

である。(16) に (14) を代入し，式を整理するならば

$$b_t^*=P(1-P)\frac{1+r_t}{1+n}\sum_{j=0}^{\infty}P^{j-1}s_{t-1}^{j-1} \tag{18}$$

である。(17) を踏まえると，$(t-1)$期の集計化された貯蓄 s_{t-1}^*は

$$s_{t-1}^*=(1-P)\sum_{j=0}^{\infty}P^{j-1}s_{t-1}^{j-1} \tag{19}$$

である。(19) を踏まえると (18) は

$$b^*{}_t=P\frac{1+r_t}{1+n}s_{t-1}^* \tag{20}$$

となる。

2.3　動学式と安定性分析

前節では日高（1990）にならい，本論文における若年世代への公的移転政策を含めた家計のタイプ別の貯蓄，遺産，集計化された貯蓄，遺産を導出した。t 期における総貯蓄は，t 期における様々なタイプの家計の貯蓄から構成され，それは下の式のとおり $(t+1)$期の資本ストックに吸収される。

$$(1-P)\ L_t s_t^0 + P\ (1-P)\ L_t s_t^1 + P^2\ (1-P)\ L_t s_t^2 + P^3\ (1-P)\ L_t s_t^3 + \cdots$$
$$= L_{t+1} k_{t+1}$$

以上から1人当たりの資本市場の均衡式は

$$s_t^* = (1+n)k_{t+1} \tag{21}$$

である。集計化された t 期 t 世代の消費を c_{1t}^*，t 期$(t-1)$世代の消費を c_{2t}^* と表すならば，財市場の均衡式は

$$c_{1t}^* + \frac{1-P}{1+n}\ c_{2t}^* + (1+n)k_{t+1} = k_t + f(k_t) + k_t \tag{22}$$

である。(12) を踏まえるならば，集計化された t 期 t 世代の消費 c_{1t}^* は

$$c_{1t}^* = \mathrm{a}(r_{t+1})\left[w_t + b_t^* + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right]$$

であるので，(21) は

$$(1+n)k_{t+1} = w_t + b_t^* + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right) + \frac{1}{1+r_{t+1}}\ \tau - \mathrm{a}(r_{t+1})$$
$$\left[w_t + b_t^* + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right]$$

と表される。(20) と (21) を踏まえて上の式を整理するならば

$$(1+n)k_{t+1} = [1-\mathrm{a}(r_{t+1})]\left[w_t + P(1+r_t)k_t + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\right)\right] + \frac{1}{1+r_{t+1}}\ \tau$$

$$= [1-\mathrm{a}(r_{t+1})]\left[w_t + P(1+r_t)k_t + \frac{1-P}{1+n}\ \tau\right] + \mathrm{a}(r_{t+1})\frac{1}{1+r_{t+1}}\ \tau \tag{23}$$

を得る。この（23）が，偶然遺産動機において定額の保険料を財源とする若年世代への公的移転政策を含むモデルでの動学式である。

この動学式（23）はt期ならびに$(t+1)$期の資本ストックに関する動学式であり，Diamond（1965）と同様の方法で動学式の安定性を分析できる。（23）をt期ならびに$(t+1)$期の資本ストックについて微分し，式を整理するならば

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t}=\frac{[1-a(r_{t+1})][P(1+f'(k_t))+k_t(-f''(k_t))(1-P)]}{A}$$

$$=\frac{[1-a(r_{t+1})]\left[P(1+f'(k_t))+(1-P)\dfrac{f'(k_t)}{\sigma_{kt}}\right]}{A} \tag{24}$$

を得る。ただしσ_{kt}はt期における資本ストックの利子率に対する弾力性であり，

$$\sigma_{kt}\equiv-\frac{dlogk_t}{dlogr_t}>0$$

である。（24）の分母Aは

$$\begin{aligned}A=1+n\\&+[-f''(k_{t+1})](\gamma-1)(1+r_{t+1})^{-1}\mathrm{a}(r_{t+1})[1-a(r_{t+1})][w_t+P(1+r_t)k_t]\\&+[-f''(k_{t+1})](\gamma-1)(1+r_{t+1})^{-2}\mathrm{a}(r_{t+1})[1-a(r_{t+1})]\\&(1-P)\tau\left[\frac{1+r_{t+1}}{1+n}-\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}\right]\end{aligned}$$

である。（24）の分子の符号は正である。（24）の分母第1項，第2項の符号は正である。（24）の分母第3項の符号は

$$\frac{1+r_{t+1}}{1+n}>\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}$$

が成立する限り正である。なお

$$\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}>1 \tag{25}$$

である。このことは，分子$1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]$から分母$(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)$を引いた値が正であるため，(25) が成立している。また (12)，(13) において

$$\frac{1+r_{t+1}}{1+n}>\frac{1}{1-P}>1$$

を仮定している。そこで$\dfrac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}$ そして$\dfrac{1}{1-P}$の大小関係を確認すると

$$\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}>\frac{1}{1-P}>1$$

である。これより

$$\frac{1+r_{t+1}}{1+n}>\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})]}{(\gamma-1)[1-a(r_{t+1})](1-P)}>1$$

を仮定するならば，(24) の分母第3項の符号は正である。

さて定常状態の資本ストックを$k_t=k_{t+1}=k^*$とし，その定常状態の資本ストックで表した (23) をみたす資本ストックが，定常均衡としての資本ストックであり，それをk_*と表す。定常均衡としての資本ストックで (24) を評価し，この動学式が定常均衡の近傍で安定であるためには，

$$0<\frac{dk_{t+1}}{dk_t}<1$$

でなければいけない[10)]。そこで定常均衡である資本ストックk_*で評価した (24) の分母から分子を引き，式を整理するならば

10) 日高 (1990) では今期と来期の資本ストックではなく，今期と来期の利子率を使い，動学式の安定性を分析している。それは日高 (1990) では，定額の積立方式の公的年金保険料の増加が利子率にもたらす経済効果を求めるなど，利子率を内生変数として扱い，利子率の変化をもって資本ストックへの影響を論じているからである。しかし日高 (1990) と異なり，本論文は資本ストックを内生変数として扱い，資本ストックへの効果を直接論じている。そのため今期と来期の資本ストックをもとに，動学式の安定性を分析している。もちろん日高 (1990) そして本論文も，新古典派型生産技術を採用している。この点で利子率あるいは資本ストックのうち，どちらに注目して安定性を分析するかについては大きな問題ではない。むしろ日高 (1990) での安定性分

$$1+\mathrm{n}-[1-a(r_*)]\left[(1+f'(k_*))P+(1-P)\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right]$$
$$+[-f''(k_*)](\gamma-1)(1+f'(k_*))^{-1}a(r_*)[1-a(r_*)][w_*+P(1+f'(k_*))k_*]$$
$$+[-f''(k_*)](\gamma-1)(1+f'(k_*))^{-2}a(r_*)[1-a(r_*)]$$
$$(1-P)\tau\left[\frac{1+f'(k_*)}{1+n}-\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)\{1-a(r_*)\}(1-P)}\right] \tag{26}$$

を得る。ただし σ_{k*} は定常均衡の資本ストック k_*，それに対応した利子率 $r_*=f'(k_*)$ で表した資本ストックの利子率に対する弾力性である。

$$\sigma_{k*}=-\frac{dlogk_*}{dlogr_*}>0$$

ここで資本ストックの利子率に対する弾力性を，$\sigma_{k*}>f'(k_*)$ と仮定する[11)]。そして

$$1+n>[1-a(r_*)]\left[(1+f'(k_*))P+(1-P)\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right] \tag{27}$$

すなわち

$$\frac{1}{1-a(r_*)}>\frac{1+f'(k_*)}{1+n}P+\frac{1-P}{1+n}\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$$

を仮定する。以上から下の4つの仮定

$$\gamma>1$$
$$\sigma_{k*}>f'(k_*)$$
$$\frac{1}{1-a(r_*)}>\frac{1+f'(k_*)}{1+n}P+\frac{1-P}{1+n}\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$$

析で検討すべき点は，資本需要の利子弾力性が十分に大きい値をとると述べるにとどまっていて，それ以上の詳細な仮定を課すことなく安定性を分析している点である。この点で本論文は日高（1990）の安定性分析とは異なり，(24）の符号決定に関する条件を含め，動学式の安定性を保証するための議論を細かく行っている。

11）一見この仮定を設ける必要性は高くない。しかしこの仮定を設けることにより $\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}<1$ が保証され，$(1-P)\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$ の値そのものが大きくなることを回避している。

$$\frac{1+f'(k_*)}{1+n} > \frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)} > 1$$

を課すならば，$0 < \frac{dk_{t+1}}{dk_t} < 1$が成立する。よって上の4つの仮定において，偶然遺産動機及び定額の保険料を財源とする若年世代への公的移転政策を含むモデルの動学式は，定常均衡の近傍で安定である。このことは以下の命題1としてまとめられる。

命題１

偶然遺産動機が生じていて，企業は新古典派型生産技術に従い生産を行う。政府は老年世代から定額の保険料を徴収し，それを子世代に公的移転として給付する。そして以下の4つの仮定

$$\gamma > 1$$

$$\sigma_{k*} > f'(k_*)$$

$$\frac{1}{1-a(r_*)} > \frac{1+f'(k_*)}{1+n}P + \frac{1-P}{1+n}\,\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$$

$$\frac{1+f'(k_*)}{1+n} > \frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)} > 1$$

をみたすならば，その動学式は定常均衡の近傍で安定である。

３．定額の保険料の増加，死亡率の増加と資本ストック・効用

3.1　定額の保険料を増加させた場合

以下では定常状態に焦点をあて，まず政府が定額の保険料を増加させた場合，資本ストック及び効用にもたらす効果を定性的に分析する。(23) を定常均衡の資本ストックで表すと，下の (28) のように表すことができる。

$$(1+n)k_* = [1-a(r_*)]\left[w_* + P(1+r_*)k_* + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+r_*}\right)\right] + \frac{1}{1+r_*}\tau \quad (28)$$

$$a_k(r_*)=\frac{\partial a(r)}{\partial k}=[-f''(k_*)](1+r_*)^{-1}a(r_*)[1-a(r_*)](\gamma-1)$$

$$r_*=f'(k_*)$$

$$w_*=f(k_*)-f'(k_*)k_*$$

(28) から定額の保険料の増加が資本ストックに与える効果を求めると

$$\frac{dk_*}{d\tau}=\frac{a(r_*)(1+r_*)^{-1}+[1-a(r_*)](1-P)(1+n)^{-1}}{B} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{B}=&1+n-[1-a(r_*)]\left[(1+f'(k_*))P+(1-P)\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right]\\&+[-f''(k_*)](\gamma-1)\ (1+f'(k_*))^{-1}a(r_*)[1-a(r_*)][w_*+P(1+f'(k_*))k_*]\\&+[-f''(k_*)]\ (\gamma-1)(1+f'(k_*))^{-2}a(r_*)[1-a(r_*)]\\&(1-P)\tau\left[\frac{1+f'(k_*)}{1+n}-\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)\{1-a(r_*)\}(1-P)}\right]\end{aligned}$$

である。(29) の分子は明らかに正，(29) の分母は安定性分析から正である。つまり定額の保険料を財源とする若年世代への公的移転政策において，政府が定額税の保険料を増やすならば資本ストックは増加する。この結果は積立方式の公的年金政策財源としての定額の保険料を増やすことにより，利子率が増加（つまり資本ストックが減少）するといった結果を得ている日高 (1990) と逆の経済効果である。死亡確率が発生する偶然遺産動機では，若年世代への公的移転の財源を担う老年世代が，若年期末に一定率だけ死亡している。そのため若年世代は，老年期における定額の保険料負担に備える必要がより一層生じるため，貯蓄を増やす必要があるものと解釈できる。さらに若年世代には，確実に公的移転給付を手にすることによる所得効果も機能しているものと解釈できる。このような背景から貯蓄，すなわち資本ストックが高まるものと考えられる。

本論文での定額の保険料を財源とする若年世代への公的移転政策の場合，社会保障としてのそれが貯蓄を押し下げるといった，Feldstein (1974) のような効果を見出すことはできない。かえって社会保障としての若年世代へ

の公的移転政策は，貯蓄を強化する方向に働くのである[12)]。偶然遺産動機の文脈では，老年世代に財源負担を求め，老年世代から若年世代に公的移転を行うことは，貯蓄（資本ストック）と社会保障（若年世代への公的移転政策）の代替ではなく，互いに補完しあうことを意味している。日高（1990）では定額の保険料を財源とする積立方式の公的年金政策が貯蓄を押し下げるため，貯蓄（資本ストック）と社会保障としての積立方式の公的年金政策は代替関係にある。私的貯蓄と社会保障政策が代替関係である方向性と補完関係である方向性のどちらであるべきかについては，政府の政策判断とかかわる。少なくとも上の定性的な分析の範囲内では，政府が社会保障の強化と私的貯蓄の強化の両立を目指すならば，日高（1990）での積立方式の公的年金政策の採用はふさわしくなく，本論文での若年世代への公的移転政策を利用せざるを得ないことが示唆される。

次に定額の保険料の増加が定常状態における効用 u_* にもたらす効果を求めよう。定常状態における効用 u_* は下の（30）のとおりである。

$$u_* = \frac{c_{1*}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} + \frac{1-P}{1+\delta}\frac{c_{2*}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} \tag{30}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}} a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}} \bar{W}^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

$$\bar{W} = w_* + b_* + \tau\left(\frac{1-P}{1+n} - \frac{1}{1+f'(k_*)}\right) > 0$$

$$b_* = P[1+f'(k_*)]k_*$$

(30)を保険料について微分し,式を整理すると

$$\frac{du_*}{d\tau} = a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}} \bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}} \left(\frac{f'-n}{1+f'}\right) \frac{dk_*}{d\tau}$$

12）政府による社会保障の1つである，若年世代への公的移転政策を拡充することにより，金銭的に若年期の個人の生活が強化されるのみならず，老年期の消費への備え，保険料負担への備えが高まるといった2つの効果が見出される。

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}P\left(1-\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right)\frac{dk_*}{d\tau}$$

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}P\,f'(k_*)\frac{dk_*}{d\tau}$$

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{1-P}{1+f'}\right)\left(\frac{1+f'}{1+n}-\frac{1}{1-P}\right) \tag{31}$$

となる。安定性分析で課した4つの仮定を考慮するならば（31）の符号は正であり，その4つの仮定の下では，保険料の増加は効用を高める。また保険料が増加することにより，遺産は下の（32）のとおり増加する。

$$\frac{db_*}{d\tau}=P\,f'\frac{dk_*}{d\tau}+P\left(1-\frac{f'}{\sigma_{k*}}\right)\frac{dk_*}{d\tau} \tag{32}$$

命題２

偶然遺産動機が生じていて，企業は新古典派型生産技術に従い生産を行う。政府は老年世代から定額の保険料を徴収し，それを子世代に公的移転として給付する。そして以下の4つの仮定

$$\gamma > 1$$

$$\sigma_{k*} > f'(k_*)$$

$$\frac{1}{1-a(r_*)} > \frac{1+f'(k_*)}{1+n}P+\frac{1-P}{1+n}\,\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$$

$$\frac{1+f'(k_*)}{1+n} > \frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)} > 1$$

をみたすものとする。この4つの仮定の下で政府が，若年世代への公的移転政策財源としての定額の保険料を増やすならば，資本ストック，遺産，効用が増加する。

本論文のように若年期末における死亡確率が生じていて，政府が老年期に生存している個人から若年世代への公的移転政策財源としての定額の保険料

を徴収する場合，老年期に生存する個人による保険料負担は増加する。そのため若年期において個人は政府から公的移転給付を受け取るものの，それを老年期における保険料負担に備えるためにも極力貯蓄へ充当するものと解釈できる。このような動きを受けて，若年世代への公的移転政策財源としての保険料の引き上げは資本ストックを高め，利子率が人口成長率より高い状態において効用を高めるものと解釈できる。

なお個人が必ず2期間生存する世代重複モデルにおいて，消費税率の引き上げは老年期における消費税負担に備える意味で，貯蓄も高まるといった効果（タックス・タイミング効果）が知られている。本論文では消費税を全く考慮していないものの，消費税率の引き上げと同じ効果が見込まれる。さらに遺産についても（32）が示すように，保険料の引き上げに備えるために貯蓄が増加することをうけ，若年期末に死亡する個人が残す貯蓄，すなわち遺産が増加するものと解釈できる。

3.2　死亡確率が増加した場合

3.1と同様，定常状態に焦点をあて，死亡確率が高くなった場合（生存確率が低くなった場合），資本ストック及び効用への効果を分析する。先の（28）から死亡確率が高まった場合における資本ストックへの効果を分析できる。

$$(1+n)k_*=[1-a(r_*)]\left[w_*+P(1+r_*)k_*+\tau\left(\frac{1-P}{1+n}-\frac{1}{1+r_*}\right)\right]+\frac{1}{1+r_*}\tau \quad (28)$$

$$a_k(r_*)=[-f''(k_*)](1+r_*)^{-1}a(r_*)[1-a(r_*)](\gamma-1)$$

$$a_P(r_*)=\frac{\partial a(r)}{\partial P}=\gamma a(r_*)[1-a(r_*)](1-P)^{-1}$$

（28）から死亡率の増加が資本ストックに与える効果を求めると

$$\frac{dk_*}{dP}=\frac{[1-a(r_*)](1-P)^{-1}\left[\dfrac{1-P}{1+n}c_{2*}-\gamma c_{1*}\right]}{B} \quad (33)$$

$$\mathrm{B}=1+n-[1-a(r_*)]\left[(1+f'(k_*))P+(1-P)\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right]$$

$$+[-f''(k_*)](\gamma-1)(1+f'(k_*))^{-1}a(r_*)[1-a(r_*)][w_*+P(1+f'(k_*))k_*]$$

$$+[-f''(k_*)](\gamma-1)(1+f'(k_*))^{-2}a(r_*)[1-a(r_*)]$$

$$(1-P)\tau\left[\frac{1+f'(k_*)}{1+n}-\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)}\right]$$

$$c_{1*}=a(r_*)\left[w_*+P(1+f'(k_*))k_*+\tau\left(\frac{1-P}{1+n}-\frac{1}{1+r_*}\right)\right]$$

$$c_{2*}=[1+f'(k_*)](1+n)k_*-\tau$$

である。(33) の分子の符号は一意に決定せず，$\frac{1-P}{1+n}c_{2*}$ と γc_{1*} の大小関係に依存する。一方，(33) の分母は安定性分析から正である。そこで (33) の分子の大かっこを，以下の表1のように場合分けを行う。

表1

$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$ とγの大小関係	$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}<\gamma$	$\gamma=\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$	$\gamma<\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$
$\frac{dk_*}{dP}$の値	マイナス	ゼロ	プラス

安定性分析で課した仮定より $\gamma>1$ であるため，$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}<\gamma$ のときは $\frac{1-P}{1+n}c_{2*}>c_{1*}$，あるいは $\frac{1-P}{1+n}c_{2*}<c_{1*}$ をみたす場合の両者が考えられる。若年期末に死亡する確率が高まるため，若年期の個人が手にする公的移転給付の収益率が減少する。そして若年期の消費が老年期の消費よりも相対的に大きくなるにつれ，若年期の個人は貯蓄を犠牲にし，若年期の消費を優先せざるを得ないものと考えられる。以上から，この場合においては死亡確率が高まる

ことにより，資本ストックが減少するものと解釈できる。$\frac{1-P}{1+n}c_{2*}$ と c_{1*} の比がちょうどγに等しい場合，(33) の分子はゼロとなり，このときに限り死亡確率の増加は資本ストックに影響を与えない。さらに$\gamma<\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のときは，安定性分析で課した仮定より$\gamma>1$であるため，$\frac{1-P}{1+n}c_{2*}>c_{1*}$が保証される。この場合，確実に老年期の消費が若年期の消費よりも相対的に大きい場合が想定される。若年期末に死亡する確率が高まるため，若年期の個人が手にする公的移転給付の収益率が減少することになる。しかし若年期の消費よりも老年期の消費が相対的に大きいため，貯蓄を高めざるを得ないものと考えられる。以上から，この場合においては死亡確率が高まることにより，資本ストックが増えるものと解釈できる。

なお死亡確率が高まることにより，老年期に向けての貯蓄が遺産として発生し，遺産の増加に結びつく。実際，$\mathrm{b}_*=P[1+f'(k_*)]k_*$ を用いることによって

$$\frac{db_*}{dP}=(1+f')k_*+Pf'\frac{dk_*}{dP}+P\left(1-\frac{f'}{\sigma_{k*}}\right)\frac{dk_*}{dP} \tag{34}$$

を得る。安定性分析で課した仮定ならびに$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}>\gamma$のとき，そして$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}=\gamma$のとき，死亡確率が高まることによって遺産が増加する。一方$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}<\gamma$のとき，死亡確率が高まることによって遺産に生じる効果は一意に決定しない。次に死亡確率の増加が，定常状態における効用 u_* にもたらす効果を求めよう。定常状態における効用 u_* は前節と同様，下の (30) のとおりである。

$$u_*=\frac{c_{1*}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}}+\frac{1-P}{1+\delta}\frac{c_{2*}^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}} \tag{30}$$

$$=\frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}}a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

$$\bar{W}=w_*+b_*+\ \tau\left(\frac{1-P}{1+n}-\frac{1}{1+f'(k_*)}\right)>0$$

$$b_*=P[1+f'(k_*)]k_*$$

上の（30）を死亡確率について微分し，式を整理すると

$$\frac{du_*}{dP}=a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\left(\frac{f'-n}{1+f'}\right)\frac{dk_*}{dP}$$

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}P\left(1-\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}\right)\frac{dk_*}{dP}$$

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}P\,f'(k_*)\frac{dk_*}{dP}$$

$$+a(r_*)^{-\frac{1}{\gamma}}\bar{W}^{-\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{1}{1+f'}\right)\left[\frac{1+f'}{1+n}-\frac{\gamma}{(\gamma-1)(1-P)}\right]c_2^* \tag{35}$$

となる。(35) の第4項の符号は，$\frac{1+\mathrm{r}_*}{1+n}>\frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)}>\frac{\gamma}{(\gamma-1)(1-P)}$ならば正である。さらに安定性分析で課した仮定，(33)，(34) の結果から，$\gamma\leq\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のとき死亡確率が増加するならば，効用は増加する。しかし$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}<\gamma$のとき死亡確率が増加するならば，効用にもたらす効果は一意に定まらない。

命題３

偶然遺産動機が生じていて，企業は新古典派型生産技術に従い生産を行う。政府は老年世代から定額の保険料を徴収し，それを子世代に公的移転として給付する。そして以下の4つの仮定

$$\gamma > 1$$

$$\sigma_{k*} > f'(k_*)$$

$$\frac{1}{1-a(r_*)} > \frac{1+f'(k_*)}{1+n}P + \frac{1-P}{1+n}\frac{f'(k_*)}{\sigma_{k*}}$$

$$\frac{1+f'(k_*)}{1+n} > \frac{1+(\gamma-1)[1-a(r_*)]}{(\gamma-1)[1-a(r_*)](1-P)} > 1$$

をみたすものとする。$\gamma < \frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のとき死亡確率が増加するならば，資本ストック，遺産，効用は増加する。$\gamma = \frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のとき死亡確率が増加するならば，資本ストックは変化しないものの，遺産と効用は増加する。しかし$\frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}} < \gamma$のとき死亡確率が増加するならば，資本ストックは減少するものの，遺産，効用は増加あるいは減少する。

若年期末に死亡する確率が高まることによって遺産が発生し，その遺産によって若年期の貯蓄が刺激されるものと考えられる。特に$\gamma < \frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のときにおいて死亡確率の高まりは資本ストックを刺激し，安定性分析で課した仮定－利子率が人口成長率よりも高い－の下では効用を高める方向に働くのである。若年世代への公的移転政策財源としての保険料が一定である下での死亡確率の増加は，政府が若年世代への公的移転政策財源としての保険料を増加させた場合とパラレルな経済効果をもたらしていることが分かる。

3.1では政府が若年世代への公的移転政策財源としての保険料を増加させ

た場合を検討した。3.1での経済効果と$\gamma < \frac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のときにおいて死亡確率が高まった場合，資本ストック，遺産，効用への経済効果は全く同一ではないものの，その経済効果がパラレルである。このことをどのように評価したらよいだろうか。資本ストック，効用を高めるために，政府は若年世代への公的移転政策財源としての保険料を引き上げるといった政策を選択することができる。その一方で，政府が本論文での公的移転政策財源としての保険料を引き上げず，その経済で生じる死亡確率の高まりにまかせておくといった選択肢もある[13)]。本論文での若年世代への公的移転政策としての社会保障の強化と，死亡確率の高まりにまかせることはまったく異なる事象であり，両者の意味することには大きな隔たりがある。しかしその経済における死亡確率の高まりにまかせても，あるいは社会保障の強化を選択しても，本論文における若年世代への公的移転政策の経済効果はパラレルである。社会保障の強化，資本ストックの増加を同時に追求する必要がある場合，若年世代への公的移転政策といった社会保障の強化を追求する，死亡確率の増加に委ねるといった方向のうち，どちらを目指すべきか，その判断を必要とする部分が政府内に新たに生まれるのである。

4．終わりに

本論文では Abel（1985）での偶然遺産動機モデルを，一般均衡型の偶然遺産動機モデルに拡張し，定額の保険料に基づく積立方式の公的年金政策の経済効果を分析した日高（1990）とは異なる若年世代への公的移転政策を導入し，以下の事柄を分析した。

まず動学式の安定性分析，若年世代への公的移転政策の財源としての保険料の増加，次に死亡確率の増加が資本ストック，遺産，効用に与える経済効

13）もちろん若年期末に個人が死亡する確率が高まることに対する評価を，ここでくだすことはできない。それは本論文のモデル分析の領域を超えたことであり，本論文のモデルにおいて死亡確率が高まることの背景については，何ら特定化されていないためである。

果を分析した。若年世代への公的移転政策財源としての保険料引き上げにより，より多くの公的移転給付を若年世代は手にし，また老年期の保険料負担に備えるためにも，貯蓄すなわち資本ストックも増加するといった結果を得た。そして利子率が人口成長率よりも高い経済では，政府が若年世代への公的移転政策財源としての定額の保険料負担を高める場合，効用が高まる。また$\gamma < \dfrac{\frac{1-P}{1+n}c_{2*}}{c_{1*}}$のときにおける死亡確率の高まりは，資本ストック，遺産を刺激し，特に利子率が経済成長率よりも高い経済の下においては，効用を高める方向に働く。

特に若年期末の死亡確率が高まることにより資本ストック，遺産，効用が高まる点については注意を要する。政府が若年世代への公的移転政策をもって対応しなくても，その経済において死亡確率が高まる状態にあるならば，若年世代への公的移転政策財源としての保険料負担を高めた場合とパラレルな経済効果が得られるからである。あくまで本論文での経済環境の下においてではあるが，政策をもって資本ストック，遺産，効用に働きかける必要性を追求するか，それとも死亡確率の高まりにまかせておくことにするといった二つが現れるのである。

本論文では，定額の保険料といった形で若年世代への公的移転政策の財源を扱っている。そして意図せざる遺産といった形で，相続が発生する点を踏まえるならば，相続税を課す場合を分析する余地がある。特に本論文での政策の場合，意図せざる遺産が増加する方向に働くことがわかった。その意図せざる遺産に対して相続税をかけることによって，意図せざる遺産のサイズを小さくでき，早死家計と代々若年期と老年期の2期間を生存している家計との間において生じる，遺産格差を縮小できる可能性について考えられる。

次に日高（1990）及び本論文では，生産技術として新古典派型生産技術を採用している。言うまでもなく異なる生産技術を想定することも可能である。Cipriani（2000）では，2期間世代重複モデルに老年期に生存する生存確率を導入し，シンプルな内生成長モデルとして AK 型生産技術を採用し

ている。その上で経済成長率と生存確率の間には逆U字型の関係がある点，経済成長率を最大にする生存確率を求めている[14)]。日高（1990）及び本論文のモデルにも内生成長モデルを取り込む余地は残されている。

最後に本論文は日高（1990）のモデルを利用していることから，日高（1990）の指摘と同様，効用関数においてAbel（1989）のような形での来期の生存確率，利他的な遺産動機といったように，特定の遺産動機を有していない。つまり本論文の効用関数をもつ個人は日高（1990）と同様，まったく利己的な個人である。本論文の効用関数に何らかの遺産動機を加味し，本論文で扱った公的移転政策を分析する余地はある。ただし例えば前川（2012），前川（2013）が示すように，その場合の定性的な分析は複雑となり，はっきりとした帰結を定性的な分析だけで示すことは難しくなるものと推測される。

参考文献

Abel,A.B.（1985）“Precautionary Saving and Accidental Bequests”, *American Economic Review*, Vol.75, pp.777-791.

－（1989）“Birth, Death and Taxes”, *Journal of Public Economics*, Vol.39, pp1-15.

Atkison, A.B. and Stiglitz, J.E.（1980）*Lectures on Public Economics*, London, McGraw-Hill.

Barro, R.J.（1974）“Are Government Bonds Net Wealth?”, *Journal of Political Economy*,

14）Cipriani（2000）のモデルではAbel（1985），日高（1990）および本論文のように家計間の資産格差を考慮していない。言い換えるならば各家計において同質的な個人が想定されている。このような設定は，古くは生産を捨象した部分均衡モデルに基づくAbel（1989）において見られる。ただしAbel（1989）では，二つのタイプの効用関数を採用している。まずCipriani（2000）と同様，個人が今期の消費，来期に生存する場合の消費から効用を得る利己的な効用関数，そして今期の消費，来期に生存する場合の自身の消費，来期に生存しない場合における子世代の消費，来期に生存する場合における子世代の消費から効用を得る利他的な効用関数である。述べるまでもなくCipriani（2000）の効用関数は，利己的な個人に基づく効用関数と解釈できる。なおAbel（1989）の分析の拡張は，例えば中山（1997）が修正積立方式の公的年金政策を加味した分析において確認できる。他の分析例としては，例えばMiyazawa（2004）がGrossman and Yanagawa（1993）で扱われた内生成長モデルを利用し，死亡確率と経済成長率の関係，所得格差と経済成長率の関係を定性的に分析している。

Vol.82, pp.1095-1117.

Bernheim, B.D., Shleifer, A. and Summers, L.H.（1985）“The Strategic Bequest Motive”, *Journal of Political Economy*, Vol.93, pp.1045-1076.

Cipriani, G.P.（2000）“Growth with Unintended Bequests”, *Economic Letter*s, Vol.68, pp.51-53.

Diamond, P.A.（1965）“National Debt in a Neoclassical Growth Model”, *American Economic Review*, Vol.55, pp.1126-1150.

Feldstein, M.（1974）“Social Security, Induced Retirement, and Aggregate Capital Accumulation”, *Journal of Political Economy*, Vol.82, pp.905-926.

Grossman, G.M. and Yanagawa, N.（1993）“Asset Bubbles and Endogenous Growth”, *Journal of Monetary Economics*, Vol.31, pp.3-19.

Miyazawa, K.（2004）“Demographic Transition and Income Inequality in an Accidental Bequest Model”, 南山経済研究, 第18巻第3号, pp.153-168.

Yaari, M.E.（1964）“On the Consumer's Lifetime Allocation Process”, *International Economic Review*, Vol.5, pp.304-317.

井堀利宏（2003）『課税の経済理論』岩波書店。

中山光輝（1997)「個人の貯蓄行動と公的年金制度の経済効果」フィナンシャル・レビュー第44号，pp.73-112。

長谷部秀孝（1992)「高齢化と年金課税」季刊社会保障研究第28巻第2号，pp.153-160。

日高政浩(1990)「年金の経済効果－意図せぬ遺産と資本蓄積－」大阪大学経済学第39巻第3・4号，pp.52-63。

前川俊一（2012)「消費税，遺産課税などの要因の消費および遺産に対する効果」中央大学経済研究所年報第43号，pp.203-227。

－(2013)「利他的遺産動機による贈与・遺産を考慮した社会保障システムに関する一考察」経済学論纂（中央大学）第53巻第5・6合併号，pp.201-223。