3部門モデル
－財政政策と金融政策の分析－

馬　田　哲　次

This paper proposes an economic model which consists of three sectors, such as raw material sector, consumption goods sector and investment goods sector. Using this economic model, the effects of government expenditure and money stock are examined. Some results are different from those of a usual macroeconomic model.

Ⅰ　はじめに

拙稿馬田（2020）では，企業が価格を決定する場合に，需要曲線を想定し，付加価値を最大にするように計画価格と計画生産量を決め，価格は計画価格通り決定し，生産量は需要量に等しく決定されるという1企業モデルを原材料部門，消費財部門，生産財部門の3部門モデルに拡張し，生産財部門が外生変数の場合の，原材料と消費財の決定について論じた。本稿は，そこでは外生変数としていた生産財の生産量を内生変数化し，さらに政府支出と貨幣量を変化させた場合の効果について分析したものである。

本稿の構成は次のとおりである。Ⅱ節では，基本となる3部門モデルについて説明する。Ⅲ節では，それに政府支出を加えたモデルについて説明する。その際，政府支出が消費財の購入に充てられた場合と，生産財の購入に充てられた場合に分けて考察する。Ⅳ節では，基本となる3部門モデルに，貨幣市場を加え，民間投資需要が利子率で決定される場合について分析する。Ⅴ節では，Ⅲ節とⅣ節のモデルを統合したモデルについて考察する。最後にⅥ節で，まとめと今後の課題が述べられる。

Ⅱ ３部門モデル

部門として，原材料部門，消費財部門，投資財部門の３部門を考える。

原材料部門は原材料と労働量を投入して，原材料を生産するので，原材料部門の生産勘定から次のような式が成立する。

$$P_1X_{11}+w_1N_1+\pi_1=P_1X_1 \tag{1}$$

ここで，P_1は原材料の価格，X_{11}は原材料部門に投入される原材料の量，w_1は原材料部門で雇用される労働者の貨幣賃金率，π_1は原材料部門の利潤，X_1は原材料の生産量である。

消費財部門は原材料と労働を投入して消費財を生産するので，消費財部門の生産勘定から次のような式が成立する。

$$P_1X_{12}+w_2N_2+\pi_2=P_2X_2 \tag{2}$$

ここで，P_2は消費財の価格，X_{12}は消費財部門に投入される原材料の量，w_2は消費財部門で雇用される労働者の貨幣賃金率，π_2は消費財部門の利潤，X_2は消費財の生産量である。

投資財部門は原材料と労働を投入して投資財を生産するので，投資財部門の生産勘定から次のような式が成立する。

$$P_1X_{13}+w_3N_3+\pi_3=P_3X_3 \tag{3}$$

ここで，P_3は投資財の価格，X_{13}は投資財部門に投入される原材料の量，w_3は投資財部門で雇用される労働者の貨幣賃金率，π_3は投資財部門の利潤，X_3は投資財の生産量である。

原材料の需給一致を仮定すると，次式が成り立つ。

$$P_1X_{11}+P_1X_{12}+P_1X_{13}=P_1X_1 \tag{4}$$

また，労働者は賃金を全額消費し，消費財の需給一致を仮定すると，次式が成り立つ。

$$w_1N_1+w_2N_2+w_3N_3=P_2X_2 \tag{5}$$

原材料部門の投資需要をI_1，消費財部門の投資需要をI_2，投資財部門の投資需要をI_3，経済全体の投資需要をIとすると，

$$I=I_1+I_2+I_3 \tag{6}$$

が成立する。投資財の需給一致を仮定すると，

$$I = X_3 \tag{7}$$

が成立する。

ここで，(1)，(2)，(3) を辺々加え，(4)，(5)，(7) を考慮すると，

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_2 = P_3 I \tag{8}$$

を得る。経済全体の利潤は投資額に等しいことが分かる。

このモデルは変数が多いので，以下のような仮定を追加する。原材料の投入量と各部門の生産量の間に次のような関係があると仮定する。

$$X_{11} = m_1 X_1 \tag{9}$$

$$X_{12} = m_2 X_2 \tag{10}$$

$$X_{13} = m_3 X_3 \tag{11}$$

また，労働投入量と生産量の間に，次のような関係があると仮定する。

$$N_1 = n_1 X_1 \tag{12}$$

$$N_2 = n_2 X_2 \tag{13}$$

$$N_3 = n_3 X_3 \tag{14}$$

(9)，(12) を (1) に，(10)，(13) を (2) に，(11)，(14) を (3) に代入すると，次式を得る。

$$P_1 m_1 X_1 + w_1 n_1 X_1 + \pi_1 = P_1 X_1 \tag{15}$$

$$P_1 m_2 X_2 + w_2 n_2 X_2 + \pi_2 = P_2 X_2 \tag{16}$$

$$P_1 m_3 X_3 + w_3 n_3 X_3 + \pi_3 = P_3 X_3 \tag{17}$$

(4)，(7)，(9)，(10)，(11) より，

$$m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 I = X_1 \tag{18}$$

が成立する。

(5)，(7)，(12)，(13)，(14) より，

$$w_1 n_1 X_1 + w_2 n_2 X_2 + w_3 n_3 I = P_2 X_2 \tag{19}$$

が成立する。

このモデルは，方程式 (15) ～ (19) の５本，考えられる内生変数は，P_1，P_2，P_3，X_1，X_2，I，w_1，w_2，w_3，π_1，π_2，π_3の12個である。内生変数をどれ

にするかが大きな問題であるが，ここでは，X_1，X_2，π_1，π_2，π_3の５つの変数を内生変数だと考える。残りの変数がどのように決定されるかは後で論じる。

まず，それぞれの部門の利潤が存在する条件について考える。

（15）より，原材料部門の利潤が存在する条件は次のようになる。

$$(1-m_1)P_1 > w_1n_1 \tag{20}$$

（20）が成立するためには，

$$1-m_1 > 0 \tag{21}$$

でなければならない。これは，再生産可能条件でもある。

（16）より，消費財部門の利潤が正である条件は，

$$P_2 > P_1m_2 + w_2n_2 \tag{22}$$

である。

（17）より，投資財部門の利潤が正である条件は，

$$P_3 > P_1m_3 + w_3n_3 \tag{23}$$

である。

（20），（22），（23）より，各部門の利潤が正であるための条件に，各部門の生産量は影響しない。その理由は，このモデルでは固定費が考慮されておらず，原材料の投入量と雇用量が生産量に比例すると仮定しているからである。原材料の価格が上昇すれば，原材料部門の利潤にはプラスの効果をもたらすが，消費財部門と投資財部門の利潤にはマイナスの効果をもたらす。また，消費財の価格が上昇すれば，消費財部門の利潤にはプラスの効果をもたらし，他の部門の利潤には影響を及ぼさない。また，投資財の価格が上昇すれば投資財部門の利潤にはプラスの効果をもたらすが，他の部門の利潤には影響を及ぼさない。

次に，価格の決定について考える。企業は価格を与えられたものとして行動するのではなく，価格を設定している。価格の上限を決め，それで利潤が出るように，費用を少なくするように経営努力をすることも多い。その場合は，価格は上限に決められることが多いので，これまでの議論のように外生

変数だと考えることもできる。

しかしながら，企業は価格を下げればより多く売れることは知っているので，自部門に対する右下がりの需要曲線を想定し，付加価値が最大になるように計画生産量と計画価格を決めると考える。価格は計画価格通りの価格で販売するが，生産量は需要量に等しいだけ生産すると想定する。現実の経済では，計画生産量通りに生産し，需要量がそれと違う場合は在庫で調整される場合，計画生産量が需要量よりも多い場合は，価格を下げて売り切る場合，価格を下げずに廃棄する場合等様々であるが，ここでは簡単に，需要量に等しく生産すると仮定する。

貨幣賃金率を与えられたものとし，利潤が最大になるように計画生産量と計画価格を決定するという考え方もあるが，現実の経済では，サービス残業が典型的な例であるが，企業はできるだけ貨幣賃金率を低く決定していると思われる。

そこで，企業は，需要曲線を想定し，付加価値を最大化するように計画生産量と計画価格を決定すると考える。

原材料部門に対する需要曲線を次のように仮定する。

$$P_1 = A_1 - a_1 X_1 \tag{24}$$

原材料部門は，付加価値 VA_1,

$$VA_1 = P_1 X_1 - P_1 X_{11} \tag{25}$$

を最大にするように，計画生産量を決定する。(9)，(24) を (25) に代入し，VA_1を最大にする X_1を求めると，

$$X_1 = \frac{A_1}{2a_1} \tag{26}$$

となる。

(26) を (24) に代入して，原材料の価格を求めると，

$$P_1 = \frac{A_1}{2} \tag{27}$$

を得る。

消費財部門は，消費財に対する需要を，

$$P_2 = A_2 - a_2X_2 \tag{28}$$

と想定する。

消費財部門は，付加価値 VA_2,

$$VA_2 = P_2X_2 - P_1X_{12} \tag{29}$$

を最大にするように，計画生産量を決定する。(10)，(27)，(28) を (29) に代入し，VA_2を最大にする X_2を求めると,

$$X_2 = \frac{2A_2 - m_2A_1}{4a_2} \tag{30}$$

となる。

消費財の生産量が正であるためには,

$$2A_2 - m_2A_1 > 0 \tag{31}$$

でなければならない。

(30) を (28) に代入して，消費財の価格を求めると,

$$P_2 = \frac{2A_2 + m_2A_1}{4} \tag{32}$$

を得る。

投資財部門は，投資財に対する需要を,

$$P_3 = A_3 - a_3X_3 \tag{33}$$

と想定する。

投資財部門は，付加価値,

$$VA_3 = P_3X_3 - P_1X_{13} \tag{34}$$

を最大にするように，計画生産量を決定する。(11)，(27)，(33) を (34) に代入し，VA_3を最大にする X_3を求めると,

$$X_3 = \frac{2A_3 - m_3A_1}{4a_3} \tag{35}$$

となる。

投資財の生産量が正であるためには,

$$2A_3 - m_3A_1 > 0 \tag{36}$$

でなければならない。

(35) を (33) に代入して，投資財の価格を求めると，

$$P_3 = \frac{2A_3 + m_3A_1}{4} \tag{37}$$

を得る。

これで，原材料，消費財，投資財の価格は決定された。

次に，生産量の決定について考える。その際，貨幣賃金率がどう決まるかが問題となるが，ここでは，外生変数で一定だと考える。投資財の生産量はここでは外生変数と考えているので，原材料と消費財の生産量の決定について考える。原材料と消費財については，需給が一致するように，つまり，(18) と (19) で決定されると考える。そう考えれば，(18)，(19) は X_1，X_2を内生変数とする連立方程式になるので，解くと，

$$X_1 = \frac{(P_2 - w_2n_2)m_3 + m_2w_3n_3}{(1 - m_1)(P_2 - w_2n_2) - m_2w_1n_1} I \tag{38}$$

$$X_2 = \frac{(1 - m_1)w_3n_3 + m_3w_1n_1}{(1 - m_1)(P_2 - w_2n_2) - m_2w_1n_1} I \tag{39}$$

となる。

(22) より，

$$P_2 - w_2n_2 = P_1m_2 > 0 \tag{40}$$

である。

また，(21) が成立していると仮定すると，X_1，X_2が正であるためには，

$$(1 - m_1)(P_2 - w_2n_2) - m_2w_1n_1 > 0 \tag{41}$$

でなければならない。

(38)，(39) より，Iが増加したときに，X_1，X_2は増加する。

次に，グラフで分析する。

(18) を変形すると次のようになる。

$$X_2 = \frac{1-m_1}{m_2}X_1 - \frac{m_3}{m_2}I \tag{42}$$

(17) を変形すると，次のようになる。

$$X_2 = \frac{w_1n_1}{P_2 - w_2n_2}X_1 + \frac{w_3n_3}{P_2 - w_2n_2}I \tag{43}$$

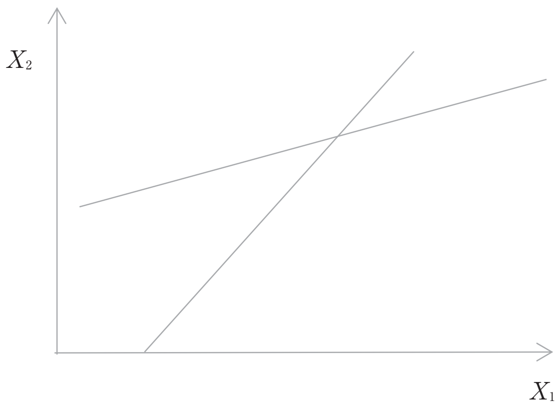
(42) の切片は負で，(43) の切片は正である。X_1，X_2が正の領域で交わるためには，(43) の傾きが (42) の傾きよりも小さくなくてはならない。つまり，

$$\frac{1-m_1}{m_2} > \frac{w_1n_1}{P_2 - w_2n_2} \tag{44}$$

でなければならない。これは，(41) と等しい。

(42) と (43) のグラフを描くと，次の図１のようになる。

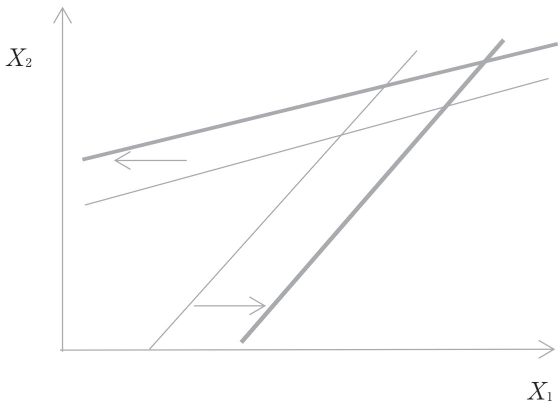
図１



出所：筆者作成

Iが増加すれば，グラフは次の図２のようにシフトし，X_1，X_2ともに増加する。

図２



出所：筆者作成

各部門の貨幣賃金率が一定という仮定の下で，各部門の価格と生産量が決定されたので，（15）～（17）より各部門の利潤が決定される。また，（9）～（14）の仮定により，貨幣賃金率が一定の場合は，生産量が増加すれば利潤は増加する。

次に，貨幣賃金率が変化する場合について考察する。貨幣賃金率は，雇用量が増加すれば上昇すると仮定する。つまり，

$$w_1 = w_1(X_1), \qquad w_1' > 0 \tag{45}$$

$$w_2 = w_2(X_2), \qquad w_2' > 0 \tag{46}$$

$$w_3 = w_3(X_3), \qquad w_3' > 0 \tag{47}$$

と仮定する。これらの仮定を置くことで，（19）は次のように書くことができる。

$$w_1(X_1)n_1X_1 + w_2(X_2)n_2X_2 + w_3(I)n_3I = P_2X_2 \tag{48}$$

（18）と（48）は I は外生変数だという仮定の下で，X_1 と X_2 を内生変数とする二本の連立方程式となる。

（48）を X_1，X_2 で全微分して変形すれば，

$$\frac{dX_2}{dX_1}=\frac{w_1'n_1X_1+w_1n_1}{P_2-w_2n_2-w_2'n_2X_2} \tag{49}$$

となる。

ところで，（18）と（48）からなる二本の連立方程式のヤコビ行列は，次のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_1-1 & m_2 \\ w_1'nX_1+w_1n_1 & w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2 \end{bmatrix} \tag{50}$$

原材料市場と消費財市場において，超過需要が存在する場合は生産量が増加するという調整過程を考えた場合に，体系を線形近似して分析すると，市場が安定であるための条件は，

$$trace=m_1-1+w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2<0 \tag{51}$$

$$\begin{aligned} determinant=&(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)\\ &-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)>0 \end{aligned} \tag{52}$$

である。(51)，（52）が充たされるためには，

$$w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2<0 \tag{53}$$

である必要がある。これを仮定すると，（49）の分母は正になる。従って，（48）を横軸 X_1，縦軸 X_2にとって描いたグラフは右上がりになる。

（18），（48）をグラフに描いた場合は図１のようになり，Iが増加したときの分析は，図２のようになる。

Ⅲ　政府支出の効果

この節では，前節のモデルに政府支出を加えて，政府支出の効果を調べる。政府は何も生産は行わず，企業，家計から税金を徴収し，政府支出を行う。税金は直接税（法人税，所得税）と仮定する。まず，政府支出を消費財の購入に充てた場合について分析する。

各部門の生産勘定は，Ⅱ節と同じである。

原材料と消費財の需給一致式は，次のように書くことが出来る。

$$m_1X_1+m_2X_2+m_3I=X_1 \tag{18}$$

$$w_1(X_1)n_1X_1+w_2(X_2)n_2X_2+w_3(I)n_3I+P_2G=P_2X_2 \tag{54}$$

(18) と (54) からなるヤコビ行列は，(50) と同じであり，安定条件も同じく (51)，(52) である。

政府支出の効果を分析するために，比較静学を行う。(18)，(54) を全微分して行列形式にすると，次のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_1-1 & m_2 \\ w_1'n_1X_1+w_1n_1 & w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -P_2dG \end{bmatrix} \tag{55}$$

これをクラーメルの公式で解き変形すると，次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dG}=\frac{P_2m_2}{(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)}>0 \tag{56}$$

$$\frac{dX_2}{dG}=\frac{P_2(1-m_2)}{(m_1-1)(w'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w'nX_1+w_1n_1)}>0 \tag{57}$$

消費財の購入に充てられた政府支出が増加した場合，原材料と消費財の生産は増加する。

次に，政府支出が投資財の購入に充てられた場合について考察する。

投資需要は民間投資と政府支出の合計になるので，原材料部門の需給一致式は，次のように書くことが出来る。

$$m_1X_1+m_2X_2+m_3(I+G)=X_1 \tag{58}$$

消費財部門の需給一致式は，次のように書くことが出来る。

$$w_1(X_1)n_1X_1+w_2(X_2)n_2X_2+w_3(I+G)n_3(I+G)=P_2X_2 \tag{59}$$

(58)，(59) の2本から成る連立方程式のヤコビ行列は (50) と同じであり，安定条件も (51)，(52) と同じである。

政府支出の効果を分析するために，(58)，(59) を全微分して行列表示すると，次のようになる。

$$J\begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -m_3dG \\ -(w_3'n_3X_3+w_3n_3)dG \end{bmatrix}$$

$$J=\begin{bmatrix} m_1-1 & m_2 \\ w_1'n_1X_1+w_1n_1 & w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2 \end{bmatrix} \tag{60}$$

（60）をクラーメルの公式で解き変形すると，次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dG}=\frac{-m_3(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)+m_2(w_3'n_3X_3+w_3n_3)}{|J|}>0 \tag{61}$$

$$\frac{dX_2}{dG}=\frac{(1-m_1)(w_3'n_3X_3+w_3n_3)+m_3(w_1'n_1X_1+w_1n_1)}{|J|}>0 \tag{62}$$

政府支出が消費財の購入に充てられた場合も投資財の購入に充てられた場合も，原材料部門と消費財部門に与える定性的な効果は同じであるが，大きさは異なる。消費財を購入した場合は，それが消費財の生産を増やす直接的な効果と，消費財の生産増が原材料の生産を増やす効果と，原材料の生産と消費財の生産が増えることにより雇用が増加しそれが消費財の購入を増やす間接的な効果がある。投資財の購入に充てられた場合は，投資財の生産が増える直接的な効果と，投資財の生産増が原材料の生産を増やし，それが原材料部門の雇用を増やし，雇用が増えることによって賃金が増加し，消費財の需要と生産を増やし，消費財の生産増がまた原材料の需要と生産を増やすという間接効果がある。

Ⅳ　民間投資需要の内生変数化

この節では，いままで外生変数として考えていた民間投資需要を内生変数にした経済モデルを考える。なお，この節では政府支出を考慮しない。

通常，マクロ経済モデルでは，投資を利子率の関数としているので，ここでもそのように考えると，

$$I=I(r),\quad I'<0 \tag{63}$$

と書くことが出来る。ここで，r は利子率である。

利子率という変数を新たに内生変数に加えることで，投資財を内生変数化したが，今度は，利子率の決定について考えなければならない。

通常，マクロ経済モデルでは，貨幣需要と貨幣供給の均衡から利子率の決定を考えているので，ここでもそのように考えることにする。

貨幣供給は，ここでは，名目貨幣供給量を外生変数として追加することに

する。

　次に考えなければならないのは，貨幣需要である。通常，貨幣需要と貨幣供給を考えるときには，次のように考えている。つまり，

$$\frac{M}{P}=L(Y,\ r),\quad L_Y>0,\quad Lr<0 \tag{64}$$

である。ここで，M は名目貨幣供給量，P は物価水準，Y は実質 GDP である。

　しかしながら，これでは，複数財を考えるときには拡張しにくいので，次のケンブリッジ残高方程式をベースに考えることにする。

$$M=k(r)PY \tag{65}$$

　この式をベースに考えると，複数財の場合も容易に拡張できる。本稿のモデルで考えると，

$$M=k(r)\left[P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3\right] \tag{66}$$

となる。この式には，原材料部門の価格と生産量も含まれている。通常，マクロ経済モデルは付加価値で考えるので，原材料の価格や生産量は考慮しない。しかしながら，貨幣保有の動機を考えると，取引動機と予備的動機が貨幣需要の実質 GDP に関係している。原材料の生産量や価格は取引の多寡に関係していると考えるのが自然である。したがって，原材料の価格や生産量も貨幣需要の要素として考えることにする。

　モデルをまとめてみると，次のようになる。

$$P_1m_1X_1+w_1(X_1)n_1X_1+\pi_1=P_1X_1 \tag{67}$$

$$P_1m_2X_2+w_2(X_2)n_2X_2+\pi_2=P_2X_2 \tag{68}$$

$$P_1m_3X_3+w_3(I)n_3I(r)+\pi_3=P_3I \tag{69}$$

$$m_1X_1+m_2X_2+m_3I(r)=X_1 \tag{70}$$

$$w_1(X_1)n_1X_1+w_2(X_2)n_2X_2+w_3(I(r))n_3I(r)=P_2X_2 \tag{71}$$

$$M=k(r)\left[P_1X_1+P_2X_2+P_3I(r)\right] \tag{72}$$

　モデルは，（67）～（72）の6本の方程式から構成され，内生変数は，X_1，X_2，r，π_1，π_2，π_3の6個である。価格は，（27），（32），（37）で決定される。

　このモデルは，予想される需要曲線により価格が決定されるので，上の６本の方程式の外部で価格は決定されている。したがって，それらの価格が与えられた下で，(70)～(72) により，X_1，X_2，r の３変数が同時決定され，それらが決まると，(67)～(69) により，各部門の利潤が決定される。

　(70)～(72) の連立方程式のヤコビ行列 H は次のようになる。

$$H=\begin{bmatrix} m_1-1 & m_2 & m_3I' \\ w_1'n_1X_1+w_1n_1 & w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2 & w_3'I'n_3I+w_3n_3I' \\ kP_1 & kP_2 & k'Y+k_3P_3I' \end{bmatrix} \tag{73}$$

ここで，

$$Y=P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3 \tag{74}$$

である。

　この体系が安定である条件は，

$$(m_1-1)+(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)+(k'Y+k_3P_3I')<0 \tag{75}$$

$$\begin{aligned}&(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)+(k'Y+kP_3I')\\&-kP_2(w_3'I'n_3I+w_3n_3I')\\&+(m_1-1)(k'Y+kP_3I')-kP_1m_3I'\\&+(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)>0\end{aligned} \tag{76}$$

$$|H|<0 \tag{77}$$

である。

　(76) は，(52) を仮定すると充たされるので，これを仮定する。

　比較静学を行う。外生変数は貨幣供給量 M なので，M が増加した場合の効果を調べる。

　(70)～(72) を全微分し，行列表示すると次のようになる。

$$H\begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ dr \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dM \end{bmatrix} \tag{78}$$

　これをクラーメルの公式で解き，変形すると次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dM}=\frac{m_2(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')-m_3I'(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)}{|H|}>0 \tag{79}$$

$$\frac{dX_2}{dM}=\frac{m_3I'(w_1'n_1X_1+w_1n_1)-(m_1-1)(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')}{|H|}>0 \tag{80}$$

$$\frac{dr}{dM}=\frac{(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)}{|H|}<0 \tag{81}$$

貨幣量が増加すれば利子率が減少し，利子率が減少すれば I が増加し，I が増加すれば，X_1と X_2が増加することになる。

Ⅴ　民間投資を内生変数化し，政府支出を考慮したモデル

この節では，今までの議論を統合し，政府支出を考慮し，民間投資を内生変数化したモデルについて考察する。

モデルは，次のように書くことが出来る。

$$P_1m_1X_1+w_1(X_1)n_1X_1+\pi_1=P_1X_1 \tag{82}$$

$$P_1m_2X_2+w_2(X_2)n_2X_2+\pi_2=P_2X_2 \tag{83}$$

$$P_1m_3X_3+w_3(I(r)+G_3)n_3(I(r)+G_3)+\pi_3=P_3(I(r)+G_3) \tag{84}$$

$$m_1X_1+m_2X_2+m_3(I(r)+G_3)=X_1 \tag{85}$$

$$w_1(X_1)n_1X_1+w_2(X_2)n_2X_2+w_3(I(r))n_3I(r)+P_2G_2=P_2X_2 \tag{86}$$

$$M=k(r)\left[P_1X_1+P_2X_2+P_3(I(r)+G_3)\right] \tag{87}$$

ここで，G_2は消費財の購入に充てられる政府支出，G_3は投資財の購入に充てられる政府支出である。内生変数は，X_1，X_2，r，π_1，π_2，π_3の６個であり，(82)～(87) の６本の方程式から成るモデルである。

(85)～(87) のヤコビ行列は，(73) であり，安定条件は (75)～(77) である。

比較静学を行う。まず，消費財購入に充てられた政府支出が増加した場合の効果を分析する。全微分して行列表示をすると，次のようになる。

$$H\begin{bmatrix}dX_1\\dX_2\\dr\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\-P_2dG_2\\0\end{bmatrix} \tag{88}$$

これをクラーメルの公式で解くと，次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dG_2}=\frac{-P_2^2km_3I'+P_2m_2(k'Y+kP_3I')}{|H|} \tag{89}$$

$$\frac{dX_1}{dG_2}=\frac{(1-m_1)P_2(k'Y+kP_3I')+P_2kP_1m_3I'}{|H|}>0 \tag{90}$$

$$\frac{dr}{dG_2}=\frac{-P_1P_2m_2k+kP_2^2(m_1-1)}{|H|}>0 \tag{91}$$

消費財の購入に充てられた政府支出が増加したとき，消費財の生産は増加し，利子率は上昇するが，原材料の生産は増える場合もあれば減る場合もある。消費財の購入に充てられた政府支出が増加すれば，消費財への需要は増加するので，原材料への需要も増加し原材料の生産も増加する。しかしながら，生産の増加は貨幣需要の増加をもたらし，その結果利子率が上昇し，民間投資が減少する。民間投資が減少すれば原材料への需要が減少し，原材料の生産は減少する。原材料の生産が増えるかどうかは，このプラスの効果とマイナスの効果のどちらが大きいかによる。

次に，投資財への購入に充てられた政府支出の増加の効果を分析する。全微分して行列表示をすると，次のようになる。

$$H=\begin{bmatrix}dX_1\\dX_2\\dr\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-m_3dG_3\\-(w_3'n_3X_3+w_3n_3)dG_3\\-kP_3dG_3\end{bmatrix} \tag{92}$$

ここで，

$$X_3=I+G_3 \tag{93}$$

である。

これをクラーメルの公式で解くと次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dG_3}=\frac{B}{|H|}$$

$$\begin{aligned}B=&-m_3(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)(k'Y+kP_3I')\\&-kP_3m_2(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')-kP_2m_3I'(w_3'n_3X_3+w_3n_3)\\&+kP_3(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)m_3I'\\&+(w_3'n_3X_3+w_3n_3)m_2(k'Y+kP_3I')\\&+m_3kP_2(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')\end{aligned} \tag{94}$$

$$\frac{dX_2}{dG_3}=\frac{D}{|H|}$$

$$\begin{aligned}D=&-(m_1-1)(w_3'n_3X_3+w_3n_3)(k'Y+kP_3I')\\&-m_3(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')kP_1-kP_3m_3I'(w_1'n_1X_1+w_1n_1)\\&-kP_1m_3I'(w_3'n_3X_3+w_3n_3)\\&+kP_3(m_1-1)(w_3'I'n_3X_3+w_3n_3I')\\&+m_3(w_1'n_1X_1+w_1n_1)(k'Y+kP_3I')\end{aligned} \tag{95}$$

$$\frac{dr}{dG_3}=\frac{L}{|H|}$$

$$\begin{aligned}L=&-kP_3[(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)]\\&-kP_1m_2(w_3'n_3X_3+w_3n_3)-kP_2m_3(w_1'n_1X_1+w_1n_1)\\&-kP_1m_3(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)\\&+(m_1-1)kP_2(w_3'n_3X_3+w_3n_3)<0\end{aligned} \tag{96}$$

（96）は（52）の条件を使うと負になる。したがって，

$$\frac{dr}{dG_3}>0 \tag{97}$$

となる。

投資財の購入に充てる政府支出が増えると，生産財の生産が増え，原材料への需要が増加し，原材料の生産が増える。原材料と投資財の生産が増えるとそれらの部門での雇用が増え，消費財への需要が増え，消費財の生産が増加する。原材料，消費財，投資財の生産が増加しているので，貨幣需要が増

加し，利子率が上昇する。利子率が上昇すると民間投資が減少し，投資財，原材料，消費財の生産に負の効果をもたらす。正の効果と負の効果のどちらが大きいかで，最終的な原材料と消費財の生産へ与える効果が決まる。

次に，貨幣量が増加した場合の効果を分析する。全微分して行列表示をすると次のようになる。

$$H\begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ dr \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dM \end{bmatrix} \tag{98}$$

これをクラーメルの公式で解くと次のようになる。

$$\frac{dX_1}{dM}=\frac{-m_2(w_3'n_3X_3+w_3n_3)+m_3(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)}{|H|}>0 \tag{99}$$

$$\frac{dX_2}{dM}=\frac{-m_3(w_1'n_1X_1+w_1n_1)+(m_1-1)(w_3'n_3X_3+w_2n_2)}{|H|}>0 \tag{100}$$

$$\frac{dr}{dM}=\frac{(m_1-1)(w_2'n_2X_2+w_2n_2-P_2)-m_2(w_1'n_1X_1+w_1n_1)}{|H|}<0 \tag{101}$$

貨幣供給量が増加すると，原材料と消費財の生産量は増加し，利子率は下落する。利子率が下落すると民間投資が増加し，民間投資が増加すると，投資財の生産量が増加し，投資財の生産量が増加すると，雇用が増加し，消費財への需要が増加し，消費財の生産量が増加する。消費財と投資財の生産量が増加すると，原材料への需要が増加し，原材料の生産が増加する。

Ⅵ　まとめと今後の課題

本稿では，原材料部門，消費財部門，投資財部門の３つの部門で，価格の決定，貨幣賃金率の変化を考慮し，さらに，政府支出と貨幣量を変化させた場合の原材料，消費財の生産量や利子率に与える効果を分析した。

得られた主な結論は，次のとおりである。通常のIS－LM分析やAD－AS分析とは違った結論が得られた。

消費財の購入に充てられた政府支出が増加した場合に，消費財の生産は増

加し，利子率は上昇するが，原材料の生産は増加する場合と減少する場合がある。

投資財の購入に充てられた政府支出が増加した場合には，利子率は上昇するが，原材料と消費財の生産は増える場合もあれば減少する場合もある。

貨幣量が増加した場合は，利子率は下落し，原材料と消費財の生産は増加する。

モデルの拡張としては，３部門をｎ部門に一般化することや，生産量が計画生産量により決まり，在庫の変化等で予想需要曲線が変化するモデルや民間投資動学化により，予想需要曲線が変化するモデル等の構築が考えられる。

参考文献

A・C・チャン（1980）『現代経済学の数学基礎（上)』(大住栄治・小田正雄，堀江義訳）マグロウヒル好学社

A・C・チャン（1980）『現代経済学の数学基礎（下)』(大住栄治・小田正雄，堀江義訳）マグロウヒル好学社

馬田哲次（2019a)「価格の決定について－２部門モデルでの考察」山口経済学雑誌，第67巻，第５号，pp.117－126.

馬田哲次（2019b)「超過需要なのに何故賃金が上がらないのか？」山口経済学雑誌，第67巻，第６号，pp.1－12.

馬田哲次（2020）「価格の決定について－３部門モデルでの考察－」山口経済学雑誌，第68巻，第５号，pp.41－53.

斎藤光雄（1991）『国民経済計算』創文社