最終講義〔要旨〕

ミクロ経済学から教えてもらったことなど

山口大学経済学部

柏木　芳美

はじめに

私が大学の教養部の学生だった頃，ドイツ語の先生の最終講義を受講したことを記憶している．あれから 45 年，自分が最終講義をするというのは，ちょっとビックリです.

私は理学部の数学科出身の理系で，山口大学経済学部に所属するまでに経験した経済学は，教養部時代のマルクス主義経済学だけであった.「正，反，合」などという単語をかすかに覚えている．24 年ほど前に，それまで所属していた山口大学の教養部がなくなって，縁があって，山口大学経済学部で教えることになり，数学を使った経済学，特に，ミクロ経済学で使う数学を担当するようになった．教えるためには自分が理解しなければならない．その勉強の過程で，教えられることがあったので，そのいくつかを紹介させて頂く．また，その他の余談も紹介したい．尚，この話は昨年 7 月に教員免許状更新の講義で用いたものの一部に加筆訂正したものである。

2020 年 1 月 14 日

1. 消費税が2%上がったら価格はいくら上がる?

去年の 10 月に消費税が 8%から 10%に上がった。今まで税抜き価格で 100 円だったものは，消費税が 8 円で税込み価格が 108 円であったのが，税込み価格は 110 円となり，トータルで 2 円上がったわけです。PayPay 等を使えばいくらか戻ってくることを別にすれば，消費税が 2%上がれば価格は (税抜き価格の)2%だけ上がる，というのが我々の身の回りで起こっていることです。ということを頭に置いて，次の平成 6 年度地方公務員試験の問題を考えてみましょう。

例 1. ある財の市場の需要曲線と供給曲線がそれぞれ，

$$d = 170 - p \qquad [d : \text{需要量}, \quad s : \text{供給量} \quad p : \text{価格}]$$
$$s = p - 30$$

で表されるとする。

政府が，この財に 5%の消費税を課した場合，この財の (税込み) 価格は課税前と比較して何パーセント上昇するか。

(1) 約 1.5%　(2) 約 2.0%　(3) 約 2.4%　(4) 約 2.6%　(5) 約 2.9%

経済学部に入学した直後の学生の，あるいは経済学部に所属する前の私の解答例

5%の消費税を課すと 100 円のものは 105 円になるので答は 5%である。5%という答がないので問題が間違っている。 □

注意. □ は解答や証明等の終わりを意味する。 □

ミクロ経済学を受講した学生に期待される解答例

ミクロ経済学で最初に学ぶことは，

価格は需要と供給で決まる

である。決して法律で決まるわけではない。

消費税を課す前の価格を考える。需要量と供給量が等しいので，$d = s$ より，$170-p = p - 30$ となる。これより，消費税を課す前の価格は $p = 100$ となる。

消費税を課すと，その分を財の価格に転嫁するので供給曲線が変わる。需要曲線は変わらない。変わった後の供給曲線を s' とする。解りやすいように数量を q とすると (数量は英語で quantity と言う)，需要曲線は $q = 170 - p$ すなわち $p = 170 - q$，元の供給曲線は $q = p - 30$ すなわち $p = q + 30$ となる。課税後の供給曲線 s' は課税前の価格 $p = q + 30$ が 1.05 倍されるので，

$$s' : p = 1.05(q + 30) = 1.05q + 31.5$$

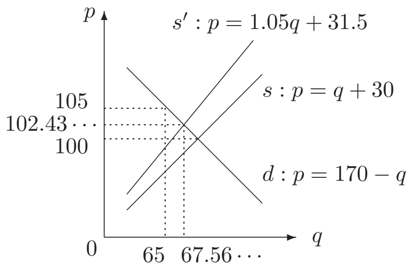
となる。$p = 170 - q$ と $p = 1.05q + 31.5$ を連立させると，

$$p = \frac{210}{2.05} = 102.43\cdots$$

となる。課税前の価格が 100 で，課税後の価格が $102.43\cdots$ なので，

$$\frac{102.43\cdots - 100}{100} = 0.0243\cdots$$

すなわち約 2.4%上がる。答は (3)。　□



ここで，5%より約 2.4%の方がよいということを，売れる数量を比較することにより確認する。

$p = 102.43\cdots$ のとき，売れる個数は需要曲線 (供給曲線を用いても同じ) より

$$p = 102.43\cdots \text{のとき} : q = 170 - 102.43\cdots = 67.56\cdots \text{個}$$

である。$p = 105$ のとき，売れる個数は

$$p = 105 \text{ のとき} : q = 170 - 105 = 65 \text{ 個}$$

である。$67.56\cdots > 65$ なので，$p = 102.43\cdots$ の方が売れる個数が多いので消費者にとっては良いということになる。言い換えると，通常 $p = 105$ とするが，そうすると $67.56\cdots - 65 = 2.56\cdots$ 個だけ売り損なうのである。

尚，ミクロ経済学を学んだ人は，社会的余剰という概念を知っているはずである。社会的余剰という観点からするとどちらの価格が良いかということは，学生さんの宿題としておく。

このように，我々の身の回りで起こっていることで，経済学の観点からするとおかしなことがある。経済学部の学生さんには，

という姿勢を身に付けて貰いたい。

2.「何をやっても下手なので何もしない方が良い」は本当か

国際貿易では常識的な考え方のようだが，イギリスの経済学者であるリカード (David Ricardo，1772–1823) が提唱した比較優位という考え方がある。面白い考え方なので簡単に説明する。

アメリカと日本の２国の貿易を考える。製品は牛肉とコメだけで，お金とは交換できず，その２財で交換しなければならないとする。共通の通貨がない時代の貿易を想定するとよい。ただし，価値を測るためにお金に換算し，ドルは円に換算して円だけで考えることとする。また，話を簡単にするため，アメリカの牛肉も日本の牛肉も同じ品質であるとする。コメに関しても同じ品質とする。更に，貿易にかかる輸送費などの費用は考えないこととする。

例 2. アメリカでは牛肉が 1kg 当たり 600 円，コメが 1kg 当たり 300 円とする。一方，日本では牛肉が 1kg 当たり 1,500 円，コメが 1kg 当たり 500 円とする。アメリカは日本と比較して牛肉の値段が安い。この場合，アメリカは日本より牛肉に関して絶対優位にあるという。アメリカはコメに関しても日本より絶対優位にある。

牛肉と米の価格比較

	牛肉 1kg	コメ 1kg
アメリカ	600 円	300 円
日本	1,500 円	500 円

牛肉の価格はアメリカの方が安いので，日本の価格より安くてアメリカの価格より高い値段，例えば 1,000 円で日本に輸出すれば，アメリカ国内で売るより 400 円の利益が得られる。コメに関しても同様である。アメリカは牛肉もコメも日本に輸出できる。一方，日本は牛肉もコメもアメリカより高いので輸出できない。従って，アメリカと日本ではお互いの貿易は成立しないということになる。　□

理系の人はこの例のように考えがちである。

本当か?：例 2 の場合，アメリカと日本で貿易は成立しない。

この考え方は正しいだろうか? 意外にも，間違いであることが解る。以下，このことを説明する。

例 2 の結論が間違いであることの説明. まず，

日本はコメをアメリカに輸出し，牛肉をアメリカから輸入した方が良い。

というのは，コメ 1kg をアメリカに輸出すると 300 円得られる。日本では 500 円得られてその方がいいように思える。ところが，

アメリカで得られた 300 円でアメリカで牛肉を買う。

そうすると，$\frac{1}{2}$ kg の牛肉が得られる。日本で牛肉を 500 円買うと $\frac{500}{1500} = \frac{1}{3}$ kg しか得られない。$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ なので，日本はコメを輸出して牛肉と交換し，牛肉を輸入した方が良いということになる。

同様に，

アメリカは牛肉を日本に輸出し，コメを日本から輸入した方が良い。

というのは，牛肉を 1kg だけ日本に輸出すると 1,500 円得られ，それで日本でコメを買うと 3kg だけ得られる。一方，アメリカで牛肉 1kg をコメと交換すると 2kg しか得られないのである。 □

比較優位 今述べたことは，価格ではなく牛肉とコメの交換比率で比較した方が解りやすい。アメリカでは，牛肉 1kg とコメ 2kg が同じ 600 円で交換できる。日本では，牛肉 1kg とコメ 3kg が交換できる。アメリカと比較すると日本は牛肉よりコメの方が安いということになる。この場合，コメに関して日本はアメリカより比較優位にあるという。このとき，日本は牛肉に関しても比較優位

にあることが可能だろうか。それは不可能である。というのは，コメを基準に考えると，牛肉の交換比率は先ほどの逆数になるからである。アメリカで，牛肉1kgとコメ 2kg が交換できるなら，コメ 1kg には２の逆数の $\frac{1}{2}$ kg が交換できる牛肉の量で，日本ではコメ 1kg には３の逆数の $\frac{1}{3}$ kg となる。$3 > 2$ なら必ず $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ と大小関係が逆になる。

交換比率で比較

	牛肉 1kg	コメ 1kg
アメリカ	コメ 2kg	牛肉 $\frac{1}{2}$ kg
日本	コメ 3kg	牛肉 $\frac{1}{3}$ kg

A 国と B 国という２国が２財 X，Y を生産している。X 財に関して A 国が比較優位にあれば，Y 財に関しては必ず B 国が比較優位にある。

コメに関しては日本が比較優位にあったので，牛肉に関してはアメリカが比較優位にあることになる。

アメリカは比較優位にある牛肉を輸出してコメを輸入し，日本は比較優位にあるコメを輸出して牛肉を輸入すると，お互いに，自国内で交換するより多くのものを得ることができるのである。このように，２つの製品ともに絶対優位にある場合であっても，貿易することは意味があるのである。

貿易は Win Win の関係

である。ただし，輸送費などの貿易をするための費用は考慮に入れていない。このように，優位性が同じものか，輸送費などを考慮すると同じと考えられるもの以外の多くの場合，貿易を行うことはどちらの国にとっても意味があるのである。

絶対優位ではなく比較優位という考え方を使うことにより貿易をすることの利益が理解できる。一般に次のことが知られている。

絶対優位なものではなく比較優位であるものの生産にお互いに特化し，貿易により交換した方が自国内のみの生産より多くのものを得ることができる。

我々の生活でも同様のことがいえる。マンキューというアメリカの経済学者が書いたミクロ経済学の教科書 (参考文献 [5]) には次のような例が書いてある。

例 3. タイガー・ウッズは超一流のゴルファーで，おそらく芝刈りでも他人よりうまいだろう (絶対優位)。しかし，そのことが彼の芝を彼が刈るべきだという理由にはならない。ウッズが 2 時間で芝を刈ることができたとして，その 2 時間のコマーシャルで 1 万ドルを稼げたとする。近くの少年はウッズの芝を刈るのに 4 時間かかるとし，4 時間のアルバイトで 20 ドル得られるとする。このとき，この子供に例えば 100 ドル支払い，ウッズ自身はコマーシャルに出演すれば，子供は 80 ドルも多いお金を得て，ウッズも 9,900 ドルというお金を得るので 2 人とも得をするのである。 □

あるいは，農業も漁業も両方ともするのではなく，農業なら農業，漁業なら漁業に特化した方がいいのである。

この考え方を適用すると，

私はみんなより何をやっても下手なので，何もしない方が良い

という学生に対して，それは絶対優位の考え方に基づくもので，事実とは異なると指摘することができる。

> 絶対優位なものではなく，自分が得意とする比較優位なものに特化した方が社会はより良くなる。

3. 合理的な判断に間違いはないか ～囚人のジレンマ

理系出身の人は，合理的な考えを絶対的のように考えがちである。ところが，2000 年以上も前の大昔から「クレタ人は嘘つき」とか「アキレスと亀」とか，合理的な判断が必ずしも正しい結論を導かないという例は知られている (高木貞治「近世数学史談・数学雑談」([1]) も参照のこと)。

例 4 (クレタ人は嘘つき)**.** 現実的ではないが，以下では，人は常に嘘をつくか常に正しいことを言うかのいずれかということを仮定する。

エピメニデスという古代ギリシャの哲学者・詩人・予言者が「クレタ人は嘘をつく」と言った。「クレタ人は嘘をつく」という主張は正しいか間違いかのいずれかである。ここで，エピメニデスはクレタ人であった。「クレタ人は嘘をつく」が正しいとする。クレタ人であるエピメニデスが言ったことなので嘘 = 間違いということになる。「クレタ人は嘘をつく」が正しいとしたら間違いとなったので矛盾である。「クレタ人は嘘をつく」が間違いとすると,「人は常に嘘をつくか常に正しいことを言うかのいずれか」と仮定しているので,「クレタ人は常に正しいことを言う」となる。エピメニデスはクレタ人なので彼が発言した「クレタ人は嘘をつく」は正しいということになる。「クレタ人は嘘をつく」が間違いとしたら正しいとなったので，やはり矛盾である。このように，クレタ人が言った「クレタ人は嘘をつく」という発言の真偽は判定できないのである。 □

例 5 (アキレスと亀)**.** 足の速いギリシャ神話の英雄アキレスと鈍足な動物の亀が競争をする。ただし，亀の方がほんの少しだけアキレスより先にいるとする。アキレスが走って亀のいた地点まで来たとする。ところが，そのときには亀は少し先に進んでいるのでアキレスはまだ追いつかない。アキレスが，その少し先の地点まで達したとする。そのときには，亀は更に少し先に進んでいるのでまだ追いつかない。アキレスがその地点に達したとする。そのときは，亀は更に少し先にいるのでまだ追いつかない。･･･。このように，亀はアキレスより常に少し先に進んでいるので，アキレスは亀に追いつかない。

もちろん実際にはアキレスはすぐに亀に追いつくのだが，ここで述べた論理に誤りは無く，論理的にはアキレスは亀に追いつかないということになる。ここで行ったことは時間を際限なく小さくしているだけ (例えば，常に 1/2 ずつにするとか) のことである。 □

同様の例として，経済学ではゲーム理論における囚人のジレンマというのが有名である。

例 6 (囚人のジレンマ)**.** 軽微な罪を犯し逮捕されている A と B の 2 人がいる。彼等は罪を犯しているのでそのままでは完全に無罪になることはない。彼等はある重大な犯罪の容疑者にもなっている。A と B は実はこの重大な犯罪に関して真の共犯者であるが，検察は 2 人の自白を待つ以外にこの重大な犯罪の立証は出来ないとする。検察は 2 人を隔離し，それぞれが自白した場合と自白しなかった場合の刑を次のように

示したとする (司法取引をした)。A，B がともに黙秘を続ければ軽い罪だけなので刑期は 2 人とも 1 年。A の黙秘にもかかわらず B が自白すれば，A は 7 年の刑で B は無罪。B の黙秘にもかかわらず A が自白すれば，B は 7 年の刑で A は無罪。A，B がともに自白して容疑を認めれば両者の刑は 5 年。この関係を表にする。(,) の左側が A の刑期で右側が B の刑期である。

		B の選択	
		自白	黙秘
A の選択	自白	$(5,5)$	$(0,7)$
	黙秘	$(7,0)$	$(1,1)$

A の対応を考えてみる。B から隔離されているので B の選択は分からない。

(1) B が自白した場合
A が自白すると A の刑は 5 年，黙秘すると 7 年。従って，この場合には A は自白した方が良い。

(2) B が黙秘した場合
A が自白すると A は無罪，黙秘すると 1 年。従って，この場合も A は自白した方が良い。

従って，A は自白する。B も同様に考えると，B も自白する。従って，(自白, 自白) の $(5,5)$ が選択されることになる。ところで，$(5,5)$ よりは (黙秘, 黙秘) の $(1,1)$ の方が 2 人にとってよい。このように合理的な考え方に従うと最善とは異なる選択をすることがある。このような例を囚人のジレンマという。

囚人のジレンマ

合理的な考え方に従ったにも関わらず最善とは異なる選択をすること。

もちろん，相手が完全に信頼できて黙秘すると確信できるときには自分も黙秘した方が良いので，$(1,1)$ という最良の選択が出来る。 □

マンキューの本 ([5]) で取り上げられている囚人のジレンマの例を 2 つ紹介する。

例 7 (軍拡競争)**.** アメリカとソ連が軍拡か軍縮かという 2 つの選択を持っているとする。どちらの国も相手の国より多くの武器を保有することを好む。同時に，どちら

の国も相手の国の武器から安全であることを望む。次の表で（ ， ）の左側がソ連の状況を，右側がアメリカの状況を表す。アメリカが軍拡をすればソ連が危険な状態になり，ソ連が軍拡をすればアメリカが危険な状態になるので (軍拡, 軍拡) ならば状況は (危険, 危険) となるわけである。ソ連が軍拡をしアメリカが軍縮をすれば，ソ連はより安全で更にアメリカに対して強くなり，アメリカは危険で軍事力は弱くなる。従って，(軍拡, 軍縮) ならば状況は (安全で強力, 危険で弱体) となるわけである。

		アメリカの意思決定	
		軍拡	軍縮
ソ連の意思決定	軍拡	(危険, 危険)	(安全で強力, 危険で弱体)
	軍縮	(危険で弱体, 安全で強力)	(安全, 安全)

ここで，危険で弱体よりは危険なだけの方が良い。また，安全なだけよりは安全で強力な方が良い。従って，軍拡はソ連が取る戦略となる。同様に，軍拡はアメリカの戦略にもなる。従って，2 国ともに軍拡を選び，ともに危険な状態となる。ともに安全な状態を選べないという意味で囚人のジレンマに陥っている。 □

例 8. マルボロとキャメルという 2 つのたばこ会社が広告宣伝をすべきかどうかということに関して次のような状況になっているとする。どちらの会社も広告をしなければ 2 つの会社は市場を分け合う。もし 2 つの会社が広告をすれば，再び市場を分け合うが，両社は広告宣伝費用を負担しなければならないので利潤は減少する。もし，他社が広告をしないときに自社が広告をすれば，その会社は他社から顧客を奪うことが出来る。次の表で（ ， ）の左側がキャメルの利潤を右側がマルボロの利潤を表す。

		マルボロの意思決定	
		広告する	広告しない
キャメルの意思決定	広告する	(30 億ドル, 30 億ドル)	(50 億ドル, 20 億ドル)
	広告しない	(20 億ドル, 50 億ドル)	(40 億ドル, 40 億ドル)

$30 > 20$，$50 > 40$ なのでキャメルは「広告する」という戦略をとる。同様に，マルボロも「広告する」という戦略をとる。従って，2 社ともに広告することになり，利潤は 2 社ともに 30 億ドルとなる。一方，2 社ともに広告をしなければ 2 社ともに 40 億ドルの利潤となるが残念ながらその選択は出来ず，囚人のジレンマに陥っている。

皮肉なことに，テレビにおいてたばこ広告を禁止する法律がアメリカの議会で 1971 年に成立したことによってこのジレンマは解決した。少なからぬ政治的影響力があるにもかかわらず，それを使ってこの法律に反対することをたばこ会社はしなかった。 □

合理的な判断が誤っていることもある。

4. 余談

以下は，話の本論とは離れた余談です。

4.1 f' の $'$ は何て読む?

高校の数学では f' の $'$ は「ダッシュと読む」と教える。一方，大学に入ると「プライムと読む」と教える場合が多くなる。実際，英語圏の数学者はプライムと読んでいるようである。あるいは参考文献の「数学版 これを英語で言えますか?」([3]) によると $'$ は prime である。また，英語の辞書で dash を調べると – の読みと書いてあり，prime を調べると $'$ の読みと書いてある。どんな辞書でも載っているので一度調べてみて下さい。従って，普段の生活では dash は – で prime は $'$ である。

このことはイギリスでも同様のようで，イギリスの数学において，高校では $'$ をダッシュと教え，大学でプライムと教えるそうだ。

日本の数学者が広めた和製英語かと思ったら，ダッシュが間違いとは必ずしも言えないという話をどこかで見たことがある。

ただ，学生が混乱することを考えると，高校からプライムで教えた方がいいように思う。

f' の $'$ はプライムと読む。

4.2　算数・数学の記号は世界共通か?

算数・数学の記号は世界共通だと私は思ってきた。かなり専門的な数学の記号が世界共通であるというのはほぼ真実だと思う。ところが，それほど専門的ではないものだと必ずしも共通ではない。外国の学生を相手にすると，あまり共通でもないことが本質的に問題になる。外国の学生を教える場合 (大学ではたまにある)，こちらが書いた記号を理解してもらえないので，他の国でどのような記号を使っているか，ある程度知っておいた方がいい。

私が知っているだけで，次のような違いがあるようだ。他にもあると思われる。

- 等号付き不等号
  日本の高校までの教科書では等号付きの不等式を
  $$\geqq$$
  と教える。ところが，アメリカや他の国では
  $$\geq$$
  を使うようである。また，アジアの国によっては
  $$\geqslant$$
  を使うようだ。

  どうも $\geqq$ を使っているは日本だけではないかという気がしている。
- 掛け算の記号 $\cdot$.
  真ん中の点 $\cdot$ は掛け算 $\times$ を意味する。ところで，インドと，数学的にその影響を受けた国では $\cdot$ の代わりにピリオッド . も使うようである。インドの数学の本を見ると確かにそうなっていた。
- 割り算の記号 $\div$:
  割り算の記号 $\div$ は世界共通であると，最近まで私は思っていた。ところが，つい先日，ベトナムの学生に数学を教えていて $\div$ を理解してもらえないのでちょっとびっくりした。彼等は $\div$ の代わりにコロン記号 : を使う。そこで，少し調べたところ，実は世界的には : の方が多いそうだ。元々イギリスのニュートンが $\div$ を使い，ドイツのライプニッツが : を使っていて，その結果，イギリスやアメリカでは $\div$ を使うがヨーロッパ大陸やその関係国では : を使っているよう

である ([2, P.135] も参照)。日本で ÷ を使っている理由はよく分からない。パソコンのキーボードに ÷ がない理由が分かるような気がする。

- 千の位などのカンマと小数点
  算数や数学の記号ではないのだが，日本やアメリカでは
  $1{,}234.567 = 1\times10^3+2\times10^2+3\times10^1+4\times10^0+5\times10^{-1}+6\times10^{-2}+7\times10^{-3}$
  のようにカンマ , とピリオッド . を使うが，ヨーロッパ大陸や関係国では逆に
  $1.234{,}567 = 1\times10^3+2\times10^2+3\times10^1+4\times10^0+5\times10^{-1}+6\times10^{-2}+7\times10^{-3}$
  のように書くようだ。NHK の BS 放送でヨーロッパ大陸のニュースを見ていると，この表示を見かける。

というわけで，

> 算数・数学の記号は世界共通ではない。

と思っておいた方が安全のようである。

4.3 自然対数の記号 log ln

数学では底が $e = 2.71828\cdots$ の対数を

$$\log$$

と書くと教える。数学ではそれは確かに正しいようだ。ところが，他の自然科学とか経済学において，世界的には自然対数を

$$\ln$$

と書く方が普通のようである (logarithm natural)。日本人の経済学者は数学の影響が強いようで ln を log と書く人が多いようだが，アメリカの経済の教科書ではもっぱら ln を使うようである。必ずしも皆さん数学者になるわけではないので，もっと ln を教えた方がいいように思う。

> 自然対数の記号としては ln を使うことがあることをもっと教えるべきではないか。

4.4　数学者は厳密か 〜距離空間の定義

「数学者は厳密なので，1 つの定義の中に不必要な/他の条件から出てくる条件が書いていることはない」と，私は長いこと信じてきた。ところが，距離空間の定義には冗長性があるということを，確か数学セミナーで見てびっくりしたことがある。実際，私が学生の時に使った松坂和夫の「集合位相入門」([4]) の中にその冗長性があるのでそれで説明する。Wikipedia の距離空間の定義も同様に間違っている。皆さんが持っているテキストを一度確認してみて下さい。

定義 1 ([4] の「第 6 章 距離空間」より)**.** S を 1 つの空でない集合とし，d を S で定義された 2 変数の実数値関数，すなわち $S \times S$ から $\mathbb{R}$ への写像で，次の 4 つの条件 (Di)–(Div) を満たすものとする。

(Di) 任意の x，$y \in S$ に対して $d(x,y) \geqq 0$。

(Dii) x，$y \in S$ に対し，$d(x,y) = 0$ となるのは $x = y$ のときまたそのときに限る。

(Diii) 任意の x，$y \in S$ に対して $d(x,y) = d(y,x)$。

(Div) d は三角不等式を満足する。すなわち，任意の x，y，$z \in S$ に対して

$$d(x,z) \leqq d(x,y) + d(y,z)。$$

このとき，d を S 上の (または S で定義された) 距離関数 (metric) といい，S とその上の 1 つの距離関数 d とをいっしょに合わせ考えた概念 (S,d) を距離空間 (S をその台) という。

何が間違っているかというと，(Di) は不必要なのである。要するに (Dii)〜(Div) から (Di) が出てくるのである。実際，証明してみせる。

(Dii)〜(Div) **から** (Di) **が言えることの証明***.* (Div) で $z = x$ とする。(Dii) より $d(x,x) = 0$ で，(Diii) より $d(y,x) = d(x,y)$ なので

$$0 = d(x,x) \leqq d(x,y) + d(y,x) = d(x,y) + d(x,y) = 2d(x,y)$$

となる。2 で割ると

$$\text{(Di)}\ d(x,y) \geqq 0$$

が出てくる。 □

> 数学者だって恥ずかしい誤りをすることがある。

まとめ

余談以外のところをまとめておく。

(1) 価格は需要と供給で決まる。法律で決まるわけではない。

(2) 貿易は Win Win の関係である。また，他人との比較ではなく，自分の中で得意なことを一所懸命やると，社会は良くなる。

(3) 合理的な考えが正しいとは限らない。

参考文献

[1] 高木貞治，近世数学史談・数学雑談 合本復刻版，共立出版，1996。

[2] 田中義隆，こんなに違う! アジアの算数・数学教育，明石書店，2019。

[3] 保江邦夫，数学版 これを英語で言えますか?，ブルーバックス B-1366，講談社，2002。

[4] 松坂和夫，集合・位相入門，岩波書店，1968。

[5] N・グレゴリー・マンキュー，マンキュー経済学 第2版 I ミクロ編，東洋経済新報社，2005。