独禁当局とカルテルの間の動的な相互作用に関する１モデル *

川村一真 †

概要

本稿では，これまで捨象されることが多かった独禁当局の意思決定をモデルに含め，複数の企業から構成される産業と独禁当局の間の動学的な相互作用について考察する．これにより，カルテルの摘発確率に関する先行研究で見られる仮定を正当化する結果が示される．

1　イントロダクション

企業が結託して財の価格が釣り上げられれば，企業の利益が増加する一方で，消費者余剰は減少し社会的余剰の損失が生じる．カルテルは財の効率的な分配を妨げる可能性がある．日本の公正取引委員会やアメリカの司法局などの独禁当局に与えられた一つの使命は，企業間の健全な競争を促進するためにカルテルを取り締まることである．

カルテルに関する企業の意思決定は，経済学の中では繰り返しゲームの枠組みを用いて分析されることが多い．主な関心は，企業間で結託が生じるための条件を明らかにすることである．その中で独禁当局の活動は捨象されるか，外生的に与えられるかのどちらかであることが一般的である．例えば，

* 本研究は山口大学経済学部部局長裁量経費による研究助成を受けている．
† 山口大学経済学部

Tirole(1988) で見られる企業間の共謀に関する基本モデル (第 6 章) では，独禁当局の存在は捨象されている．近年，リニエンシー (leniency) 制度の効果を検討する理論的な研究が見られるが，Motta and Polo(2003) では，カルテルが独禁当局に見つかり，企業が有罪となる確率は外生的に与えられている．現実に見られるカルテル価格のパターンを説明することを目的とした Harrington(2004; 2005) では，カルテルが発見される確率は，財の価格の関数として外生的に与えられている．

しかし，独禁当局もまた，企業と同様に，独自の情報に基づいて自身の利益を最大にするように意思決定を行う主体である．企業たちは，カルテルを結ぶかどうか，カルテルを結ぶならば，結託して価格をいくらに設定するのか決定する際には独禁当局の反応を予想するだろう．反対に，独禁当局は，企業が決定した財の価格や供給量からカルテルの有無を推測し，捜査を行うか決定するだろう．企業と独禁当局の間で繰り広げられるこのような戦略的状況を本稿はモデル化する．これにより，先行研究で見られる仮定を正当化する結果を示すとともに，先行研究とは異なった，カルテルによる価格設定が均衡を構成することを示す．

本稿と最も近い先行研究は Besanko and Spulber(1989, 1990) である．特に Besanko and Spullber(1989; 以下 BS) は本稿と同様の設定の不完備情報の 1 期間モデルを考えており，最適な捜査戦略と課徴金の組について検討することでカルテルの摘発確率を内生化している．BS では捜査戦略に対する独禁当局のコミットメントを仮定しているが，本稿はそのような仮定を置いていない．また 2 期間モデルに拡張することにより，独禁当局と産業の動学的な相互作用を考察している．その上でカルテルの摘発確率の内生化を試みており，独禁当局の活動や課徴金制度がカルテルに対してどのような影響を与えているのか，社会的余剰をどう変化させるのか考察している．

本稿の構成は次のとおりである．第 2 節では本稿で考察するモデルについて説明する．第 3 節ではベンチマークとして 1 期間モデルを考察する．第 4 節で 2 期間モデルの完全ベイズ均衡を特徴づけ，第 5 節で分析結果を整理す

るとともに，本稿の課題について述べる．

2　モデル

　複数の企業が2期間競合するある産業を考える．各企業は共通の技術を用いて同質な財を生産すると仮定する．固定費用は0，限界費用を生産量に対し一定の $C_t \in \mathscr{C} = \{c_L, c_H\}, c_L < c_H, t = 1, 2$ とする．C_t を t 期の産業のタイプと呼ぶ．1期目のタイプの確率分布を

$$\mathbf{q_1} = \begin{bmatrix} q_L \\ q_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_L \\ 1 - q_L \end{bmatrix}$$

によって表す．すなわち $\Pr(C_1 = c_i) = q_i, i = L, H$ である．1期目は確率 q_L で財の生産のための原材料・部品を安く調達できる一方で，残りの確率 q_H でそれらの価格が高くなる状況として解釈される．1期目のタイプが $C_1 = c_i$ の時，2期目のタイプが $C_2 = c_j$ である推移確率を q_{ij} と書く．推移確率行列を $\mathbf{Q}$ とすると，

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{LL} & q_{LH} \\ q_{HL} & q_{HH} \end{bmatrix}$$

である．これらより，2期目の産業のタイプの (事前) 確率分布は

$$\mathbf{q_2} = \begin{bmatrix} q_{2,L} \\ q_{2,H} \end{bmatrix} = \mathbf{q_1^T Q} = \begin{bmatrix} q_L q_{LL} + q_H q_{HL} \\ q_L q_{LH} + q_H q_{HH} \end{bmatrix}$$

と表される．

　各期，産業はカルテルを結ぶ可能性があり，$t = 1, 2$ 期にカルテルを結ぶことを $\tau_t = 1$，カルテルを結ばずに価格競争が起こることを $\tau_t = 0$ と書く．これを拡張して $\tau_t \in [0, 1]$ を t 期にカルテルを結ぶ確率とする．もしカルテルを結ぶならば，企業は結託して市場価格 $p_t \in P = \mathbb{R}_{++}$ を選ぶ．なお本稿では産業を構成する個々の企業の意思決定は捨象する．特に競合企業と結

託するかどうか，結託している場合に逸脱するかどうかという企業レベルの意思決定は考察しない．

独禁当局は財の市場価格を観察した後，カルテルの捜査を行うかどうか決定する．$s \in [0,1]$ を捜査に投じる資源の量 (努力水準) とする．カルテルが結ばれているとき，それを摘発し，カルテルが有罪となる確率が s になるように定義する．捜査によって生じる費用は $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}_+$ によって与えられる．γ は $[0,1]$ 上で狭義単調増加かつ凸であり，$(0,1)$ 上で 2 回連続微分可能とする．この仮定より $(0,1)$ 上で $\gamma' > 0, \gamma'' \geqq 0$ である．γ を捜査を行わないときの費用によって標準化し，$\gamma(0) = 0$ とする．仮定 1 は γ' の 0 における連続性および，カルテルの可能性があれば独禁当局は捜査を行うことを保証する．

仮定 1. $\lim_{s\to 0} \gamma'(s) = \gamma'(0) = 0.$

もしカルテルを結んでいた産業が有罪となれば $F > 0$ の課徴金を支払うとする．カルテル価格に連動するような課徴金制度 $F(p)$ を仮定しても，得られる結果は本稿と変わらない．$t = 1, 2$ に対し，$m_t \in \{0,1\}$ を t 期終了時の市場の状態を表し，$m_t = 0$ を t 期に市場でカルテルが摘発された状態，$m_t = 1$ はそれ以外の状態とする．もし $m_{t-1} = 0$ ならば t 期目に産業はカルテルを結べず，$m_{t-1} = 1$ であれば，t 期目に産業はカルテルを結ぶ機会があると仮定する．$m_0 = 1$ とする．

各期の市場の需要関数は $D : P \to \mathbb{R}_{++}$ で与えられる．財は需要法則を満たし，D は価格に対し狭義単調減少関数とする．もしカルテルが結ばれなければ，この産業ではベルトラン競争が起こると仮定する．すなわち限界費用が c_i の時，もし企業が結託しなければ，市場価格は限界費用と一致し $(p = c_i)$，産業の利益がゼロとなる． 限界費用が $C = c_i$ のとき，企業たち

が確率 τ で結託して，カルテル価格の確率密度[*1]を σ とすれば，期待利益は

$$\pi^I(\tau,\sigma|c_i)=\tau\int_0^\infty (D(p)(p-c_i)-s(p)F)\,\sigma[p]dp$$

である．ただし $s(p)$ は独禁当局の捜査戦略である．価格 p，限界費用が c_i，捜査に対する独禁当局の努力水準が s の時の社会的余剰は

$$\pi^A(s|p,c_i)=W_i(p)-\gamma(s)$$

である．ただし $W_i(p)$ は財の取引によって生じる社会的余剰であり，

$$W_i(p)=\int_0^{D(p)}(D^{-1}(x)-c_i)dx$$

とする．タイプ c_i 産業における競争価格，独占価格をそれぞれ p_i^C, p_i^D とし，

$$W_i^C\equiv W_i(p_i^C)\quad W_i^D\equiv W_i(p_i^D)$$

と書く．産業は産業の利益が最大になるようにカルテルを結ぶ確率 τ 及びカルテル価格 p を決め，独禁当局は政府の代理人として社会的余剰を最大するように努力水準 s を選択すると仮定する．それぞれの割引因子を $\delta^I,\delta^A\in(0,1)$ とする．すなわち，1期目の利得が π_1^k, 2期目の利得が π_2^k であれば，2期間の生涯利得を1期目に評価すると，

$$\pi_1^k+\delta^k\pi_2^k,\quad k=I,A$$

と計算される．

各期の産業の限界費用 c_t は産業の私的情報であり，独禁当局はその確率分布 ($\mathbf{q_1}$ と $\mathbf{Q}$) のみを知ると仮定する．独禁当局の捜査に対する努力水準 s_t は独禁当局の私的情報とする．産業が選んだカルテルを結ぶ確率 τ_t は産業の私的情報であり，独禁当局はカルテルを摘発できた場合も τ_t を知ることができない．実現した市場価格 p_t，産業の状態 m_t はそれぞれ共通情報とする．このような情報構造を共通情報とする．

[*1] 暗に確率密度が存在する確率分布の中から戦略を選ぶことを仮定しているが，この仮定は本稿の結論を変えない．

各期のタイミング

1. 自然が産業のタイプ $C_t = c_t$ を決める．
2. $m_{t-1} = 0$ ならば，産業はカルテルを結ぶことができず市場価格は $p_t = c_t$ となる．$m_{t-1} = 1$ ならば，産業は c_t を観察してカルテルを結ぶ確率 $\tau_t \in [0,1]$ および，結託による価格 p_t を選ぶ．もし産業がカルテルを結ばなければ，市場価格は $p_t = c_t$ となる．
3. 独禁当局は市場価格 p_t を観察し，捜査に対する努力水準 $s_t \in [0,1]$ を決める．
4. 市場の状態 $m_t \in \{0,1\}$ が決まる．
5. 各プレイヤーの t 期の利得が決定する．

3　ベンチマーク：1 期間モデル

本節ではベンチマークとして 1 期間モデルを考える．産業の戦略は，各タイプ $C_1 = c_i$ に対して，カルテルを結ぶ確率 $\tau_1(c_i)$ と結託して付ける価格の確率分布 $\sigma_1(c_i)$ の組 $(\tau_1(c_i), \sigma_1(c_i))_{i=L,H}$ によって表現できる．ただし $\sigma_1(c_i)[p]$ をタイプ c_i の産業がカルテルを結んだ時に価格 p を選ぶ確率密度とする．独禁当局は各価格 $p > 0$ に対する捜査の努力水準 $s_1(p) \in [0,1]$ が戦略である．

本稿では均衡概念として完全ベイズ均衡を用いる．すなわち次の条件を満たす戦略と信念の組 $((\tau_1^*(c_i), \sigma_1^{1*}(c_i))_{i=L,H}, s_1^*, \lambda_1^*)$ である．(i) 信念 λ_1^* は均衡経路上でベイズルールに従って決められること，(ii) 信念および他プレイヤーの戦略に対する逐次合理性である．

独禁当局の戦略から考える．価格 p_1 を観察した時に捜査に s_1 を投じたと

きの独禁当局の期待利得は

$$\sum_{i=L,H} \lambda_1(c_i|p_1)W_i(p_1) - \gamma(s_1)$$

である．ただし $\lambda_1(c_i|p_1)$ は価格 p_1 を観察した独禁当局の信念を表し，産業のタイプが c_i である確率を示す．逐次合理性から $s_1^*(p_1)$ はこれを最大にしなくてはいけない．これより任意の価格 p_1 に対して $s_1^*(p_1) = 0$ である．つまり，価格が p_1 に定まれば，財の取引によって生じる社会的余剰の期待値が定まり (第1項)，捜査を行ってカルテルを摘発しても社会的余剰は増えない一方で，捜査に伴う費用が発生する (第2項)．したがって社会的余剰を最大にする努力水準は0である．

次に産業の戦略を考える．任意の価格に対して独禁当局が捜査を行わないことを予測すれば，産業はカルテルを結び，産業の利益を最大にする価格を選ぶ．すなわち各 $i = L, H$ に対し，$\tau_1^*(c_i) = 1$ かつ $\sigma_1^*(c_i)[p_i^D] = 1$ が成り立つ．

これより，λ_1^* を均衡を構成する信念とすれば，各 $i = L, H$ に対して $\lambda_1^*(c_i|p_i^D) = 1$ である．

以上で見た戦略に従って得られる c_i タイプ産業の期待利得は独占利益 π_i^D，すなわち

$$\pi_i^D = D(p_i^D)(p_i^D - c_i)$$

である．他方で，社会的余剰の事前の期待値は $\sum_{i=L,H} q_i W_i^D$ となる．

4　2期間モデル

1期目が終わった時，市場の価格 p_1 と市場の状態 m_1 が公的情報である．それを $h_1^P = (p_1, m_1)$ と書く．これに産業のタイプ c_1 と1期目に選んだカルテルを結ぶ確率 τ_1 を加えた $h_1^I = (h_1^P, c_1, \tau_1)$ が産業の私的歴史であり，1期目の捜査に対する努力水準 s_1 を加えた $h_1^A = (h_1^P, s_1)$ が独禁当局の私的歴史である．

2期目について考える．2期目の独禁当局の戦略は，1期目の私的歴史 h_1^A と2期目の価格 p_2 の関数 $s_2(h_1^A, p_2)$ によって表現できる．もし $m_1 = 0$ であれば，2期目に産業はカルテルを結べない．したがって独禁当局は捜査を行わない．もし $m_1 = 1$ であれば，前節の分析と同様，最終期である2期目には独禁当局は捜査を行っても社会的余剰は改善しない．したがって，任意の (h_1^A, p_2) に対して

$$s_2^*(h_1^A, p_2) = 0 \tag{1}$$

である戦略は (あらゆる信念に対し) 逐次合理性を満たす．

2期目の産業の戦略は，$m_1 = 1$ である1期目の私的歴史 h_1^I と2期目のタイプ C_2 に対し，カルテルを結ぶ確率 $\tau_2(h_1^I, C_2)$ とその時に選ぶ価格の確率密度 $\sigma_2(h_1^I, C_2)$ によって表される．(1) より，どのような価格を選んでも独禁当局は捜査を行わないことを予測すれば，任意のタイプ C_2 に対し，産業はカルテルを結んで独占価格を選ぶ．つまり $m_1 = 1$ を含む任意の (h_1^I, C_2) に対して

$$\tau_2^*(h_1^I, C_2) = 1 \tag{2}$$

であり，

$$\sigma_2^*(h_1^I, C_2)[p_2] = \begin{cases} 1 & C_2 = c_j, p_2 = p_j^D, j = L, H, \\ 0 & \text{othrwise.} \end{cases} \tag{3}$$

を満たす戦略の組み合わせは逐次合理性を満たす．

以上より, 2期目の各プレイヤーの均衡期待利得が定まる．$m_1 = 0$ であれば，2期目には価格競争が起こるため，産業の期待利益は両タイプとも0である．独禁当局については，タイプに応じて社会的余剰は異なり，$j = L, H$ に対して産業のタイプが $C_2 = c_j$ であれば W_j^C である．$m_1 = 1$ であれば，産業はカルテルを結んで独占価格を付けるため，2期目のタイプが c_j である場合，産業はカルテルによって独占利益 π_j^D を得て，その結果社会的余剰は W_j^D となる．

また，私的歴史 h_1^A を持つ独禁当局が p_2 を観察した時の均衡における信念を $\lambda_2^*(C_2|h_1^A, p_2)$ とする．$m_1 = 1$ を含む h_1^A に対しては，$p_2 = p_j^D$ を観察すれば $C_2 = c_j$ である確率を 1 とする信念 $\lambda_2^*(c_j|h_1^A, p_j^D) = 1$，$m_1 = 0$ を含む h_1^A に対しては，$p_2 = p_j^C$ を観察すれば $C_2 = c_j$ である確率を 1 とする信念 $\lambda_2^*(c_j|h_1^A, p_j^C) = 1$ が以上の戦略とベイズ整合的である．これ以外の私的歴史と価格の組み合わせは均衡経路外となり，2 期目に実現しない．そのため任意に定めることができるが，どのような信念であっても，(1) によって示される独禁当局の戦略 s_2^* は逐次合理的である．

次に 1 期目について考える．もし $p_1 \neq c_L, c_H$ が観察されれば独禁当局はカルテルが結ばれている確率を 1 とした信念を持つ．$\lambda_1^*(c_i|p_1)$ を産業のタイプに関する信念とすると，捜査に対して s_1 を投じると，

$$\begin{aligned}&\sum_{i=L,H} \lambda_1^*(c_i|p_1) W_i(p_1) - \gamma(s_1)\\&+\delta^A \left[s_1 \left\{ \sum_{i=L,H} \sum_{j=L,H} \lambda_1^*(c_i|p_1) q_{ij} W_j^C \right\} \right.\\&\left. + (1 - s_1) \left\{ \sum_{i=L,H} \sum_{j=L,H} \lambda_1^*(c_i|p_1) q_{ij} W_j^D \right\} \right]\end{aligned}$$

の期待利得が得られる．s_1 に関する一階条件は，

$$\gamma'(s_1) = \delta^A \sum_{i=L,H} \sum_{j=L,H} \lambda_1^*(c_i|p_1) q_{ij} (W_j^C - W_j^D) \tag{4}$$

である．左辺が捜査に対する努力の限界費用，右辺が限界利得である．カルテルを摘発することに成功すれば，次期，価格競争を引き起こすことができ，社会的余剰が改善する．各 $j = L, H$ に対してその増分を

$$\Delta_j = W_j^C - W_j^D = \int_{D(p_j^D)}^{D(p_j^C)} (D^{-1}(x) - c_j) dx$$

と書く．これが 1 期目の独禁当局の捜査のインセンティブとなる．内点解を仮定すれば，(4) より逐次合理性を満たす努力水準は

$$s_1^*(p_1) = \gamma'^{-1}\left(\delta^A \sum_{i=L,H}\sum_{j=L,H}\lambda_1^*(c_i|p_1)q_{ij}\Delta_j\right)$$

である．ここで $\bar{s}_1$ を次のように定義する．

$$\bar{s}_1 \equiv \gamma'^{-1}\left(\delta^A \max_{i=L,H}\sum_{j=L,H}q_{ij}\Delta_j\right)$$

右辺の括弧内は捜査の限界利得の最大値である．したがってもし $\bar{s}_1$ が定義可能であれば，逐次合理性の下で 1 期目に独禁当局が選択する可能性のある努力水準の上限を示す．

仮定 2. $\lim_{s\to 1}\gamma'(s)$ は十分大きく，以下を満たす．

$$\lim_{s\to 1}\gamma'(s) > \delta^A \max_{i=L,H}\sum_{j=L,H}q_{ij}\Delta_j$$

仮定 2 の下では，$\bar{s}_1$ が $(0,1)$ 上に存在し，また任意の信念に対して，一階条件 (4) によって逐次合理的な捜査の努力水準を求めることができる．また，逐次合理性を満たす独禁当局が $\bar{s}_1$ を選ぶ信念を $\bar{\lambda} : \{c_L, c_H\} \to [0,1]$ で表す．つまり

$$\bar{s}_1 = \gamma'^{-1}\left(\delta^A \sum_{i=L,H}\sum_{j=L,H}\bar{\lambda}(c_i)q_{ij}\Delta_j\right)$$

である．例えば次のような信念である．

$$\bar{\lambda}(c_i) = \begin{cases} 1 & \text{for some } i \in \arg\max_{i=L,H}\sum_{j=L,H}q_{ij}\Delta_j \\ 0 & \text{otherwise.}\end{cases}$$

次に産業の1期目の意思決定について考える．タイプが $C_1 = c_i$ である場合，カルテルを結び，$p_1 > 0$ を選べば，2期間の期待利益の割引現在価値は

$$D(p_1)(p_1 - c_i) - s_1^*(p_1)F + (1 - s_1^*(p_1))\delta^I \sum_{j=L,H} q_{ij}\pi_j^D$$

である．つまり今期の経済活動による利益とカルテルが見つからなかった場合に得られる2期目の独占利益から，今期の課徴金の期待値を引いたものである．もし課徴金 F が十分大きくないと，独禁当局が捜査に十分な資源を投じることを予想しても産業はカルテルを結ぶ．そのような設定は非現実的であり，また興味深いケースではないため，以下の仮定を置く．

仮定 3. 課徴金 F は以下を満たす．

$$F > \frac{(1 - \bar{s}_1\delta^I)\pi_L^D}{\bar{s}_1}$$

仮定3は，カルテルが有罪となった時に支払う課徴金 F は十分大きく，もし独禁当局が $\bar{s}_1$ の努力水準を選ぶことを産業が予想すれば，1期目にカルテルを結んで得られる2期間の期待利益の最大値よりも，1期目にカルテルを結ばずに得られる期待利益が大きい．もし仮定3が満たされなければ，産業にとって課徴金の額は軽微であり，独禁当局の捜査を軽視して1期目からカルテルを結び，独占価格をつける可能性がある．

$p_1 \neq c_L, c_H$ であれば，各 $i = L, H$ に対して $\lambda_1^*(c_i|p_1) = \bar{\lambda}(c_i)$ を満たす均衡信念を以下で考える．すなわち，1期目に競争市場では見られない価格を観察すれば，独禁当局はカルテルを疑い，$\bar{s}_1$ の努力水準を選ぶような信念である．仮定3より，この信念のもとでは，1期目に産業は任意のタイプについて c_L, c_H 以外の価格を均衡で選ばない．

$C_1 = c_H$ タイプについては，カルテルを結んでも，実質選択できるのは c_L, c_H のみであり，1期目に正の利益が得られない上に，2期目にカルテルを結ぶ機会を失う可能性がある．したがって c_H タイプは均衡でカルテルを結ばない．$\tau_1^*(c_H) = 0$ である．

もし $\tau_1^*(c_L)=0$ であれば，どちらのタイプも均衡ではカルテルを結ばないので，１期目の価格が c_H である時，独禁当局は捜査を行わない．しかしタイプ c_L はカルテルを結び，価格 $p_1=c_H$ を選ぶことによる期待利益の変化は $D(c_H)(c_H-c_L)>0$ である．したがって均衡からの逸脱が生じる．つまり $\tau_1^*(c_L)>0$ でなくてはいけない．

$C_1=c_L$ タイプがカルテルを結ぶ場合，確率１で c_H を選ぶ．なぜならば，もし $p_1\neq c_L, c_H$ を選べば，独禁当局は $\bar{s}_1$ の水準の捜査を行う．仮定３より，この時の期待利益はカルテルを結ばずに得られる期待利益よりも小さい．また，カルテルを結んで価格 c_L を選ぶことは，カルテルを結ばずに価格競争を行う選択肢に強支配される．これより，任意の $p_1\neq c_H$ に対して $\sigma_1^*(c_L)[p_1]=0$ である．つまり $\sigma_1^*(c_L)[c_H]=1$ である．

タイプ $C_1=c_L$ がカルテルを結び，価格 c_H を選んだ場合，

$$D(c_H)(c_H-c_L)-s_1^*(c_H)F+(1-s_1^*(c_H))\delta^I\sum_{j=L,H}q_{Lj}\pi_j^D$$

の期待利益を得る．もしカルテルを結ばなければ，

$$\delta^I\sum_{j=L,H}q_{Lj}\pi_j^D$$

であるので，その差は

$$\Delta\Pi=D(c_H)(c_H-c_L)-s_1^*(c_H)\left[F+\delta^I\sum_{j=L,H}q_{Lj}\pi_j^D\right]$$

である．第１項は１期目にカルテルを結ぶことによって得られる追加利益，第２項はその費用を示す．$\Delta\Pi=0$ とする独禁当局の努力水準を $\hat{s}$ とする．つまり

$$\hat{s}=\frac{D(c_H)(c_H-c_L)}{F+\delta^I\sum_{j=L,H}q_{Lj}\pi_j^D}$$

として $s_1^*(c_H)=\hat{s}$ であれば，c_L タイプの産業は，カルテルを結んで $p_1=c_H$ を選んで得られる期待利益はカルテルを結ばずに得られる期待利益と等しく

なる．つまり2つの選択肢がちょうど無差別となる．$\bar{s}_1 > \hat{s}$ が成り立つため，仮定3より $\hat{s} \in (0,1)$ である．もし $s_1^*(c_H) < \hat{s}$ であれば，タイプ c_L がカルテルを結び $p_1 = c_H$ を選んで得られる期待利得は，カルテルを結ばずに得られる期待利得よりも厳密に大きい．

$p_1 = c_H$ を観察した時に捜査に対し s_1 を投じれば，独禁当局の期待利得は

$$\sum_{i=L,H} \lambda_1^*(c_i|c_H) W_i(c_H) - \gamma(s_1) + \delta^A \left[\lambda_1^*(c_H|c_H) \sum_{j=L,H} q_{Hj} W_j^D \right.$$
$$\left. + \lambda_1^*(c_L|c_H) \left\{ s_1 \sum_{j=L,H} q_{Lj} W_j^C + (1-s_1) \sum_{j=L,H} q_{Lj} W_j^D \right\} \right]$$

である．$\lambda_1^*(c_i|c_H)$ は $p_1 = c_H$ を観察した独禁当局の産業のタイプに関する信念を表し，ベイズルールより

$$\lambda_1^*(c_L|c_H) = \frac{q_L \tau_1^*(c_L)}{q_L \tau_1^*(c_L) + q_H} \tag{5}$$

である．一階条件から

$$s_1^*(c_H) = \gamma'^{-1} \left(\delta^A \lambda_1^*(c_L|c_H) \sum_{j=L,H} q_{Lj} \Delta_j \right) \tag{6}$$

が導かれる．ここで独禁当局が $\hat{s}$ を選ぶタイプ c_L の確率を $\hat{\lambda}$ とする．つまり $\hat{\lambda}$ は以下を満たす．

$$\gamma'^{-1} \left(\delta^A \hat{\lambda} \sum_{j=L,H} q_{Lj} \Delta_j \right) = \hat{s}$$

したがって

$$\hat{\lambda} = \gamma' \left(\frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj} \pi_j^D} \right) \left(\delta^A \sum_{j=L,H} q_{Lj} \Delta_j \right)^{-1} \tag{7}$$

である．さらに $\lambda_1^*(c_L|c_H) = \hat{\lambda}$ を導くような，タイプ c_L のカルテルを結ぶ確率を $\hat{\tau}$ とする．つまり

$$\hat{\tau} = \frac{q_H \hat{\lambda}}{q_L(1-\hat{\lambda})} \tag{8}$$

である．もしタイプ $C_1 = c_L$ が１期目に $\hat{\tau}$ の確率でカルテルを結び，価格 c_H を選ぶのであれば，独禁当局は $p_1 = c_H$ を観察すると確率 $\hat{\lambda}$ でタイプ c_L がカルテルを結んでいると予測し，その結果 $\hat{s}$ の努力水準を選ぶ．反対に，このような一連の独禁当局の反応を予想すれば，タイプ c_L が１期目にカルテルを結び $p_1 = c_H$ を選んで得られる期待利得は，カルテルを結ばずに得られる期待利得と等しくなる．

命題 1. 以上で定義した２期目の戦略 $s_2^*, \tau_2^*, \sigma_2^*$ 及び信念 λ_2^*，タイプ $C_1 = c_H$ の任意のカルテル価格戦略 $\sigma_1^*(c_H)$，以下に示す戦略と信念の組み合わせは完全ベイズ均衡を構成する．i) もし

$$\gamma'^{-1}\left(\delta^A q_L \sum_{j=L,H} q_{Lj}\Delta_j\right) < \frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D} \tag{9}$$

であれば，

$$\tau_1^*(c_i) = \begin{cases} 1 & i = L, \\ 0 & i = H, \end{cases}$$

$$\sigma_1^*(c_L)[p_1] = \begin{cases} 1 & p_1 = c_H, \\ 0 & \text{otherwise}, \end{cases}$$

$$\lambda_1^*(c_L|p_1) = \begin{cases} 1 & p_1 = c_L, \\ q_L & p_1 = c_H, \\ \bar{\lambda}_1(c_L) & p_1 \neq c_L, c_H, \end{cases}$$

$$s_1^*(p_1) = \begin{cases} 0 & p_1 = c_L, \\ \gamma'^{-1}\left(q_L \sum_{j=L,H} q_{Lj}\Delta_j\right) & p_1 = c_H, \\ \bar{s}_1 & p_1 \neq c_L, c_H. \end{cases}$$

ii) もし (9) が満たされなければ，

$$\tau_1^*(c_i) = \begin{cases} \hat{\tau} & i = L, \\ 0 & i = H, \end{cases}$$

$$\sigma_1^*(c_L)[p_1] = \begin{cases} 1 & p_1 = c_H, \\ 0 & \text{otherwise}, \end{cases}$$

$$\lambda_1^*(c_L|p_1) = \begin{cases} 1 & p_1 = c_L, \\ \hat{\lambda} & p_1 = c_H, \\ \bar{\lambda}_1(c_L) & p_1 \neq c_L, c_H, \end{cases}$$

$$s_1^*(p_1) = \begin{cases} 0 & p_1 = c_L, \\ \hat{s} & p_1 = c_H, \\ \bar{s}_1 & p_1 \neq c_L, c_H. \end{cases}$$

証明. 2期目の独禁当局の戦略 s_2^* が信念 λ_2^* に対して逐次合理性を満たし，均衡経路上で信念 λ_2^* がベイズルールを満たすこと，独禁当局の2期目の戦略に対して，産業の戦略 τ_2^*, σ_2^* は逐次合理性を示すことを既に示した．1期目の戦略と信念が完全ベイズ均衡の条件を満たすことを示す．

まずは (9) を仮定する．τ_1^*, σ_1^* に対して $\lambda_1^*(c_L|c_H)$ はベイズ整合性を満たす．また1期目にはこれ以外の価格は実現しないため，均衡の条件は $p_1 \neq c_H$ に対して $\lambda_1^*(\cdot|p_1)$ に何の制約も課さない．また任意の p_1 に対して，信念 λ_1^* の下で $s_1^*(p_1)$ は一階条件によって定まるため逐次合理性を満たす．また，

$$s_1^*(c_H) = \gamma'^{-1}\left(\delta^A q_L \sum_{j=L,H} q_{Lj}\Delta_j\right) < \frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D} = \hat{s}$$

であるから，$C_1 = c_L$ タイプがカルテルを結んで価格 $p_1 = c_H$ を付けて得られる期待利益は，カルテルを結ばずに得られる期待利益よりも大きい．したがって，$\tau_1^*(c_L) = 1$ は逐次合理性を満たす．

次に (9) が満たされない場合を考える．$\tau_1^*(c_L) = \hat{\tau} \in (0, 1)$ であるために

は，タイプ $C_1 = c_L$ にとって，カルテルを結び価格 c_H を選ぶことと結ばないことが無差別でなくてはいけない．$s_1^*(c_H) = \hat{s}$ および $\hat{s}$ の定義からこれは満たされる．信念 λ_1^* の下で $s_1^*(c_H) = \hat{s}$ の逐次合理性は，$\lambda_1^*(c_L|c_H) = \hat{\lambda}$ および $\hat{\lambda}$ の定義から導かれる．$\lambda^*(c_L|c_H) = \hat{\lambda}$ であることのベイズ整合性は $\tau_1^*(c_L) = \hat{\tau}$ の定義から導かれる．それ以外の部分については，上と同様に示される． □

以上で特徴付けた均衡について整理するならば，1期目に産業でカルテルが結ばれても独占価格は選択されない．競争市場で起こり得ない価格が見られれば，独禁当局はカルテルを確信し，捜査に多くの資源を投入する．その結果，高い確率でカルテルは摘発されてしまい，高い課徴金を支払わなければいけない．独禁当局の目を掻い潜るために，産業は競争市場でも起こりうる価格を選び，価格競争の結果であるかのように振る舞う．大きな利益を得ることはできないかもしれないが，競争市場に紛れることで摘発される確率を抑えることができる．

Harrington(2004, 2005) では，カルテルが独禁当局に見つかる確率は市場価格の増加関数とする仮定を置いていた．均衡で実現しうる価格については，この仮定の正当性が次の系で示される．

系 1. 任意のパラメータの組に対して，$s_1^*(c_L) < s_1^*(c_H)$ が成り立つ．

本節の最後にカルテルの発生確率と社会的余剰に関する比較静学を行う．(9) は書き換えると，

$$q_L < \hat{\lambda} \tag{10}$$

である．1期目にカルテルが結ばれる事前確率 $\Pr(\tau_1 = 1)$ は，

$$\Pr(\tau_1 = 1) = q_L \tau_1^*(c_L) = \begin{cases} q_L & q_L < \hat{\lambda} \\ \frac{(1-q_L)\hat{\lambda}}{1-\hat{\lambda}} & q_L \geqq \hat{\lambda} \end{cases}$$

である．

補題 2. (i) 1期目にカルテルが結ばれる事前確率 $\Pr(\tau_1 = 1)$ は q_L に関して連続で単峰性を示す．すなわち $q_L < \hat{\lambda}$ で増加，$q_L \geqq \hat{\lambda}$ で減少関数である．(ii) $q_L = \hat{\lambda}$ の時，1期目にカルテルが結ばれる事前確率が最大になり $\Pr(\tau_1 = 1) = \hat{\lambda}$ となる．

$C_1 = c_L$ タイプの確率 q_L が十分小さい市場では，価格 $p_1 = c_H$ が実現しても，それが $C_1 = c_L$ タイプのカルテルの帰結である確率は小さい．したがって独禁当局は捜査に対して多くの資源を投入しない．それゆえ，タイプ $C_1 = c_L$ はカルテルを結び $p_1 = c_H$ を選ぶことによって利益が得られる．その結果 $C_1 = c_L$ タイプは確率1でカルテルを結ぶ．q_L が大きくなるにつれて，独禁当局の $p_1 = c_H$ を観察した時の捜査に対する努力水準は大きくなり，産業にとって，カルテルを結び $p_1 = c_H$ を選ぶことの課徴金の期待値は大きくなる．やがて $C_1 = c_L$ タイプにとって，カルテルを結び $p_1 = c_H$ を選ぶ選択肢とカルテルを結ばない選択肢が無差別になる．q_L がこの水準になるまでは1期目のカルテルの事前確率 $\Pr(\tau_1 = 1)$ は大きくなる．さらに q_L が大きくなれば，独禁当局の捜査戦略に変化はないが，$C_1 = c_L$ タイプがカルテルを結ぶ確率は小さくなる．その結果カルテルが結ばれる事前確率は小さくなる．q_L が1に近づけば，その確率は0に近づく．

次に課徴金の効果について検討する．均衡における t 期目の社会的余剰の期待値を W_t^* とする．すなわち

$$
\begin{aligned}
W_1^* &= q_L\tau_1^*(c_L)W_L(c_H) + q_L(1-\tau_1^*(c_L))W_L^C + q_H W_H^C \\
&\quad -\{q_L\tau_1^*(c_L) + q_H\}\gamma(s_1^*(c_H)) \\
W_2^* &= q_L\tau_1^*(c_L)s_1^*(c_H)\sum_{j=L,H} q_{Lj}W_j^C \\
&\quad + \sum_{j=L,H}\left[q_L\{\tau_1^*(c_L)(1-s_1^*(c_H)+(1-\tau_1^*(c_L))\}q_{Lj} + q_H q_{Hj}\right]W_j^D
\end{aligned}
$$

である．

命題 3.　(i) もし $q_L < \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial \Pr(\tau_1=1)}{\partial F} = 0$,

(ii) もし $q_L > \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial \Pr(\tau_1=1)}{\partial F} < 0$,
(iii) $\frac{\partial \hat{\lambda}}{\partial F} < 0$,
(iv) もし $q_L < \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial s_1^*(c_L)}{\partial F} = 0$,
(v) もし $q_L > \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial s_1^*(c_L)}{\partial F} < 0$,
(vi) もし $q_L < \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial \tau_1^*(c_L)}{\partial F} = 0$,
(vii) もし $q_L < \hat{\lambda}$ ならば $\frac{\partial \tau_1^*(c_L)}{\partial F} < 0$,
(viii) $F \to \infty$ とすれば，$\Pr(\tau_1 = 1) \to 0$, $s_1^*(c_L) \to 0$, $W_1^* \to \sum_{i=L,H} q_i W_i^C$.

証明. (ii), (v), (vii) はそれぞれ

$$\frac{\partial \hat{\lambda}}{\partial F} = -\gamma'' \left(\frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj} \pi_j^D} \right) \left(\delta^A \sum_{j=L,H} q_{Lj} \Delta_j \right)^{-1} \times \left(\frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{\left\{ F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj} \pi_j^D \right\}^2} \right) < 0$$

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial F} = -\frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{\left\{ F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj} \pi_j^D \right\}^2} < 0$$

$$\frac{\partial \hat{\tau}}{\partial F} = \frac{q_L q_H}{q_L^2 (1-\hat{\lambda})^2} \frac{\partial \hat{\lambda}}{\partial F} < 0$$

による．(viii) は γ' の連続性および $\gamma'(0) = 0$(仮定 1) から $\hat{\lambda} \to 0$, $\hat{\tau} \to 0$ ($F \to \infty$) であるため，$\Pr(\tau_1 = 1) \to 0$ が導かれる．$\hat{s} \to 0$ ($F \to \infty$) であるから，$s_1^*(c_L) \to 0$ である．これらより $W_1^* \to \sum_{i=L,H} q_i W_i^C$ が導かれる． □

もし F が $q_L < \hat{\lambda}$ の範囲にあれば，1 期目にカルテルが結ばれる事前確率 $\Pr(\tau_1 = 1)$ に対する F の限界効果はゼロである．しかし課徴金 F を大きくすることは，$q_L = \hat{\lambda}$ で訪れる 1 期目の事前のカルテル発生確率のピークを

低くする．また $q_L > \hat{\lambda}$ が成り立てば，F は $\Pr(\tau_1 = 1)$ を小さくする効果がある．この範囲では，課徴金と独禁当局の努力水準の間に代替性が存在する (命題 3 の v)．しかし，

$$\begin{aligned}\frac{\partial s^*(c_H)F}{\partial F} &= \frac{\partial \hat{s}}{\partial F}F + \hat{s} \\ &= -\frac{D(c_H)(c_H - c_L)F}{\left\{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D\right\}^2} + \frac{D(c_H)(c_H - c_L)}{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D} \\ &= \frac{D(c_H)(c_H - c_L)\delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D}{\left\{F + \delta^I \sum_{j=L,H} q_{Lj}\pi_j^D\right\}^2} > 0\end{aligned}$$

であることから，産業がカルテルを結び価格 $p_1 = c_H$ を選ぶことによる課徴金の期待値は増加する．そのためカルテルを結ぶ確率が小さくなると解釈できる (命題 3 の vii)．さらに F を大きくすれば，代替性より独禁当局の捜査に対する努力水準は小さくなり，0 へ向けて収束し，カルテル確率も 0 に収束する．すなわち両タイプとも価格競争を選ぶことから，1 期目の社会的厚生は最大値に近づいていく．

5　考察

本稿はカルテルの阻止を目的とした独禁当局の捜査に関する意思決定を考慮することで，産業と独禁当局の間の戦略的状況を先行研究と異なった形でモデル化している．これにより，均衡において観察されうる価格に限られるが，カルテルが見つかる確率は市場価格の増加関数であることが示される．これによって Harrington(2004, 2005) の仮定に正当性が与えられる．

本稿にはいくつかの課題が残されている．例えば，本稿では産業の限界費用については 2 項モデルを考察してきたが，より一般的な設定の下での分析が求められる．また本稿は，既述の通り，個々の企業の意思決定，特にカルテルに加わるかどうか，カルテルから逸脱するかどうか，を捨象している．

これらを含めて検討するためにも，企業と独禁当局の間のインタラクションを無限回繰り返すモデルを考察するべきである．これらは今後の課題である．

参考文献

Besanko, D., & Spulber, D. F. (1989). “Antitrust enforcement under asymmetric information.” *The Economic Journal*, 99(396), 408-425.

Besanko, D., & Spulber, D. F. (1990). “Are treble damages neutral? Sequential equilibrium and private antitrust enforcement.” *The American Economic Review*, 870-887.

Harrington Jr, J. E. (2004). “Cartel pricing dynamics in the presence of an antitrust authority.” *RAND Journal of Economics*, 651-673.

—— (2005). “Optimal cartel pricing in the presence of an antitrust authority.” *International Economic Review*, 46(1), 145-169.

Motta, M., & Polo, M. (2003). “Leniency programs and cartel prosecution.” *International journal of industrial organization*, 21(3), 347-379.

Tirole, J. (1988). *The theory of industrial organization.* MIT press.