消費遺産動機を含む資産バブルモデル
－利子所得課税の場合

仲 間 瑞 樹

1．はじめに

Diamond（1965）の2期間世代重複モデルに資産バブルを導入したTirole（1985）の資産バブルモデルは，今や古典的なモデルとなりつつある[1)]。その資産バブルモデルに税を導入し，税が資本ストック，資産バブル，厚生に与える効果を分析したものとして，古くは例えばKunieda（1989）がある。Diamond（1965），Tirole（1985），Kunieda（1989）等の古典的なモデルに共通して見られることは，私的世代間移転，遺産動機を全く含まないモデルであるということである。このことを踏まえるならば，労働所得のみから生じる貯蓄が，資本ストックや資産バブルに転化する部分だけではなく，貯蓄が遺産といった私的世代間移転にも影響を与える経路を考慮する余地がある。

ただし資産バブルを含むモデルで私的世代間移転を考慮する場合，どのような遺産動機を考慮するかが問題となる。Tirole（1985）やWeil（1987）からも明らかなように，動学的効率の状態では資産バブルが存在しない。そのため資産バブルを含むモデルでは，Barro（1974）に代表される利他的遺産動機を考慮する可能性はない。資産バブルを含むモデルに遺産動機を加える場合，残されている選択肢としては利己的な遺産動機，例えばYaari（1964）の消費遺産動機といったような利己的な遺産動機の導入がある。この消費遺産動機，相続税，遺産税，消費税を含む資産バブルモデルの経済効果は仲間

1）Tirole（1985）のモデルはBlanchard and Fischer（1989）といった標準的なマクロ経済学の教科書でも紹介されているように，Diamond（1965）モデルの応用モデルの1つである。

(2017) で分析されている。しかし仲間 (2017) では利子への課税，資産バブルへの課税，労働所得への課税等を分析していない。そこで本論文では利子への課税に特化した分析を行う。

資産バブルを含むモデルで利子への課税を考える場合，2つの課税方法が考えられる。1つは，純粋に個人の貯蓄にのみ注目して，その貯蓄の利子に対して利子所得税を課す方法である。もう1つは資産バブルの裁定式，特に資産バブルの収益率としての利子率が存在することに注目し，その部分に税を課すといった方法である。前者はDiamond (1970) で扱われた古典的な利子所得課税の分析があり，資産バブルを考慮する場合でも，基本的にはDiamond (1970) と同じ利子所得課税の分析となる[2)]。後者は利子所得税と呼ぶよりも資産バブルといった資産所得への課税と考える方がふさわしいかもしれない。言うまでもなく資産バブルの収益率としての利子率に税を課す場合，それはDiamond (1970) の利子所得課税と乖離した分析となる。

本論文では消費遺産動機を含む資産バブルモデルにおいて，利子所得税を財源とする二つの政策（政府支出政策と若年世代への公的移転政策）の経済効果を分析する。それら2つの政策をもって政府は資本ストック，資産バブル，厚生をどのようにコントロールできるか。例えば厚生を阻害することなく，資産バブルをコントロールすることが可能か否かといった問いかけに対する回答を本論文で与える。

本論文は次のような構成をとる。第2節では資産バブル，消費遺産動機を含むモデルを提示する。第3節では利子所得税財源による政府支出政策を反映した動学体系，利子所得税財源による若年世代への公的移転政策を反映した動学体系の安定性を分析する。第4節では利子所得税を財源とする政府支出政策，若年世代への公的移転政策の経済効果を定性的に分析する。第5節はまとめである。

---

2) Diamond (1970) の場合，老年期の個人に課された利子所得税収は，老年期へと還付される政策をモデル化している。

2．モデル

仲間（2017）と同様，Diamond（1965）による2期間世代重複モデルに，Yaari（1964）による消費遺産動機，Tirole（1985）による資産バブルを加える。人口は一定率 n ただし n ＞ 0で成長するものと仮定する。L_{t+1}を$(t+1)$期，L_tをｔ期における労働力人口とするので，両者の間には$L_{t+1}=(1+n)L_t$が成立する。

消費遺産動機を含むｔ世代の効用関数を，下の対数線形型の効用関数u_tとして表す。

$$u_t=\varepsilon_1 logc_{1t}+\varepsilon_2 logc_{2t+1}+\varepsilon_3 logb_{t+1} \tag{1}$$

$$0<\varepsilon_i<1, i=1,2,3$$

$$\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3=1$$

ただしε_1，ε_2，ε_3はc_{1t}，c_{2t+1}そしてb_{t+1}に対するｔ世代の個人の選好を表している。次に政府は以下の2つの課税政策を実施しているものと仮定する。

1つは政府が老年期の個人が受け取る貯蓄に利子所得税を課し，利子所得税収を政府支出政策財源として支出する課税政策である。この場合のｔ期ｔ世代の個人の予算制約式は，下の（2）と（3）として表される。

$$c_{1t}=w_t+b_t-s_t \tag{2}$$

$$c_{2t+1}=[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]s_t-(1+n)b_{t+1} \tag{3}$$

なおτ_rは利子所得税率である。ｔ期ｔ世代の個人は労働を非弾力的に供給し，その対価として賃金w_tを受け取る。ｔ期$(t-1)$世代の個人から遺産b_tを相続する。そして消費c_{1t}，貯蓄s_tをする。この個人は$(t+1)$期に退職し，貯蓄の元利合計$(1+r_{t+1})s_t$を受け取り，消費c_{2t-1}をし，遺産$(1+n)b_{t+1}$を$(t+1)$世代に与える一方，利子所得税$\tau_r r_{t+1}s_t$を支払う。政府は各期に集めた利子所得税収を，生産に寄与しない形で政府支出として支出する。例えばｔ期の一人あたりの政府支出をg_tと表すならば，$g_t=\tau_r r_t s_{t-1}$といった政府の予算制約式を得る。

もう一方は，政府が老年期の個人に利子所得税を課す一方，政府が若年期の個人に利子所得税収を財源とする公的移転として給付する課税政策であ

る。この場合のｔ期ｔ世代の個人の予算制約式は，下の（4）そして（5）として表される[3]。

$$c_{1t}=w_t+b_t-s_t+\mu_t^A \tag{4}$$

$$c_{2t+1}=[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]s_t-(1+n)b_{t+1} \tag{5}$$

μ_t^A は一人あたりの公的移転給付額で，$\mu_t^A=\dfrac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}$ である。ｔ期ｔ世代の個人は労働を非弾力的に供給し，その対価として賃金 w_t を受け取る。ｔ期 $(t-1)$ 世代の個人から遺産 b_t を相続する。そして消費 c_{1t}，貯蓄 s_t をする一方で，政府から若年世代への公的移転 μ_t^A を受ける。この個人は(t＋1)期に退職し，貯蓄の元利合計 $(1+r_{t+1})s_t$ を受け取り，消費 c_{2t+1} をし，利子所得税 $\tau_r r_{t+1}s_t$ を支払い，遺産 $(1+n)b_{t+1}$ を $(t+1)$ 期 $(t+1)$ 世代に与える。

企業は新古典派型生産技術にしたがって生産を行う。生産関数はコブ＝ダグラス型生産関数として表される。ｔ期における集計化された生産関数は，下の（6）として表される。

$$Y_t=L_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha} \tag{6}$$

Y_t は集計化されたｔ期の生産物，K_t は集計化されたｔ期の資本ストック，α は資本の分配率を表すパラメータで $0<\alpha<1$ をみたす定数である。ｔ期における一人あたりの生産関数は（7）のとおり表される。

$$y_t=k_t^{\alpha} \tag{7}$$

ただし $y_t=\dfrac{Y_t}{L_t}$，$k_t=\dfrac{K_t}{L_t}$ である。企業の利潤最大化問題から，資本と労働の限界生産物条件として $r_t=\alpha k_t^{\alpha-1}$，$w_t=(1-\alpha)k_t^{\alpha}$ を得る。

個人の予算制約式が（2）と（3）の場合，下の（10）と（11）を考慮することで財市場の均衡式として下の（8）を得る。

$$c_{1t}+\frac{c_{2t}}{1+n}+(1+n)k_{t+1}+g_t=w_t+k_t+r_tk_t \tag{8}$$

3）Diamond（1970）での利子所得税収入は老年期の個人に給付されていた。しかし本論文では利子所得税収を若年期の個人に給付している。この点がDiamond（1970）と異なる部分の1つである。

個人の予算制約式が（4）と（5）の場合，下の（10）と（11）を考慮することで財市場の均衡式として下の（9）を得る。

$$c_{1t}+\frac{c_{2t}}{1+n}+(1+n)k_{t+1}=w_t+k_t+r_tk_t \tag{9}$$

資産バブルについてはBlanchard＝Fischer（1989）などでも説明されているように，総量Mの無価値の紙切れと仮定する。p_tをt期における消費財で測った無価値の紙切れ1枚あたりの正の価格とする。V_tはt期におけるバブルの総価値である。t期における集計化されたバブルの価値は$V_t=p_tM$である。個人は資本ストック，または資産バブルを保有することによって貯蓄が可能である。資本ストックを持つ場合の粗収益率と資産バブルを持つことによる粗収益率から，裁定式$(1+r_{t+1})=\frac{p_{t+1}}{p_t}$を得る。この裁定式から$V_{t+1}=(1+r_{t+1})V_t$を得る。これを一人あたりの式で表すならば

$$v_{t+1}=\frac{1+r_{t+1}}{1+n}v_t \tag{10}$$

を得る。ただし$v_{t+1}=\frac{V_{t+1}}{L_{t+1}}$，$v_t=\frac{V_t}{L_t}$である。資本市場の均衡式は下の（11）である。

$$s_t=(1+n)k_{t+1}+v_t \tag{11}$$

3．安定性分析

3－1　政府が政府支出政策を行う場合の動学体系

（2）と（3）から，t世代の個人の生涯予算制約式として

$$c_{1t}+\frac{c_{2t+1}}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}+\frac{1+n}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}b_{t+1}=w_t+b_t$$

を得る。(1）を目的関数，上の生涯予算制約式を制約式として効用最大化問題を解く。t期におけるラグランジュ関数をL_t^1と表すならば，t期t世代の効用最大化問題は下のように定式化される。ただしλ_tはt期におけるラグラ

ンジュ未定乗数である。

$$L_t^1 = u_t - \lambda_t A^1 \tag{12}$$

$$A^1 = c_{1t} + \frac{c_{2t+1}}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}} + \frac{1+n}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}} b_{t+1} - w_t - b_t$$

(12) を c_{1t}, c_{2t+1}, b_{t+1}について最大化することによって，下の最適条件 (13) と (14) を得る。

$$c_{1t} = \frac{\varepsilon_1(1+n)}{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]} b_{t+1} \tag{13}$$

$$c_{2t+1} = \frac{\varepsilon_2(1+n)}{\varepsilon_3} b_{t+1} \tag{14}$$

(13) と (14) を個人の生涯予算制約式に代入，整理することによって下の (15) を得る。(15) を (13) に代入，整理することによって (16) を得る。

$$b_{t+1} = \frac{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}{1+n} \varepsilon_3 (w_t + b_t) \tag{15}$$

$$c_{1t} = \varepsilon_1 (w_t + b_t) \tag{16}$$

(2), (11) そして (16) から下の (17) を得る。

$$(1+n)k_{t+1} + v_t = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)(w_t + b_t) \tag{17}$$

(15) と (17) から，遺産関数 (18) を得る。

$$b_{t+1} = \frac{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]}{\varepsilon_2+\varepsilon_3} \left(k_{t+1} + \frac{1}{1+n} v_t \right) \tag{18}$$

上の (18) を t 期について評価するならば，下の (19) を得る。

$$b_t = \frac{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_t]}{\varepsilon_2+\varepsilon_3} \left(k_t + \frac{1}{1+n} v_{t-1} \right) \tag{19}$$

労働の限界生産物条件，(17), (19) を用いることによって下の (20) を得る。

$$(1+n)k_{t+1}+v_t=\varepsilon_3 k_t+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)]k_t^{\alpha}+\varepsilon_3\left[\frac{1+(1-\tau_r)\alpha k_t^{\alpha-1}}{1+\alpha k_t^{\alpha-1}}\right]v_t \tag{20}$$

この (20) と一人あたりの裁定式 (10) が動学体系となる。

3－2　政府が政府支出政策を行う場合の安定性分析

(10) と (20) を用い，動学体系の安定性を分析する。$k_{t+1}=k_t=k^*$ を定常状態での資本ストック，$v_{t+1}=v_t=v^*$ を定常状態での資産バブルと呼ぶ。(10) と (20) を定常均衡の資本ストック k_*，資産バブル v_* の近傍で線形近似するならば下の (21) を得る。

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\hat{k}_{t+1} \\ d\hat{v}_{t+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\hat{k}_t \\ d\hat{v}_t \end{bmatrix} \tag{21}$$

$A_1=\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*$, $A_2=A_3=1+n$

$A_4=A_5=0$, $A_6=1+\alpha k_*^{\alpha-1}$

$$A_7=\varepsilon_3+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)]\alpha k_*^{\alpha-1}+\varepsilon_3 v_*\frac{\alpha(1-\alpha)\tau_r k_*^{\alpha-2}}{(1+\alpha k_*^{\alpha-1})^2}$$

$$A_8=-\frac{1-\varepsilon_3+[1-(1-\tau_r)\varepsilon_3]\alpha k_*^{\alpha-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}},\quad d\hat{k}_{t+1}=k_{t+1}-k_*,\quad d\hat{k}_t=k_t-k_*,$$

$d\hat{v}_{t+1}=v_{t+1}-v_*$, $d\hat{v}_t=v_t-v_*$

(21) は

$$\begin{bmatrix} d\hat{k}_{t+1} \\ d\hat{v}_{t+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\hat{k}_t \\ d\hat{v}_t \end{bmatrix}$$

と書き直される。$J\equiv\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 \end{bmatrix}$，そして単位行列を $\mathrm{I}\equiv\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ と定義することによって，固有方程式 $\varphi^1(\lambda)=|J-\lambda I|$ を得る。その固有方程式 $\varphi^1(\lambda)$ は，以下のとおりである。

$$\varphi^1(\lambda)=\lambda^2-A_9\lambda+A_{10}$$

$$A_9=1+\varepsilon_3(1+n)^{-1}+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)](1+n)^{-1}\alpha k_*^{\alpha-1}$$
$$+\varepsilon_3\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*\tau_r(1+n)^{-1}(1+\alpha k_*^{\alpha-1})^{-2}$$
$$+[1-\varepsilon_3+\{1-(1-\tau_r)\varepsilon_3\}\alpha k_*^{\alpha-1}]\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*(1+n)^{-2}(1+\alpha k_*^{\alpha-1})^{-1}$$

$$A_{10}=\varepsilon_3(1+\mathrm{n})^{-1}+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)]\alpha k_*^{\alpha-1}(1+n)^{-1}$$
$$+\varepsilon_3\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*\tau_r(1+n)^{-1}(1+\alpha k_*^{\alpha-1})^{-2}$$

判別式D_1を固有方程式$\varphi^1(\lambda)$に適用するならば，その値は

$$\mathrm{D}_1=\left(1-\frac{\varepsilon_3+Z_1}{1+n}\right)^2+\left[\frac{\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*Z_2}{(1+\mathrm{n})^2(1+\alpha k_*^{\alpha-1})}\right]^2+2\frac{\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*Z_2}{(1+\mathrm{n})^2(1+\alpha k_*^{\alpha-1})}\left(1+\frac{\varepsilon_3+Z_1}{1+n}\right)$$

$$Z_1=[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)]\alpha k_*^{\alpha-1}$$
$$+\varepsilon_3\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*\tau_r(1+\alpha k_*^{\alpha-1})^{-2}>0$$

$$Z_2=1-\varepsilon_3+[1-(1-\tau_r)\varepsilon_3]\alpha k_*^{\alpha-1}>0$$

である。正の資産バブルを考慮することから，判別式D_1の値は正である。よって固有方程式の2つの解は，異なる2つの実数解であることがわかる。そこで固有方程式の2つの解をλ_1およびλ_2と表す。固有方程式から

$$\lambda_1+\lambda_2=A_9>0$$

$$\lambda_1\lambda_2=A_{10}>0$$

であるので，固有方程式の2つの解λ_1およびλ_2は正の実数解である。さらに

$$\varphi^1(-1)>0$$

$$\varphi^1(1)=-\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*(1+n)^{-2}\left[1-\varepsilon_3+\frac{\varepsilon_3\tau_r\alpha k_*^{\alpha-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}}\right]$$
$$=-\alpha(1-\alpha)k_*^{\alpha-2}v_*(1+n)^{-2}\left[1-\varepsilon_3\left\{\frac{1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}}\right\}\right]<0$$

を得る。よって固有方程式の2つの解のうち1つの解は1より大きく，もう1つの解は正であるものの1より小さい。以上の安定性分析から，政府が政府支出政策財源として利子所得税を課す場合，定常均衡における資本ストック，資産バブルは鞍点均衡であることがわかる。

3－3　政府が公的移転政策を行う場合の動学体系

政府が利子所得税を財源とする若年世代への公的移転政策を行う場合でも，動学体系の導出及び安定性分析の方法は，前の3－1や3－2と同様である。(4) と (5) からt世代の個人の生涯予算制約式として

$$c_{1t}+\frac{c_{2t+1}}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}+\frac{1+n}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}b_{t+1}=w_t+b_t+\frac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}$$

を得る。(1) を目的関数，上の生涯予算制約式を制約式として効用最大化問題を解く。t期におけるラグランジュ関数を L_t^2 と表すならば，t期t世代の効用最大化問題は下のように定式化される。ただし λ_t はt期におけるラグランジュ未定乗数である。

$$L_t^2=u_t-\lambda_t A^2 \tag{22}$$

$$A^2=c_{1t}+\frac{c_{2t+1}}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}+\frac{1+n}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}b_{t+1}-w_t-b_t-\frac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}$$

(22) を c_{1t}，c_{2t+1}，b_{t+1} について最大化することによって，下の最適条件 (23) と (24) を得る。

$$c_{1t}=\frac{\varepsilon_1(1+n)}{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]}b_{t+1} \tag{23}$$

$$c_{2t+1}=\frac{\varepsilon_2(1+n)}{\varepsilon_3}b_{t+1} \tag{24}$$

(23) と (24) を個人の生涯予算制約式に代入，整理することによって下の (25) を得る。(25) を (23) に代入，整理することによって (26) を得る。

$$b_{t+1}=\frac{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}{1+n}\varepsilon_3\left(w_t+b_t+\frac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}\right) \tag{25}$$

$$c_{1t}=\varepsilon_1\left(w_t+b_t+\frac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}\right) \tag{26}$$

(4)，(11) そして (26) から下の (27) を得る。

$$(1+n)k_{t+1}+v_t=(\varepsilon_2+\varepsilon_3)\left(w_t+b_t+\frac{\tau_r r_t s_{t-1}}{1+n}\right) \tag{27}$$

遺産関数は下の（28）として得られる。

$$b_{t+1}=\frac{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\left(k_{t+1}+\frac{1}{1+n}v_t\right) \tag{28}$$

上の（28）をt期について評価するならば，下の（29）を得る。

$$b_t=\frac{\varepsilon_3[1+(1-\tau_r)r_t]}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\left(k_t+\frac{1}{1+n}v_{t-1}\right) \tag{29}$$

労働の限界生産物条件，（t－1）期で評価した（11），（27），（29）を用いることによって下の（30）を得る。

$$(1+n)k_{t+1}=\varepsilon_3 k_t+[\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r)+\varepsilon_3]k_t^{\alpha}-\left(1-\varepsilon_3-\frac{\tau_r\alpha k_t^{\alpha-1}}{1+\alpha k_t^{\alpha-1}}\varepsilon_2\right)v_t \tag{30}$$

この（30）と一人あたりの裁定式（10）が動学体系となる[4]。

3－4　政府が公的移転政策を行う場合の安定性分析

動学体系（10）と（30）を用い，動学体系の安定性を分析する。（10）と（30）を定常均衡の資本ストック k_{**}，資産バブル v_{**} の近傍で線形近似するならば下の（31）を得る。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{13} & A_{14} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\hat{k}_{t+1} \\ d\hat{v}_{t+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_{15} & A_{16} \\ A_{17} & A_{18} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\hat{k}_t \\ d\hat{v}_t \end{bmatrix} \tag{31}$$

$A_{11}=\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}$，$A_{12}=A_{13}=1+n$

$A_{14}=A_{15}=0$，$A_{16}=1+\alpha k_{**}^{\alpha-1}$

$$A_{17}=\varepsilon_3+[\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r)+\varepsilon_3]\alpha k_{**}^{\alpha-1}-\varepsilon_2 v_{**}\frac{\alpha(1-\alpha)\tau_r k_{**}^{\alpha-2}}{(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^2}$$

$$A_{18}=-\frac{1-\varepsilon_3+(1-\varepsilon_3-\varepsilon_2\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}}{1+\alpha k_{**}^{\alpha-1}},\quad d\hat{k}_{t+1}=k_{t+1}-k_{**},\quad d\hat{k}_t=k_t-k_{**},$$

$$d\hat{v}_{t+1}=v_{t+1}-v_{**},\quad d\hat{v}_t=v_t-v_{**}$$

4）（30）の右辺第3項カッコ内の符号が正であることを容易に確認できる。

(31) から

$$\begin{bmatrix} d\hat{k}_{t+1} \\ d\hat{v}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{13} & A_{14} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{15} & A_{16} \\ A_{17} & A_{18} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\hat{k}_{t} \\ d\hat{v}_{t} \end{bmatrix}$$

と書き直され，$j \equiv \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{13} & A_{14} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{15} & A_{16} \\ A_{17} & A_{18} \end{bmatrix}$ そして単位行列を $\mathrm{I} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ と定義することによって，固有方程式 $\varphi^2(\lambda) = |j - \lambda I|$ を得る。その固有方程式 $\varphi^2(\lambda)$ は，以下の (32) である。

$$\varphi^2(\lambda) = \lambda^2 - A_{19}\lambda + A_{20} \tag{32}$$

$$A_{19} = 1 + \varepsilon_3(1+n)^{-1} + [\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r) + \varepsilon_3](1+n)^{-1}\alpha k_{**}^{\alpha-1}$$
$$- \varepsilon_2\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}\tau_r(1+n)^{-1}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-2}$$
$$+ [1 - \varepsilon_3 + \{1 - \varepsilon_2\tau_r - \varepsilon_3\}\alpha k_{**}^{\alpha-1}]\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}(1+n)^{-2}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-1}$$

$$A_{20} = \varepsilon_3(1+n)^{-1} + [\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r) + \varepsilon_3]\alpha k_{**}^{\alpha-1}(1+n)^{-1}$$
$$- \varepsilon_2\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}\tau_r(1+n)^{-1}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-2}$$

判別式 D_2 を固有方程式 $\varphi^2(\lambda)$ に適用するならば，その値は

$$\mathrm{D}_2 = \left(1 - \frac{\varepsilon_3 + Z_3}{1+n}\right)^2 + \left[\frac{\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}Z_4}{(1+n)^2}\right]^2$$
$$+ 4\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}\tau_r(1+n)^{-1}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-2}$$
$$+ 2\frac{\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}Z_4}{(1+n)^2}\left(1 + \frac{\varepsilon_3 + Z_3}{1+n}\right)$$

$$Z_3 = [\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r) + \varepsilon_3]\alpha k_{**}^{\alpha-1} > 0$$

$$Z_4 = \varepsilon_1 + (1-\tau_r)\varepsilon_2 > 0$$

である。正の資産バブルを考慮することから，判別式 D_2 の値は正である。よって固有方程式の2つの解は，異なる2つの実数解であることがわかる。そこで固有方程式の2つの解を λ_3 および λ_4 と表す。固有方程式から

$$\lambda_3 + \lambda_4 = A_{19} > 0$$

$$\lambda_3\lambda_4 = A_{20} > 0$$

であるので，固有方程式の2つの解 λ_3 および λ_4 は正の実数解である。さらに

$$\varphi^1(-1) > 0$$

$$\varphi^1(1) = -\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}[1-\varepsilon_3+(1-\varepsilon_3-\varepsilon_2\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}](1+n)^{-2}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-1}$$
$$= -\alpha(1-\alpha)k_{**}^{\alpha-2}v_{**}(1+n)^{-2}(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})^{-1}[(\varepsilon_1+\varepsilon_2)(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})-\varepsilon_2\tau_r\alpha k_{**}^{\alpha-1}] < 0$$

を得る。よって固有方程式の2つの解のうち1つの解は1より大きく，もう1つの解は正であるものの1より小さい。以上の安定性分析から，政府が若年世代への公的移転政策財源として利子所得税を課す場合，定常均衡における資本ストック，資産バブルは鞍点均衡であることがわかる。

4．比較静学と厚生分析

4－1　政府支出政策の場合

この節では定常状態に限定し，政府支出政策としての利子所得税重課が資本ストック，資産バブル，厚生にもたらす効果を定性的に分析する。定常均衡における資本ストック，資産バブルで評価した（20）と（10）は以下のとおりである。

$$(1+n)k_*+v_*=\varepsilon_3k_*+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3(1-\alpha\tau_r)]k_*^{\alpha}+\varepsilon_3\left[\frac{1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}}\right]v_* \quad (33)$$

$$1+n=1+\alpha k_*^{\alpha-1} \quad (34)$$

（34）から定常均衡における資本ストックは利子所得税率と独立であるため，

$$\frac{dk_*}{d\tau_r}=0 \quad (35)$$

である。次に（35）を考慮しながら（33）を用いることで，利子所得税率の重課が資産バブルに与える影響は

$$\frac{dv_*}{d\tau_r}=\frac{-\varepsilon_3\alpha k_*^{\alpha}\left(1+\dfrac{v_*k_*^{-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}}\right)}{1-\varepsilon_3\left(\dfrac{1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}}{1+\alpha k_*^{\alpha-1}}\right)}<0 \quad (36)$$

である[5]。（36）から政府支出財源としての利子所得税重課は，資産バブル

5）（36）の分母の符号が正であることは容易に分かる。また（36）の分母は，安定性分析の結果とも整合的である。

を減少させる。

定常均衡で評価した効用関数は下の（37）のとおりである。

$$u_* = \varepsilon_1 logc_{1*} + \varepsilon_2 logc_{2*} + \varepsilon_3 logb_* \tag{37}$$

$$b_* = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}]k_* + \frac{\varepsilon_3}{(\varepsilon_2+\varepsilon_3)(1+n)}[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}]v_*$$

定常均衡での資本ストック k_*，資産バブル v_* で評価した遺産が b_*，若年期の消費が c_{1*}，老年期の消費が c_{2*} である。厚生に対する利子所得税重課による影響は

$$\frac{du_*}{d\tau_r} = \frac{\varepsilon_3}{c_{2*}}\left[-\alpha k_*^{\alpha}(1+n) - \alpha k_*^{\alpha-1}v_* + \{1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}\}\frac{db_*}{d\tau_r}\right] < 0$$

$$\frac{db_*}{d\tau_r} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\alpha k_*^{\alpha} - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\alpha k_*^{\alpha-1}(1+n)^{-1}v_*$$

$$+\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}(1+n)^{-1}(1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1})\frac{dv_*}{d\tau_r} < 0$$

である。明らかに利子所得税重課による政府支出政策は，資本ストックに影響を与えず，資産バブル，遺産，厚生を減少させる。以上から，下の命題1を得る。

命題1

個人の効用関数が消費遺産動機を含む対数線形型効用関数，企業の生産関数が新古典派型のコブ＝ダグラス型生産関数である。利子所得税重課の政府支出政策によって，資本ストックは影響を受けない。しかし遺産，資産バブル，厚生は減少する。逆に政府支出政策財源の利子所得税率を引き下げることによって，資本ストックに影響を与えることなく，遺産，資産バブル，厚生を高められる。

本論文のモデルの下では消費遺産動機を含むため，利子所得税重課が厚生に与える効果は資産バブル，遺産への効果によって左右される。しかし政府

支出政策財源としての利子所得税重課は，老年期の個人の利子所得税負担を高めるため，子世代に与える遺産も減少するものと解釈される。遺産が減少することによって，その遺産を手にする次世代の遺産額も減少し，貯蓄すなわち資本ストックと資産バブルにマイナスの影響を与えるものと解釈できる。ただし（35）からも分かるように，利子所得税の重課は資本ストックに影響を与えないため，遺産を含む広い意味での所得の減少は，資産バブルのみを減少させるものと考えられる。

利子所得税の重課は資産バブルの量だけではなく，遺産の量まで抑制し，厚生を引き下げる。この命題1を経済政策の観点から考えてみよう。もし政府が資産バブルの量を引き下げることを経済政策の目標とする場合，遺産と厚生を犠牲にしながら資産バブルを減少させることになる。政府がこの節での政策を選択するか否かを考える際，資産バブルの抑制のためには，遺産と厚生の引下げもやむを得ないと判断するか否かが問われる。

想定し難いケースではあるが，もし政府が官製バブルを目標としているならば，資産バブルを刺激する方向でなければいけない。そのためには利子所得税の重課ではなく，政府支出政策財源としての利子所得税を軽減する，つまり利子所得税の減税が必要とされる[6]。利子所得税の減税が資産バブルと遺産を刺激し，厚生を高めることに対しては，逆説的な印象を受けるかもしれない。しかし利子所得税の軽減によって，老年期の個人は遺産を高められる。そしてその遺産を受け取る子世代は貯蓄を高めることができる。もし貯蓄が増加する場合，資本ストックには影響を与えることなく，資産バブルのみが増える。貯蓄の1つとしての資産バブルの増加，利子所得税率の軽減によって，遺産はさらに増えるものと考えられる。このような背景から，利子所得税率の軽減は資産バブル，遺産を高め，その結果として厚生も高まるものと解釈できる。

6）この場合，政府が政府支出政策財源としての利子所得税をすでに課していて，政府が利子所得税率を引き下げる場合に生じる経済現象と解釈できる。

4−2　若年世代への公的移転政策の場合

この節では定常状態に限定し，若年世代への公的移転政策としての利子所得税重課が資本ストック，資産バブル，厚生にもたらす効果を定性的に分析する。定常均衡における資本ストック，資産バブルで評価した (30) と (10) は以下のとおりである。

$$(1+n)k_{**}=\varepsilon_3 k_{**}+[\varepsilon_2(1-\alpha+\alpha\tau_r)+\varepsilon_3]k_{**}^{\alpha}-\left(1-\varepsilon_3-\frac{\tau_r\alpha k_{**}^{\alpha-1}}{1+\alpha k_{**}^{\alpha-1}}\varepsilon_2\right)v_{**} \quad (38)$$

$$1+n=1+\alpha k_{**}^{\alpha-1} \quad (34)$$

(34) から定常均衡における資本ストックは利子所得税率と独立であるため，

$$\frac{dk_{**}}{d\tau_r}=0 \quad (39)$$

である。次に (39) を考慮しながら (38) を用いることで，利子所得税率の重課が資産バブルに与える影響は

$$\frac{dv_{**}}{d\tau_r}=\frac{\varepsilon_2\alpha k_{**}^{\alpha-1}(v_{**}+1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)(1+\alpha k_{**}^{\alpha-1})-\varepsilon_2\tau_r\alpha k_{**}^{\alpha-1}}>0 \quad (40)$$

である。分母の符号は安定性分析の結果から正である。若年世代への公的移転政策財源としての利子所得税重課は資産バブルを増加させる。

次に定常均衡で評価した効用関数は下の (41) のとおりである。

$$u_{**}=\varepsilon_1 logc_{1**}+\varepsilon_2 logc_{2**}+\varepsilon_3 logb_{**} \quad (41)$$

$$b_{**}=\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}[1+(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}]k_{**}+\frac{\varepsilon_3}{(\varepsilon_2+\varepsilon_3)(1+n)}[1+(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}]v_{**}$$

定常均衡での資本ストック k_{**}，資産バブル v_{**} で評価した遺産が b_{**}，若年期の消費が c_{1**}，老年期の消費が c_{2**} である。遺産に対する利子所得税重課による影響は

$$\frac{db_{**}}{d\tau_r}=-\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\alpha k_{**}^{\alpha}-\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\alpha k_{**}^{\alpha-1}(1+n)^{-1}v_{**}$$

$$+\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}(1+n)^{-1}(1+(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1})\frac{dv_{**}}{d\tau_r}$$

である。上の式の第1項と第2項は負，第3項は正であるため，遺産が利子所得税重課によって増加するか減少するか一意に決定しない。もし第1項と第2項の大きさが第3項を上回る（下回る）ならば，利子所得税重課の政府支出政策によって遺産が減少する（増加する）。厚生に対する利子所得税重課による影響は

$$\frac{du_{**}}{d\tau_r} = -\frac{\varepsilon_2\ \alpha k_{**}^{\alpha-1}}{c_{2**}(1+n)(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}[(1+n)k_{**}+v_{**}][\varepsilon_3(1+n)+\varepsilon_2\{n-(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}\}]$$

$$+\frac{\varepsilon_2[1+(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}]}{c_{2**}(1+n)}\left[\tau_r\alpha k_{**}^{\alpha-1}+\{1+(1-\tau_r)\alpha k_{**}^{\alpha-1}\}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\right]\frac{dv_{**}}{d\tau_r}$$

である。上の式の第2項は正，第1項の符号は負である。そのため厚生が利子所得税重課によって増加するか減少するか一意に決定しない。もし第2項の大きさが第1項を上回る（下回る）ならば，利子所得税重課の政府支出政策によって厚生が増加する（減少する）。上の式の第2項は，資産バブルを経由しての利子所得税重課の効果である。もし利子所得税の重課が資産バブルを十分に刺激するならば，第2項は第1項を上回るものと考えられ，厚生は増加する。逆にもし利子所得税の重課が資産バブルを大きく刺激しない場合，第2項は第1項を下回るものと考えられ，厚生は減少する。以上から下の命題2を得る。

命題2

個人の効用関数が消費遺産動機を含む対数線形型効用関数，企業の生産関数が新古典派型のコブ＝ダグラス型生産関数である。利子所得税重課による若年世代への公的移転政策によって，資本ストックは影響を受けず，資産バブルが増加する。しかし厚生に対する効果は一意に決定せず，厚生が減少する場合，増加する場合の2つが生じる。

Diamond（1970）での利子所得課税政策は，老年世代に課した利子所得税を，その老年世代に還付する政策であった。本論文での利子所得税は

Diamond (1970) とは異なり，老年世代に課した利子所得税を若年世代へ与える公的移転政策である。Atkinson＝Stiglitz (1980) で示唆されていた利子所得課税政策である。直感的には若年世代の所得が増加する政策であるため，貯蓄すなわち資本ストックと資産バブルが増加する政策と考えられる。しかし本論文のモデルの下では，利子所得税は資本ストックと独立であるため，利子所得税財源による公的移転給付は，貯蓄を通じて資産バブルのみを刺激するものと解釈できる。資産バブルを介して貯蓄が増加するため，老年期に個人は遺産を高める余地がある。しかし利子所得税負担が高まることで老年期の貯蓄が阻害され，遺産を阻害する可能性が高い。このように遺産が増加する要因と減少する要因が混在するため，利子所得税重課によって遺産が高まるかどうかは一意に決定できない。そのため厚生に対する効果も，厚生を高める効果と阻害する効果の2つが生じうる。

経済政策上，利子所得税重課の公的移転政策が資産バブルを刺激する点については議論の余地がある。つまり資産バブルの増加を認めるか否かといった立場の相違によって，利子所得税重課の公的移転政策への評価も変わってくるのである。本論文のモデルのもとで，政府が資産バブルの抑制を政策目標として掲げるならば，利子所得税を財源とする若年世代への公的移転政策は政策目標と逆の効果をもたらすため，利子所得税重課の若年世代への公的移転政策に対し積極的な評価ができない。先の政府支出政策の場合と同様，合理的な理由を見つけることは難しいものの，政府が資産バブルを必要とするのであるならば，この節での利子所得税重課の公的移転政策を必要な政策として採用できる。

言うまでもなく政府が資産バブルを必要としているのか否かについては，先験的に決められない。しかし命題1と命題2から，利子所得税を政府支出政策財源として使う場合，それを若年世代への公的移転政策財源として使う場合とでは，資産バブルへの効果がはっきりと分かれる。そこで政府の資産バブルへの対応に応じて，二つの利子所得課税政策の選択を検討する必要がある。その上で厚生を阻害しないような状況を追求するのか，厚生を阻害する

こともやむを得ないのかを判断しなければいけないのである。

5．終わりに

本論文では，消費遺産動機を含む Tirole（1985）の資産バブルモデルに利子所得税を導入し，その利子所得税を財源とする二つの課税政策（政府支出政策と若年世代への公的移転政策）の両者の経済効果を定性的に分析した。

資産バブルを含むモデルの場合，まず利子所得課税が資産バブルに対し，どのような経済効果をもたらすが問われる。本論文の場合，利子所得税は個人の貯蓄に対してのみ課されるため，それは資産バブルの裁定式を経由しながら資本ストックに影響を与えることはない。つまり長期的に政府は資本ストックへの影響を考慮せずに，資産バブルを変動させることが可能なのである。ただし命題1，命題2でも示しているように，利子所得税は資産バブルだけではなく遺産，厚生に影響を与える。その際に問われることは政府の政策目標である。政府支出政策であれ，若年世代への公的移転政策であれ，その政策を通じて遺産や厚生を阻害せず，資産バブルの水準をどうすべきかを検討する必要が生じる。

政府支出政策財源として利子所得税を使う場合，資産バブルと遺産は減少し，それにともない厚生も減少する。厚生を犠牲にしてでも資産バブルを減少させることが経済内で合意されているならば，資産バブルの減少が優先されることになるであろう。しかし厚生を犠牲にすることなく，資産バブルを減少させることが政策目標であるならば，本論文での政府支出政策はふさわしい政策ではなくなってしまう。

一方，若年世代への公的移転政策財源として利子所得税を使う場合，遺産や厚生に対する効果は一意に決定しないものの，資産バブルは増加する。そして厚生を高める場合，厚生を阻害する場合の二つが生じうる。もし資産バブルの増加を政府が政策目標として認めるならば，厚生を阻害することなく，若年世代への公的移転政策財源として利子所得税を使う余地がある。しかし遺産，厚生を阻害することなく，資産バブルを減少させるといった方向

性に対しては，本論文における政府支出政策と同様，若年世代への公的移転政策も十分に応えているとは断言できない。遺産，厚生を阻害することなく，資産バブルを減少させるような利子所得課税政策があるか否か？この点が今後の検討課題である[7]。

参考文献

Atkinson, A.B. and Stiglitz, J.E. (1980). *Lectures on Public Economics*. London, McGraw-Hill.

Barro, R.J. (1974), "Are Government Bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, Vol.82, pp.1095-1117.

Blanchard, O, J. and Fischer, S. (1989), *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge, The MIT Press.

Diamond, P.A. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, Vol.55, pp.1126-1150.

Diamond, P.A. (1970), "Incidence of an Interest Income Tax," *Journal of Economic Theory*, Vol.2, pp.211-224.

Kunieda, S. (1989), "Does the Capital Gain Tax Reduce the Capital Stock?," in Kunieda, S, *Fiscal Policy in Dynamic General Equilibrium Models*, Unpublished Ph.D. Thesis, Harvard University.

Tirole, J. (1985), "Asset Bubbles and Overlapping Generations," *Econometrica*, Vol.53, pp.1499-1528.

Weil, P. (1987), "Confidence and the Real Value of Money in an Overlapping Generations Economy," Quarterly *Journal of Economics*. Vol. 107, pp.1-22.

Yaari, M.E. (1964), "On the Consumer's Lifetime Allocation Process," *International Eco-*

7）もっともらしい経済効果は，厚生を阻害することなく資産バブルを抑制するといった効果であろう。課税政策によって，このような経済効果を達成できるならば，そこにおいて政府による課税政策の妥当性が認められるからである。

nomic Review, Vol.5, pp, 304-317.

仲間　瑞樹（2017）「2つの中立性－Tirole（1985）の資産バブルモデルによる分析－」，山口経済学雑誌第66巻第4号，pp1-12。