

# 二つの構造物の相互連結による 減衰性能向上に関する研究

會田忠義(社会建設工学科)・麻生稔彦(社会建設工学科)・野島庸一(㈱コプロス)  
・拝崎晋吾(飛鳥建設㈱)・藤井俊行(三菱重工業(株))

## Improvement of Damping Performance of Two Structures by Interconnecting Method

Tadayoshi AIDA(Civil Engineering)・Toshihiko ASO(Civil Engineering)  
Youichi NOZIMA(Copros, Co., Ltd.)・Shingo HAISAKI(Tobishima Construction Ltd.)  
Toshiyuki FUJII(Mitsubishi Heavy Industries Ltd.)

The procedure of improving the structural damping performance was proposed by inter-connecting two structures with a connecting member consisting of a spring and a damper. The modal equations of the first mode of the interconnected structure were shown using equations for the motion of a two-degrees-of-freedom (TDOF) system with two masses and three springs. And the tuning method of a connecting element in the above TDOF system to maximize the damping performance of the system was proposed. The approximate tuning method of the connecting member for maximizing the damping performance of the structures was proposed, using the tuning method of the connecting element in the TDOF system. In numerical investigations for two towers, Ranger girder bridge connected with a simply supported girder bridge and two space frames with three stories, the usefulness of the approximate tuning method and the effectiveness of the interconnecting member were shown.

**Key Words:** Structure, Vibration, Vibration control, Damping, Interconnection

### 1. まえがき

一般に柔軟な構造物では、外力を受けた後、長時間にわたり自由振動が継続する。使用上および耐久性上から好ましくないため、自由振動は速やかに減衰することが望まれる。これまでに、種々の構造物に対して減衰性能を向上させるために、多くの工夫がなされてきたことは周知の通りである。著者らはこれまでに、隣接する構造物を連結部材(ばね・ダンパーから構成される部材)で相互に連結することにより、両構造物の減衰性能を向上させるための最適な連結方法を相互連結法として明らかにしてきた<sup>1)</sup>。

相互連結法では、二つの構造物が2点間で連結部材で相互に連結された場合を対象とする。この連結部材の近似調整法は以下の手順で明らかにされた。すなわち、はじめに、相互連結時の二つの構造物の運動方程式から、各構造物単独時の固有マトリックスをもとに相互連結時のモード方程式を示した。二つの構造物の1次モードに注目し、他のモードの影響を削除するとき注目モードに対応したモード方程式が近似的に2質量3

ばねからなる2自由度系の運動方程式に相当し、モード座標系で上記の2自由度系にモデル化されることを示した。ついで、この2自由度系における減衰性能は、二つの固有モードに対する固有振動数が一致し、かつ二つのモード減衰比が一致するときに極大となることを示し、このモード座標系における条件を物理座標系、すなわち、実構造物に対する減衰効果を極大にする連結部材の調整条件、すなわち調整法としてを明らかにした。ここの調整法は、二つの構造物の1次モードのみに対する調整条件であり、構造全体の減衰効果を厳密な意味で極大にする方法ではない。従って、本調整法としては近似調整法と位置付けてきた。本研究では、この近似調整法の各種構造物に対する適用性を明らかにするのを目的とし、二つの連結された塔状構造物、ランガー橋とけた橋の連結例、および二つの連結された3層ラーメン構造物について解析例を示し、連結部材の調整法の有効性と減衰性能向上の効果を示す。

## 2. 相互連結された構造物の運動方程式とモード方程式

Fig.2.1 に示した連結部材で連結された骨組構造物の運動方程式と各構造物が単独な状態での固有マトリックスをもとに整理されたモード方程式を示す。以下に示す構造物 1 と構造物 2 とは、それぞれの構造物において 1 次の固有円振動数が大きい方の構造物を構造物 1 とし、小さい方を構造物 2 とする。

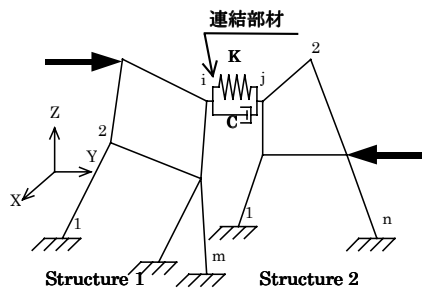


Fig.2.1 連結された構造物

### 2.1 運動方程式

Fig.2.1 に示した構造物 1 はM自由度、構造物 2 はN自由度とし、構造物 1 の i 節点と構造物 2 の j 節点で連結され、連結部材の(i,j)の方向余弦 (l,m,n) とするとき、運動方程式は、初期荷重の影響も考慮して線形化した有限変形理論を適用するとき、次式で表される。

構造物 1 の運動方程式

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{d}}_1 + (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_{G1})\mathbf{d}_1 + K(\mathbf{H}_1 \mathbf{d}_1 - \mathbf{H}_2 \mathbf{d}_2) + C(\mathbf{H}_1 \dot{\mathbf{d}}_1 - \mathbf{H}_2 \dot{\mathbf{d}}_2) = 0 \quad (2.1)$$

構造物 2 の運動方程式

$$\mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{d}}_2 + (\mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_{G2})\mathbf{d}_2 + K(\mathbf{H}_3 \mathbf{d}_2 - \mathbf{H}_4 \mathbf{d}_1) + C(\mathbf{H}_3 \dot{\mathbf{d}}_2 - \mathbf{H}_4 \dot{\mathbf{d}}_1) = 0 \quad (2.2)$$

ここで、 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ : 構造物 1 および 2 の質量マトリックス、 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ : 構造物 1 および 2 の剛性マトリックス、 $\mathbf{K}_{G1}, \mathbf{K}_{G2}$ : 構造物 1 および 2 の初期応力マトリックス、 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ : 構造物 1 および 2 の変位ベクトル、 $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \mathbf{H}_4$ : 二つの構造物間で連結される節点を示すマトリックスで、 $\mathbf{H}_1$  は  $M \times M$ 、 $\mathbf{H}_2$  は  $M \times N$ 、 $\mathbf{H}_3$  は  $N \times N$ 、 $\mathbf{H}_4$  は  $N \times M$  要素で構成される。 $K, C$ : 連結部材のばね係数と減衰係数である。

### 2.2 モード方程式

モード方程式を導くにあたって、連結部材の剛性は小さく、二つの構造物を連結した場合においても、連結された構造物の固有モードはそれぞれ

の構造物単独時の固有モードと類似していると想定した。また、連結部材が装着される位置での自由振動変位中、1 次モードの占める割合が十分に大きいものとする。

今、構造物 1 について、1 次モードの固有円振動数を  $\omega_{11}$ 、固有ベクトルを  $\phi_{11}$  で表し、構造物 2 について、1 次モードの固有円振動数を  $\omega_{21}$ 、固有ベクトルを  $\phi_{21}$  で表す。このとき、構造物 1 および 2 が相互に連結された状態の振動変位を、各構造物が単独の場合の固有ベクトルを用いて次のように表す。式中、 $\rho_{11}, \rho_{21}$  は時間の未知関数である。

$$\mathbf{d}_1 = \phi_{11} \rho_{11}(t), \quad \mathbf{d}_2 = \phi_{21} \rho_{21}(t) \quad (2.3)$$

それぞれの構造物について、固有ベクトルの直交条件および固有円振動数と固有ベクトルとの関係を用いて、運動方程式を整理すると、それぞれ下記のモード方程式が得られる。

$$\begin{aligned} M_{11} \dot{\rho}_{11} + \omega_{11}^2 M_{11} \rho_{11} + \alpha C (\dot{\rho}_{11} - \beta \dot{\rho}_{21}) + \alpha K (\rho_{11} - \beta \rho_{21}) &= 0 \\ \frac{M_{21}}{\beta^2} (\beta \ddot{\rho}_{21}) + \frac{\omega_{21}^2 M_{21}}{\beta} (\beta \rho_{21}) + \alpha C & \\ \times (\beta \dot{\rho}_{21} - \dot{\rho}_{11}) + \alpha K (\beta \rho_{21} - \rho_{11}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= D_{1i1}^2, \quad D_{1i1} = lU_{1i1} + mV_{1i1} + nW_{1i1}, \\ \beta &= \frac{D_{2j1}}{D_{1i1}}, \quad D_{2j1} = lU_{2j1} + mV_{2j1} + nW_{2j1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

式(2.5)中、 $M_{11}$  および  $M_{21}$  はそれぞれの構造物 1 および 2 の 1 次の一般化質量であり、式(2.5)中、 $(U_{1i1}, V_{1i1}, W_{1i1})$  および  $(U_{2j1}, V_{2j1}, W_{2j1})$  はそれぞれ構造物 1 の 1 次モードの i 節点の、構造物 2 の j 節点の x、y および z 方向変位である。式(2.4)は Fig.2.2 に示す 2 自由度系のモデルの運動方程式に対応する。

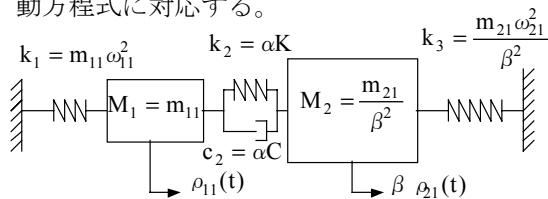


Fig.2.2 2 自由度系モデル

## 3. 2 自由度系の連結要素および構造物の連結部材の調整法

### 3.1 2 質量 3 ばね系の連結要素の調整条件

式(2.4)で表わされる2自由度系は2個の固有円振動数 $\omega_1, \omega_2$ および2個のモード減衰比 $\xi_1, \xi_2$ を有し、 $\omega_1 = \omega_2$ でかつ $\xi_1 = \xi_2$ のときにモード減衰比が最大となることが明かにされている<sup>1)</sup>。またこのときの Fig.2.2 に示す連結要素の連結ばねのばね係数 $k_2 (= \alpha K)$ および連結ダンパーの減衰係数 $c_2 (= \alpha C)$ は、それぞれを $k_{2opt}$ および $c_{2opt}$ で表わし、最大モード減衰比を $\xi_{max}$ で表わすとき、次式で与えられる<sup>1)</sup>。

$$k_{2opt} = \frac{(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2)}{(1+\mu)^2(1+\mu f_3^2)} \mu k_1, \quad (3.1)$$

$$c_{2opt} = \frac{2\mu(1-f_3^2)\sqrt{M_2 k_1}}{(1+\mu)\sqrt{(1+\mu)(1+\mu f_3^2)}},$$

$$\xi_{max} = \frac{(1-f_3^2)\sqrt{\mu}}{2(1+\mu f_3^2)}$$

式中の $\mu$ および $f_3$ 記号は Fig.2.2 の記号を用いて下記で表わされる。

$$\mu = \frac{M_2}{M_1}, \quad f_3^2 = \frac{k_3 M_1}{k_1 M_2} \quad (3.2)$$

### 3.2 構造物の連結部材の調整条件

2自由度系における連結要素のばね係数および減衰係数と連結部材のばね係数と減衰係数との間には Fig. 2.2 に示すように $k_2 = \alpha K$ および $c_2 = \alpha C$ の関係があることより、連結部材の最適ばね係数 $K_{opt}$ および最適減衰係数 $C_{opt}$ は次式で表わされる。

$$K_{opt} = \frac{(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)\omega_{11}^2 M_{21}}{\alpha \{1+M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}^2 \beta^2} \times \frac{[1-\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}^2(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]}{[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]} \quad (3.3)$$

$$C_{opt} = \frac{2(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)(M_{21}/\beta^2 M_{11})}{(1+M_{21}/\beta^2 M_{11})(1+M_{21}/\beta^2 M_{11})} \times \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{M_{11} M_{21} \omega_{11}^2 / \beta^2}{[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]}} \quad (3.4)$$

最大減衰比 $\xi_{max}$ は式(3.5)で与えられ、一方、 $K_{opt} > 0$ であることから式(3.6)の要件を満たす必要がある。

$$\xi_{max} = \frac{(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)}{2[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]} \times \sqrt{\frac{M_{21}}{\beta^2 M_{11}}} \quad (3.5)$$

$$\frac{M_{21}}{M_{11}} \leq \frac{\beta^2}{\omega_{21}^2/\omega_{11}^2} \quad (3.6)$$

## 4. 数値実験例

相互連結法の数値適用例として、平面構造物として並立する塔および単純けた橋とランガーけた橋、ならびに立体構造物として並立する3層の立体ラーメン構造を挙げ、相互連結法の妥当性と有効性を検討した。

### 4.1 並立する塔の相互連結

Table 4.1 に示す構造諸元と1次の一般化質量と固有円振動数を有する塔について、下記の3つの事項について調査検討した。ここで、塔の間隔は1mとした。

Table4.1 構造諸元と動特性

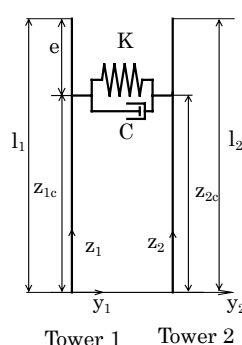
Tower n		Tower 1	Tower 2
スパン長 (m)	$l_n$	30	30
曲げ剛性 (N・m <sup>2</sup> )	$EI_n$	$4.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^8$
単位長さ質量 (Kg/m)	$m_n$	76930	76930
一般化質量 (Kg)	$m_{n1}$	190.56	529.30
固有円振動数 (rad/s)	$\omega_{n1}$	2.471	1.235

- 同一基盤上に並立する塔について有効な装着位置について、
- 並立する塔の基盤に高低差がある場合の相互連結の効果について、
- 並立する塔の傾斜連結についての相互連結の効果について。

以下に各項目について調査結果を示す。

#### 4.1.1 同一基盤上に並立する塔

Fig.4.1 に示す2つの塔からなる構造系を採用した。図に示すように塔頂より $e$ の距離に連結部材が装着された場合を想定する。固有値解析には一柱を20等分割して有限要素法を用いた。



(連結部材の装着位置の変化に伴う近似調整法の妥当性と有効性)

装着位置 $e/l$ が変化する場合、連結ばねの調整の可能性を式(3.6)を用いて調べた。その結果の数値をここでは示さないが、いずれの装着位置に対しても調整可能であっ

Fig.4.1 連結された塔

た。次に各装着位置に対して近似調整式(3.3)および(3.4)から算出される連結部材のばねの最適ばね係数 $K_{opt}$  およびダンパーの最適減衰係数 $C_{opt}$  ならびに近似調整式(3.5)から算定される最大モード減衰比 $\xi_{max}$  を求めた。これらの近似最適ばね係数および近似最適減衰係数を有する連結部材で連結された構造系について複素固有値解析により固有円振動数とモード減衰比を求め、式(3.5)で与えられる近似最大モード減衰比の精度を調べた。

はじめに、連結部材を塔頂から 10%( $e/l= 0.1$ ) の位置に装着した場合について、連結部材のばね係数として近似最適ばね係数 $K_{opt}$  を有し、ダンパーの減衰係数を変化させたときの 1 次、2 次、3 次および 4 次の固有円振動数 $\omega$  とモード減衰比 $\xi$  の変動の挙動を Fig.4.2 に示した。

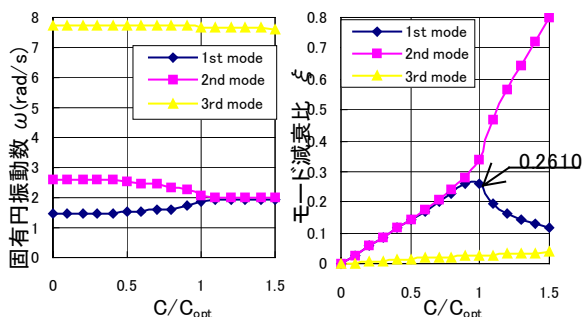


Fig.4.2 固有円振動数とモード減衰比

この場合、近似最適ばね係数は $K_{opt}=7.008 \times 10^3(N/m)$ 、近似最適減衰係数は $C_{opt}=1.185 \times 10^4(N s / m)$ 、近似最大モード減衰比は $\xi_{max}=0.2995$ であった。図中には、複素固有値解析から得られた 1 次モードのモード減衰比の最大値を記載した。図から、自由端付近に連結部材を取り付けた場合( $e/l=0.1$ )、 $C/C_{opt}=1.0$  の近傍で 1 次と 2 次の固有値は一致し、モード減衰比も分岐している。また、近似最大モード減衰比と複素固有値解析より得られる 1 次モードのモード減衰比は極近い値をことが明らかである。したがって、これらの挙動は 2 自由度系のそれらと極めて良く類似することから、この場合、近似調整法は妥当であるといえる。

(近似調整法の精度の検討)

以上の結果を基に、近似調整法の精度の検討に当っては、塔頂部 40%( $e/l=0.4$ )の部分に注目した。このことは後述の結果より明らかであるが、装着位置が  $e/l=0.4$  の連結部材の減衰効果が塔頂に装着したそれと同程度の減衰効果を有することを考慮した。

塔頂部 40%部分における近似最適ばね係数 $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  の装着位置の変化に伴う変化を Fig. 4.3 に示した。さらに、

これらのばね係数および減衰係数を有する連結部材装着時の、複素固有値解析により算出されたモード減衰比と近似最大モード減衰比の装着位置の変動による挙動を Fig. 4.4 に示した。図中の 1 次および 2 次モード減衰比とは、Fig. 4.2 の  $C/C_{opt}=1.0$  における 1 次および 2 次モードの減衰比を表わす。

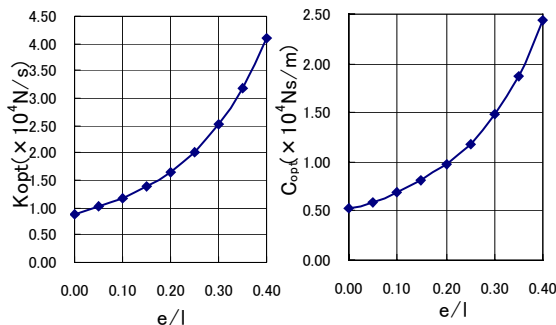


Fig. 4.3 装着位置の変動に伴う K 値および C 値

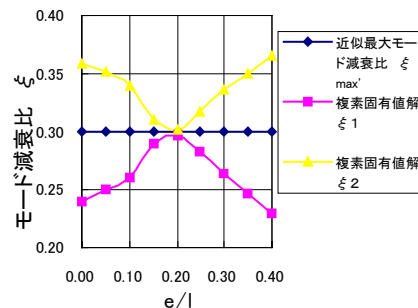


Fig. 4.4 装着位置とモード減衰比

Fig. 4.3 の結果より装着位置が塔頂に近いほどこれらの係数は小さいこと明らかである。Fig. 4.4 の結果より、近似最大モード減衰比は近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  を有する連結部材により連結時の 1 次および 2 次モード減衰比の平均値に等しいこと明らかである。装着位置が塔頂から離れるにしたがって、1 次および 2 次モードの減衰比は離れ、近似調整法の精度が低下することが予測できる。特に、本ケースでは近似最大モード減衰比は、両塔の 1 次モードの振動形が相似であることから取り付け位置に関する係数  $\beta$  が一定となり、装着位置に係りなく一定となった。また、 $e/l=0.2$  の位置で、近似最大モード減衰比が近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  を有する連結部材により連結したときの 1 次および 2 次モード減衰比と一致することが明となった。これは  $e/l=0.2$  の位置が塔の 2 次モードの節となり、この位置に装着位置に装着した場合、1 次モード以外の影響が小さくなり式(2.4)のモード方程式が厳密なモード方程式に近くなるためである。

$e/l=0.2$  以外の点では、それぞれの装着位置に

対する一次のモード減衰比が最大であるとは限らない。ここでは、塔頂部( $e/l=0\sim 0.1$ )において、一次モード減衰比が最大となる連結部材の連結ばねのばね係数とダンパーの減衰係数ならびにそのときのモード減衰比を逐次近似計算により厳密値として求めた。これらの厳密値を Fig.4.5 と 4.6 に示した。

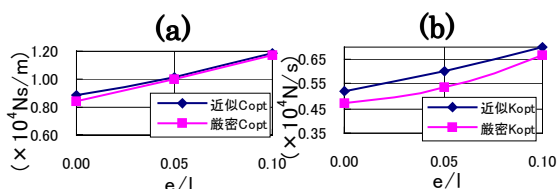


Fig.4.5 装着位置と C 及び K の関係

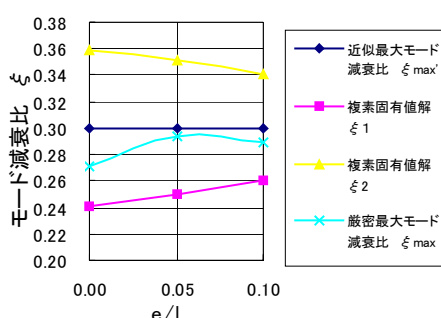


Fig.4.6 装着位置とモード減衰比の関係

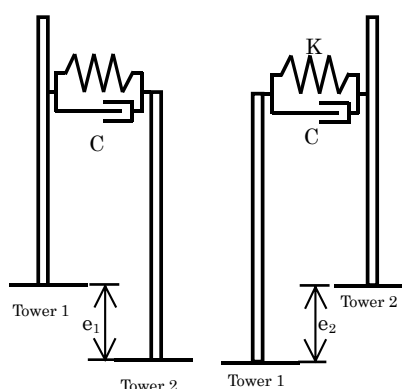
Fig. 4.5(a) はダンパーの減衰係数、Fig. 4.5(b) はばねのばね係数である。それぞれの図には近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  もプロットしてある。Fig. 4.6 はモード減衰比である。図中には、近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  を有するときの複素固有値解析から求められた 1 次および 2 次モード減衰比および近似最大モード減衰比もプロットしてある。

厳密な最適ばね係数および最適減衰係数は近似最適ばね係数および近似最適減衰係数の 90 数パーセントの値となり、近似調整式は良い精度を有していることがわかる。また、モード減衰比の厳密値は近似最大モード減衰比 90 数パーセントの値となり、近似最大モード減衰比も良い精度を有していることが明らかになった。しかし、動吸振器に用いられるばねと同じように、感度が極めて鋭敏であるため、僅かなばね係数の差異によりモード減衰比に大きく影響していることが予想される。

以上の結果から、1 次モードの腹の近傍に装着された連結部材に対しては、本研究で提示する近似調整法は十分目的を達成していることがわかる。

#### 4.1.2 高低差がある基盤上の並立する塔

前項に示したと同一の塔においては、連結部材の取り付け位置に依存する係数  $\beta$  が取り付け位置に関係なく一定であることより、モード減衰比が一定であったが、同一の塔について取り付け位置の変化により、すなわち連結部材の取り付け位置に依存する係数  $\alpha$  および  $\beta$  の変化により減衰性能がどのように変化する挙動を調査した。本調査では、前項の調査に用いた塔を用い、Fig. 4.7 に示す二つのケースのように塔の基盤の高さを変化させることにより、係数  $\alpha$  および  $\beta$  を変動させた。



ケース 1                      ケース 2

Fig.4.7 高低差のある基盤上の塔

ケース 1 は 1 次の固有円振動数が小さい塔 2 の基盤が  $e_1$  だけ低く、塔 2 の先端と塔 1 とを水平に連結して基盤の高低差  $e_1$  が変化する場合である。この場合、高低差が大きくなるにしたがって  $\alpha$  は小さく  $\beta$  は大きくなり、モード減衰比は小さくなることが予想されるケースである。

ケース 2 は塔 2 の基盤が  $e_2$  だけ高く、塔 1 の先端と塔 2 とが水平に連結され高低差  $e_2$  が変化する場合である。この場合、高低差が着く ( $e_2$  が大きく) なるにしたがって  $\alpha$  は変化しないものの、 $\beta$  は小さくなり、モード減衰比は大きくなることが予想されるケースである。

#### (基盤の高低差の変化に伴う近似調整法の妥当性と有効性)

基盤の高低差  $e_1/l$  および  $e_2/l$  が変化する場合、連結ばねの調整の可能性を式(3.6)を用いて調べた。その結果の数値をここには示さないが、ケース 1 の場合はいかなる高低差についても調整可能な最適ばねは存在するが、ケース 2 の場合は高低差が塔高さの 20%以下であれば調整可能であるが、それ以上の高低差については調整可能なばねは存在しないことが明らかになった。これらの調整可能な高低差における連結部材に対して、近

似調整式(3.3)および(3.4)から算出される連結部材のばねの最適ばね係数  $K_{opt}$  およびダンパーの最適減衰係数  $C_{opt}$  ならびに近似調整式(3.5)から算定される最大モード減衰比  $\xi_{max}$  を求めた。これらの近似最適ばね係数および近似最適減衰係数を有する連結部材で連結された塔構造系について、複素固有値解析により固有円振動数とモード減衰比を求め、式(3.5)で与えられる近似最大モード減衰比の精度を調べた。

前項の調査から明らかなように塔頂部を連結することにより、小規模のばねおよびダンパーで減衰性能を高めることが可能であることから、一つの挙動例としてケース 1 について基盤の高低差が塔高さの 10% の場合 ( $e_1/l = 0.1$ ) について、連結部材のばね係数として近似最適ばね係数  $K_{opt}$  を有し、ダンパーの減衰係数を変化させたときの 1 次、2 次、および 3 次の固有円振動数  $\omega$  とモード減衰比  $\xi$  の変動挙動を Fig.4.8 に示した。

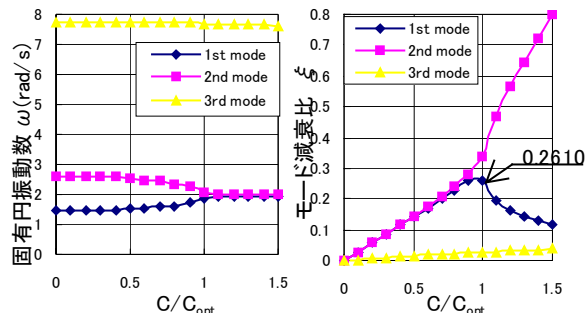


Fig.4.8 固有円振動数とモード減衰比

この場合、近似最適ばね係数は  $K_{opt}=8.287 \times 10^3(N/m)$ 、近似最適減衰係数  $C_{opt}=9.554 \times 10^3(Ns/m)$ 、近似最大モード減衰比  $\xi_{max}=0.272$  であった。図中には、複素固有値解析から得られた 1 次モードのモード減衰比の最大値を記載した。これらの図から、塔頂部付近に連結部材を取り付けた場合、 $C/C_{opt}=1.0$  の近傍で 1 次と 2 次の固有値は一致し、モード減衰比も分岐している。また、近似最大モード減衰比と複素固有値解析より得られる 1 次モードのモード減衰比は極近い値をことが明らかである。したがって、これらの挙動は 2 自由度系のそれらと極めて良く類似することからこの場合、近似調整法は妥当であるといえる。

(近似調整法の精度の検討)

近似調整法の精度の検討に当っては、ケース 1 については高低差が塔高さの 40% 以内、ケース 2 については高低差が塔高さの 20% 以内の場合の連結部材に注目した。

ケース 1 および 2 の各高低差における連結部材の近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  を Fig. 4.9 に示した。さらに、これら

のばね係数および減衰係数を有する連結部材装着時の複素固有値解析により算出されたモード減衰比と近似最大モード減衰比の装着位置の変動による挙動を Fig. 4.10 に示した。

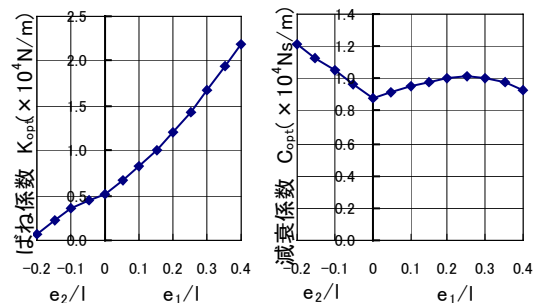


Fig.4.9 高低差の変化に伴う K 及び C 値

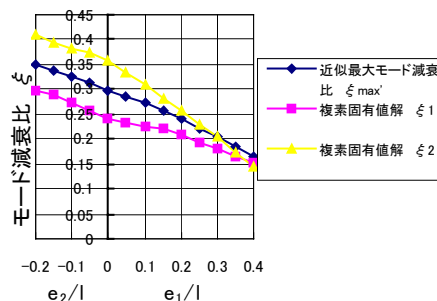


Fig.4.10 高低差の変化に伴うモード減衰比

ケース 1 では連結部材の近似最適ばね係数  $K_{opt}$  は高低差が小さいほど小さいが、近似最適減衰係数  $C_{opt}$  は高低差が塔高さの 25% 付近で最大となるものの、40% 以内であれば大きな差はないことが明らかになった。また、Fig. 4.10 の結果より、高低差が小さい場合、近似最大モード減衰比は近似最適ばね係数  $K_{opt}$  および近似最適減衰係数  $C_{opt}$  を有する連結部材による連結時の 1 次および 2 次モード減衰比の平均値に等しいが、高低差が大きくなると、減衰効果は低下するものの、近似最大モード減衰比は複素固有値解析から得られる 1 次および 2 次のモード減衰比に接近することわかる。

ケース 2 では連結部材の近似最適ばね係数  $K_{opt}$  は高低差が大きくなるほど小さくなり、 $e_2/l > 0.2$  では近似最適ばね係数  $K_{opt}$  が負値を取り、連結ばねが実在しないこととなる。近似最適減衰係数  $C_{opt}$  は高低差が増すにしたがって増大することがわかる。ただし、 $e_2/l > 0.2$  ではばねが実在しないので、ここでは求めていない。近似最大モード減衰比は高低差が大きくなるほど大きく減衰効果が大きくなることわかる。

以上の結果から、塔構造系に高低差がある場合、固有円振動数の大きい塔が高い位置にあるか、あるいは低い位置にあるかにより、減衰性能は異な

る。すなわち、固有円振動数の大きい塔が低い位置にある場合、小さいばね係数とやや大きい減衰係数を有する連結部材により、大きい減衰効果を得ることが可能といえる。ただし、この場合、高低差に限度があることに注意すべきである。

### 4.1.3 並立する塔の傾斜連結についての相互連結の効果について

構造物を相互に連結する場合、最短距離になるように連結するのが一般的である。したがって連結の方向が必ずしも水平、鉛直ではなく任意の方向に向くことがある。本研究では、Fig. 4.11 に示すように並立する塔において両柱の連結位置は同じであるが、傾斜連結の場合(両塔の基盤が同じレベル)と水平連結の場合(両塔の基盤に高低差がある)について、連結部材の減衰効果と近似調整法の有効性を調査した。

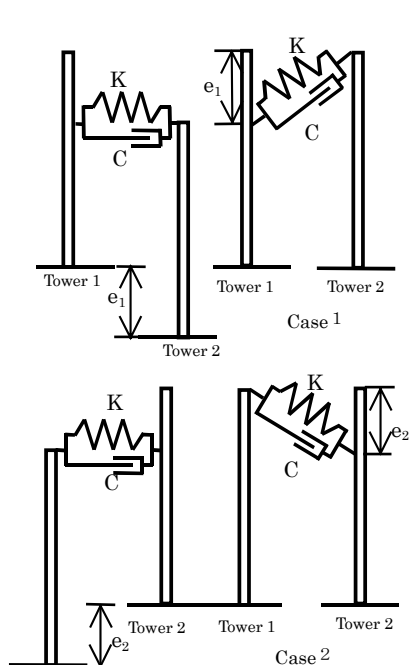


Fig.4.11 水平連結と傾斜連結の塔

で連結された塔構造系の複素固有値解析により得られたモード減衰比を求め比較した。結果をTable 4.2 に示す。

表から明らかなように傾斜連結時の近似最大モード減衰比  $\xi_{max}$  および複素固有値解析から得られたモード減衰比は水平連結時のそれらとほぼ同じとなり、部材の連結位置が同じであれば連結材の傾斜角に関係なく同じ減衰性能が得られることが明らかになった。ただし、連結部材のばね係数および減衰係数は傾斜角が大きくなれば大きな値となることは自明である。本文には示さないが、ケース1および2において、傾斜連結の場合の減衰係数の変動に伴う固有円振動数およ

$e_1(e_2)/l=0.05$  および0.1の塔頂部に連結部材が装着された状態について、傾斜連結と水平連結の場合の近似調整法により得られた連結部材の最適ばね係数と最適減衰係数および最大モード減衰比、ならびに近似最適ばね係数と近似最適減衰係数を有する連結部材

Table 4.2 水平連結と傾斜連結の比

Case 1						
$e_1/l$		近似調整値			複素固有値	
		$K_{opt}$	$C_{opt}$	$\xi_{max}$	$\xi_1$	$\xi_2$
0.05	傾斜連結	21590	29890	0.2862	0.2332	0.3354
	水平連結	6643	9196	0.2862	0.2336	0.3353
0.10	傾斜連結	82870	99550	0.2718	0.2243	0.3114
	水平連結	8287	9555	0.2718	0.2244	0.3113

Case 2						
$e_2/l$		近似調整値			複素固有値	
		$K_{opt}$	$C_{opt}$	$\xi_{max}$	$\xi_1$	$\xi_2$
0.05	傾斜連結	14492	31320	0.3124	0.2567	0.374
	水平連結	4459	9636	0.3124	0.2568	0.374
0.10	傾斜連結	34920	104740	0.3251	0.2733	0.3834
	水平連結	3492	10470	0.3251	0.2736	0.3831

びモード減衰比の挙動は水平連結に対するそれらと殆ど類似していた。以上の結果から、塔構造では、塔頂部を連結する場合は減衰性能が大であることから、基盤に高低差がある場合は連結部材が多少傾斜しても、二つの塔は塔頂部で連結することが望ましい。

## 4.2 ランガーけた橋と単純けた橋の相互連結

逆対称1次振動の振動数が低いため、使用上などで問題となるランガーけた橋に注目する。ランガーけた橋が単純けた橋と立体交差して、Fig. 4.12 に示すようにランガーけた橋の下方に単純けた橋が設置されている状況を想定する。このランガーけた橋と単純けた橋とを相互連結することにより、ランガーけた橋の減衰性能を向上させる場合を調査した。

Table.4.3 ランガーけた橋及び単純けた橋の諸元  
ランガーけた橋の諸元

橋長 (m)	112
ライズ (m)	16
アーチ間隔 (m)	7.4
幅員 (m)	6
アーチ部材 断面積 (cm <sup>2</sup> )	345
(1/4点) 断面2次モーメント (cm <sup>4</sup> )	$6.22 \times 10^4$
けた部 断面積 (cm <sup>2</sup> )	430
(1/4点) 断面2次モーメント (cm <sup>4</sup> )	$2.97 \times 10^6$
つり材 断面積 (cm <sup>2</sup> )	67
(1/4点) 断面2次モーメント (cm <sup>4</sup> )	$1.29 \times 10^4$

単純けた橋 (旧建設省標準けた) の諸元

橋長 (m)	30
幅員 (m)	8.5
曲げ剛性 (Nm <sup>2</sup> )	$8.18 \times 10^9$
単位長さ質量 (kg/m)	$1.99 \times 10^3$

Table4.4 ランガーけた橋及び単純けた橋の動特性

次数\橋梁	ランガーけた橋		単純けた橋	
	円振動数 (rad/sec)	卓越mode	円振動数 (rad/sec)	卓越mode
1st mode	4.800	逆対象1次	22.22	対象1次
2nd mode	8.465	対象1次	88.94	逆対象1次
3rd mode	11.240	対象2次	200.10	対象2次

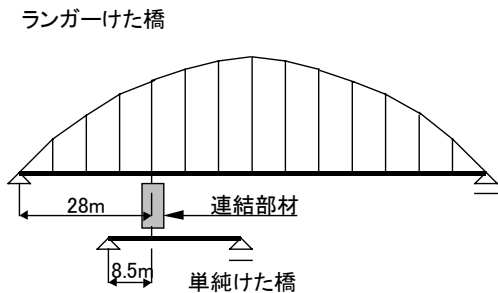


Fig.4.12 ランガーけた橋と単純けた橋の相互連結

調査結果を以下に示す。対象橋梁として、Table 4.3 に示す構造諸元を有するランガーけた橋(千葉県、山田橋を基本としたモデル橋梁)と単純けた橋(旧建設省標準橋)である。これらの橋梁の動特性は Table 4.4 の通りである。ここでは、Table 4.4 より明らかなように、単純けた橋の1次の固有円振動数がランガーけた橋の逆対称1次の固有円振動数より大きいので、単純けた橋を構造物1とし、ランガーけた橋を構造物2とする。

(相互連結の可能性と連結位置)

ランガーけた橋の逆対称1次モードを対象モードとすることから、ランガーけた橋の連結点はモードの腹の位置であるスパン4分の1の点の近傍の第4節点(支点より32m)である。単純けた橋は実際の架設位置から決定されるが、連結点については、連結ばねを最適ばねに調整可能か否か検討しなければならない。すなわち、調整法の制限条件(3.6)より検討される。ランガーけた橋の逆対称1次モードのけたの第4節点の変位を $\Phi_{21}(32m)$ とし、単純けた橋の1次モードの支点から $y_j$ の変位を $\Phi_{11}(y_j)$ とすると、式(3.6)は次式となる。

$$\begin{aligned} \Phi_{11}^2(y_j) &< \frac{M_{11}\omega_{11}}{M_{21}\omega_{21}} \Phi_{21}^2(32m) \\ &= \frac{4.78 \times 22.23}{14.07 \times 4.80} (0.00876)^2 = 0.0001206 \\ \therefore \Phi_{11}(y_j) &< 0.011, \quad \therefore y_j < 10.27m \end{aligned}$$

単純けた橋の、支点から10.27m以内であれば最適かね係数が得られる。

(連結部材の減衰効果と調整法の有効性)

ランガーけた橋のスパン4分の1点近傍(第4節点)と単純けた橋の支点より8.5m(<10.27m)の点を連結する場合についての調査結果を以下に示す。

この場合の連結部材の近似最適ばね係数は $K_{opt}=7.919 \times 10^6(N/m)$ 、近似最適減衰係数は $C_{opt}=1.263 \times 10^7(Ns/m)$ 、近似最大モード減衰比

は $\xi_{max}=0.7414$ であった。これらのばね係数および減衰係数ともに実用的には大きすぎるものであるが、モード減衰比は極めて大きく減衰効果は強力であることが判る。実際には、この近似最大モード減衰比よりも十分小さい減衰比でも満足されるため連結部材のばね係数、および減衰係数ともに近似最適ばね係数および減衰係数よりも十分小さいものでよいと考えられる。次に、これらの係数を有する連結部材により相互連結した場合について、連結部材のばね係数を $K_{opt}$ として、ダンパーの減衰係数を変化させた場合の固有円振動数とモード減衰比を複素固有値解析により求め、その挙動を Fig. 4.13 に示した。

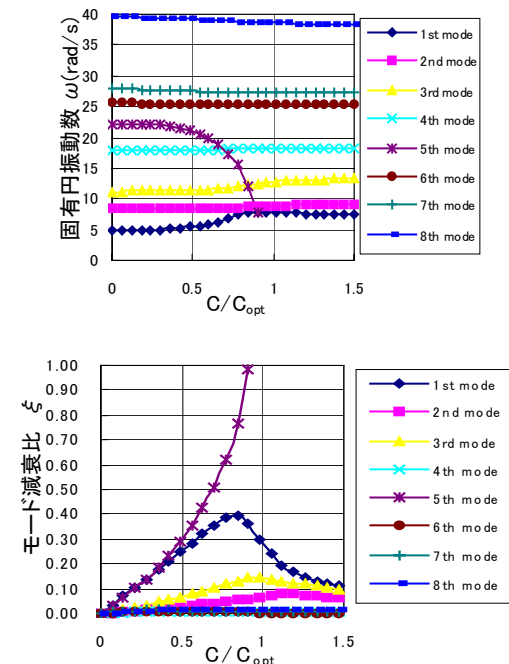


Fig.4.13 固有円振動数とモード減衰比

図より固有円振動数は $C \approx 0.9 C_{opt}$ 近傍で、連結系の1次モード(ランガーけた橋の逆対称1次モードが卓越)と5次モード(単純けた橋の1次モードが卓越)極めて良く接近しており、モード減衰比は $C \approx 0.85 C_{opt}$ 近傍で、1次モードの減衰比がピークに達していることがわかる。しかし1次モードと5次モードの減衰比の良い接近は見られない。また1次モードの減衰比の最大は $\xi \approx 0.4$ で近似最大モード減衰比 $\xi_{max}=0.7414$ には達していない。したがって、連結部材の減衰性能向上には十分有効であるが、近似調整法の精度は低いことがわかる。しかし、実構造物において両構造物のモード減衰比をほぼ等しく、 $\xi \approx 0.1 \sim 0.2$ 程度のモード減衰比を発生させることが出来れば十分であるので、モード減衰比の図から明らかなように十分小さい減衰係数を有するダンパーを用いることが可能である。



### 4.3 立体ラーメンの相互連結

Fig. 4.14 に示した高さ 12m の 3 層のラーメンを想定した。ここで両ラーメンの間隔は 1 m とした。両ラーメンの柱材には H400×400×13×21 を、ラーメン 1 のはり材には H700×300×13×24 を、ラーメン 2 のはり材には各層とも二つの対辺を構成するはりのそれぞれに両 H 型鋼を用いた。また、両ラーメンの最上層には、最上層の水平断面形の変形防止を目的に綾構を組み入れた。両ラーメンの動特性を Table 4.5 に示す。

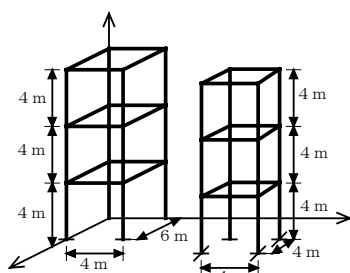


Fig.4.14 連結された立体ラーメン

これらのラーメンを最上層で連結することとして、次の連結状態を想定して、近似調整法の妥当性および相互連結の有効性を調査した。

- 偏心連結状態 (連結によりねじり振動を誘発する場合)
- 中心連結状態 (連結によりねじり振動を誘発しない場合)

Table4.5 3層ラーメンの動特性

ラーメン \ mode	1st mode	2nd mode	3rd mode
ラーメン 1	26.23	36.46	40.90
ラーメン 2	20.65	40.61	43.39
卓越モード	Y方向曲げ	X方向曲げ	ねじり

ラーメン \ mode		1st mode
ラーメン 1	$M_{11}$ (kg)	1.278
ラーメン 2	$M_{21}$ (kg)	1.731

#### 4.3.1 偏心連結状態

Fig. 4.15 に示すようにラーメン 1 の位置を固定して、ラーメン 2 を x 方向に移動させて両ラーメンの連結の偏心量を変化させ、すなわちねじり振動の誘発を強めるように変化した場合の 5 ケースについて調査した。 図中の偏心距離

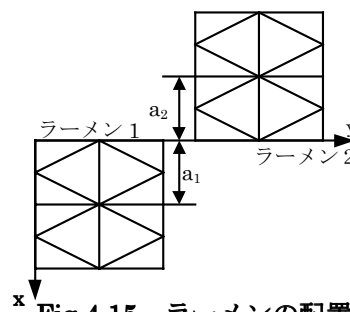


Fig.4.15 ラーメンの配置

$a_1+a_2$  は、ケース 1 では 0m+0m、ケース 2 では 1.5m+0m、ケース 3 では 3m+0m、ケース 4 では 3m+1m、ケース 5 では 3m+2m である。各ケースについて、近似最適ばね係数  $K_{opt}$ 、近似最適減衰係数  $C_{opt}$  および近似最大モード減衰比  $\xi_{max}$ 、さらに、連結部材のばね係数が  $K_{opt}$  で、かつ減衰係数が  $C_{opt}$  のとき連結系の複素固有値解析から求めた 1 次~5 次のモード減衰比を求め Table 4.6 に示した。また、ケース 1 については、連結部材のばね係数が  $K_{opt}$  を取るとき、減衰係数の変化に伴う固有円振動数とモード減衰比の Fig.4.16 に示した。

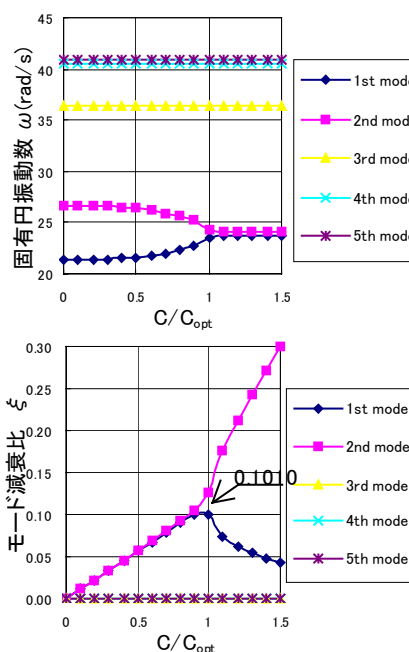


Fig.4.16 固有円振動数とモード減衰比

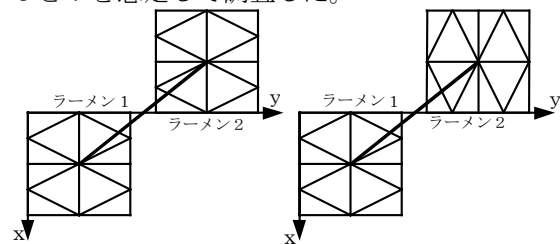
Table4.6 連結位置の変化によるモード減衰比の変化

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース5
$K_{opt}(\times 10^9 \text{N/m})$	3.40	3.40	3.40	3.40	3.40
$C_{opt}(\times 10^4 \text{Ns/m})$	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82
$\xi_{max}(\times 10^{-3})$	11400	11400	11400	11400	11400
1st mode $\xi_1(\times 10^{-3})$	10100	9280	7840	7590	6960
2nd mode $\xi_2(\times 10^{-3})$	12700	13500	14600	14700	14600
3rd mode $\xi_3(\times 10^{-3})$	5.9	5.9	5.9	5.9	5.9
4th mode $\xi_4(\times 10^{-3})$	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5
5th mode $\xi_5(\times 10^{-3})$	0.1	1650	6900	7950	12200

Table 4.6 中、すべてのケースにおいて  $K_{opt}$ 、 $C_{opt}$  および減衰比  $\xi_{max}$  は一定である。これはラーメン1と2の1次モードが  $y$  方向変位の卓越する曲げモードであり、連結部材の両ラーメンの取り付け点の  $y$  方向変位( $x$  方向および  $z$  方向変位いずれもごく小さい)がケース1から5のいずれの場合でも等しいため、連結部材の調整式(3.3)および(3.4)中の係数  $\alpha$  および  $\beta$  が式(2.5)より明らかのように等しくなるためである。このため近似最大モード減衰比  $\xi_{max}$  も等しい。また、表中の1次および2次モードは  $y$  方向変位の卓越する曲げモードで、3次および4次モードは  $x$  方向変位の卓越する曲げモード、5次モードは両ラーメンのねじり変形が卓越するモードである。表より明らかのように、注目した1次モードの減衰比は、偏心連結でないケース1では近似最大モード減衰比と比較的良く一致しているが、偏心距離が大きくなるほど大きく離れ、近似調整式の精度が下がることが判る。3次および4次モードの減衰比が小さいのは連結部材の方向と変位方向が直交することから自明のことである。一方、5次モードの減衰比は偏心距離が大きくなるほど大きくなり、この連結部材がねじりモードの減衰に対して有効であることがわかる。

### 4.3.2 中心連結状態

Fig. 4.17 に示すようにラーメンの位置は前項のケース5の同じであるが、連結部材の連結位置をそれぞれのラーメンの水平断面の中心(せん断中心)に取り、連結によって両ラーメンにねじりを誘発させず曲げモードのみが発生するケース6と7を想定して調査した。



ケース6

ケース7

Fig.4.17 中心連結ラーメン

ケース6は両ラーメンの1次モードが  $y$  方向変位が卓越する曲げモードである場合で、ケース7はラーメン1は1次モードが  $y$  方向変位が卓越する曲げモードであるのに対して、ラーメン2は1次モードが  $x$  方向変位が卓越する曲げモードである場合である。

両ケースについて、近似最適ばね係数  $K_{opt}$ 、近似最適減衰係数  $C_{opt}$  および近似最大モード減衰比  $\xi_{max}$ 、さらに、連結部材のばね係数が  $K_{opt}$  で、かつ減衰係数が  $C_{opt}$  のとき連結系の複素固有値

解析から求めた1次~5次のモード減衰比を求め Table 4.7 に示した。

Table4.7 複素固有値解モード減衰比

	ケース6	ケース7
$K_{opt}(\times 10^9 \text{N/m})$	4.81	4.81
$C_{opt}(\times 10^3 \text{Ns/m})$	9.66	9.66
$\xi_{max}(\times 10^{-5})$	11400	11400
1st mode $\xi_1(\times 10^{-3})$	6510	6030
2nd mode $\xi_2(\times 10^{-3})$	14800	14100
3rd mode $\xi_3(\times 10^{-3})$	11900	12400
4th mode $\xi_4(\times 10^{-3})$	0.1	0.1
5th mode $\xi_5(\times 10^{-3})$	2410	2420

また、ケース6については、連結部材のばね係数が  $K_{opt}$  を取るとき、減衰係数の変化に伴う固有円振動数とモード減衰比の挙動を Fig.4.18 に示した。

また、表中の1次および2次モードは  $y$  方向変位の卓越する曲げモードで、1次モードは同位相、2次モードは逆位相である。3次および5次モードは  $x$  方向変位の卓越する曲げモード、3次モードは逆位相、5次モードは同位相である。4次モードは両ラーメンのねじり変形が卓越するモードである。表中  $K_{opt}$ 、 $C_{opt}$  および  $\xi_{max}$  は両ケースで同じ値となった。これは連結部材の  $y$  軸とのなす角が  $45^\circ$  であったため両ケースで係数  $\alpha$  および  $\beta$  が同一の値となったためである。注目した1次モードの減衰比は、近似最大モード減衰比に比べて小さい値となり近似調整式の精度は低いことが明らかである。しかしここで示す連結法により、 $x$  方向変位が卓越する同位相の5次モードの減衰効果が現れている。ねじりの4次モード

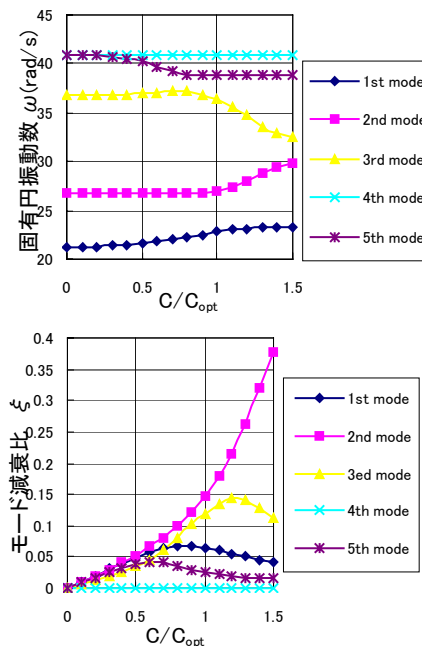


Fig.4.18 固有円振動数とモード減衰比の減衰比がほぼゼロに近いのは連結部材の方向

が両ラーメンのせん断中心を通ることから自明のことである。

## 5. 結び

本研究では、2質量3ばね系のモード減衰比を最大にする中間連結ばねおよびダンパーの調整法を用いて、隣接する構造物を連結してそれぞれの構造物の1次のモード減衰比を最大にする連結部材の近似調整法の概要を示すとともに、並立する塔構造物の相互連結、実構造物であるランガーけた橋と単純けた橋との連結および実構造物に近い並立する3層ラーメン構造物の相互連結に対して適用結果を示し、近似調整法の妥当性および連結部材の有効性を調査した。これらの調査結果から下記の事項が明らかにした。

並立する塔の相互連結について

- 1) 塔の上端付近に連結部材を取り付ける場合、小さいばね定数および減衰係数を有する連結部材で塔の減衰性能を大きく向上させることが出来、連結部材の近似調整法は高い精度を有する。
- 2) 塔の下部に連結部材を取り付ける場合、大きいばね定数および減衰係数を有する連結部材を必要とし、取り付け位置が1次モードの腹の位置から離れるため、近似調整法は極めて精度が悪く、塔の減衰性能の向上は期待できない。
- 3) 並立する塔に高低差がある場合、小さいばね係数とやや大きい減衰係数を有する連結部材を塔頭部に装着することにより、高い減衰効果が得られる。特に固有振動数の大きい塔が低位置にある場合、高低差が大きくなると調整不可能となる。固有振動数の大きい塔が高位置にある場合、高低差が大きくなると減衰効果は低下する。
- 4) 連結部材の取り付け位置が同じであれば、連結部材の傾斜は減衰効果に影響しない。したがって、連結する塔に多少の高低差がある場合、傾斜して両塔の頂付近に連結部材を取り付けることが望ましい。

ランガーけた橋と単純けた橋の相互連結について

- 1) ランガーけた橋の1/4点と連結可能な単純けた橋の点が存在する。
- 2) 連結部材の減衰効果は極めて大きいですが、近似

調整式の精度は低い。実用的なモード減衰比を得るための連結部材のばね係数および減衰係数を求めることが可能である。

立体ラーメンの相互連結について

- 1) 曲げとねじの連成しない立体ラーメンにおいて、1方向の曲げ振動のみが誘発される相互連結の場合、連結部材の近似調整式は良い精度を有する。
- 2) ねじり振動を誘発する偏心相互連結の場合、ねじり振動に対する減衰効果は大きくなるが、偏心距離が大きくなるにしたがって、連結部材の近似調整式は精度が低下する。
- 3) 2方向曲げ振動のみが誘発される相互連結の場合、連結部材の近似調整式は精度が低下する。

以上の結果から、一般構造物に本近似調整法を適用する場合、連結部材により対象構造物の固有モードが極端に変わらない程度に柔らかい剛性を有する連結部材であること。また、連結位置が各構造物の1次モードの腹に近い位置(自由振動変位中、1次モードの変位成分が大きい)であることが望ましい。また、立体構造物の相互連結に適用する場合、1方向曲げ振動のみが誘発される場合のみ近似調整式は良好な精度を有する。したがって、立体構造物の相互連結に対しては連結方法に注意すべきである。また、良好な精度を有する場合でも、本研究で提示した調整式で最適ばね係数  $K_{opt}$  はおよび減衰係数  $C_{opt}$  を求め、これを有する連結部材で相互連結時について複素固有値解析によりモード減衰比を求め確かめることが望ましい。

謝辞

本研究は文部省科学研究費補助金(基盤研究(C), No.11650487)を受けて実施されたものである。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 會田忠義、麻生稔彦：構造物の相互連結による減衰性能向上に関する研究、Dynamics and Design Conference 2000 講演論文集(CD-ROM 論文集)、2000年9月 (T. Aida, T. Aso, K. Takeshita, T. Takiuchi T. FUJII : Improvement of Structural Damping Performance of Structures by Interconnecting Method, Journal of Sound and Vibration, 投稿中)

(平成12年9月1日受理)