

小中学校理科・高等学校物理における 「電池の内部抵抗」の取り扱いⅠ

ー並列に接続した豆電球の明るさはどうなるのかー

重松 宏武・兼安 真也^{*1}・吉村 大介^{*2}

Handling of “Internal Resistance of a Cell”
in Elementary and Junior High School Science and High School Physics I:
Changing of brightness of miniature light bulbs connected in parallel

SHIGEMATSU Hirotake, KANEYASU Shinya^{*1}, YOSHIMURA Daisuke^{*2}
(Received August 3, 2016)

キーワード：電池の内部抵抗、豆電球・LEDの照度、エネルギー教育、理科

はじめに

発達段階に沿った継続的な反復学習を行なうために、時として低学年（低年齢）において、正しい科学を伝えない場合がある。そして、その条件に従って学習した『正解』が将来的に『異なった新しい正解』に置き換わる、もしくは『誤り』として学習することとなる。その代表的な例の1つが『電池に2個並列につないだ豆電球の明るさと1個のみつないだ豆電球明るさの相違』である。小中学校理科においては、明るさは「変わらない」（または「ほとんど同じ」）と学習し、高等学校物理においては「変わる」と学習する。この差の原因は電池の内部抵抗を考慮するかしないかによる違いであり、本当の正解は後者の「明るさは変わる」である。しかし、「電池の内部抵抗」を学習しない小中学校理科においては「同じ（またはほとんど同じ）」という解答も間違いなく正解である。では、指導にあたって注意すべき点はどこかと言うと、①：指導者が授業の中で忠実に「答え」に沿った実験を成立させているかどうか、さらに、②：指導者がきちんと理解した上で児童・生徒の指導を行っているかどうかという点である。具体的には、小中学校において「同じ」というのであれば、指導者は「同じ」という実験事実を作り出さないとはいけない。しかし、必ずしも作り出されているとは言いがたく、明らかに明るさが変わっていても「変わっていない」と指導者が言い張らざる負えない状況が生じることに問題があると考えられる。同様に「ほとんど同じ」と言う場合も「同じではない」理由を明確に説明できていないことにも問題がある。「同じになるはずだが、何かしらの偶然または必然の外的影響により変わったかのように見えた」のか、もしくは「そもそも異なるが近い」というのでは現象そのものへの考え方が変わるからである。中学校理科に限定すると、閉回路に流れる電流、負荷抵抗にかかる電圧や抵抗値などを計算により求める方法を学習し、内部抵抗を考慮しないことから豆電球に流れる電流は「同じ」という結論を得る。つまり、明るさは「同じ」と明確に学習することとなる。これらを改めてまとめると、小学校理科においては「同じまたは同じぐらい」という曖昧な学習が行われ、中学校理科では「同じ」、そして高等学校では「異なる」と学習することとなる。

上で述べた課題は古くから言われてきた問題点である。そして、この問題は電池を用いず、直流安定化電源を用いれば解決できることを多くの指導者は知っている。しかしながら、指導者による演示実験の場合は良いが、各児童・各生徒が個人またはグループで行なう場合は予算的に難しく電池に頼らざる負えないのが現状である。また、理科教員を目指す大学生が電気分野に関しての基本的な理解が十分でないという報告もある¹⁾。これらの理由により、今一度、この電池と豆電球に関する課題を整理したいと考えた。

*1 山口大学大学院教育学研究科教科教育専攻 *2 周南市立沼城小学校

本論文においては未来の指導者、特に小中学校理科教員を目指す大学生の電気・エネルギー分野の知識向上のために、端子電圧と内部抵抗をキーワードとした電池の特性と、非直線抵抗と照度をキーワードとした豆電球の特性を実験事実から再検討を行った結果を始めに報告する。同時に、近年、教育現場での活用が増えているLEDに関しても豆電球に代わる可能性の検討を行った結果も示す。さらに、豆電球に流れる電流等の物理量を数式を用いて展開し、これらの結果を元に、小中学校においては直流安定化電源を用いずに限りなく「豆電球（またはLED）の明るさが同じ」状況をいかに作り出せるかの検討を行った結果も示す。なお、本論文においては電池、豆電球、LEDの基礎的特性並びに数式による可能性の提案を主として行い、これらの結果を元に、具体的な実験による検証・評価は本論文に続く報告²⁾をご参照頂きたい。

1. 電池と豆電球・LEDの特性

電池は無負荷状態での端子電圧に比べ、外部負荷（抵抗）をつないで放電させた場合の端子電圧が低くなることは知られており、その低下の原因は電池内部に存在する『内部抵抗』と言われている。そして、電池の特性としての内部抵抗並びに端子電圧の時間変化に関する報告は古くからなされている³⁾。一般論として、

- ①：電池には内部抵抗が存在し、電池の使用時間が長くなるに従って内部抵抗の値が増加すること、
- ②：同時に使用時間が長くなるに従って電池の端子電圧が減少すること

がわかっている。電池の中でも充電電池は内部抵抗が乾電池（アルカリ電池とマンガン電池）と比べ比較的小さく、さらに、大きな電流を取り出しても内部抵抗の変化はわずかであると言われている⁴⁾。一方、豆電球は一定の抵抗値を持たない非直線抵抗であり、印加電圧に対する照度も直線的増加はしない。本章ではこれら電池と豆電球・LEDの基礎知識に関して、特に以下に示す3つの項目に着目し検証した結果を各節ごとにまとめる。なお、半導体からなるLEDの原理や特性は豆電球とは大きく異なり、これらの学習は高校物理で行なわれる。本論文においては照度の特性に関して、豆電球に代わる可能性のみを議論するものであり、LEDの原理や特性に関する詳細な議論は行わないこととする。

1-1. 電池の特性I（一定抵抗をつないだ場合の電池の端子電圧の時間変化）

1-2. 電池の特性II（新しい電池の内部抵抗と乾電池の使用に伴う内部抵抗の時間変化）

1-3. 豆電球の特性（電流、抵抗、照度の電圧依存）とLEDの特性（照度の電圧依存）

電池においては製造メーカーや型番、さらには個体差による数値の差異が生じる可能性はある。しかし、本目的は相対的な比較検討を目的としており、使用した電池の規格等詳細は必要ないと考え、記載しない。充電電池はニッケル水素電池を使用した。また、豆電球の抵抗値が比較的小さく、計測器の特性（計測器の内部抵抗）や仕様する配線ケーブル自体の抵抗や接触抵抗の影響が避けられないことから計測器は安価ではあるが比較的高精度のもの（1：デジタルマルチメーター 三和電気計器株式会社製、PC7000、2：LEDライトメーター照度計、TENMARS ELECTRONICS CO. LTD.社製、TM-209M、3：直流安定化電源、TEXIO社製、PS20-18）を用いた。同様の理由から配線ケーブルは比抵抗が小さいものを採用し、かつ長さや接続（接触）にも十分配慮を行った。

1-1 電池の特性I（一定抵抗をつないだ場合の電池の端子電圧の時間変化）

市販のアルカリ電池（単一、単二、単三、単四）、マンガン電池（単一、単二、単三、単四）、充電電池（ニッケル水素電池）（単一、単二、単三、単四）の計12種類の各電池の端子電圧の時間変化の測定を行った。具体的には各々新品（購入後未使用）の乾電池またはフル充電した充電電池に外部負荷として 5Ω のセメント抵抗（実測値 5.08Ω ）を接続し、電池にかかる端子電圧の時間変化を継続して6時間測定した。その後、12時間接続を止めたのち、再度、抵抗を接続し端子電圧変化を測定した。その結果を図1に示す。ちなみに 5Ω のセメント抵抗は、乾電池1個に対して良く用いられる規格値 1.5 V 、 0.3 A 豆電球がもつ電圧 1.5 V 時の抵抗値に近いということ、さらに抵抗値として 5Ω は小さく、そのため比較的大きな電流を消費することから電池特性の変化が見えやすい（評価しやすい）という理由からこの抵抗値のものを採用した。

得られた結果を見比べると、従来言われている通り、初期では乾電池（アルカリ電池、マンガン電池）の方が高い端子電圧でありながら、電池容量を使用するに従って電圧の顕著な低下が見られた。一方、充電電池は電圧変化が小さく、途中から乾電池の電圧との大小関係の逆転が起こっていることが読み取れる⁴⁾。つまり、時間変化（減衰変化）に関しては電池容量が満たされている範囲において、充電電池<アルカリ電池<マ

ンガン電池の順で変化量が少なく、さらに電池容量の大きい単一>単二>単三>単四の順に従って電圧低下が遅く起こっている、ゆえに、電池の内部抵抗は充電電池がもっとも小さく、かつ時間変化も一番小さいと予想される。この実測は次節1-2節で詳細に述べる。なお、乾電池は間欠使用（放電）すると休止時に起電力が一時的に回復するという性質があり、その特性もきちんと観測された（図1）。

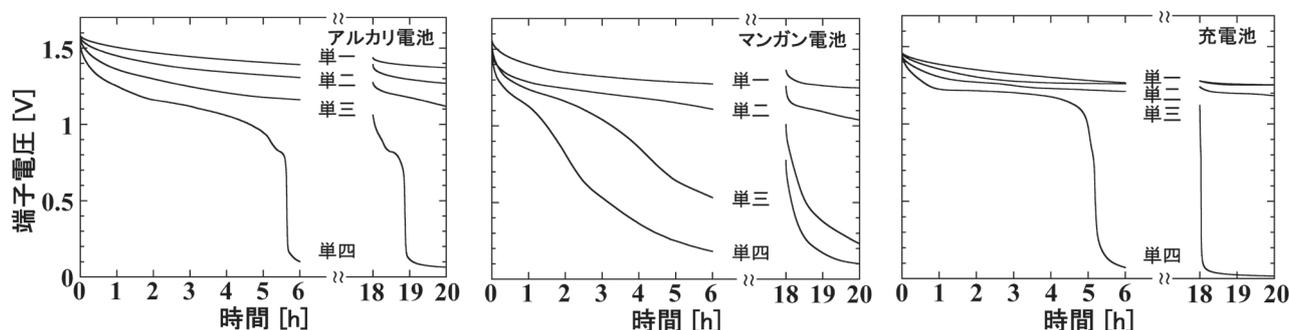


図1 各種電池における端子電圧の時間依存。(左)アルカリ電池、(中)マンガン電池、(右)充電電池。それぞれ絶対値の大きい順に単一、単二、単三、単四となっている。なお、右図の18時間以降においては、単一と単二の端子電圧がほとんど等しいと言う結果を得、図中ではほぼ重なって1本線のように見えている。

1-2 電池の特性II（新しい電池の内部抵抗と乾電池の使用に伴う内部抵抗の時間変化）

電池の内部抵抗を測定する方法として交流に対するインピーダンスから求める交流補償法（交流4端子法）と直流を流すことにより求めるIR降下法（1つの負荷抵抗を用いる場合と複数の負荷抵抗を用いる場合あり）がある^{3,5)}。前者は2組のプロープの接点から接点の間の抵抗値をより正確に測定することが可能である。しかし、比較的高価な専用計測器が必要があり、教育現場には不向きである。後者は時として比較的大きな電流を流す必要があり、かつ精度を上げるため複数の抵抗を用いた測定を行なう必要があることから決して最適な求め方とは言えない（多少ではあるが、電池容量を消費していることになる）。さらに、配線の抵抗や回路の接触抵抗の影響を受けやすく、本来の内部抵抗値より、高い値が求まる傾向がある。しかし、実測から得られた端子電圧-回路電流の関係から内部抵抗の概念を理解しやすく、教育現場においては適していると言える。ゆえに本研究においては複数の負荷抵抗を用いたIR降下法を採用することとした（ただし、配線の抵抗や接触抵抗は限りなく小さくなるように心掛けた）^{3,5)}。抵抗は1.5, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 50, 150 Ωの11種のセメント抵抗を用い、この抵抗を接続した状態での電池の端子電圧と流れる電流の値を速やかに測定した。その後、一定時間5Ωのセメント抵抗を接続することによる電池容量の消費を行い、再び各抵抗（1.5, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 50, 150 Ω）を接続した時の電池の端子電圧と流れる電流をすみやかに測定するというサイクルを繰り返した。なお、ここでは電池容量消費を目的とした5Ωのセメント抵抗をつないだ積算時間を時間の変数とする。代表的な得られた結果として、図2に単一アルカリ電池、単一マンガン電池、単一充電電池の0, 15, 30時間後の実験データをそれぞれ示す。

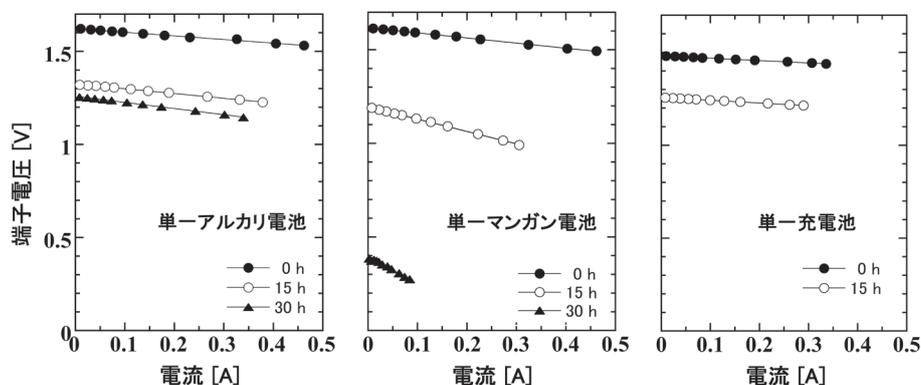


図2 電池と抵抗の閉回路における電池の端子電圧と回路に流れる電流の関係。y軸との交点が電池の起電力、傾きの絶対値が電池の内部抵抗の大きさをそれぞれ意味する。単一充電電池に関しては計測途中で充電電池の放電終止電圧(1.0 V)を切ったために30時間後のデータは存在しない（図3参照）。

図2中に示された近似直線は電池の起電力 E 、電池の内部抵抗 r_0 、電池の端子電圧 V 、回路に流れる電流 I の関係式

$$V = E - r_0 I \quad (1)$$

を表しており、 $I=0$ の時、つまり、 y 軸との交点が電池の起電力 E を意味し、傾きの絶対値が電池の内部抵抗となる。実験データから得られたおのおのの電池に関する内部抵抗を表1に示す。この表から、1-1節で述べた各電池の内部抵抗の大小関係をきちんと反映された結果が得られたことがわかる。本研究の目的は内部抵抗があるという検証及びその大きさを求めることではなく、豆電球（またはLED）と電池からなる閉回路において、限りなく電池の内部抵抗の影響を受けない条件を見つけ出すことである。よって、同一種の中では電池容量が大きく、内部抵抗の比較的小さい単一電池3種（アルカリ、マンガン、充電電池）と内部抵抗の小さい充電電池の中から普及度が高い単三充電電池を加えた計4種を用いて比較検討を以下、行なうこととした。これら電池に関する基礎データとして、 5Ω のセメント抵抗を接続した場合の電池における端子電圧の時間変化と内部抵抗の時間変化を図3に示す。

表1. 各電池の新品の状態での内部抵抗（単位は Ω ）。電池としては充電電池が小さい値を示し、さらに同種の電池内においては単一のものが最も小さい。

	単一	単二	単三	単四
アルカリ電池	0.237	0.312	0.398	0.423
マンガン電池	0.274	0.518	0.714	0.843
充電電池	0.116	0.126	0.140	0.205

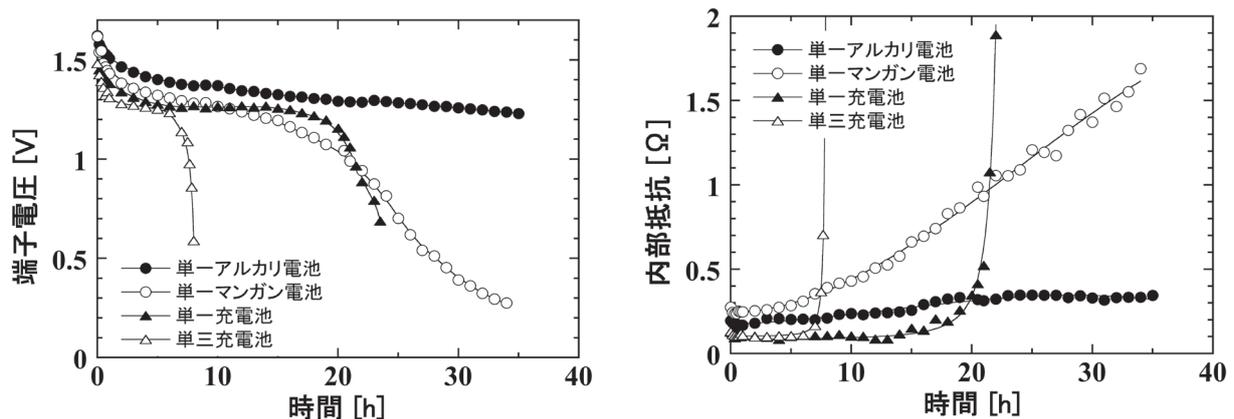


図3 各種電池における端子電圧の時間変化（左図）と内部抵抗の時間変化（右図）。

マンガン電池は連続的に顕著な端子電圧の低下と内部抵抗の増加が観測され、アルカリ電池はそれら傾きは小さいが同様の傾向が観測された。充電電池に関しては電池容量の許容の範囲で端子電圧も内部抵抗も顕著な変化は観測されず、不変性が高いことが確認された。なお、図3右図からは判別しにくいですが、全ての電池において新品状態（測定開始時）より、0.5時間後の方が低い内部抵抗の値（約10%減）を取り、その後それぞれの電池の特性に依存した変化をした。例えば、単一充電電池では内部抵抗が新品 0.116Ω から0.5時間後の約 0.101Ω へ減少している。この変化は図3左図に示された初期時（0～0.5h）の急減な電圧低下との相関が考えられるが、その原因に関する明確な答えは残念ながら得られていない。内部抵抗の時間変化に伴う大きさの変化量から考えると10%程度の変化量は小さい値のため、ここでは初期時（0～0.5h）の抵抗減少の原因に関して議論は行わないこととする。

1-3 豆電球の特性（電流、抵抗、照度の電圧依存）とLEDの特性（照度の電圧依存）

1-1節および1-2節においては電池（乾電池と充電電池）に関する特性の再検討の結果を示した。本節においては、続いて豆電球の特性に関する議論を行なう。電力として一定に出力できる直流安定化電源を用い、4種の豆電球（規格値 $1.5V, 0.3A$ と $2.5V, 0.3A$ と $2.5V, 0.5A$ と $3.8V, 0.3A$ ）にかかる電圧を変えながら、豆電球に流れる電流ならびに豆電球の照度を測定した（実験の外観図や測定条件は引用文献6を参照）。電圧と

電流から算出した抵抗（計算値）の変化も含めて図4に示す。さらに、比較対象のために測定した各種LED（Optosupply社製8mmサイズの赤色LED（OSHR8131A）、青色LED（OSUB8131A）、黄色LED（OSYL8131A）、緑色LED（OSPG8131A）、白色LED（OSWT8131A））の結果（照度の電圧依存）を図5に示す。

回路を閉じ電圧を上げると0.1～0.2Vあたりまで流れる電流は原点を通るほぼ直線で表された（図4上図）。これはフィラメントの温度上昇が多少あるものの豆電球の抵抗としては抵抗がほぼ一定であることを示し、そのことは中図の挿入図からも検証できる。なお、間接測定法では電圧をかけない状態では電流も流れないことから計算上、電圧0Vの時、抵抗値を求めることはできない（ $R=V/I$ ）。そのため、0Vに限りなく近い電圧値領域まで間接測定を行なうか、デジタルマルチメータ等を用いて電圧無印加状態の抵抗値を直接測定を行なう必要がある（ちなみに、引用文献6中の図5は誤りであり、実際は本論文図4中図の挿入図のような0V時に有限の抵抗値を持つことが正しい。フィラメントはタングステンなどの金属でできており、比抵抗が温度変化するものの、室温付近でゼロにはならない⁶⁾）。また0.1～0.2Vを境に、より高電圧領域においては電流の傾きが大きく変化することが観測された。それはその領域を超えた電圧になると豆電球が光を発し始め、温度が高くなるに伴い、抵抗値の上昇が起こったことを意味する（下図からはわかりにくいですが、0.2Vを越えたあたりから照度値の増加が観測されている）。なお、下図からは照度が電圧に対して下に凸の変化をすることから照度の電圧依存（傾き）が大きく、僅かな電圧変化に対して過敏に照度変化が起こることがわかる。この傾きが大きいことが、並列2個の豆電球の照度と1個の豆電球の照度の差が生じてしまう原因の1つになっていると言え、いかに豆電球に流れる電流（またはかかる電圧）を変えないかがカギを握っている。この状況はLEDになるともっと顕著になり、光を発する電圧範囲は狭くかつ、照度の電圧依存はより著しいものとなる（図5）。しかし、青色LEDは限っては豆電球の特性以上のゆるやかな照度変化（傾き）を示し、電圧依存性が低いことより豆電球に代わるものとして期待される結果を得た。なお、LEDは豆電球と異なり、電圧に対する許容範囲が狭く、過大な電流が流れないための配慮が必要である⁷⁾。図5から考えると青色LEDと直列つなぎされた電池2個からなる閉回路とし、あえて青色LEDにかかる電圧を低電圧（～3V付近）に設定するのか、または直列つなぎされた電池3個と電流制御抵抗を加え、青色LEDにかかる電圧制御（～3.5V付近）を行なうかの検討が必要となる。

2. 数式を活用した整理

電池（乾電池及び充電電池）を用いた回路を考える場合、特に抵抗値の小さい抵抗を接続した回路においては電池内の内部抵抗の影響を大きく受けることは自明なことである。本章においては数式を活用して、閉回路における内部抵抗の影響に関する半定量的な評価・検討を行なう。

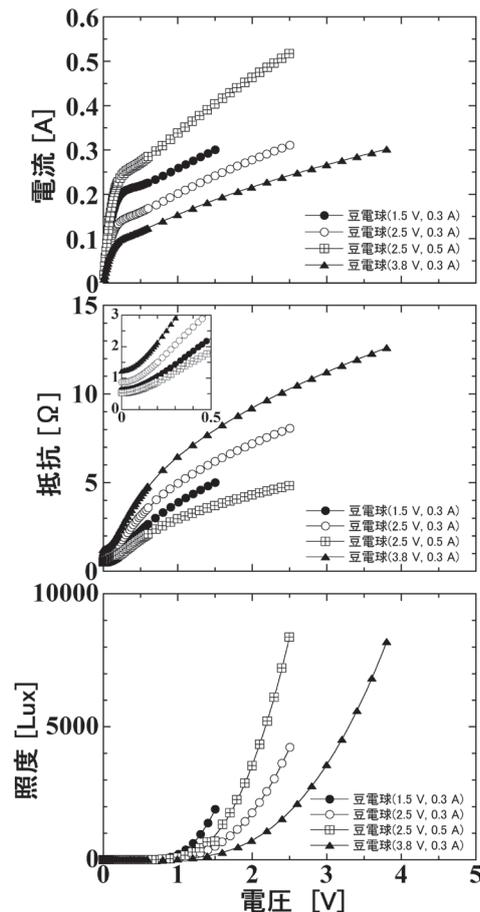


図4 それぞれの豆電球における流れる電流（上図）、抵抗（計算値）（中図）ならびに照度（下図）の電圧依存。

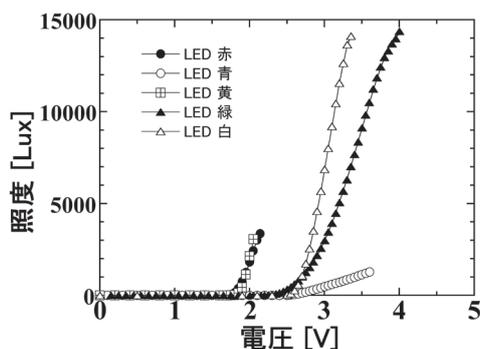


図5 LEDにおける照度の電圧依存。各LEDによって発光する順方向電圧が異なる。

2-1 豆電球の並列つなぎと内部抵抗

一般化して考えるためにも1個または2個ではなく、複数(n 個)の豆電球における並列回路を考える(図6)。電池の起電力を E 、内部抵抗を r_0 、電球の抵抗を $R(V)$ (非直線抵抗より、ここでは抵抗値 R は電圧 V に依存するとした)、内部抵抗を考え無い場合と考える場合の豆電球1個あたりに流れる電流をそれぞれ I_1 、 I_2 とする。なお、電圧や抵抗などの物理量は電池や豆電球の個体差が少なからず存在するが、ここでは全て同じと仮定する。さらに、配線の抵抗および接触抵抗は非常に小さいと仮定し、その影響を無視した。計算により求められた豆電球1個に流れる電流、かかる電圧ならびに消費電力を表2、3にそれぞれ示す。さらに、視覚的に理解しやすくするために起電力 $E=1.5V$ 、内部抵抗を $0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0\Omega$ と仮定した場合の物理量変化を図7(電流と電圧)、図8(電力)にそれぞれ示す。

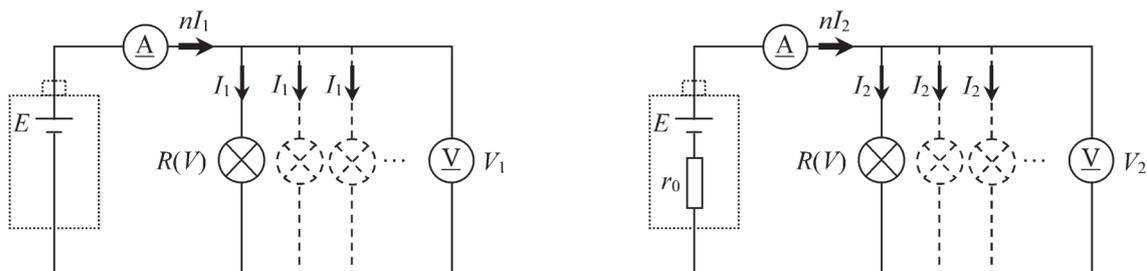


図6 電池と豆電球の閉回路。(左)内部抵抗を考えない場合、(右)内部抵抗を考える場合。

表2 電池の内部抵抗を考えない場合($r_0 = 0$ 、図6左図)における豆電球1個に流れる電流、かかる電圧ならびに消費電力。

豆電球の数 物理量	並列 n 個 (一般式)	並列 2 個	大小関係	1 個
電流 I_1	$\frac{E}{R(V=v_1)}$	$\frac{E}{R(V=v_1)}$	=	$\frac{E}{R(V=v_1)}$
電圧 V_1	E	E	=	E
電力 P_1	$\frac{E^2}{R(V=v_1)}$	$\frac{E^2}{R(V=v_1)}$	=	$\frac{E^2}{R(V=v_1)}$

表3. 電池の内部抵抗を考える場合($r_0 \neq 0$ 、図6右図)における豆電球1個に流れる電流、かかる電圧ならびに消費電力。

豆電球の数 物理量	並列 n 個 (一般式)	並列 2 個	大小関係	1 個
電流 I_2	$\frac{E}{R(V=v_2) + nr_0}$	$\frac{E}{R(V=v_2) + 2r_0}$	<	$\frac{E}{R(V=v_2) + r_0}$
電圧 V_2	$\frac{R(V=v_2)E}{R(V=v_2) + nr_0}$	$\frac{R(V=v_2)E}{R(V=v_2) + 2r_0}$	<	$\frac{R(V=v_2)E}{R(V=v_2) + r_0}$
電力 P_2	$\frac{R(V=v_2)E^2}{(R(V=v_2) + nr_0)^2}$	$\frac{R(V=v_2)E^2}{(R(V=v_2) + 2r_0)^2}$	<	$\frac{R(V=v_2)E^2}{(R(V=v_2) + r_0)^2}$

電池の内部抵抗を考慮しない場合は表2および図7左図に示すように電池の数が変わろうが、豆電球に流れる電流 I_1 もかかる電圧 V_1 も変わらない。ゆえに、並列につながれた豆電球の数による消費電力の差は無く、豆電球1個当たりの照度に変化は生じない(図8の内部抵抗なしデータ)。これが小中学校における指導の根拠となるものである。電池に代えて直流安定化電源を用いた場合も表2、図7左図、図8(内部抵抗なしデー

タ)に示す物理量が得られ、照度に変化が生じることは無い(この場合は内部抵抗は存在しないため、厳密に変化はない)。しかし、現実論として電池には内部抵抗は存在し、豆電球の数が少なるにつれて、かかる電圧と流れる電流が増加し、結果として豆電球1個当たりの消費電力は上がり、より明るくなる(表3、図7右図、図8(内部抵抗ありデータ))。この事実は高校物理において始めて学習する内容である。なお、豆電球の抵抗 $R(V)$ は非直線抵抗、つまり、図4中図に示す通り定数ではなく、 V 依存性を考慮しなくてはならないことから厳密に評価することは困難である。しかし、大小関係に限定すると、豆電球の抵抗と内部抵抗にかかるそれぞれの電圧の比は $R(V):nr_0$ であり、豆電球の数 n が増えることにより、 V が低下し、それに伴って $R(V)$ も電流 $I(V)$ も低下することから、豆電球1個当たりの消費電力が小さくなることは容易に予想ができる。また、内部抵抗のみでなく、導線の抵抗や接触抵抗を考えた場合もこれら抵抗を内部抵抗の項に入れ込み、豆電球にかかる電圧や電流が低下するという同様の考え方が適用できる(r_0 =内部抵抗+導線の抵抗+接触抵抗と置き換えて、表3の考え方が適用できる)。ちなみに、言わずと知れたことではあるが、 $R(V)\gg r_0$ の場合は電流、電圧、消費電力の差は無く、内部抵抗を考慮しない場合同様に照度の変化はない。

図8において、内部抵抗がある場合、抵抗値 $R(V)$ が小さい時にピークが観測されているが、これは内部抵抗を考える場合には外部抵抗の有限値において最大消費電力が存在し、消費電力 P_2 (一般式)は

$$P_2 = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R} - \frac{nr_0}{\sqrt{R}}\right)^2 + 4nr_0} \quad (2)$$

と展開できることから、 $R=nr_0$ の時、最大値 $E^2/4nr_0$ をとる。なお、現実的には1.5Vの電池の場合、規格値1.5V、0.3Aの豆電球を用いることから、図7右図および図8において $R=5\Omega$ 付近の議論になる。具体的には内部抵抗 r_0 (または nr_0)=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0 Ω の時、外部負荷(豆電球)にかかる電圧 V_{1or2} はそれぞれ1.500, 1.471, 1.442, 1.364, 1.250, 1.071V(図7の横軸 $R=5\Omega$ の時の値)となり、消費電力 P_{1or2} はそれぞれ0.450, 0.433, 0.416, 0.372, 0.313, 0.230W(図8の横軸 $R=5\Omega$ の時の値)と変動する。つまり、表3からわかるように豆電球の並列の数が減少するという事は内部抵抗の影響が小さくなることを意味し、消費電力が増加することにより、豆電球は1個の場合が明るく見えるようになる。その変化量は内部抵抗が小さい方が少ないことより、より新しい乾電池もしくは充電電池が好ましいこともわかる。

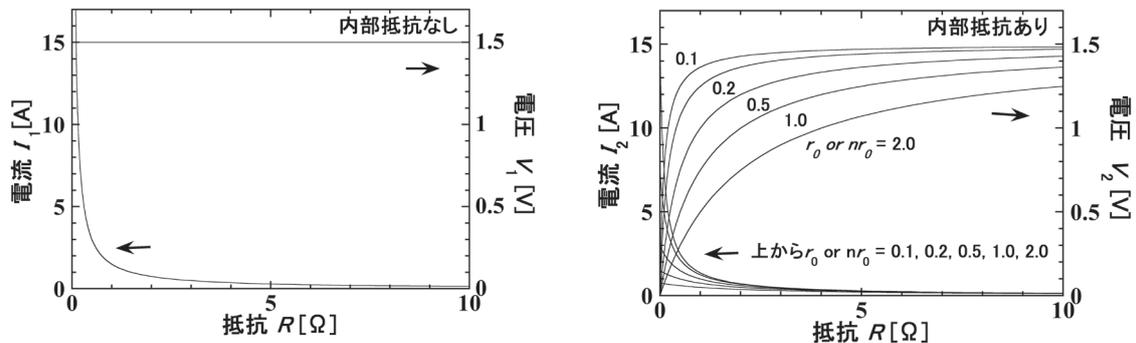


図7 負荷抵抗に流れる電流とかかる電圧の抵抗値との関係(計算値)。起電力を1.5 Vとする。
(左)内部抵抗を考えない場合($r_0 = 0$)、(右)内部抵抗を考える場合($r_0, nr_0 \neq 0$)。

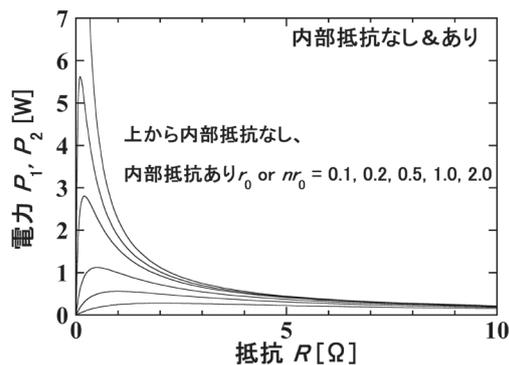


図8 負荷抵抗の消費電力とその抵抗値との関係(計算値)(内部抵抗が無い場合($r_0 = 0$)とある場合($r_0, nr_0 \neq 0$))。

2-2 電池の並列つなぎと内部抵抗

電池の内部抵抗の影響を削減する方法として電池を並列につなぎと良いことが知られており、本節では豆電球に加えて電池の並列つなぎに関して検討を行う。一般形として豆電球は n 個の並列つなぎ、電池は m 個の並列つなぎとし、考えるべき回路を図9に示す。電池1個が流す電流を $(n/m)I_3$ とし、豆電球1個あたりに流れる電流 I_3 、かかる電圧 V_3 ならびに消費電力 P_3 を表4にまとめる。

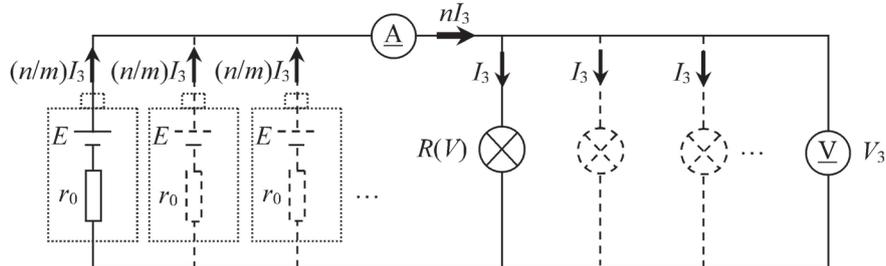


図9 並列につながれた電池と豆電球の閉回路。それぞれ豆電球は n 個、電池は m 個並列接続されている。

表4 n 個の豆電球および m 個の電池を並列接続した場合における豆電球1個に流れる電流、かかる電圧ならびに消費電力(図9対応)。

電池の数 物理量	並列 m 個 (一般式)	並列 2 個	大小 関係	1 個
電流 I_3	$\frac{mE}{mR(V=V_3)+nr_0}$	$\frac{2E}{2R(V=V_3)+nr_0}$	$>$	$\frac{E}{R(V=V_3)+nr_0}$
電圧 V_3	$\frac{mR(V=V_3)E}{mR(V=V_3)+nr_0}$	$\frac{2R(V=V_3)E}{2R(V=V_3)+nr_0}$	$>$	$\frac{R(V=V_3)E}{R(V=V_3)+nr_0}$
電力 P_3	$\frac{m^2 R(V=V_3)E^2}{(mR(V=V_3)+nr_0)^2}$	$\frac{2^2 R(V=V_3)E^2}{(2R(V=V_3)+nr_0)^2}$	$>$	$\frac{R(V=V_3)E^2}{(R(V=V_3)+nr_0)^2}$

表4からわかることは電池の数が増えることによって豆電球1個あたりに流れる電流 I_3 が大きくなり、端子電圧 V_3 の低下を防ぐことができる。ゆえに、乾電池の数 $m \rightarrow \infty$ の時 (n は有限とする)、豆電球に流れる電流 I_3 、かかる電圧 V_3 、そして消費電力 P_3 はそれぞれ、

$$I_3 = \frac{E}{R(V=V_3)}, \quad V_3 = E, \quad P_3 = \frac{E^2}{R(V=V_3)} \quad (3)$$

と表され、表2で示した内部抵抗を考えない場合と同じ結果を得る。ここで、視覚的に理解しやすくするために電池の起電力 $E=1.5V$ 、内部抵抗 $r_0=0.1, 0.5, 1.0\Omega$ と仮定した場合における物理量変化の乾電池の数依存性 ($m=1, 2, 3, 4, 5$) を図10, 11に示す。なお、ここでは豆電球の数 n は1個とした。さらに、図11の対比のために豆電球の数 $n=2$ とした場合の負荷抵抗の消費電力 P_3 に関する抵抗 R との関係を図12に示す。なお、参考値として図11および図12中に示された、負荷抵抗 5Ω における具体的な消費電力 P_3 の値を以下に示す。

- $r_0=0.1$ (n, m)=(1, 1)0.4325W, (1, 2)0.4411W, (1, 3)0.4441W, (1, 4)0.4455W, (1, 5)0.4464W
(n, m)=(2, 1)0.4161W, (2, 2)0.4325W, (2, 3)0.4382W, (2, 4)0.4411W, (2, 5)0.4429W
- $r_0=0.5$ (n, m)=(1, 1)0.3719W, (1, 2)0.4082W, (1, 3)0.4214W, (1, 4)0.4283W, (1, 5)0.4325W
(n, m)=(2, 1)0.3125W, (2, 2)0.3719W, (2, 3)0.3955W, (2, 4)0.4082W, (2, 5)0.4161W
- $r_0=1.0$ (n, m)=(1, 1)0.3125W, (1, 2)0.3719W, (1, 3)0.3955W, (1, 4)0.4082W, (1, 5)0.4161W
(n, m)=(2, 1)0.2296W, (2, 2)0.3125W, (2, 3)0.3503W, (2, 4)0.3719W, (2, 5)0.3858W

現実論として、内部抵抗はもともと表1および図3右図から $0.1 \sim 0.3\Omega$ 程度(新しい電池)を想定しており、同様に図4中図から負荷抵抗 $5 \sim 13\Omega$ 程度の豆電球を想定している。これらを勘案すると内部抵抗が小さい場合には電池の数を増やしても負荷抵抗の消費電力には大きな変化がなく、性能改善はあまりないことが分か

る。さらに、電池の数を増やすということは手間がかかり、配線の抵抗や接触抵抗などの影響も無視できなくなる可能性が生じる。ゆえに、この並列つなぎした電池の数を増やすという方法は豆電球の明るさの変化が無いモデルケースとしては適していないと判断した。なお、見方を変えると、図3右図における内部抵抗 $1.0\ \Omega$ のマンガン電池などの内部抵抗の大きい古い電池を用いた場合は、並列つなぎによる消費電力（または豆電球の照度）の違いが顕著に示すことが可能ということが、図11右図や上に示した値からわかる。

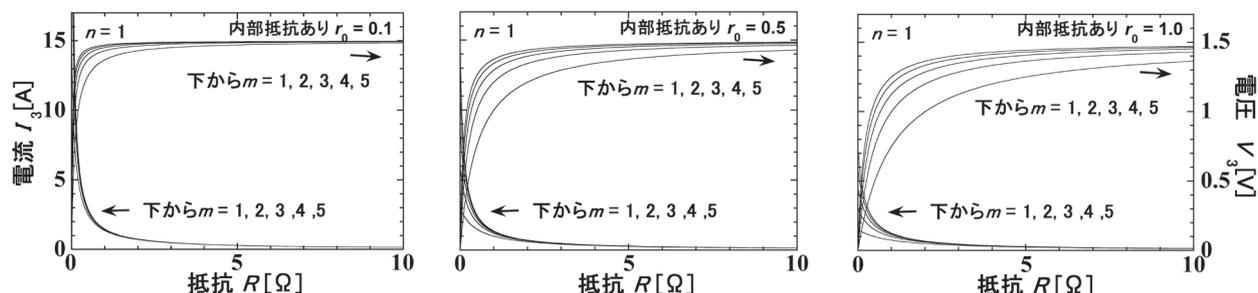


図10 乾電池の数 m が変わった場合の負荷抵抗に流れる電流 I_3 とかかる電圧 V_3 の抵抗値 R との関係 (豆電球の数 $n=1$)。 (左) 内部抵抗 $r_0=0.1$ (中) $r_0=0.5$ (右) $r_0=1.0$ 。

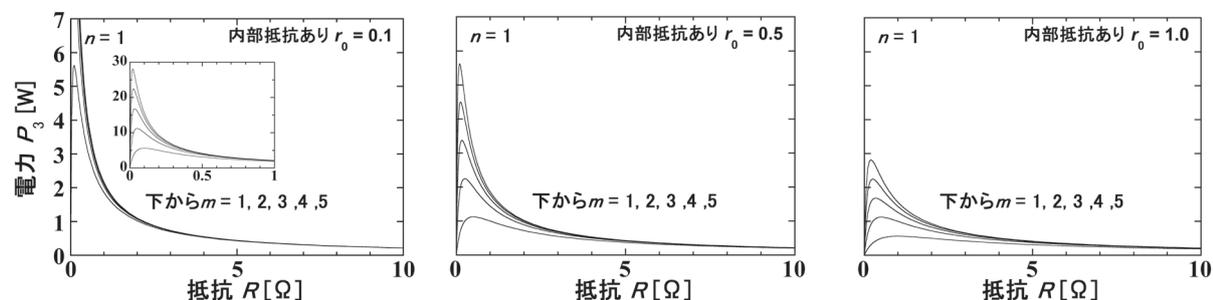


図11 乾電池の数 m が変わった場合の負荷抵抗の消費電力 P_3 と抵抗値 R との関係 (豆電球の数 $n=1$)。 (左) 内部抵抗 $r_0=0.1$ (中) $r_0=0.5$ (右) $r_0=1.0$ 。

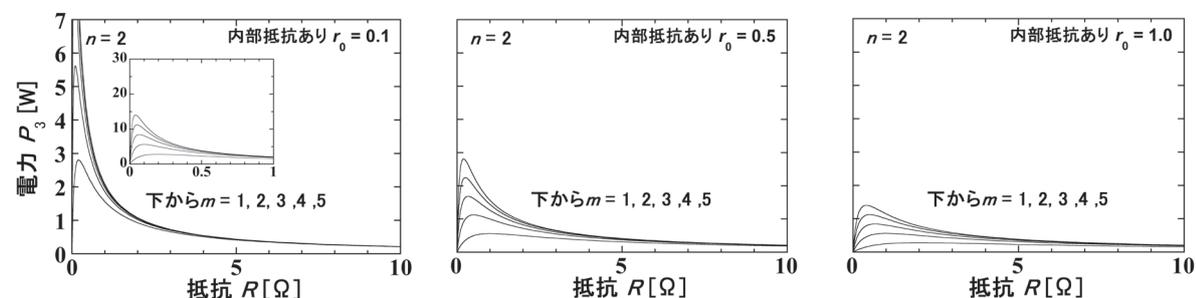


図12 乾電池の数 m が変わった場合の負荷抵抗の消費電力 P_3 と抵抗値 R との関係 (豆電球の数 $n=2$)。 (左) 内部抵抗 $r_0=0.1$ (中) $r_0=0.5$ (右) $r_0=1.0$ 。

3. 実験検証の可能性について (同じまたは同じでない実験の可能性の提案)

第1章においては実測による電池、豆電球、LEDそれぞれの特性を明らかにし、第2章においてはこれらからなる閉回路において、簡単な数式を活用した半定量的考察を行った。第1、2章に示した結果から『電池に2個並列につないだ豆電球 (またはLED) の明るさと1個のみにつないだ豆電球 (またはLED) の明るさを視覚的に同じにするための電力供給側 (直流安定化電源、アルカリ電池、マンガン電池、充電電池) と豆電球・LEDの組み合わせが明らかとなった。表5にその結果を示す。

電源供給側に注目すると、直流電源と充電電池が適しており、次にアルカリ電池の可能性が示された。一方、電球 (抵抗) としては豆電球と青色LEDに可能性があるという結果を得た。これらの組み合わせによる詳細な実測結果および評価は本論文に続く報告²⁾にて行いたい。なお、小中学校理科において必要な「明るさの変化が無い」という条件は限定された条件下でのみ成立すると予想されるが、一方で、高校物理で学習する変化が「ある」という状況を作り出すことは非常に簡単であった。例えば内部抵抗の値が大きい古い乾電池

(アルカリ、マンガン) を用いることにより、すぐに証明可能である。結論として、真実に基づいた演示実験を示すことは非常に容易であるが、真実に基づかない特別な状態を意図的に導き出すことは難しく、指導者側の事前検討及び具体的な器材準備の重要性を非常に感じる結果となった。

表5 電力供給側（直流安定化電源、アルカリ電池、マンガン電池、充電電池）と豆電球・LEDの組み合わせ（明るさが同じになる可能性への評価）。

電圧 E / 抵抗 R	豆電球	LED	備考
直流電源	◎適	◎適	演示実験向け。
アルカリ電池	△新しい乾電池の場合のみ可能性あり。	△新しい乾電池かつ青色LEDのみ可能性あり。ただし、新しい電池2個(直列)を用いる必要あり。	参加型実験向け。
マンガン電池	×不適	△同上	
充電電池	○新しい充電電池の場合のみ可能性あり。	○同上。ただし、電池2個(直列)でも起電力が足りない可能性あり。	

おわりに

理科において実験による検証は学習する上で大切なことである。「同じ」あるなら「同じ」になるように、「異なる」のであるならば「異なる」結果が得られるよう、指導者による入念な事前準備が必要である。さらに「ほとんど同じ」というのであれば、「ほとんど」の原因を理解し、きちんと児童・生徒にわかりやすく指導するだけの知識と能力を身に付ける必要がある。本論文における電池と豆電球（またはLED）に関する測定結果ならびに数式を用いた半定量的考察により、「明るさに変化が無い」という状況を意図的に作り出す可能性を示すことができた。これらの検証実験については引用論文2を参照頂きたい。

なお、本稿で述べた内容の一部は中国地区エネルギー環境教育実践助成（平成27, 28年度）により活動を行ったものである。ここに感謝申し上げます。

引用文献

- 1) 沖花彰, 谷口信一: 「中学校電気分野における電位概念の導入と学習教材の開発」, 日本物理教育学会誌, 57, 97-102, 2009.
- 2) 兼安真也, 重松宏武: 「小中学校理科・高等学校物理における「電池の内部抵抗」の取り扱いII - 並列に接続した豆電球の明るさはどうなるのか - 」, 山口大学教育学部研究論叢 66, 2016 投稿予定.
- 3) 平井竹次, 福田雄太郎, 天野保司: 「乾電池の内部抵抗の測定法とその意義」, National technical report, 8, 160-170, 1962.
- 4) パナソニック株式会社: 電池/充電器総合: <http://panasonic.jp/battery/>
- 5) 鹿児島県総合教育センター編: 「探究活動を充実させる授業展開の工夫 - 電池の起電力と内部抵抗の測定を通して - 」, 指導資料, 通巻第1709号 (理科第285号), 2011.
(<http://www.edu.pref.kagoshima.jp/research/result/siryu/hyoudai/rika/top.html>)
- 6) 内田由美子, 吉岡真志, 重松宏武: 「銅線の電気抵抗の温度変化 - 中学校理科における発展学習に向けた定量的考察 - 」 山口大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要 32, 17-26, 2011.
- 7) 河西真史, 村本宣彦, 芦田章, 後田敏: 「光で遊ぼう! LED電飾&蛍光灯」, CQ出版社, 2006.