

運動量の定理の示唆に基づく刃形堰の水理検討

羽田野 袈裟義¹・多田羅 謙治²

¹フェロー会員 山口大学教授 大学院理工学研究科 (〒 755-8611 宇部市常盤台 2-16-1)
E-mail: khadano@yamaguchi-u.ac.jp

²正会員 (株)建設技術研究所 大阪本社 水工部 (〒 541-0045 大阪市中央区道修町 1-6-7)
E-mail: tatara@ctie.co.jp

堰を有する河川の水面形計算では堰直上流の水位を境界条件として用いるが、洪水時の流れに対しては堰公式の精度が問題となる。本研究では、運動量の定理を通して堰を越える流れの流量と水位を関係づける無次元パラメータを求め、既往の実験データを用いてパラメータ間の関係式を求めてその適合性を調べた。まず、完全越流のデータを解析して越流水深/堰高比と限界水深/堰高比の間に普遍的とみなされる一義的な関係を見出した。そしてその結果を潜り越流における関係式の定式化に用いた。潜り越流では、下流水位を変化させた時の上流水位の変化としてまた別の一義的な関係を見出し、これを定式化した。既往の実験データを用いて検証した結果、本研究で提案された評価法は従来式に比べてより広い水理条件の範囲で適合性が良好であることを確認した。

Key Words : sharp crested weir, momentum theorem, universal relationships, weir height Froude number, submergence, upstream water level rise

1. 緒言

近年異常気象が常態化し、そして豪雨・洪水の激甚化が年々著しくなっている。加えて近年の公共事業費削減のため河川整備がなかなか進まない状況にある。また、河道による治水が以前に増して重視されるようになり、洪水時の水面形計算の高精度化への要請がますます強くなっている。また、日本には農業用水取水のための堰が設置された河川が数多く存在する。堰は河床上の突起物であって治水上のネックになるため、洪水時における堰周辺の水位を的確に把握することが特に重要である。堰がある区間の水面形計算では、堰公式を用いて流量と越流幅から堰直上流の水位を見積もり、この水位(水深)を境界条件としてその上流側の水面形を計算する。しかしながら、従来の堰公式を接近流速が大きい洪水時の水面形計算に適用した場合、特に潜り越流で公式の精度に問題があり痕跡水位を再現できず現場で苦慮している現状がある。

ここで堰水理の基本となる刃形堰の従来の公式を概観する。完全越流の公式では JIS B 8302 (1954)「ポンプ揚水量測定方法」に規格化されている修正レーボックス式^{1),2)}とフランシスの第二近似式が代表的なものとして挙げられる。それらは、流量を Q 、越流幅を B 、堰高を h_d 、越流水深(堰頂基準の堰上流水位)を h 、流量係数を C として次式²⁾で与えられる。

$$Q = 2 \cdot C \cdot (2g)^{1/2} B h^{3/2} / 3 \quad (1)$$

修正レーボックス式：

$$C = 0.605 + (1/1000h + 0.08h/h_d)(1 + \varepsilon) \quad (2)$$

ここで ε は補正係数で、 $h_d \leq 1$ m のとき $\varepsilon = 0$ 、 $h_d > 1$ m のとき $\varepsilon = 0.55(h_d - 1)$ である。この式の適用範囲は $B \geq 0.5$ m、 0.3 m $\leq h_d \leq 2.5$ m、 0.03 m $\leq h_d \leq 0.8$ m、 $h \leq h_d$ 、かつ $h \leq B/4$ とされている。レーボックス式は上式で $\varepsilon = 0$ としたものである。

フランシスの第二近似式：

$$C = 0.623[1 + 0.26 \{h/(h + h_d)\}^2] \quad (3)$$

潜り越流に関しては、JIS B 8302 に参考として採用されている板谷・竹中の式³⁾、フランシスの式、ウィスコンシン大学の式が代表的な公式として挙げられる。これらは、堰頂基準の堰上流水位を h_1 、堰下流水位を h_2 、流量係数を C_s として次のように与えられている。

$$Q = C_s (2g)^{1/2} B h_1 (h_1 - h_2)^{1/2} \quad (4)$$

板谷・竹中の式：

$$C_s = 0.317 + 0.19 / \{1.6 - (h_2/h_1)\} \quad (5)$$

この式の適用範囲は、 $B \geq 0.5$ m、 0.3 m $\leq h_d \leq 1.8$ m、 $0.15 \leq h_2/h_1 \leq 0.85$ 、 0.07 m $\leq h_1 \leq 0.65$ m とされている。

フランシスの式：

$$C_s = 0.415 + 0.158 h_2/h_1 \quad (6)$$

ウィスコンシン大学の式：

$$C_s = [0.536 \{1 - (h_2/h_1 + 0.002)\}^{0.25} - 0.1025] (h_1/h_2)^{1/2} \quad (7)$$

このように従来の堰公式は基本的に位置エネルギー(水位または水位差)から運動エネルギー(流速)への変換とみたてたものと考えられる。ただ、潜

り越流について流量が刃形堰では $(h_1 - h_2)^{1/2}h_1$ に、そして台形堰では $(h_1 - h_2)^{1/2}h_2$ に比例する形で流量係数を与えている。本間⁴⁾は潜り越流における複雑な流速分布の積分表現を分析しているが、潜り越流の流量公式の表現の上記の不統一はこの複雑な流速分布を反映しているとみられる。

堰の流量公式は流れが比較的単純な刃形堰の公式が最も充実しているが、それでもなお解決すべき課題が残っている。まず、完全越流の流量公式において堰高の効果が表現されているが、堰高の効果を合理的に表現した形が示されているとはいえず⁶⁾、また標準とみなされる修正レーボックス式の流量係数の表現式に次元の不統一がある。次に、潜り越流に関していえば、堰頂基準の上流水位を h_1 、下流水位を h_2 、上流水位が $h_1 = h$ となる完全越流の流量を Q_1 、潜り越流の流量を Q として示された $h_2/h_1 \sim Q/Q_1$ の関係図（水理公式集昭和46年度版, p.257, 図2.6）は堰公式によりかなり異なる。さらに、流量係数や流量を従来の定義の潜り度 h_2/h_1 により表現した場合、上記の関係図が $h_2/h_1 \div 1$ の部分で急な勾配を示し、この部分の適合度の判定が極めて難しい。刃形堰の場合、堰周辺の流れが単純で流体抵抗は形状抵抗がその殆どを占めると考えられることから、潜り越流を含めて流量と水位の関係は工夫次第では一定の関係にまとめられることが期待される。

別の観点として、堰を越える流れの流量と水位（または水位差）の関係は物理的には両者対等の相互依存関係といえるが、従来の堰公式では水位または水位差が独立変数で流量が従属変数として取扱われている。この場合、数式の上で従属変数であることと物理的に従属であることが別問題であると認識する必要がある。また、流量係数は堰を越える流れのエネルギー損失の別表現と考えられるが、前述のように、従来のエネルギーの考察に基づく堰水理の検討ではこれ以上の進展は望めないように思われる。一方、開水路の跳水現象や噴流の壁への衝突の問題で明らかのように、運動量の定理は急変流の水理諸量間の関係を与える点でエネルギー的考察に対して優位性をもつ。また、堰を越流する流れの流量評価のための実験データは、運動量の定理をそのまま適用できる条件でとられている。すなわち、水位測定は堰近傍に生じる水面勾配が消失するまで堰から隔離し、しかも底面摩擦の影響が無視しうる程度に堰に近い位置で行われている。

本論文では、上記の事情を考慮し、最も基本的な刃形堰を対象として運動量の定理を通して完全越流と潜り越流の水理を検討する。まず、一般的な越流状態に運動量の定理を適用して水理諸量間の関係を表現する無次元パラメータを抽出し、次いで既往の実験データを用いてこれら無次元パラメータ間の普遍的な関係を

求める。そしてその関係式を他の出典を含む既往の実験データに適用してその妥当性を検討する。なお、本論文は既に公表した論文をとりまとめると共に、堰高と水深の効果を無次元パラメータにより特定している。また、従来の公式に比べて適合性が改善される水理条件の範囲を無次元パラメータの値で示し、洪水時に現れる条件がこの範囲にあることを示した。なお、本論文に示す図表は既に文献⁷⁾に公表しているが、論文の完結性を確保するため再掲する。

2. 運動量の定理によるパラメータの抽出⁷⁾⁻⁹⁾

一般的な場合として図-1の設定を考える。水の密度を ρ 、重力加速度を g 、単位幅流量を q 、堰高を h_d 、堰頂基準の上流水位を h_1 、下流水位を h_2 、堰の単位幅に作用する流体力を F_D とすると、運動量の式は次のように与えられる。

$$\rho q^2 \left[\frac{1}{h_d + h_2} - \frac{1}{h_d + h_1} \right] = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h_1)^2 - \frac{1}{2} \rho g (h_d + h_2)^2 - F_D \quad (8)$$

流体力係数 K_D を導入して $F_D = K_D \cdot 1/2 \cdot \rho g h_d^2$ と置くと、 K_D は次式のように表わされる。

$$K_D = \left(1 + \frac{h_1}{h_d} \right)^2 - \left(1 + \frac{h_2}{h_d} \right)^2 + 2 \left(\frac{h_c}{h_d} \right)^3 \left[\frac{1}{1 + \frac{h_1}{h_d}} - \frac{1}{1 + \frac{h_2}{h_d}} \right] \quad (9)$$

ここで、 $h_c = (q^2/g)^{1/3}$ は限界水深である。 h_2 が負であることは式(8)の成立に支障をきたさないため、この取扱いが完全越流にも適用されることに留意されたい。

式(9)より、一般的な越流状態の刃形堰では、無次元パラメータ h_1/h_d 、 h_2/h_d 、および h_c/h_d の間に一定の関係が存在することが示唆される。 $h_2 < 0$ を完全越流とすると、この場合 h_2 は関与しないから上記の無次元パラメータ間の関係は h_1/h_d と h_c/h_d の間の関係に退化する。この場合、 h_1 は越流水深 h となる。したがって次式で表わされる。

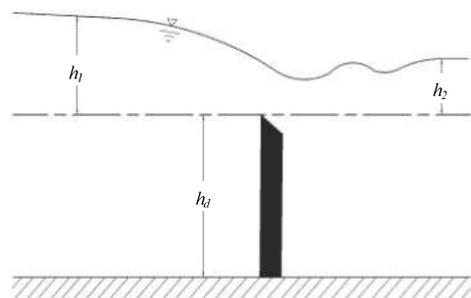


図-1 刃形堰を越える流れの模式図

$$\frac{h}{h_d} = f_1\left(\frac{h_c}{h_d}\right) \quad (10)$$

ここで、 $f_1(h_c/h_d)$ は h_c/h_d の関数である。限界水深／堰高比を示す h_c/h_d という物理量は一種のフルード数であり、本論文ではこれを堰高フルード数と呼ぶことにする。なお、式(10)は h/h_d を含むが、実験で完全越流の流れをつくる場合、物理量の値を制御しようという点からみると、規定要因は堰高 h_d と流量を表わす h_c で、越流水深 h は従属量（結果）とみなされる。

次に、 $h_2 > 0$ を潜り越流としてこれについて述べる。潜り越流で興味をもたれることは、ある堰で流量を固定して下流水位を種々変化させたときに上流水位 h_1 が完全越流時の値（越流水深） h に比べてどの程度上昇するかである。このことを念頭におき、 h を用いた h_1 の表現式を求めるように式(9)中の無次元パラメータのメンバーを組み替える。上記3つの無次元パラメータのうち h_1/h_d と h_2/h_d は次のように表現される。

$$\frac{h_1}{h_d} = \frac{h_1}{h} \frac{h}{h_d} = \frac{h_1}{h} f_1\left(\frac{h_c}{h_d}\right) \quad (11)$$

および

$$\frac{h_2}{h_d} = \frac{h_2}{h_c} \frac{h_c}{h_d} \quad (12)$$

また従来の定義の潜り度 h_2/h_1 は次式で表わされる。

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{h_2}{h_c} \frac{h_c}{h_d} \frac{h_d}{h} \frac{h}{h_1} = \frac{h_2}{h_c} \frac{h}{h_1} f_2\left(\frac{h_c}{h_d}\right) \quad (13)$$

ここで、 $f_2(h_c/h_d)$ は $f_1(h_c/h_d)$ とは別の h_c/h_d の関数である。

式(10)、(11)、(12)および(13)から明らかなように、堰高の効果は堰高フルード数 h_c/h_d として一元化される。また、式(9)中の3つの無次元パラメータの間の関係は、 h_1/h 、 h_2/h_c 、 h_c/h_d または h_1/h 、 h_2/h_1 、 h_c/h_d の間の関係に変換される。このように刃形堰上の完全越流と潜り越流の水位の関係を表現する無次元パラメータが出揃った。以下、実験データを用いて刃形堰上の完全越流と潜り越流の双方における水位と流量の関係について無次元パラメータを検討した結果を示す。

3. 完全越流の検討⁷⁾

完全越流の検討は Schoder & Turner¹⁰⁾の論文に示された表-1に示す実験データを用いて行なう。表中の“No.”は Schoder & Turnerの論文のTable番号に対応し、No.12～24は Schoder & Turner, No.25～27は Dawson, No.28は Martin, No.29～41は Meyer & See, そしてNo.42は Jonesの実験である。越流水深 h の測定位置は Schoder & Turnerの実験で堰上流 3.5 m（越流水深の最大値の約4倍）である。

完全越流に関する式(10)の検証は、この表の中で Schoder & Turnerにより行なわれた実験(No.12～24)のデータを用いて行なった。その結果、越流水深が8 mm

表-1 完全越流実験条件

No	h_d (m)	B (m)	h (m)	q (m ² /s)
12	2.286	1.286	0.009～0.838	0.0016～1.5244
13	0.152	1.286	0.009～0.610	0.0017～1.3508
14	0.305	1.286	0.009～0.720	0.0017～1.5056
15	0.457	1.286	0.005～0.735	0.0007～1.4070
16	0.610	1.286	0.007～0.754	0.0011～1.3991
17	0.914	1.286	0.007～0.814	0.0011～1.5066
18	1.219	1.286	0.005～0.823	0.0005～1.4992
19	1.676	1.286	0.004～0.809	0.0003～1.4468
20	2.286	1.286	0.006～0.684	0.0008～1.1108
21	2.286	1.286	0.004～0.770	0.0004～1.3174
22	0.229	1.286	0.004～0.710	0.0001～1.4961
23	1.676	1.286	0.016～0.826	0.0037～1.5176
24	0.762	1.286	0.307～0.622	0.3128～0.9955
25	1.679	1.286	0.029～0.776	0.0098～1.3644
26	1.673	1.286	0.034～0.808	0.0118～1.4406
27	1.673	1.286	0.035～0.635	0.0126～0.9699
28	0.366	0.616	0.029～0.324	0.0094～0.3684
29	0.762	0.616	0.015～1.680	0.0039～0.5131
30	0.697	0.616	0.013～0.404	0.0033～0.5088
31	0.630	0.616	0.016～0.405	0.0046～0.5084
32	0.531	0.616	0.015～0.370	0.0041～0.5080
33	0.429	0.616	0.015～0.398	0.0039～0.5135
34	0.297	0.616	0.012～0.392	0.0031～0.5152
35	0.230	0.616	0.015～0.381	0.0039～0.5143
37	0.060	0.616	0.013～0.359	0.0033～0.4997
38	0.124	0.616	0.016～0.384	0.0042～0.5125
39	0.220	0.616	0.014～0.394	0.0036～0.5140
40	0.306	0.616	0.014～0.401	0.0033～0.5155
41	0.429	0.616	0.016～0.398	0.0041～0.5094
42	0.551	0.616	0.005～0.414	0.0008～0.5173

を下回るとデータに散乱がみられた。これはレイノルズ数の影響と思われる。これは堰頂でのすべりなし条件の影響で堰頂のごく近傍の流速が遅くなる形で表れていると理解される。

そこで、No.12～24の実験の越流水深8 mm以上の全データについて整理した。その結果が図-2に示されている。同図より、完全越流で越流水深が8 mm以上の場合には、式(10)中の2つの無次元量 h/h_d と h_c/h_d の間の関係が広範囲にわたりほぼ一義的であることがわかる。このことから図-2の関係は刃形堰上の完全越流の普遍的な関係を示すと考えてよい。

中川ら⁶⁾は同じデータを用いて流量係数～越流水深／堰高比の関係図を修正レーボックス式と共に示した（原論文の fig.1）。それによると、越流水深／堰高比がある程度大きい範囲ではデータは堰高ごとに系統的に修正レーボックス式から逸れて分布し、また越流水深／堰高比が0に近づくとも流量係数が急に増加して修正レーボックス式との差が加速度的に増大する傾向を示し、流量係

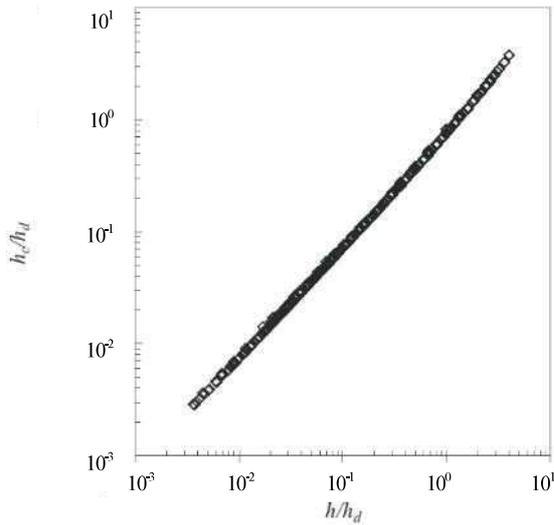


図-2 h_c/h_d と h/h_d の関係 (完全越流)

数～越流水深／堰高比ではデータがまとまらない。このことは流量係数では流量と越流水深の間の普遍的な関係を表現することが不可能であることを意味している。図-2 は一見流量係数～越流水深／堰高比でまとまりそうであるが実際はそうならないことに特に注意が必要である。

ここで、図-2 の関係の定式化を試みる。この定式化は、水位と流量の両方について計算が即座にできるよう h/h_d と h_c/h_d のうちの一方を与えて他方を求める、という両者対等の相互依存関係として示す。これを独立変数の変域を区切って両対数紙上で最小自乗近似の2次曲線として与えた。また越流水深が8mm以下の範囲に対してレイノルズ数の効果を示す係数 R_q と R_h を導入した。その結果 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ を用いて次の形が得られた。

(1) 越流水深から流量を求める計算

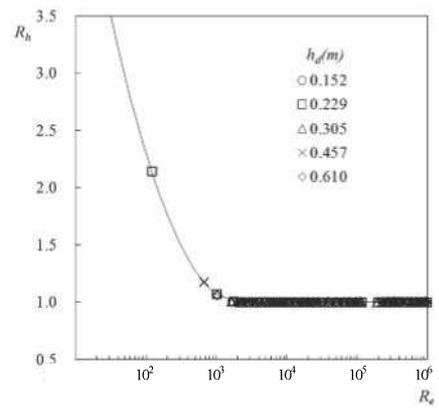
$X = \log_{10}(h/h_d)$ として、

$$\frac{h_c}{h_d} = R_q 10^Y; Y = aX^2 + bX + c \quad (14)$$

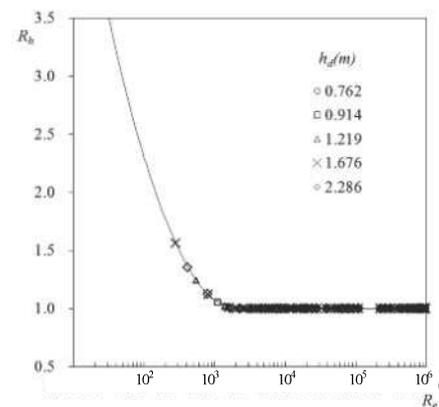
- (i) $0.004 \leq h/h_d \leq 0.1$ に対して
 $a = -0.0506, b = 0.715, c = 0.0002$
- (ii) $0.1 \leq h/h_d \leq 1.0$ に対して
 $a = 0.0722, b = 0.6844, c = 0.0026$
- (iii) $1.0 \leq h/h_d \leq 6.0$ に対して
 $a = 0.0645, b = 0.6537, c = 0.0462$

R_q は $R_q \leq 1$ の係数で、越流水深に基づくレイノルズ数 $R_{eh} = h(2gh)^{1/2}/\nu$ に依存し、次式により与えられる。

$$\begin{aligned} R_{eh} \geq 3000 \text{ に対して } R_q &= 1 \\ R_{eh} \leq 3000 \text{ に対して} \\ R_q &= -0.354 \left[\log_{10} \left(\frac{3000}{R_{eh}} \right) \right]^2 + 1 \end{aligned} \quad (15)$$



(a) $h_d=0.152\sim 0.610\text{m}$



(b) $h_d=0.762\sim 2.286\text{m}$

図-3 R_h と R_e の関係

(2) 流量から越流水深を求める計算

$Y = \log_{10}(h_c/h_d)$ として、

$$\frac{h}{h_d} = R_h 10^X; X = dY^2 + eY + f \quad (16)$$

- (i) $0.005 \leq h_c/h_d \leq 0.1$ に対して
 $d = 0.2887, e = 1.3911, f = -0.0002$
- (ii) $0.1 \leq h_c/h_d \leq 1.0$ に対して
 $d = -0.1366, e = 1.427, f = -0.0001$
- (iii) $1.0 \leq h_c/h_d \leq 4.0$ に対して
 $d = -0.0774, e = 1.3643, f = -0.0021$

ここで、 R_h は $R_h \geq 1$ の係数で、流量に基づくレイノルズ数 $R_{eq} = q/\nu$ に依存し、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_{eq} \geq 2000 \text{ に対して } R_h &= 1 \\ R_{eq} \leq 2000 \text{ に対して} \\ R_h &= 0.769 \left[\log_{10} \left(\frac{2000}{R_{eq}} \right) \right]^2 + 1 \end{aligned} \quad (17)$$

図-3 に Schoder & Turner の全実験から求めた R_h の値を示す。図より、式(17)は広い範囲の R_e に対して実験データを良好に表現することがわかる。図は示さないが、式(15)の R_q も同程度のまとまりを示す。

ここで、流量係数との関係についてコメントする。流量係数は図-2 のプロットを連ねた曲線の勾配に対応

し、その勾配 m は式 (14) から $m = 2a \log_{10}(h/h_d) + b$ で $b \doteq 1.0$ である。中川らが示した流量係数～越流水深／堰高比の関係図では流量係数の増加が1次式よりも鈍い。上の m の表現式は h/h_d に対する変化が1次式よりも鈍く、中川らの関係図の傾向と対応する。

(3) 越流水深の計算結果

上で得られた越流水深 h の評価式の適合性を検討した。これは、表-1のデータのうち、堰頂部を注意深く刃形に成形した種々の高さの堰を用いて系統的に行われた Schoder & Turner の No.12～24 の実験と Meyer and See の No.29～41 の実験データについて行った。比較のため、修正レーボック式による計算も行った。図-4に本提案式と修正レーボック式の適合性の検討結果を示す。図では Schoder & Turner の実験を (S-T)，Meyer and See の実験を (M-S) と示す。図の縦軸は越流水深の計算値/実験値であり、 R_{h11} および R_{h13} はそれぞれ本提案および修正レーボック式による上記の比である。

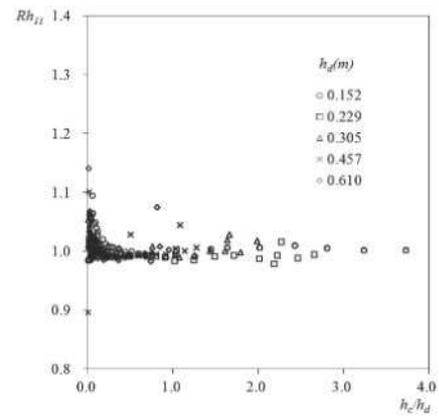
これら2つの評価式の結果を比べると、修正レーボック式の適用範囲である $h/h_d < 1$ にほぼ対応する堰高フルード数 $h_c/h_d < 1$ の範囲の大半の領域では両者の適合性は同程度であるが、堰高フルード数 $h_c/h_d > 1$ の範囲 (図-4 (d)) で修正レーボック式がより大きな誤差を与える。また、 h_c/h_d (実際は h_c したがって越流水深) が0に近づくと本提案式と修正レーボック式は越流水深を過大評価する場合が多い。図は割愛するが、フランシスの第二近似式の適合性は修正レーボック式より劣っていた。図-4の結果、図-2および図-3は修正レーボック式の流量係数～越流水深／堰高比の関係図 (中川ら⁶⁾ の fig.1) にみられたデータ分布の系統的な偏りと、流量係数の表現式 (2) 中の次元の不一致を解消しており、本提案式に優位性があるといえる。

4. 潜り越流の検討^{7),9)}

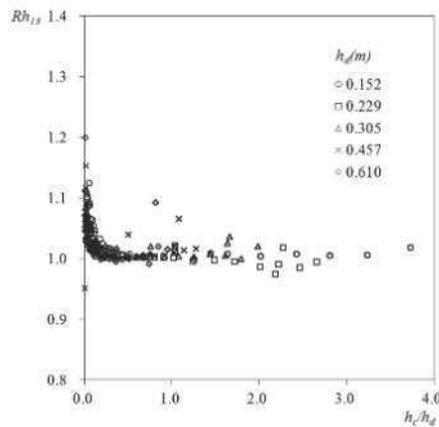
(1) 堰上流水位の表現式

第2章において、潜り越流状態の刃形堰の水理に関与する無次元パラメータの間の関係は、 h_1/h , h_2/h_c , h_c/h_d または h_1/h , h_2/h_1 , h_c/h_d の間の関係として表現されることを示した。ここで、既往の実験データを用いて、これら2通りの組合せにより整理した結果の比較を示す。データ解析には表-2の条件で行われた Cox¹¹⁾ の刃形堰実験の全データを用いた。その結果を図-5に示す。図において h は個々の堰の越流量と越流水深の関係の検定結果より求めている。

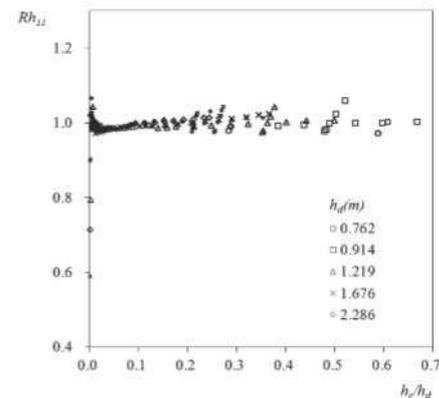
図-5より、潜り度の効果を表現する場合、 h_2/h_c を用いた (b) の方が h_2/h_1 を用いた (a) よりデータの散乱が小さくてしかもデータの散乱する範囲が狭く、 h_1/h の



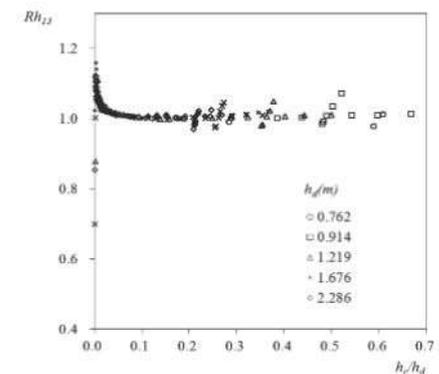
(a) 本提案式 (S-T : その1)



(a2) 修正レーボック式 (S-T : その1)



(b1) 本提案式 (S-T : その2)



(b2) 修正レーボック式 (S-T : その2)

図-4 完全越流の越流水深の計算結果

表-2 潜り越流実験の条件

No	h_d (m)	q (m ² /s)	h_c/h_d
18	0.347	0.049~0.348	0.184~0.665
19	0.610	0.112~0.451	0.041~0.450
20	0.991	0.026~0.208	0.042~0.165
21	1.087	0.027~0.654	0.023~0.172

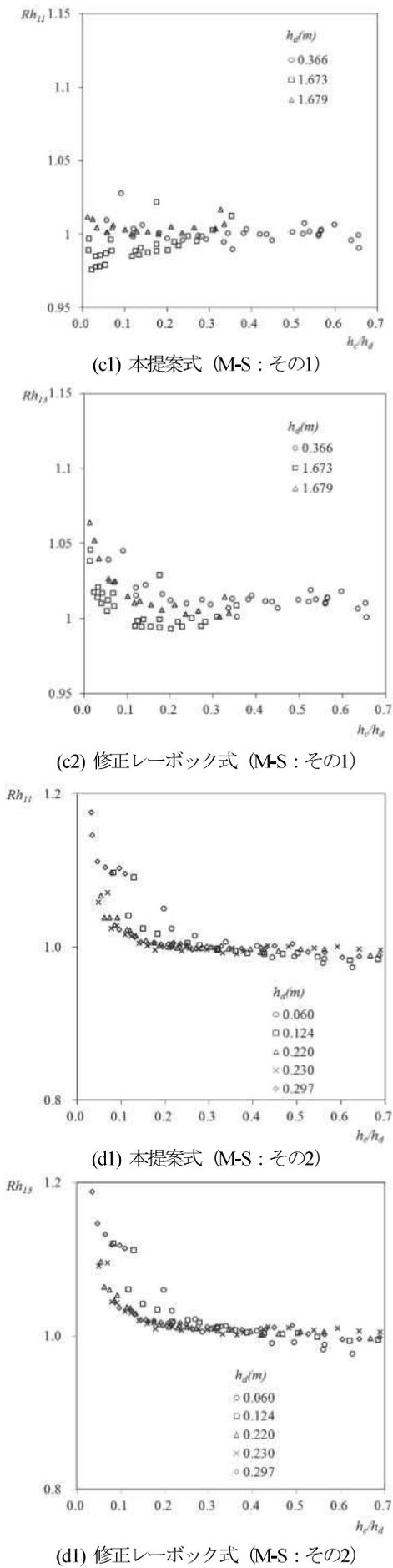


図-4 完全越流の越流水深の計算結果

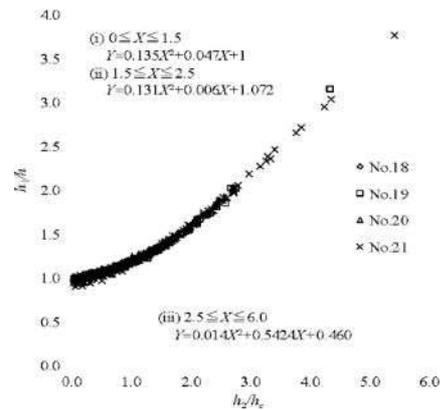
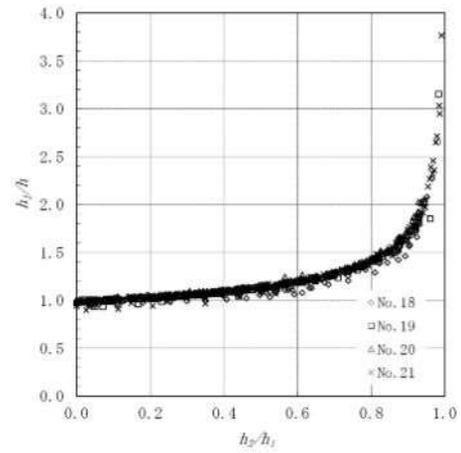


図-5 h_1/h と潜り度の関係

定式化により適切であることがわかる。図 (a) のデータの散乱が図 (b) のものより大きいのは、これは特定の堰で流量を固定して h_2 を種々変化させる場合、因果関係として h_1 が結果 (従属量) になるが、これを横軸の中に用いたためと考えられる。このような事情から図-5 (b) は刃形堰上の潜り越流の普遍的な関係を示すと考えてよい。この図は前掲の水理公式集昭和 46 年度版 p.257, 図 2.6 にとって替わるものである。

つぎに図-5 (b) の関係を最小自乗法により定式化した。定式化は、図のプロット群を 2 次曲線で接続させることにより行った。その結果、(i) $0 \leq h_2/h_c \leq 1.5$, (ii) $1.5 \leq h_2/h_c \leq 2.5$, および (iii) $2.5 \leq h_2/h_c \leq 5.5$ の 3 つの領域に対して次の関係式 (18) を得た。

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \frac{h_1}{h} = 0.135 \left(\frac{h_2}{h_c} \right)^2 + 0.047 \left(\frac{h_2}{h_c} \right) + 1 \\
 \text{(ii)} \quad & \frac{h_1}{h} = 0.131 \left(\frac{h_2}{h_c} \right)^2 + 0.006 \left(\frac{h_2}{h_c} \right) + 1.072 \quad (18) \\
 \text{(iii)} \quad & \frac{h_1}{h} = 0.014 \left(\frac{h_2}{h_c} \right)^2 + 0.542 \left(\frac{h_2}{h_c} \right) + 0.460
 \end{aligned}$$

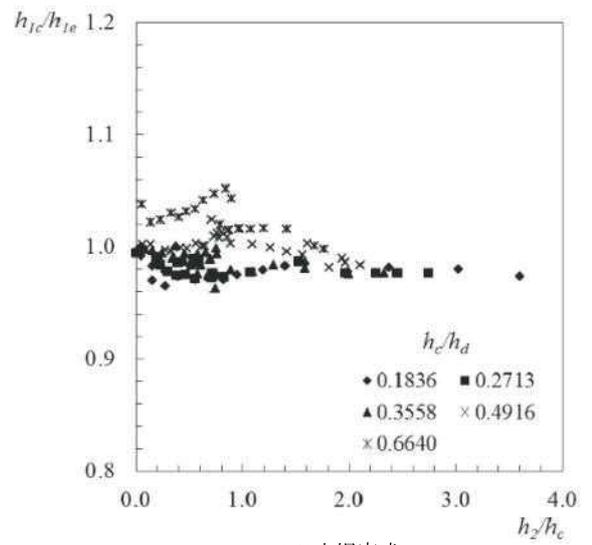
これが、刃形堰の潜り越流における堰上流水位の完全越流時水位からの上昇を表現する式である。

これと第2章で求めた式(16)および(17)を組み合わせると、堰高、流量、および下流水位が与えられた場合に上流水位が算定される。なお、式(18)では $h_2 = 0$ のとき h_1 が完全越流の越流水深に等しいとしているが、実際には図-5に示されているように、 $h_2 = 0$ では h_1 は下流水面の影響を受けて完全越流のときの越流水深より少し大きくなる。しかし図(b)において h_2 が正から負へと転じる部分で h_1/h が速やかに1に近づく傾向を示している。この相対誤差は最大で4%程度と小さく、図(b)より h_2/h_c がある程度大きくなるとこの影響は小さくなると見られる。

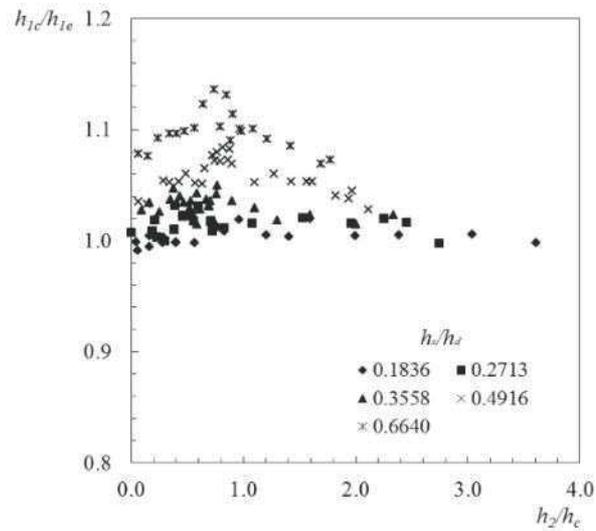
(2) 適合性の検討

上で得られた上流水位の評価式の適合性を検討するため、潜り度を系統的に変化して行われたCoxの実験データ、およびその論文に掲載されているFrancisおよびFteley & Stearnsの実験データを用いて h_1 の計算を行った。比較のため、既往の板谷・竹中の式、フランシスの式、およびウィスコンシン大学の式³⁾による計算を行った。図-6～図-11は式(16)、(17)および(18)による堰上流水位の計算値 h_{1c} と実験値 h_{1e} の比を潜り度 h_2/h_c に対してプロットしたものである。なお、ウィスコンシン大学の式の結果は板谷・竹中の式の結果と類似なため図を省略した。また、1950年頃に行われた板谷・竹中の実験では堰下流の水表面に整流板を設けて水面の波立ちを抑制しているが、図-6～図-11にデータを示す実験ではこのような措置を講じておらず、Coxの実験では堰上流1.8mで上流水位を測定し、堰下流 $2.54h_d$ の位置で下流水位を測定している。

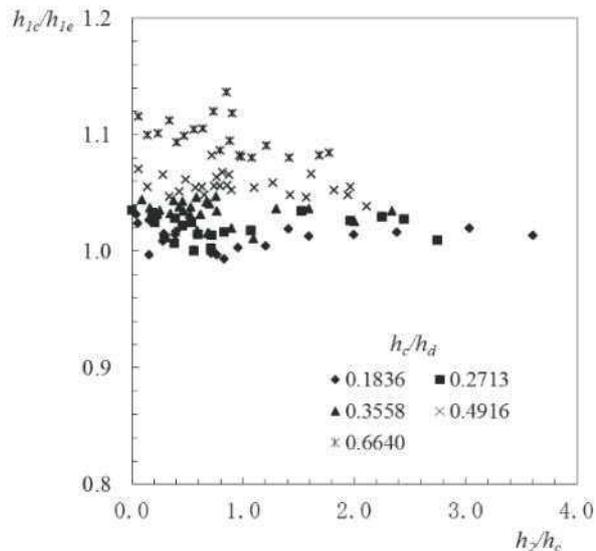
図によると、堰高フルード数 h_c/h_d がある程度大きい範囲では本研究の結果は従来式の結果に比べて誤差が小さく適合性が明らかに改善されている。特に潜り度 h_2/h_c が2以下の領域で改善が顕著であることがうかがえる。例えば、計画高水流量を想定し、幅100m、流量 $Q = 2000 \text{ m}^3/\text{sec}$ と考えると、堰高 $h_d = 2 \text{ m}$ の場合、 $h_c/h_d = 1.72$ である。また、マンニングの粗度係数 $n = 0.03$ のとき、河床勾配 $I = 1/300$ と $1/500$ における h_2/h_c はそれぞれ0.607および0.799、そして堰頂基準の上流水位 h_1 はそれぞれ4.55mおよび8.17mとなる。これらの h_c/h_d と h_2/h_c の値は上で分析したように



(a1)本提案式



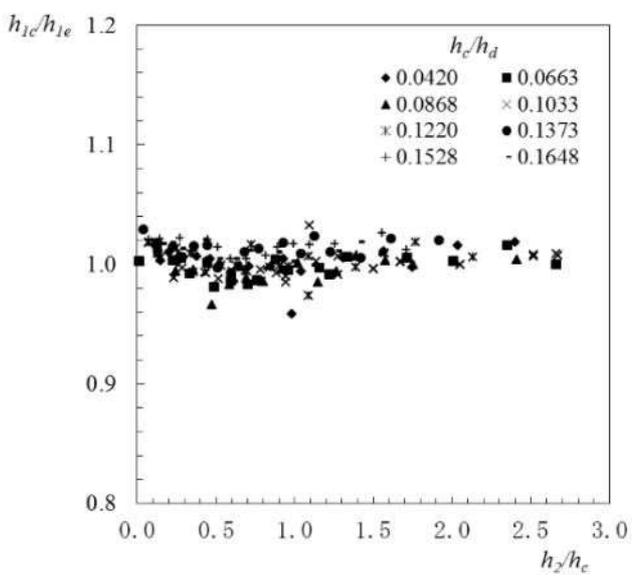
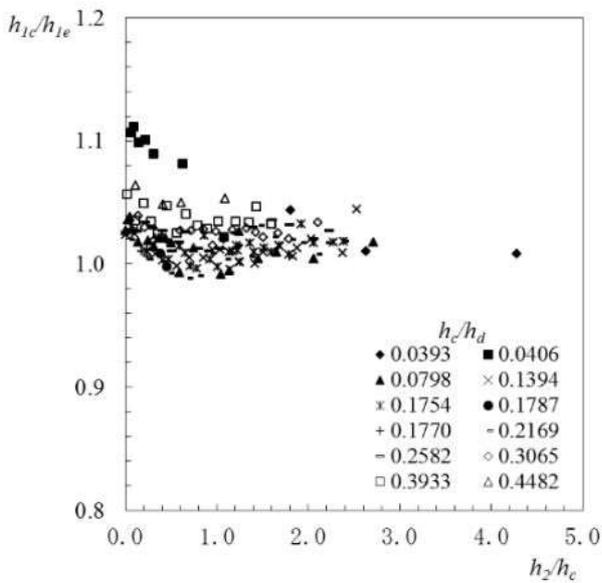
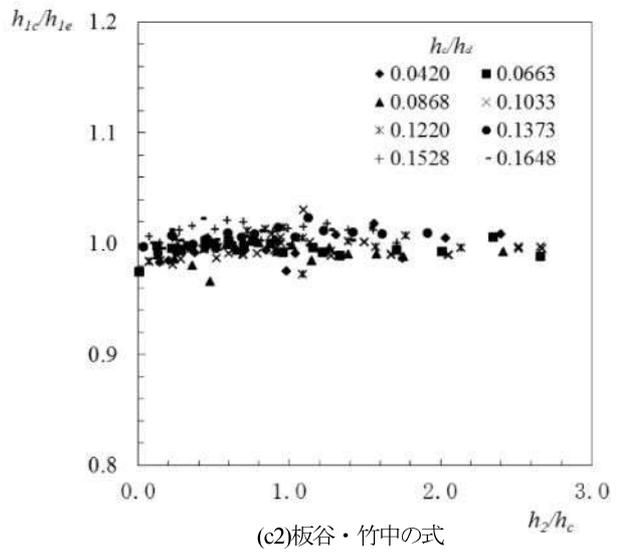
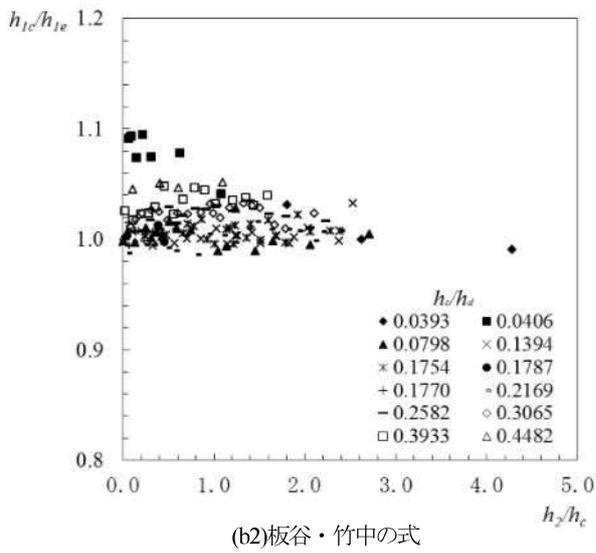
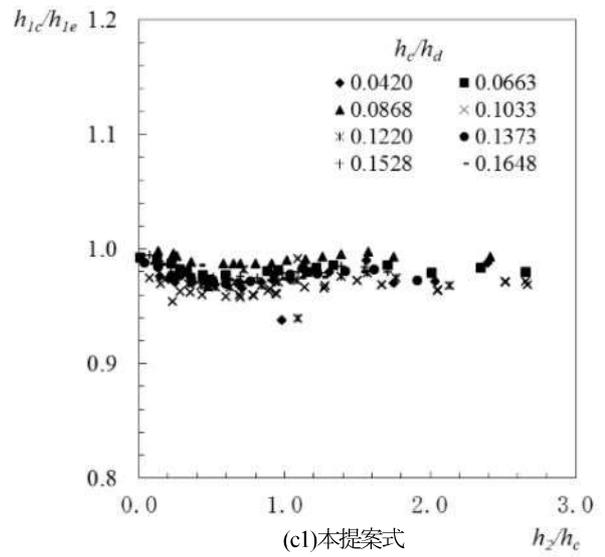
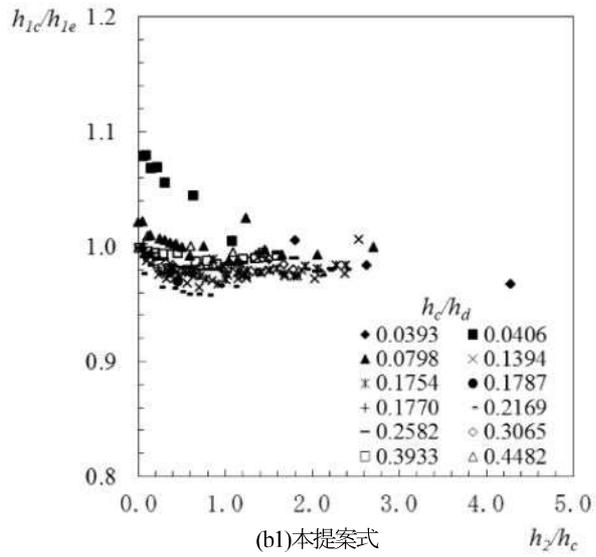
(a2)板谷・竹中の式



(a3)フランシスの式

(a) Coxの実験 No. 18, $h_d=0.347\text{m}$

図-6 潜り越流の上流水位の計算結果

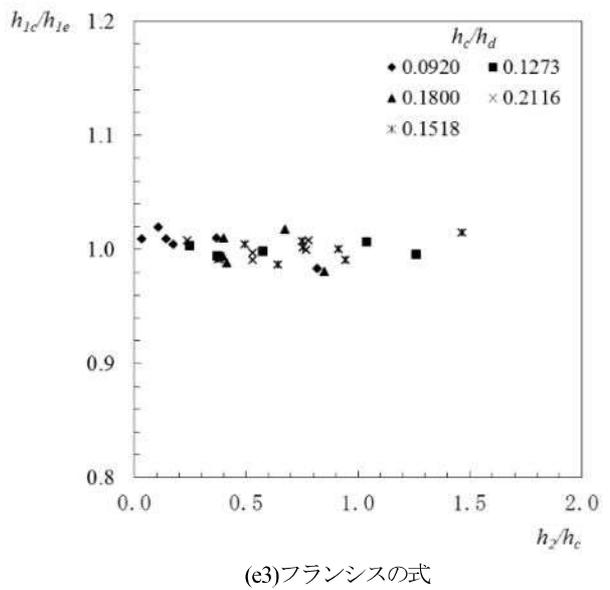
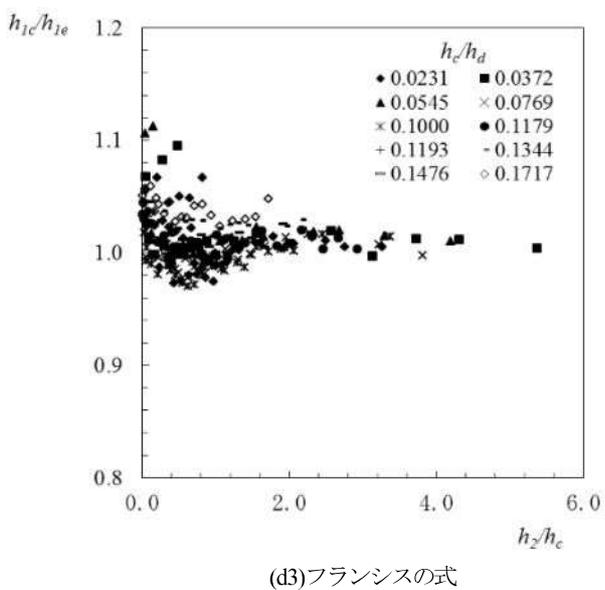
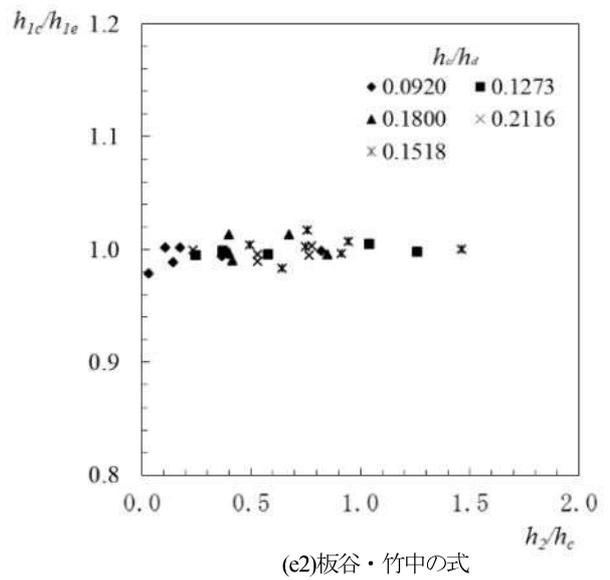
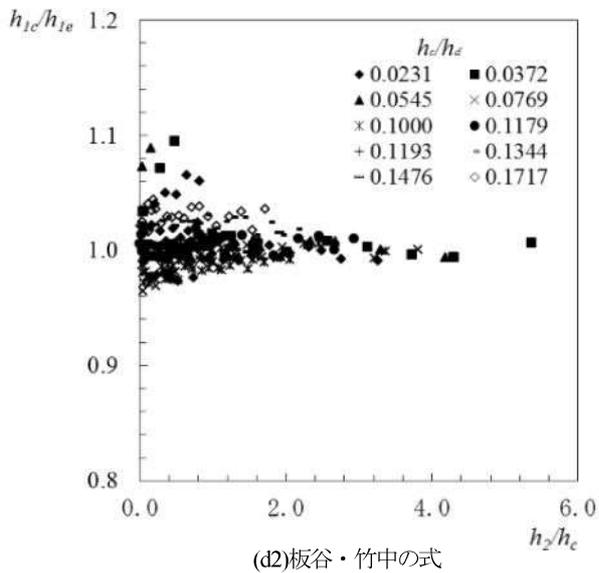
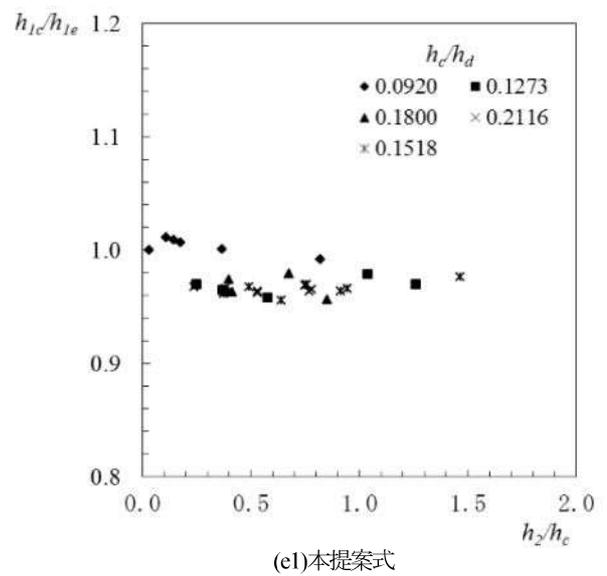
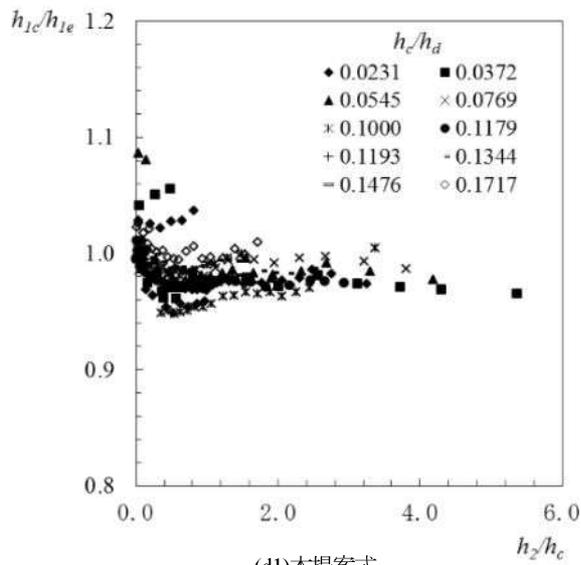


(b) Coxの実験 No. 19, $h_d=0.610\text{m}$

(c) Coxの実験 No. 20, $h_d=0.991\text{m}$

図-7 潜り越流の上流水位の計算結果

図-8 潜り越流の上流水位の計算結果

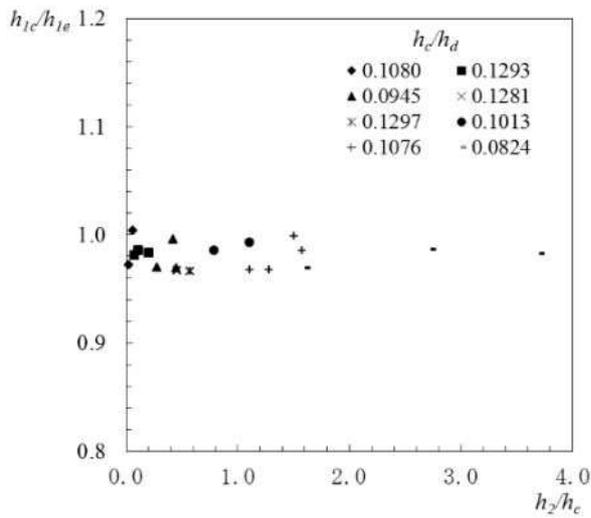


(d) Coxの実験 No. 21, $h_d=1.807\text{m}$

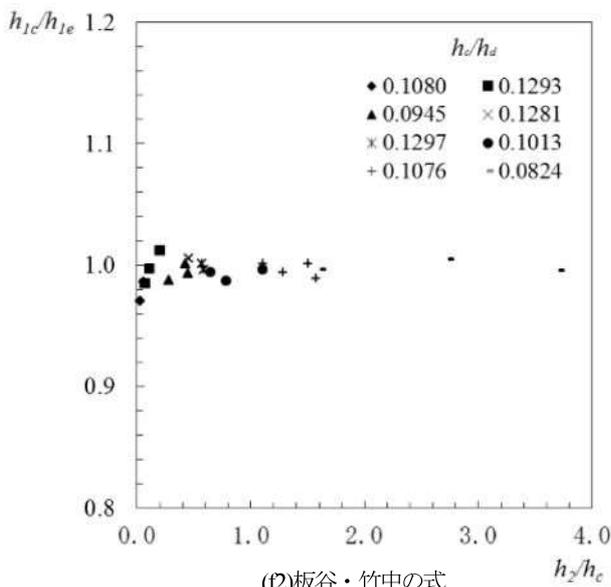
(e) Francisの実験, $h_d=1.981\text{m}$

図-9 潜り越流の上流水位の計算結果

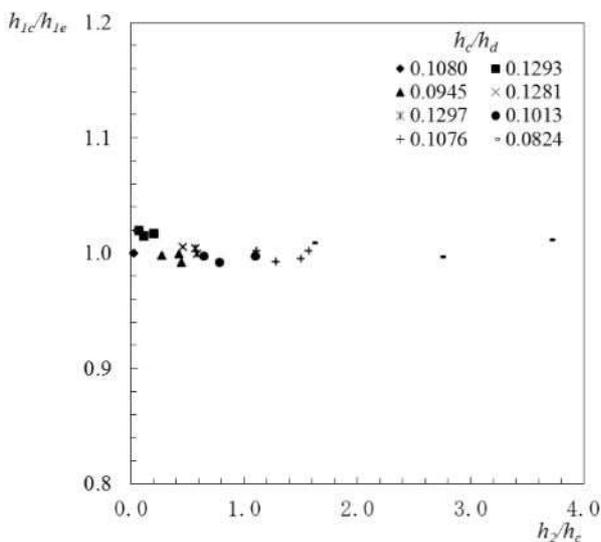
図-10 潜り越流の上流水位の計算結果



(f1)本提案式



(f2)板谷・竹中の式



(f3)フランシスの式

(f) Fteley・Stearnsの実験, $h_d=0.966\text{m}$

図-11 潜り越流の上流水位の計算結果

本提案で適合性が改善された条件の範囲内にある。したがって、洪水時の堰直上流の水位見積もりやその上流の水面形計算に利用する資料としてはかなり改善されたと理解している。

従来式の式形では流量の表現式の中に流速評価と直接結びつく因子 $(2g(h_1 - h_2))^{1/2}$ や $(2gh)^{1/2}$ が含まれるため、その精度を上げようとするれば堰周辺の流速分布が水理条件により複雑に変化することを流量係数に反映させることが必要であるが、運動量の定理に基づく本研究の方法ではそのことに立ち入る必要がないことを再度述べておく。

5. 結語

以上、刃形堰を超える流れに運動量の定理を適用し、そこで導入された流体力係数に現れる無次元パラメータに基づいて流量と水位の関係を求めた。特に水面形計算に利用することを想定し、それに適した形に表現する無次元パラメータの関係式として表現してその性質を考察した。本研究の主要な結果は、堰頂基準の水位を用いて、次のようである。

- (1) 刃形堰の水理は、同一流量に対する潜り越流と完全越流における上流水位の比 h_1/h , 潜り度 h_2/h_c , および堰高フルード数 h_c/h_d の間の関係として表現される。
- (2) 堰上流水位を求める場合、堰高の効果は堰高フルード数 h_c/h_d として一元化される。そして水流の効果は、完全越流では堰高フルード数 h_c/h_d として表わされ、潜り越流では潜り度 h_2/h_c として表わされる。
- (3) 完全越流について普遍的な図-2 の関係を見出し、越流水深と流量の関係を両者対等の相互依存関係として式 (14) と (16) を導いた。その結果は修正レーボックス式よりも広範囲の水理条件において良好な適合性を示した。
- (4) 潜り越流に関し、普遍的な図-5 (b) の関係を見出し、式 (18) として定式化した。これと完全越流の越流水深の表現 (16) と組み合わせることにより、潜り越流における堰上流水位を堰下流水位と流量から計算することができる。その結果は既往の代表的な公式に比べてより良好な適合性を示した。

本研究で得られた刃形堰を超える流れの水位と流量の関係は、物理的に合理的なパラメータを用いて構成された普遍的なものである。実際の河川には広頂堰や Ogee 堰が多く設置されているため、これらの堰の水理特性検討が現実問題としてより重要である。これらに対して本論文と同様の検討¹²⁾を進めており、その整理がつき次第報告する予定である。それらを確立した後

には、実河川の洪水時への適用、横越流堰への適用を試みる予定である。

また、本研究では堰水理をマクロにとらえ、流量と水位の関係だけを検討したが、これらの水理量の間関係と堰堤表面の圧力分布や堰堤上の水面形状など局所流的特性¹³⁾をセットで考えることも必要である。

謝辞： 本研究に際して、土木学会 水理委員会 基礎水理部会 研究分科会「種々の流れにおける流体力」のご支援を賜った。一連の研究において(株)建設技術研究所 狩野晋一氏には当初からご協力頂いた。また、データ整理にあたり、山口大学工学部 河元信幸技術員、卒論生として研究室に在籍された久保田直希、中務憲一、岩井達司の各氏の熱心なご協力を頂いた。記して謝意を表す次第である。

参考文献

- 1) 土木学会：水理公式集，pp. 254-266, 1971; pp. 283-296, 1985.
- 2) 山崎卓爾，栗須正登：全幅せきにおける整流障害の測定精度に及ぼす影響，日立評論，第39巻，第4号，pp. 9-15, 1949.
- 3) 板谷松樹，竹中利夫：薄刃もぐりぜきの流量係数，機械学会論文集，第19巻，第81号，pp. 41-43, 1953.

- 4) 本間仁：低溢流堰堤の流量係数(第二報)，土木学会誌，第26巻，第9号，pp. 849-866, 1940.
- 5) 本間仁：低溢流堰堤の流量係数(第一報)，土木学会誌，第26巻，第6号，pp. 635-645, 1940.
- 6) 中川博次，中川修：鋭縁ぜきの越流係数に及ぼすせき高影響，土木学会関西支部年次学術講演会講演集，pp. 79-80, 1966.
- 7) 羽田野袈裟義，狩野晋一，多田羅謙治：刃形堰上流水位の評価について，山口大学工学部研究報告，第49巻，第1号，pp. 39-48, 1998.
- 8) 羽田野袈裟義，狩野晋一：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察，土木学会第51回年次学術講演会概要集，pp. 348-349, 1996.
- 9) 羽田野袈裟義ら：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察(第2報)，(第3報)，土木学会第52回年次学術講演会講演集，pp. 230-231, 232-233, 1997.
- 10) Schoder, E. W. and Turner, K. B.: Precise weir measurements, *Trans. of ASCE*, Vol. 93, pp. 999-1190, 1929.
- 11) Cox, G. N.: The submerged weir as a measuring device, *Bulletin of the University of Wisconsin*, 1928.
- 12) 羽田野袈裟義，多田羅謙治：運動量の定理に基づく堰実験データの再整理，2010年度基礎水理シンポジウム，土木学会水工学委員会，<http://www.jsce.or.jp/committee/hydraulic/kisosuiri/h22/5.pdf>, 2010.
- 13) 例えば，Michael, W. S. and Walker, R. Y.: Studies of crests for overfall dams, Boulder Canon project final reports, Part VI—Hydraulic investigations, *Bulletin 3*, 1948.

(2012. 9. 10 受付)

STUDY ON THE HYDRAULICS OF SHARP CRESTED WEIR BASED ON THE SUGGESTION FROM MOMENTUM THEOREM

Kesayoshi HADANO and Kenji TATARA

In the calculation of the water level of the swollen river which has weir(s) water level just upstream of the weir(s) should be given as the boundary condition, where insufficiency of the weir formula is pointed out as the problem. In order to overcome this situation, dimensionless parameters relating the discharge and water levels were obtained through the use of momentum theorem, then the expressions of the relation between these parameters were derived by using the existing experimental data, and the applicability is verified using the experimental data. Firstly unique relationship which seemed to be universal relation was found between the ratio of water level upstream of the weir to the weir height and ratio of critical depth to weir height ratio for freer fall type flow. Secondly, another unique relationship was obtained for the submerged flow which gives upstream water level by water level downstream of the weir and the discharge. Examination of the result using the existing experimental data showed that the proposed method has the better rationality and applicability than the previous formulas.