消費税と賦課方式の公的年金政策

仲　間　瑞　樹

1．はじめに

消費税は資本ストックにいかなる経済効果を与えるか。公共経済学の文脈では，その経済効果の１つとして，タックス・タイミング効果をあげられる。Diamond（1965）の２期間世代重複モデルに基づくならば，消費税の支払は若年期だけではなく老年期にも発生する。タックス・タイミング効果とは，若年期の個人が老年期の消費税支払に備える意味で貯蓄を増やし，その結果として資本ストックが増加するといった効果を指す。どの程度，このような個人の行動が許容されるかは，極めて実証的な問題の１つでもある[1)]。

定性的な分析においては，消費税と労働所得税を財源とする賦課方式の公的年金政策の経済効果を分析したMiguel and Lopez（1996）がある。彼らの分析によれば，消費税財源による賦課方式の公的年金政策が資本ストックにプラスの経済効果を与える場合があるものの，その経済効果は一意に確定しないとされている。ただし彼らのモデルは，労働供給を内生化したDiamond（1965）による2期間世代重複モデルを利用しているため，定性的な分析結果が明確ではない。そのため消費税を財源とする賦課方式の公的年金政策の経済効果も把握しづらいのである。このような短所をできるだけ解消するためには，定性的な分析ではなく実証分析を行うか，あるいはモデルをできる限りシンプルにした上で定性的な分析を行うしかしない。すでに仲間（2008）では，労働供給を外生化したDiamond（1965）による2期間世代重複モデルを用い，消費税を財源とする賦課方式の公的年金政策の経済効果

1）タックス・タイミング効果の説明については，例えばIhori（1996）が詳しい。また上村（2009）でも所得税に対する消費税の優位性の1つとして，消費税が資本ストックを促進させる点をあげている。

を分析した。ただし仲間（2008）では特定化された効用関数，生産関数ではなく，一般型の効用関数，生産関数を利用していた。そこで本論文では仲間（2008）で展開された分析を，より具体的な形で表された効用関数，生産関数の下で分析する。その際，どのような条件の下で安定性，定常均衡が保証されるかについても明らかにしてゆく[2)]。

２．モデル

人口成長率がゼロである場合に限定し，その上でDiamond（1965）による２期間世代重複モデルを用いる。効用関数は下の対数線形型の効用関数（1）として表される。

$$u_t = \varepsilon_1\, log c_{1t} + \varepsilon_2\, log c_{2t+1} \tag{1}$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$$

個人は若年期と老年期の２期間生存する。若年期には労働所得 w_t を手にし，それを消費 c_{1t}，消費税支払 $\tau_c c_{1t}$，貯蓄 s_t に充当する。老年期には退職し，貯蓄の元利合計 $(1+r_{t+1})s_t$ を受け取り，消費 c_{2t+1} そして消費税支払 $\tau_c c_{2t+1}$ をし，賦課方式の公的年金給付を φ_{t+1} と表すならば $\varphi_{t+1} = \tau_c\ (c_{1t+1} + c_{2t+1})$ を手にする。以上から個人の予算制約式は，下の（2）と（3）として表される。

$$(1+\tau_c)\,c_{1t} = w_t - s_t \tag{2}$$

$$(1+\tau_c)\,c_{2t+1} = (1+r_{t+1})\,s_t + \varphi_{t+1} \tag{3}$$

生産は新古典派型生産関数に基づいて行われ，t期における集計化された生産を Y_t，資本ストックを K_t，労働を L_t とするならば，集計化された生産関数はコブ＝ダグラス型の生産関数（4）として表される。

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{4}$$

集計化された生産関数を労働１単位当たりで表示するならば，下の（5）と

２）一般型の効用関数や生産関数でモデルを解くこと，特定化された効用関数や生産関数でモデルを解くことの利点はそれぞれ考えられる。特定化された経済を考える場合，例えば定常均衡をよりはっきりした形で示した上で，比較静学による政策効果を分析できるという利点がある。しかしその場合，政策効果の一般性を犠牲にしている点には変わりがない。

して表される。

$$y_t = k_t^{\alpha} \tag{5}$$

ただし $y_t = \dfrac{Y_t}{L_t}$, $k_t = \dfrac{K_t}{L_t}$ である。企業の利潤最大化問題から $r_t = \alpha k_t^{\alpha-1}$，$w_t = (1-\alpha)k_t^{\alpha}$ を得る。$(t+1)$期の政府の予算制約式は，上でも述べたとおり，下の (6) として表される。

$$\varphi_{t+1} = \tau_c(c_{1t+1} + c_{2t+1}) \tag{6}$$

資本市場では t 期における貯蓄 s_t が来期の資本ストック k_{t+1}に結ぶつくため，資本市場の均衡式は下の (7) で表される。

$$s_t = k_{t+1} \tag{7}$$

財市場では t 期の労働所得 w_t，t 期の資本所得 $r_t k_t$，そして t 期の資本ストック k_t が，t 期 t 世代の消費 c_{1t}，t 期$(t-1)$世代の消費 c_{2t}，$(t+1)$期の資本ストック k_{t+1}に結びつく。そのため財市場の均衡式は下の (8) で表される。

$$c_{1t} + c_{2t} + k_{t+1} = w_t + r_t k_t + k_t \tag{8}$$

t 期のラグランジュ関数を L_t，そしてラグランジュ未定乗数を λ_t とおくならば，個人の効用最大化問題は

$$L_t = \varepsilon_1 log c_{1t} + \varepsilon_2 log c_{2t+1} - \lambda_t \left[(1+\tau_c)\, c_{1t} + \frac{1+\tau_c}{1+r_{t+1}} c_{2t+1} - w_t - \frac{\varphi_{t+1}}{1+r_{t+1}} \right]$$

として定式化される。この効用最大化問題から一階条件が得られ，それらを整理すると

$$c_{2t+1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}(1+r_{t+1})\, c_{1t}$$

となる。これを個人の生涯予算制約式に代入し，式を整理するならば，下の (9) を得る。

$$c_{1t} = \frac{\varepsilon_1}{1+\tau_c}\left(w_t + \frac{\varphi_{t+1}}{1+r_{t+1}} \right) \tag{9}$$

(7) と (9) を (2) に代入するならば，

$$k_{t+1}=\varepsilon_2 w_t-\frac{\varepsilon_1}{1+r_{t+1}}\varphi_{t+1} \tag{10}$$

を得る。なお（8）は

$$c_{1t+1}+c_{2t+1}+k_{t+2}=w_{t+1}+r_{t+1}k_{t+1}+k_{t+1} \tag{11}$$

と書き直すことができる。(11）を（10）に代入し，企業の利潤最大化条件を用いるならば，

$$\varepsilon_1\tau_c k_{t+2}-(1+\varepsilon_1\tau_c)k_{t+1}-(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_{t+1}^{\alpha}+\varepsilon_2(1-\alpha)(1+\alpha k_{t+1}^{\alpha-1})k_t^{\alpha}=0 \tag{12}$$

を得る。この（12）が資本ストックで表された動学式であり，t 期，$(t+1)$期，$(t+2)$期の3期間の資本ストックで表された動学式となる。

３．安定性分析

（12）を利用して動学式の安定性を分析する。すでに述べたとおり（12）は，t 期，$(t+1)$期，$(t+2)$期の3期間の資本ストックで表される2階の動学式である。そのため Diamond（1965）で行われている t 期，$(t+1)$期の資本ストックに関する動学式について，その安定性分析を行うことができない[3]。そこで2階の動学式を1階の動学式に変換するため，下の（13）で表される人工変数を導入する。

$$k_{t+1}=\rho_t \tag{13}$$

上の（13）を（12）に適用するならば，(12）は（14）のとおり書き直される。

$$\varepsilon_1\tau_c\rho_{t+1}-(1+\varepsilon_1\tau_c)\rho_t-(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)\rho_t^{\alpha}+\varepsilon_2(1-\alpha)(1+\alpha\rho_t^{\alpha-1})k_t^{\alpha}=0 \tag{14}$$

以下では（13）と（14）の２つから構成される動学体系に基づき，動学体系の安定性を分析する。定常状態の資本ストックを，$k_t=k_{t+1}=k_{t+2}$をみたす資本ストック k^* と表すことにする。さらに（14）を満たす資本ストックで表された定常均衡を k_*として表すことにする。(13）と（14）を全微分し，その結果を定常均衡で評価するならば，

3）本論文のように，消費税を財源とする賦課方式の公的年金政策を想定する場合，あるいは Barro（1974）のような利他的遺産動機を想定する場合，動学式が2階の定差方程式となる。そのため第3節で展開する手法で安定性を分析する必要が生じる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1\tau_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\rho_{t+1} \\ dk_{t+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\rho_t \\ dk_t \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$A_1=1+\varepsilon_1\tau_c+\alpha(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha-1}+\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)^2(k_*^{\alpha-1})^2$$

$$A_2=-\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)(1+\alpha k_*^{\alpha-1})k_*^{\alpha-1}$$

を得る。ここで

$$\mathrm{B}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1\tau_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

とおくことによって上の（15）は下のように書き直される。

$$\begin{bmatrix} d\rho_{t+1} \\ dk_{t+1} \end{bmatrix}=B\begin{bmatrix} d\rho_t \\ dk_t \end{bmatrix}$$

上の行列Bの値を計算し，固有値をλ，Iを2行×2列の単位行列とするならば，固有値λは固有方程式$det|\lambda B-I|=0$の根である。その固有方程式を$\varphi(\lambda)$と表すならば，

$$\varphi(\lambda)=\lambda^2-\frac{A_3}{\varepsilon_1\tau_c}\lambda+\frac{A_4}{\varepsilon_1\tau_c}$$

$$A_3=1+\varepsilon_1\tau_c+\alpha(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha-1}+\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)^2(k_*^{\alpha-1})^2$$

$$A_4=\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)(1+\alpha k_*^{\alpha-1})k_*^{\alpha-1}$$

となる。明らかに$\varphi(-1)>0$であることが分かる。一方，

$$\varphi(1)=-\frac{A_5}{\varepsilon_1\tau_c}$$

$$A_5=1+\alpha(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha-1}+2\varepsilon_2\alpha(1-\alpha)\left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)k_*^{\alpha}-\frac{1}{2}\right]k_*^{\alpha-1}$$

である。もし

$$k_*^{\alpha-1}\geq\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-\alpha} \tag{16}$$

をみたすならば，$A_5\geq 0$であり，$\varphi(1)<0$である。

最後に固有方程式に判別式Dを適用するならば，

$$D=\frac{A_5}{\varepsilon_1\tau_c^{\ 2}}$$

$$A_5=1+2\varepsilon_1\tau_c+2\alpha(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha-1}+2\alpha\varepsilon_2(1-\alpha)^2(k_*^{\alpha-1})^2$$
$$+(\varepsilon_1\tau_c)^2+2\alpha\varepsilon_1\tau_c(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha-1}+\alpha^2(\alpha+\varepsilon_1\tau_c)^2(k_*^{\alpha-1})^2$$
$$+\alpha^2\varepsilon_2^{\ 2}(1-\alpha)^4(k_*^{\alpha-1})^4+2\alpha^3\varepsilon_2(1-\alpha)^2(k_*^{\alpha-1})^3$$
$$+2\alpha\varepsilon_1\varepsilon_2\tau_c(1-\alpha)^2(1+\alpha k_*^{\alpha-1})\left(k_*^{\alpha-1}-\frac{2}{1-\alpha}\right)$$

を得る。判別式DのA_5の最終項において

$$k_*^{\alpha-1}\geq\frac{2}{1-\alpha}\tag{17}$$

が成立するならば，判別式Dの符号は正である。(16) と (17) の大小関係については$\frac{1}{3}\geq\alpha$ならば，

$$k_*^{\alpha-1}\geq\frac{2}{1-\alpha}\geq\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-\alpha}$$

となる。そこで$\frac{1}{3}\geq\alpha$を仮定する[4)]。

以上から固有方程式は異なる正の2つの実数解をもつ。そのうち1つの解は1より小さく，もう1つの解は1より大きい。そして定常均衡は鞍点均衡である。

命題 1

個人の効用関数が (1) で表される対数線形型効用関数，生産関数が (4) で表されるコブ＝ダグラス型生産関数である。政府は消費税を財源とする賦課方式の公的年金政策を行っている。ただし資本の生産性に関するパラメー

4）この仮定が妥当であるか否かについては，実証分析の観点からも議論の余地がある。αは資本の生産性に関するパラメータであり，通常0.33程度であると説明されることが多い。例えば齋藤 (2006) や Barro and Sala-i-Martin (1995) を参照。

タについては$\dfrac{1}{3} \geq \alpha$を仮定する。このとき（14）で表される動学式から得られる固有方程式は，異なる正の２つの実数解を持ち，定常均衡は鞍点均衡である。

４．比較静学と厚生分析

この節では，政府が賦課方式の公的年金政策財源としての消費税率を変化させる場合，資本ストックと効用にもたらす経済効果を分析する。定常均衡k_*で表した動学式は

$$\varepsilon_1\tau_c k_* - (1+\varepsilon_1\tau_c)k_* - (\alpha+\varepsilon_1\tau_c)k_*^{\alpha} + \varepsilon_2(1-\alpha)(1+\alpha k_*^{\alpha-1})k_*^{\alpha} = 0 \tag{18}$$

である。(18) から定常均衡k_*が求められる。(18) を整理することによって

$$(k_*^{1-\alpha})^2 + [\alpha+\varepsilon_1\tau_c-\varepsilon_2(1-\alpha)]k_*^{1-\alpha} - \alpha\varepsilon_2(1-\alpha) = 0 \tag{19}$$

$\alpha+\varepsilon_1\tau_c > \varepsilon_2(1-\alpha)$ の場合

を得る。ただし（19）の第2項の符号は正あるいは負となりうる。そこで（20）のような場合も想定する。

$$(k_*^{1-\alpha})^2 - [\varepsilon_2(1-\alpha) - \alpha - \varepsilon_1\tau_c]k_*^{1-\alpha} - \alpha\varepsilon_2(1-\alpha) = 0 \tag{20}$$

$\alpha+\varepsilon_1\tau_c < \varepsilon_2(1-\alpha)$ の場合

（19）の場合の定常均衡をk_1^*と表すならば，それは下の（21）のとおり表される。

$$k_*^1 = \left[\frac{\sqrt{A_6^2+4\alpha\varepsilon_2(1-\alpha)} - A_6}{2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{21}$$

$$A_6 = \alpha+\varepsilon_1\tau_c-\varepsilon_2(1-\alpha)$$

一方（20）の場合の定常均衡をk_2^*と表すならば，それは下の（22）のとおり表される。

$$k_*^2 = \left[\frac{\sqrt{A_7^2+4\alpha\varepsilon_2(1-\alpha)} + A_7}{2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{22}$$

$$A_7 = \varepsilon_2(1-\alpha) - \alpha - \varepsilon_1\tau_c$$

(21) から，消費税率の変化が資本ストックに与える影響は，下の (23) のとおり得られる[5)]。

$$\frac{dk_*^1}{d\tau_c}=-\frac{\varepsilon_1 k_*^1}{(1-\alpha)\sqrt{A_6^2+4\alpha\varepsilon_2(1-\alpha)}}<0 \tag{23}$$

一方，(22) から消費税率の変化が資本ストックに与える影響は，下の (24) のとおり得られる。

$$\frac{dk_*^2}{d\tau_c}=-\frac{\varepsilon_1 k_*^2}{(1-\alpha)\sqrt{A_7^2+4\alpha\varepsilon_2(1-\alpha)}}<0 \tag{24}$$

タックス・タイミング効果を踏まえるならば，消費税率を上げることにより，老年期の消費税負担が高まる。その動きに備えて若年期の個人は貯蓄を増やすはずである。しかし上の (23) や (24) が示すように，賦課方式の公的年金政策財源としての消費税率を上げる場合，資本ストックが減少するため，貯蓄の減少が生じているものと解釈できる。つまり本論文の経済環境，消費税財源による賦課方式の公的年金政策の下では，タックス・タイミング効果を期待できない。賦課方式の公的年金政策財源としての消費税の重課は，かえって資本ストックを減少させるのである。これは単なる政府支出政策財源としての消費税が，あたかも労働所得税のごとく機能していることと大差がない。

そもそも本論文の場合，政府が消費税率を引き上げることにより，老年期もさることながら若年期の消費税負担が高まる。そのため貯蓄が犠牲になってしまうものと解釈できる。さらに政府は消費税財源による公的年金政策を行っているため，消費税率の引き上げは，老年期の公的年金給付額の増加を意味する。言い換えるならば，賦課方式による公的年金政策の存在が貯蓄（資本ストック）を減らしているものと考えられる。これは Feldstein (1974) によって言及された公的年金の貯蓄への経済効果のうち，公的年金の存在が貯蓄を引き下げる効果と似た経済効果であると解釈できる[6)]。

5）(21) そして (22) においては，正となる定常均衡だけを分析対象としている。言い換えるならば，負の資本ストックを考慮していない。

6）この場合，公的年金の存在が私的な貯蓄を押し出してしまうといったことになる。公的年金と貯蓄は代替関係にあると言えよう。

賦課方式による公的年金政策財源としての消費税率の引き上げは，厚生に良い影響を与えない。それは下の（25）からわかる。
定常均衡 k_*^1 で評価した効用関数は

$$u_* = \varepsilon_1 log c_{1^*} + \varepsilon_2 log c_{2^*}$$

$$(1+\tau_c) c_{1^*} = (1-\alpha)(k_*^1)^\alpha - k_*^1$$

$$(1+\tau_c) c_{2^*} = k_*^1 + \alpha (k_*^1)^\alpha + \tau_c (k_*^1)^\alpha$$

である。上の効用関数から（25）を得る。

$$\frac{du_*}{d\tau_c} = \frac{\varepsilon_1 \alpha (k_*^1)^{\alpha-1}}{(1+\tau_c)\left(1+\alpha \ (k_*^1)^{\alpha-1}\right) c_{1^*}} \left[(\tau_c + \alpha(1-\alpha)(k_*^1)^{\alpha-1}) \frac{dk_*^1}{d\tau_c} - c_{1^*} \right] < 0 \qquad (25)$$

（25）の第1項は，賦課方式の公的年金政策財源としての消費税の税率を引き上げることによって，資本ストックが阻害されることを反映している。(25) の第2項は，賦課方式の公的年金政策財源としての消費税の税率を引き上げることにより，消費そのものが阻害されることを反映している。この場合，賦課方式による公的年金政策財源としての消費税の税率引き上げは，個人の効用を阻害するのみである。この点からも，賦課方式の公的年金政策財源として，消費税が経済効率性に優れているとは言い難い[7]。以上から命題2を得る。

命題2

個人の効用関数が（1）で表される対数線形型効用関数，生産関数が（4）で表されるコブ＝ダグラス型生産関数である。政府は消費税を財源とする賦課方式の公的年金政策を行っている。ただし資本の生産性に関するパラメータについては，$\frac{1}{3} \geq \alpha$ を仮定する。このとき，政府が賦課方式の公的年金政策財源としての消費税率を増加させるならば，資本ストックと厚生は減少する。

7）定常均衡が（22）である場合も，（25）とパラレルな効果を導出できるため，ここでは定常均衡が（22）である場合の厚生分析を省略している。

５．終わりに

消費税が経済効率性の面から優れた税であるか否か？このことは古くから議論されてきた事柄の1つである。本論文では消費税の経済効果，とりわけ賦課方式の公的年金政策財源としての消費税の経済効果をできるだけ明確にするといった点を優先し，対数線形型の効用関数，コブ＝ダグラス型の生産関数を用いた。

効率面から評価した消費税の特色として，消費税の存在が資本ストックを増加させるといったタックス･タイミング効果がある。すでに述べたように，消費税は現在だけではなく，将来においても支払う必要のある税の1つである。将来の消費税負担に備えるという点から，貯蓄が刺激されるといった効果をタックス・タイミング効果という。本論文では，賦課方式の公的年金政策財源としての消費税の税率を引き上げた際，資本ストックの増加，厚生の増加がみられるか否かを検討した。本論文の経済環境の下では，賦課方式の公的年金政策財源としての消費税，その税率の重課には資本ストック，厚生を刺激する効果がみられなかった。このことは政策的な含意にも大きな影響を与える。本論文での結果が，限定されたモデル，経済環境での結果でしかないものの，消費税を賦課方式の公的年金政策財源とする場合，経済効率性を犠牲にしかねないからである。

それではどのような場合において，例えば賦課方式の公的年金政策財源としての消費税，その税率の重課が資本ストック，厚生を刺激するのだろうか？例えば本論文のモデルに遺産，遺産動機といった私的世代間移転を導入することが考えられる。遺産動機にも依存するが，直観的には遺産という私的世代間移転のために，個人は若年期から老年期にかけて貯蓄を増やす必要が生じる。もし遺産を増やす効果が著しく大きい場合，たとえ消費税が経済に存在しても，結果として資本ストックを増やす場合がありうるかもしれない。このように消費税が存在する経済でも，資本ストックが増加する場合を探ることは今後の課題である。

参考文献

Barro,R.J. (1974) "Are Government Bonds Net Wealth?", Journal of Political Economy, Vol.82. No.6, pp.1095-1117.

Barro,R.J. and Sala-I-Martin,X. (1995) Economic Growth, New York, McGraw-Hill.

Diamond,P.A. (1965) "National Debt in a Neoclassical Growth Model." American Economic Review, Vol.55, No.5, Part 1. pp1126-1150.

Feldstein,M.S. (1974) "Social Security, Induced Retirement and Aggregate Capital Accumulation." Journal of Political Economy, Vol.82, No.5, pp905-926.

Ihori,T. (1996) Public Finance in an Overlapping Generations Economy, London, Macmillan.

Miguel-Angel and Lopez-Garcia. (1996) "Consumption and Income As Tax Bases for Social Security," Public Finance, Vol.51, No.1, pp.54-70.

仲間　瑞樹 (2008)「消費税, 資本蓄積, 厚生と賦課方式の公的年金政策」『山口経済学雑誌』第57巻第3号　1頁-12頁。

上村　敏之 (2009)『公的年金と財源の経済学』日本経済新聞出版社

齋藤　誠 (2006)『新しいマクロ経済学　新版』有斐閣