

学位論文

定量位相顕微鏡による物体形状計測における 再構成手法と結像評価法に関する研究

(Study on reconstruction algorithms and assessment of
image formation for quantitative phase microscopy)

2015 年3 月

March 2015

波田地 洋隆

Hiroataka Hadachi

山口大学大学院 医学系研究科

Graduate School of Medicine, Yamaguchi University

Content

第 1 章 緒言	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	4
1.3 論文構成	4
第 2 章 デジタルホログラフィック顕微鏡の再構成手法の特性評価	6
2.1 はじめに	6
2.2 デジタルホログラフィの原理	6
2.3 デジタルホログラフィの実験装置	10
2.4 再構成アルゴリズム	14
2.4.1 カメラ上の物体光の複素振幅の再構成	15
2.4.1.1 時間的位相シフト法	15
2.4.1.2 フーリエフィルタリング法	17
2.4.1.3 空間的位相シフト法	21
2.4.1.4 計算時間	25
2.4.2 回折積分を用いた数値伝搬手法	25
2.4.2.1 均一媒質中の光伝搬の基礎方程式	26
2.4.2.2 レイリー・ゾンマーフェルト回折積分	26
2.4.2.3 アンギュラースペクトル展開	27
2.4.2.4 フレネル回折積分	28
2.4.2.5 回折積分の数値計算法	28
2.4.2.6 計算領域境界と伝搬距離の影響	30
2.4.2.7 計算時間	38
2.4.3 オートフォーカシング	38
2.4.3.1 焦点評価関数の性質	39
2.4.3.2 縮小処理とフィボナッチ探索による高速化	40
2.4.4 位相アンラッピング	45
2.4.5 フーリエ光学による再構成距離と表示倍率の補正式	55
2.5 再構成結果	57

2.5.1	カメラ上の物体光の復元手法の測定精度と分解能の評価	57
2.5.2	再構成時の数値伝搬におけるフレネル回折近似の測定精度に対する影響	59
2.5.3	オートフォーカス時の縮小処理の測定精度に対する影響	59
2.5.4	細胞の形態計測への応用	60
2.6	本章のまとめ	60
第 3 章	時間領域有限差分法と瞳イメージング法を用いた 3 次元位相物体に対する デジタルホログラフィック顕微鏡の結像評価モデルの開発	67
3.1	はじめに	67
3.2	結像光学システムのモデル化	69
3.2.1	入射瞳球面と射出瞳球面上の電場分布の関係式	70
3.2.2	射出瞳球面から撮影面までの回折伝搬計算	73
3.2.3	デジタルホログラムの計算	76
3.3	FDTD モデル	77
3.4	モデル検証のための実験装置と実験条件	81
3.5	FDTD モデルの設定値	82
3.6	結果及び考察	84
3.6.1	デジタルホログラムの再構成過程	84
3.6.2	結像計算モデルの検証	85
3.6.3	厚さ計測における物体形状の曲率と屈折率の影響評価	90
3.7	本章のまとめ	91
第 4 章	総括	93

List of Figures

1	Comparison of bright field microscopy and fluorescent microscopy [10]: (A) Bright field microscopy, (B) Fluorescent microscopy	2
2	Gynecological smear in a saline solution [27]: (a) Phase contrast microscopic image, (b) Differential interference-contrast microscopic image.	2
3	Refraction tomogram of bacteria (E.coli). (a)-(d), Perspective views along the directions indicated in a (arrows) with grouping in pseudo-colours of refractive index difference[37].	4
4	Simulation of holography and digital holography using diffraction theory. (a) object. (b),(c) amplitude and phase distribution of the object wave on the recording device. (d) hologram or digital hologram. (e),(f) amplitude and phase distribution of the reconstructed image. .	8
5	Example of the intensity image reconstructed from the digital hologram not satisfying sampling theory. (a) Object (USAF1951 test target (negative). (b) Digital hologram. (c) Reconstructed intensity image.	10
6	Schematic representation of experimental setups for recoding process (a1)-(e1) and reconstruction process (a2)-(e2): O , I and I' are the object, real image and virtual image respectively, $+0$ is the zero-order, $+1$ and -1 are twin-image components.	11
7	Schematic representation of the our experimental setup of the digital holographic microscopy for transparent microscopic objects.	13
8	Reconstruction algorithm for the quantitative phase measurement in digital holography.	14
9	The four recorded holograms of the line-structure mold (Height 350[nm], Width 10[μ m]) with each difference phase shift $\Delta\phi$ of the reference wave. These digital holograms were recorded by the in-line digital microscopy.	16
10	The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method on the camera plane.	18

11	Each process of Fourier filtering method. (a) Off-axis digital hologram of the line-structure mold (height 350[nm], width [μm]), (b) Fourier spectrum of the digital hologram, (c) Filtered Fourier spectrum of the real image component, (d) Shifted Fourier spectrum of the real image component.	19
12	The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by Fourier filtering method on the camera plane.	21
13	The effects of the size L of the weighted function on the special phase shift method.	23
14	The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by spacial phase shift method on the camera plane.	24
15	Coordinate of diffraction from a plane aperture.	26
16	Magnification correction of the reconstructed image by using the numerical thin lens. These images are calculated by the simulation based on Fourier optics theory.	29
17	Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with zero-padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(43). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.0$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.0$.	31
18	Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with zero-padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(44). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.0$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.0$.	32
19	Calculation errors of amplitude and phase for Rayleigh-sommerfeld diffraction integral. The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a), (d) are for the analytical transfer function. (b), (e) are for the numerical transfer function calculated by discrete Fourier transform. The parameters α_x and u_0 in these results are 0.00.	34

20	Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with background value padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(43). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.5$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.5$	35
21	Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with background value padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(44). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.5$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.5$	36
22	Calculation errors of amplitude and phase for Rayleigh-sommerfeld diffraction integral. The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a), (d) are for the analytical transfer function. (b), (e) are for the numerical transfer function calculated by discrete Fourier transform. The parameters α_x and u_0 in these results are 0.0 and 0.5, respectively.	37
23	The reconstructed amplitude images at the different distances: (a)-(c) USAF Test target, (d)-(f) Line-structure mold. The best focused image is (c) and (f) respectively.	40
24	The focus measure for the intensity object (USAF1951 test target) and the phase object (Line-structure mold).	41
25	Scaling algorithm of the digital hologram for acceleration of auto-focusing.	42
26	Relation between the focus measure function and the scaling rate of the digital hologram of the line-structure mold. (a) overall view, (b) part near the extremal value of the focus measure.	42
27	Convergence of Fibonacci search	44
28	The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.	46
29	The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.	47

30	The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.	48
31	The two-dimensional phase unwrapping method by the iteration of the one-dimensional phase unwrapping method (Itoh's method).	49
32	Definition of residue and branch-cut based phase unwrapping.	50
33	Test datum of phase unwrapping: (a1),(b1) True phase, (a2),(b2) Wrapped phase, (a3),(b3) Residue and branch cut.	52
34	Quality map calculated by phase derivative variance function.	53
35	Unwrapped phase distribution calculated by each unwrapping method. (a) Itoh method, (b) Quality guided path method, (c) Quality guided path method with brunch-cut.	54
36	Optical imaging model for calculating the reconstruction distance and magnification.	55
37	Reconstruction distance calculated by Fourier optical theory and auto-focusing using experimental datum.	56
38	Height distribution calculated by temporal phase shift method.	61
39	Height distribution calculated by Fourier filtering method.	61
40	Height distribution calculated by spacial phase shift method.	62
41	Height distribution at $y = 0$ calculated by each method. FF, TPS and SPS mean Fourier filtering, temporal and special phase shift method respectively.	62
42	RMS error of height distribution at $y = 0$ calculated by each method. FF, TPS and SPS mean Fourier filtering, temporal and special phase shift method respectively.	63
43	Amplitude distribution reconstructed from the digital holograms of the nano-structure mold with different line width.	64
44	Height distribution reconstructed from the digital holograms of the nano-structure mold with different line width.	64
45	Comparison of the height distributions calculated by Rayleigh-Sommerfeld and Fresnel diffraction integrals.	65
46	Error map of the height distribution between Rayleigh-Sommerfeld and Fresnel diffraction integrals.	65

47	Height distribution of the line-structure mold at the different reconstruction distances calculated by auto-focusing with scaling hologram.	66
48	Quantitative phase distribution of the red blood cells and the lymph cell.	66
49	Schematic representation of optical imaging system model: (x_o, y_o) and (x_I, y_I) are the local coordinates in the object plane and image plane, respectively. Subscripts (0 and 1) denote object and image space, respectively. (ξ_i, η_i) , $i = 0, 1$ are the sine coordinates of the spherical pupils. (ξ', η') is the tangential coordinate of the spherical exit pupil. R_i , $i = 0, 1$ are the radii of the spherical pupils. a_i , $i = 0, 1$ are the aperture radii of the spherical pupils. a'_1 is the aperture radius of the tangential plane of the spherical exit pupil.	70
50	Components of electric field vector on spherical entrance pupil: $\hat{\mathbf{k}}_0$ is the unit normal vector to the spherical surface, and $\hat{\mathbf{s}}_0$ and $\hat{\mathbf{p}}_0$ are the unit vectors of the perpendicular and parallel states of linear polarization, respectively.	71
51	Comparison of Rayleigh-Sommerfeld (RS) integral and Debye integral. (a) Normalized amplitude distributions on the z axis. (b) Phase distributions on the radial axis in the image plane. Result is computed under the following conditions: image magnification $M = 60$, pupil magnification $M_p = 10^{-6}$, refractive indices $n_0 = 1.0$, $n_1 = 1.0$, wavelength $\lambda = 632.8[\text{nm}]$, focal length $f = 3.0[\text{mm}]$, and numerical aperture of the lens is 0.7.	76
52	(a) Schematic representation of the FDTD model, which consists of three areas: ①, ②, ③ denote the total field area, scattering field area, and CPML absorption boundary condition, respectively. (b) Object model of a mold with linear step structure.	77
53	Normalized amplitude images of the incident plane wave near the image plane: (a) NFFF surface Ω_i is small (side length is 10 $[\mu\text{m}]$). (b) NFFF surface Ω_i is sufficiently large (side length is 100 $[\mu\text{m}]$). . .	80

54	Sketch of off-axis digital holographic microscope used to demonstrate our model. BS ₁ ,BS ₂ : beam splitters, M ₁ ,M ₂ :mirrors, P ₁ :half-wave plate, S ₁ : special filter, O: object, MO: microscopic object lens, I: image plane. The beam splitter BS ₂ is slightly inclined.	81
55	The simulation result of FDTD method for the borosilicate glass microsphere.	83
56	The simulation result of FDTD method for the line-structure mold. .	83
57	The extraction of the object wave on the hologram plane from the digital holograms of the simulation (the top row) and the experiment (the bottom row): (a),(e) the digital hologram, (b),(f) the frequency spectrum of the digital hologram, (c),(g) the digital masking and (d),(h) the amplitude distribution of the object wave on the hologram plane	84
58	(a), (b) Amplitude distribution and (c), (d) phase distributions of the borosilicate glass microsphere in the X-Z plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column)	86
59	Amplitude and height distributions of the borosilicate glass microsphere in the focus plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column): (a), (b) amplitude distribution, (c), (d) height distribution and (e), (f) three-dimensional graph of (c), (d)	87
60	(a), (b) Amplitude distributions and (c), (d) phase distributions of the mold with linear step structure in the X-Z plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column).	88
61	(a), (b) Amplitude distributions and (c), (d) height distributions of the mold with linear step structure in the focus plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column). (e), (f) Height distribution on the cross section at $Y = 0$	89
62	Exact and simulated height distributions of microlenses having different refractive indices n and maximum heights H : (a) $H = 0.5 [\mu\text{m}]$, (b) $H = 2.0 [\mu\text{m}]$, (c) $H = 3.0 [\mu\text{m}]$, (d) $H = 4.0 [\mu\text{m}]$	90

List of Tables

1	Computational time of the reconstruction methods (unit:[sec])	25
2	Computational time of the diffraction integrals (unit:[sec])	38
3	Computational time of the auto-focusing (unit:[sec])	45

第1章 緒言

1.1 研究背景

医学と創薬の研究では、薬剤作用を評価するために、あるいは、細胞自体のメカニズムを明らかにするために、細胞外環境を変化させた場合の生細胞の動的な反応が調べられている。この細胞の応答は、細胞内外の物質の応答と細胞の形態変化から構成され、その評価のために細胞の形態的観察と蛍光を用いた細胞内の分子観察が行われている。細胞の大きさは数マイクロから数十マイクロ程度であり、生細胞の観察には光学顕微鏡が利用されている。そして、光学顕微鏡の性能の向上は、生細胞内で生じる複雑な現象をより正確に理解する上で重要な役割を果たす。このため、新たな光学理論と光学素子の開発に伴い、個々の条件に合わせた多機能、高精度、高ユーザビリティの光学顕微鏡を目指した研究が数多く行われている [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]。細胞の多くは無色透明であり、光吸収を用いる顕微鏡では、染色や蛍光のような外因性物質を用いなければ、高いコントラストは得られない (Fig.1)[10]。しかし、これらの外因性物質の利用には前処理が必要であり、必ずしも細胞に影響がないわけではない。また、これらの外因性物質は、選択性をもつ物質のみを観察する方法であり、それ以外の構造を観察できず、長時間観察では光毒性や光退色の問題が生じる [11, 12, 13, 14, 15]。このため、長時間に渡って、細胞をモニタリングする場合や細胞内の物質だけではなく、細胞形態も同時に取得したい場合、あるいは、細胞の状態を簡易的に観察したい場合には、外因性物質を利用せずに細胞形態を観察できる方法が必要となる。

現在、生細胞を含む位相物体の観察方法として、位相顕微鏡が利用されている。位相顕微鏡は、生細胞や工業材料の形状計測に用いられており、光速度が屈折率の異なる物質内で変化することを利用して、光が物質を透過、あるいは、反射した際の光路長の変化を可視化する顕微鏡である。細胞の多くは無色透明であるが、その内部の細胞小器官は異なる屈折率と大きさを持っている。このため、位相顕微鏡は、この屈折率と大きさの空間分布を利用して、前処理を行うことなく、細胞形態を観察できる。これにより、蛍光染色の利用を観察したい物質のみに限定して利用することができ、観察の効率化と低侵襲化が可能になる。位相顕微鏡として、1942年に F.Zernike により発表された位相差顕微鏡と 1952年に G.Nomarski により発表された微分干渉顕微鏡が良く知られている [16, 17]。ゼルニケ位相差顕微鏡とノマルスキー微分干渉顕微鏡はそれぞれ、物体の光学厚さとその空間微分値を、各顕微鏡の特徴的な光学系により変調して、強度画像として観察する。これらの顕微鏡は、物体の光学厚さを変調して細胞の強度画像を取得する顕微鏡であり、強度画像から位相分布を直接読み取ることができないため、定性的位相顕微鏡と呼ばれている。

これらの定性的位相顕微鏡は、実時間で前処理を行うことなく細胞を観察できるため、目視による観察や細胞画像を取得する目的において有用である。このため、

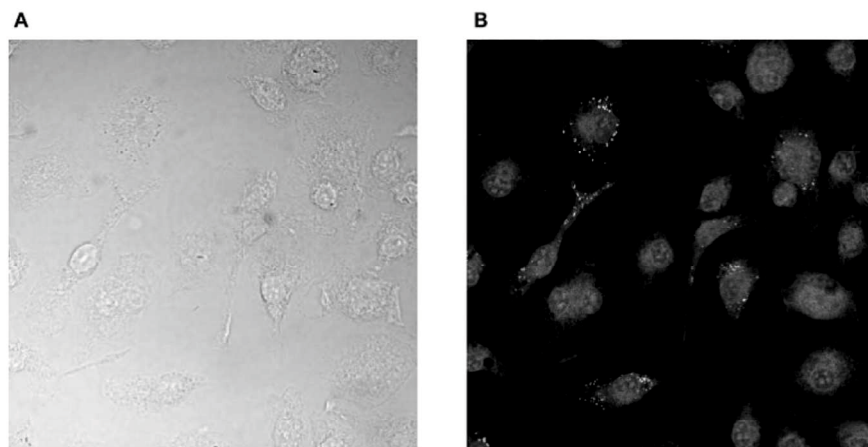


Fig. 1 Comparison of bright field microscopy and fluorescent microscopy [10]: (A) Bright field microscopy, (B) Fluorescent microscopy

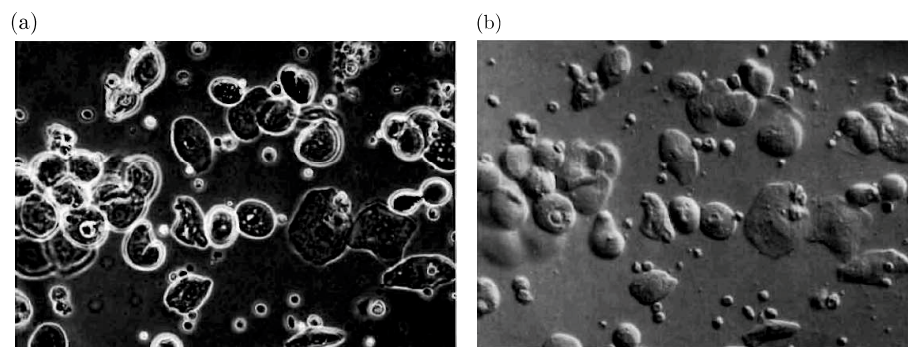


Fig. 2 Gynecological smear in a saline solution [27]: (a) Phase contrast microscopic image, (b) Differential interference-contrast microscopic image.

医学・生物学の分野で多岐にわたって利用されており，画像処理技術を応用して細胞の増殖率，移動，形態変化，細胞死などの特徴の定量的評価が試みられている [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26]．しかし，定量的な情報の取得を試みた場合に，これらの顕微鏡は，その顕微鏡を構成する干渉光学系に起因する幾つかの問題が発生する．位相差顕微鏡では，細胞の光学厚さの変化率が大きい境界にハロと呼ばれる光沢やシェードオフと呼ばれる境界近傍の輝度値が緩やかに変化する現象が発生し，境界が不鮮明になる (Fig.2(a)) [27]．また，微分干渉顕微鏡は，位相差顕微鏡に対してハロが殆ど発生しないが，複屈折性をもつノマルスキープリズムを用いるため，プラスチックシャーレのように複屈折性をもつ物質を利用できず，ノマルスキープリズムの方向に対して垂直な位相変化は可視化し難い (Fig.2(b)) [27]．そして，これらの顕微鏡は，物体の光学厚さを変調して強度画像に変換するため，細胞の3次元的な形態観察ができない．このため，定性的位相顕微鏡から取得された強度画像に顕微鏡のモ

デルを適用することで、これらのアーチファクトを除去し、位相分布を測定する方法が検討されている [28]. そして、細胞数の計測では、3次元的な情報が、個々の細胞領域の識別において有用であることが報告されている [28]. しかし、その顕微鏡モデルは理想的な状況を想定しており、多くの近似が含まれている. このため、利用する顕微鏡の構成によって適用できない場合がある.

近年、計算機と撮影装置の性能向上に伴い、顕微鏡のデジタル化が進められている. そして、干渉理論や強度輸送方程式を基礎としたデジタル処理を用いて、位相分布を定量的に復元する定量位相顕微鏡の開発が行われている [4, 29, 30, 31, 32, 33]. 定量位相顕微鏡は、光の振幅分布と位相分布、あるいは位相分布のみを定量的に測定し、強度輸送方程式を用いる場合を除いて、その多くは干渉光学計を用いて構成される. そして、位相分布を定量測定することにより、細胞の厚みと屈折率分布に関する情報を取得できる. これらの定量位相顕微鏡は、顕微鏡モデルを用いた位相分布の復元手法と比較して、結像光学系に関する情報を仮定せずに位相情報を復元できるため、適用の際に課せられる光学系の条件が緩和される. また、光の位相分布だけではなく、強度分布も得られる場合には、回折トモグラフィなどの光の複素振幅を利用するモデルを導入することが可能であり、細胞の3次元形態断層画像の取得も可能である (Fig.3)[34, 35, 36, 37]. 細胞は3次元的な形態を持っており、それは細胞の状態に合わせて変化している. このため、2次元的な観察に対して、より正確に細胞の状態を評価できることが期待できる. また、従来の定性的位相顕微鏡では画像を取得後に、画像の輝度値から画像処理を用いて評価を行うが、定量位相顕微鏡では物理量を直接扱うことができる. このため、得られた量の物理的な意味が分かり易く、直接測定する物理量に関連がある別の物理量を間接的に求めることにも利用できる.

定量位相顕微鏡では、光検出にデジタルカメラを用いるが、現在の撮影装置は光の強度情報しか記録できないため、撮影した強度情報から光の位相情報を抽出するための実験系と再構成アルゴリズムが必要となる. この組み合わせには、現在、確定的な方法はなく、精度と速度を改善するために改良と試行錯誤が行われている [29, 38, 39, 40, 41, 42]. 実際に顕微鏡を構築するには、多数ある手法の中から測定対象に対して有効な手法を選択し、問題が生じれば改良することが必要になる. そのためには、手法の特性を知らなければならないが、再構成アルゴリズムの評価の多くは、再構成された物体の強度分布を用いた定性的な評価が多く、位相分布を測定した際の測定精度や分解能の定量的な違いは十分に分かっていない. また、定量位相顕微鏡の測定精度は再構成アルゴリズムだけではなく、結像光学系の影響を強く受ける. 顕微鏡を設計し、物体の形状計測に適用するには、結像光学系と測定対象に起因する誤差が測定結果に含まれることを考慮しなければならないが、その評価を行うことが必要である [43, 44, 45]. このためには、構築した実験装置による測定精度の評価だけではなく、測定対象の特性や結像光学系の特性などの測定精度に影響を与える要因を個別に調査可能な計算モデルの開発が有効である. これにより、結像光学系の各パラメータが与える測定精度への影響やその内部で生じる物理現象を把握することができ、設計や測定結果の解釈にフィードバックすることが可能になると考えられる.

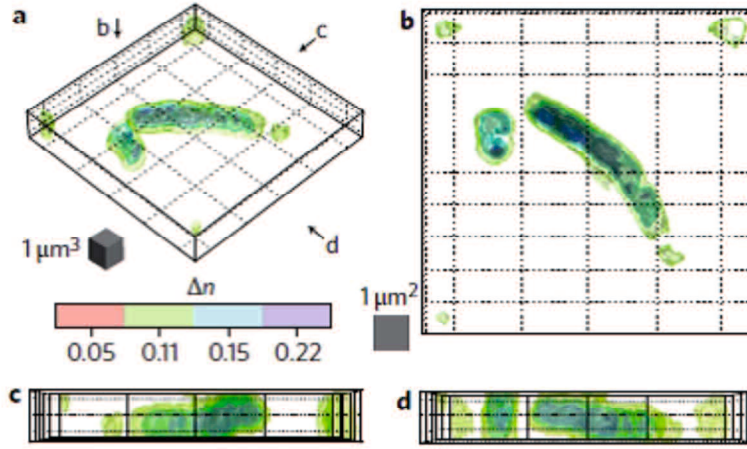


Fig. 3 Refraction tomogram of bacteria (E.coli). (a)-(d), Perspective views along the directions indicated in a (arrows) with grouping in pseudo-colours of refractive index difference[37].

1.2 研究目的

本論文では、定量位相顕微鏡の1つであるデジタルホログラフィック顕微鏡を対象として、定量位相計測の再構成アルゴリズムの改良と測定限界の評価を目的とし、デジタルホログラフィック顕微鏡の実験装置の構築、位相復元のための再構成アルゴリズムの精度と分解能の評価、オートフォーカスの高速化の検討、及び、結像光学系と測定対象に起因する計測誤差を調査可能な結像計算モデルの構築を行い、そのモデルを用いた定量位相顕微鏡の測定限界に関する評価を行う。

1.3 論文構成

本論文の構成を以下に示す。第1章では、本論文の背景と関連研究、及び、本論文の研究の概説を行った。次に、第2章では、デジタルホログラフィック顕微鏡の実験装置を構築し、像面上の振幅分布と位相分布を取得するための再構成アルゴリズムについて調査する。再構成アルゴリズムは、カメラ上の光の複素振幅の復元とその複素振幅の像面への数値伝搬から構成される。複素振幅の復元では、周波数フィルタリングによる方法と時間的位相シフト法、そして、空間的位相シフト法が代表的な手法であるが、その測定精度の評価の多くは、目視による強度画像の定性的評価であり、定量位相計測を行った場合の定量的な測定精度や分解能、安定性の違いについては分かっていない。これらの代表的な手法は、提案されている数多くの手法の基礎となっており、共通する特性が多い。そこで、まず、これらの手法により再構成された定量位相

分布の測定精度と分解能について、実験により評価を行い、その利点と欠点について調査する。次に、像面までの数値伝搬手法について調べる。像面までの数値伝搬手法は、レイリーゾンマーフェルト回折積分とそのフレネル近似が利用される。これらの回折積分の計算にはフーリエ変換が用いられており、計算領域境界の影響とエイリアシング誤差が問題となる。この問題を解決するための回折積分の数値計算方法について検討する。また、フレネル近似を行った場合の測定精度の変化を実験により調査する。回折積分による数値伝搬を行う場合には、カメラから像面までの伝搬距離を調べる必要がある。著者らは、縮小処理を導入したオートフォーカシングを提案し、合焦点の程度を評価するための焦点評価関数が縮小処理の影響を殆ど受けず、処理の高速化が可能であることを示す。そして、構築したアルゴリズムを元に、ナノインプリントモールドの形状測定を行い、最終的な評価を行う。第3章では、測定を行う光学系に起因する誤差について調べる。結像光学系の誤差は、一般的に、インパルス応答を表す点広がり関数により評価される。本研究では、物体と光の相互作用を計算する数値計算手法と結像光学系の点広がり関数を計算するモデルを組み合わせることで、任意形状をもつ物体を測定した際の位相分布が、結像光学系を通してどの程度劣化するかを評価するためのハイブリットモデルを開発する。具体的には、電磁波解析手法の1つである並列3次元FDTD法と光学系の瞳を利用した回折光学による結像計算法を組み合わせモデル化を行う。そして、定量位相計測による物体形状計測が可能な例とそうでない例として、ナノインプリントモールドとマイクロ粒子を用い、計算モデルが実験結果を定量的に再現できるかを検証する。最後に、物体の厚さと屈折率を変化させた場合の結像シミュレーションを行い、測定対象と結像光学系の特性が定量位相計測の測定精度に与える影響を調べる。第4章では、本論文の総括を行う。

第2章 デジタルホログラフィック顕微鏡の再構成手法の特性評価

2.1 はじめに

本章では、デジタルホログラフィック顕微鏡の実験装置を構築し、像面上の光の複素振幅を復元するための再構成アルゴリズムについて述べる。そして、その特性を定量的に評価することを目的とする。まず、2.2 節では、デジタルホログラフィにおけるデジタルホログラムの定式化と標本化定理による制限について述べる。次に、2.3 節では、このデジタルホログラムを撮影するために、著者らが構築した実験装置の光学配置について説明する。そして、2.4 節では、デジタルホログラムから物体の像を再生するための代表的なアルゴリズムについて説明し、数値計算と実験結果を利用することで、再構成アルゴリズムを構成する各手法の特性を評価する。そして、手法の選択方法と改善方法について検討し、再構成アルゴリズムを構築する。2.5 節では、構築した再構成アルゴリズムを、光学特性と形状が既知であるナノインプリントモールドに適用し、定量位相計測の測定精度と分解能を定量的に評価する。最後に、2.6 節で本章の知見をまとめる。

2.2 デジタルホログラフィの原理

コヒーレントな光源を用いた場合に、2つの波面を干渉させると干渉縞分布が形成される。この干渉縞分布を感光フィルムに記録し、そこに再生光を照射すると、干渉縞を形成している元の光の情報を再生することができる。この干渉縞分布はホログラムと呼ばれ、この光情報の再生技術は、ホログラフィと呼ばれる。ホログラムには干渉縞を形成している光の強度と位相情報が保持されている。カメラによる写真撮影では、光の強度情報のみを記録するため、物体の2次元的な像のみを記録することしかできないのに対し、このホログラムを用いた像の再生は、光の位相情報を含むため、3次元の像を再生することができる。ホログラムの記録には干渉光学系が用いられる。干渉光学系により計測を行う場合には、物体光と参照光の2つの光の干渉現象を利用する。物体光とは、物体に光を照射することにより得られる透過光、又は反射光を意味し、参照光は、物体とは相互作用せずに伝搬してきた光を意味する。この2つの光を干渉させて観光フィルムに記録することで、ホログラムは形成される。ホログラフィでは干渉現象を利用するため、干渉縞を形成できる程度の光源のコヒーレンスが要求される。光源として、直線偏光の単一波長光源を仮定した場合には、物体光と参照光は、それぞれ、

$$O(\mathbf{x}) = |O(\mathbf{x})| \exp[i\Phi_o(\mathbf{x})] \quad (1)$$

$$R(\mathbf{x}) = |R(\mathbf{x})| \exp[i\Phi_r(\mathbf{x})] \quad (2)$$

と表記できる．ここで， $O(\mathbf{x})$ ， $R(\mathbf{x})$ は物体光と参照光の複素振幅， $\Phi_o(\mathbf{x}) \equiv \arg O(\mathbf{x})$ ， $\Phi_r(\mathbf{x}) \equiv \arg R(\mathbf{x})$ は，物体光と参照光の位相分布である．ホログラムは，物体光と参照光により形成される干渉縞分布であるので，ホログラムの強度分布を $I(\mathbf{x})$ と表記して，偏光方向が一致している場合を想定すると，次のように表される．

$$I(\mathbf{x}) = |O(\mathbf{x}) + R(\mathbf{x})|^2 \quad (3)$$

$$= [|O(\mathbf{x})|^2 + |R(\mathbf{x})|^2] + \bar{O}(\mathbf{x})R(\mathbf{x}) + O(\mathbf{x})\bar{R}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$$= [|O(\mathbf{x})|^2 + |R(\mathbf{x})|^2] + 2|O(\mathbf{x})||R(\mathbf{x})|\cos[\Phi_o(\mathbf{x}) - \Phi_r(\mathbf{x})] \quad (5)$$

式 (4) の第1項は強度情報のみを含んでおり，零次回折成分，あるいは，直流成分と呼ばれる．第2項および第3項は，物体光の振幅情報と位相情報を含んでおり，それぞれ実像，虚像と呼ばれ，互いに複素共役である．この実像と虚像には，物体光と参照光の位相情報が含まれており，ホログラフィでは，これらの項から物体光の情報を復元することで，物体の像を再生する．ホログラムに，干渉縞を記録した際に用いた参照光と同一の光を照射すると，

$$R(\mathbf{x})I(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}) [|O(\mathbf{x})|^2 + |R(\mathbf{x})|^2] + \bar{O}(\mathbf{x})R^2(\mathbf{x}) + O(\mathbf{x})|R(\mathbf{x})|^2 \quad (6)$$

となる．この照射光は再生光と呼ばれる．式 (6) の右辺第3項は，物体光の複素振幅が参照光の強度分布により強度変調された量であり，参照光の強度分布が一様である場合には，物体光の複素振幅がホログラムから再生され，物体の像が形成される．また，式 (6) に示すように，ホログラムには，直流成分と複素共役成分が含まれているため，再生光を照射することで，これらの成分もホログラムから同時に再生される．これらの成分は不要な回折成分であり，実際に抽出したい光成分に重なることで，画質低下の原因となる．特に，再生された物体の像に対して，その複素共役成分による像は，Twin-image と呼ばれ，この不要な成分を完全に除去することがホログラフィの課題の1つとなっている．

最も単純な場合として，参照光を平面波と仮定する．このとき，参照光は，

$$R(\mathbf{x}) = R_0 \exp(ik\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}) \quad (7)$$

と表せる．ここで， k は波数， $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y)$ は，参照光の伝搬方向を示す方向余弦， $\mathbf{x} = (x, y)$ は，感光材料上の座標である．このとき，式 (6) は，次のようになる．

$$R(\mathbf{x})I(\mathbf{x}) = R_0 [|O(\mathbf{x})|^2 + R_0(\mathbf{x})^2] \exp(ik\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}) + \bar{O}(\mathbf{x})R_0^2 \exp(i2k\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}) + O(\mathbf{x})R_0^2 \quad (8)$$

これより，再生光をホログラムに照射すると，直流成分は参照光と同じ伝搬方向に伝搬し，実像成分は参照光の2倍の方向余弦で伝搬する．そして，虚像成分は参照光に

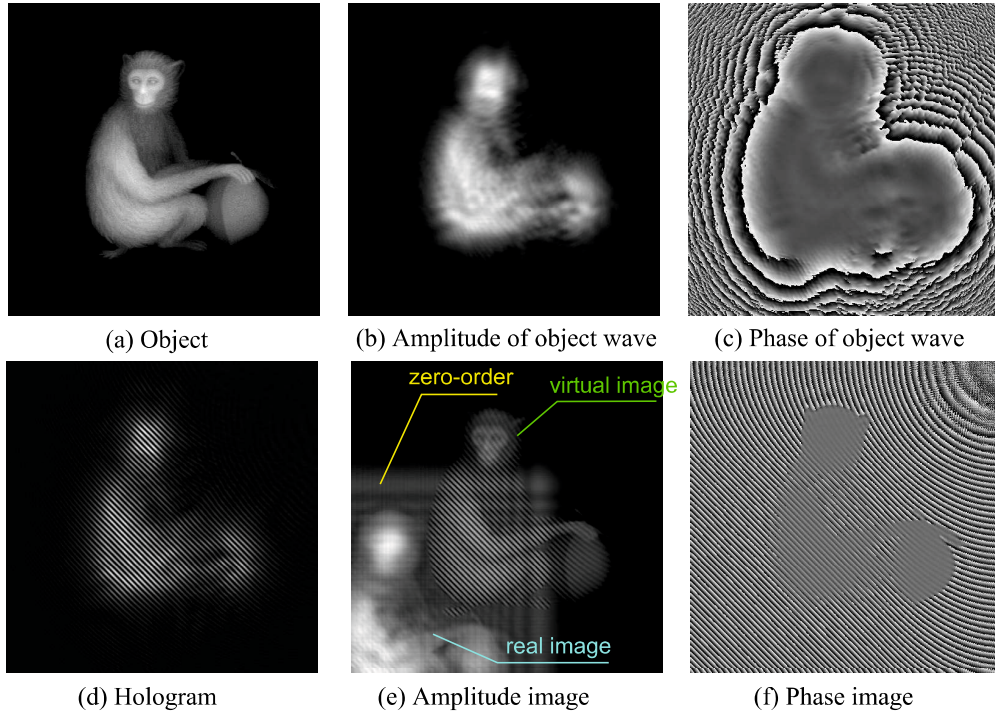


Fig. 4 Simulation of holography and digital holography using diffraction theory. (a) object. (b),(c) amplitude and phase distribution of the object wave on the recording device. (d) hologram or digital hologram. (e),(f) amplitude and phase distribution of the reconstructed image.

よる位相変調を受けず，元の物体光と同じ方向に伝搬する．物体光と参照光が同軸の場合には， $\alpha = 0$ であり，全ての成分が重なって再生される．物体光と参照光が同軸の配置のホログラフィは，インライン型ホログラフィと呼ばれる．これに対して，参照光を物体光に対して傾けた場合には， $\alpha \neq 0$ であり，この場合，3つの成分は異なる方向に伝搬し，再生される．この参照光が物体光に対して傾斜している配置のホログラフィは，オフアキス型ホログラフィと呼ばれる．オフアキス型ホログラフィの場合には，参照光の傾きとホログラムからの伝搬距離が十分大きければ，3つの成分を分離することができるため，不要な成分が重なることによる画質低下を改善することができる．図4は，回折理論によりホログラフィにおける光伝搬をシミュレーションした例である．(a)は物体面の強度分布であり，(b),(c)は物体面の強度分布を回折伝搬した際の物体光の振幅と位相分布である．この物体光を平面参照光と重ね合わせ，干渉強度分布を計算すると，(d)のホログラムが得られる．そして，このホログラムに再生光を照射することで，(e),(f)の再生像が生じる．ホログラフィでは再生光を照射することにより，ホログラムから物体光が再生され，その再生像は目視，あるいはカメラにより観察される．このため，強度画像(e)が得られる像であり，位相情報(f)については観察することができない．ホログラムには，実像成分と複素共役成

分が含まれるため、(e)のように再生像にこれらの成分が重なることで、画像が劣化する。ホログラフィの場合には、参照光の傾きに制限がないため、参照光の傾きを増加させることで、これらの成分を分離できる。

ホログラフィは、感光材料の現像処理が必要であり、像の強度分布のみを観察する。この欠点を改善するために、デジタルホログラフィが開発された。デジタルホログラフィでは、感光フィルムの代わりに、光電効果を利用した CMOS カメラや CCD カメラを用いてホログラムを記録する。この方法では、記録された干渉縞強度分布はデジタルホログラムと呼ばれ、計算機内でデジタルホログラムを処理することで、物体の像を再生する。デジタルホログラムの撮影には、デジタルカメラが用いられるため、感光フィルムを用いた場合に必要な現像処理を行う必要がなく、費用と時間の削減が可能である。また、デジタルホログラムは計算機内に離散値として取り込まれるため、アナログ的には実行することが難しい処理を容易に行うことができる。これにより、デジタルホログラムに含まれている不要な回折成分の除去や、物体光の複素振幅としての取り扱いが可能になる。

一方、デジタルホログラフィでは、CCD カメラなどの撮影装置のピクセルサイズには限界があるため、感光フィルムと比べて解像度が低下する。このため、デジタルホログラムに含まれる各周波数成分がサンプリング定理を満足する必要がある。物体光と参照光について、それらを構成する回折平面波の内、物体光の回折平面波と参照光の回折平面波の方向余弦の差が最も大きい組み合わせを考える。この2つの回折平面波の振幅を A_1 , A_2 , 方向余弦を α_{c1} , α_{c2} とし、初期位相を無視すると、2つの回折平面波の干渉縞分布は、式 (5) より次のようになる。

$$I(\mathbf{x}) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[k(\alpha_{c1} - \alpha_{c2}) \cdot \mathbf{x}] \quad (9)$$

この式 (9) の第3項に標本化定理を適用すると、次式の関係が得られる。

$$\Lambda \equiv \frac{\lambda}{\alpha_{c1} - \alpha_{c2}} \geq 2p \quad (10)$$

ここで、 Λ は干渉縞の周期、 p は各軸方向の撮影装置のサンプリング間隔である。デジタルホログラムの取得は、感光フィルムを用いた場合に対して、式 (10) の関係に制約される。図 5 は、標本化定理を満たさない USAF1951 テストターゲットのデジタルホログラムに、再構成処理を行った場合の再構成例である。このデジタルホログラムは、参照平面波と球面波状の物体光による干渉により作られており、中心部は干渉縞の間隔が大きく標本化定理を満たしているが、中心部から離れると干渉縞の間隔が狭くなり、標本化定理を満足しない。再生像を見ると、標本化定理を満たさない部位で再生像が破綻していることが分かる。このように、デジタルホログラフィでは、標本化定理により制限されるため、ホログラフィのように参照光の傾きを増加させることにより、不要な回折成分を除去するには限界がある。このため、不要な成分を除去する再構成アルゴリズムが必要になる。

デジタルホログラフィの実験では、この式 (10) を満足するように、デジタルホログラムを取得する。式 (4) により表されるデジタルホログラムに、適切なデジタル処

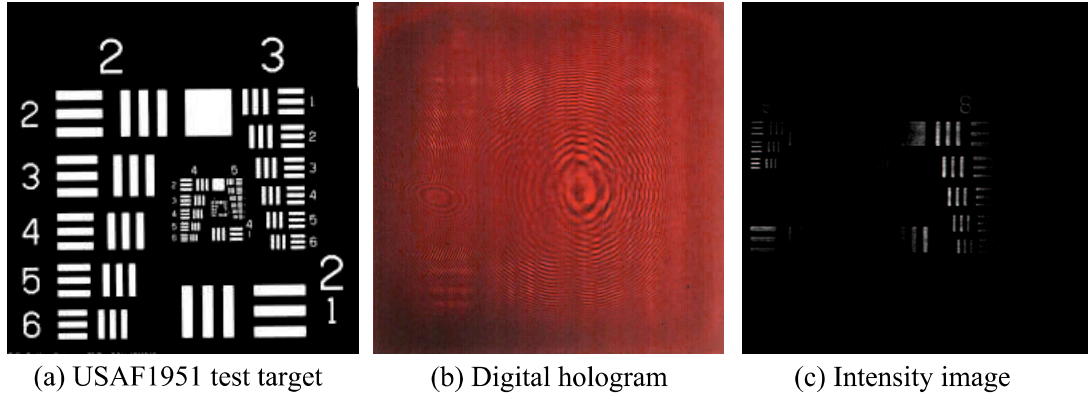


Fig. 5 Example of the intensity image reconstructed from the digital hologram not satisfying sampling theory. (a) Object (USAF1951 test target (negative)). (b) Digital hologram. (c) Reconstructed intensity image.

理を適用して，実像成分，あるいは虚像成分を抽出したとする．

$$I_h(\mathbf{x}) = \mathcal{D}[I(\mathbf{x})] = O(\mathbf{x})\bar{R}(\mathbf{x}) \text{ or } \bar{O}(\mathbf{x})R(\mathbf{x}) \quad (11)$$

ここで， $\mathcal{D}$ は適用したデジタル処理であり， $I_h(\mathbf{x})$ は物体光の複素振幅を含む複素数である．この $I_h(\mathbf{x})$ を物体面，あるいは，像面まで計算機内で数値的に伝搬させることで，物体の振幅分布と位相分布が得られる．この物体の振幅分布と位相分布の測定精度と安定性は，デジタルホログラムを取得する実験装置，及び，再構成アルゴリズムの特性に依存する．このため，再構成アルゴリズムの性質を評価し，適切な手法を選択することが必要になる．

2.3 デジタルホログラフィの実験装置

再構成アルゴリズムの特性は，実験装置の影響を受けるため，数値計算を用いた評価だけではなく，実験による評価が必要となる．そこで，初めに，デジタルホログラフィを実現するためのデジタルホログラムの撮影装置を構築した．デジタルホログラムの撮影のための光学系は，幾つかの種類が報告されており，それらは，Gabor 型，インライン型，オフアキス型の 3 種類に大別される．さらに，光学系内にレンズを含む場合には，Fourier 型と Fresnel 型に分類される．図 6 に各型の概要図を示す．Gabor 型では，光源からの光を物体側と参照側に分割せずに，物体に照射して干渉縞分布を形成する．図 6(a) のように，照射光の一部は，物体から回折され物体光となり，物体と相互作用しないそれ以外の照射光の部分は，参照光として作用する．このため，参照光が物体により乱されないような小さな物体の観察に適している．このガボール型は主に計測対象が微小である粒子計測に利用されている [46, 47]．これに対して，インライン型はより一般的な物体を測定可能な方法である．インライン型は光源からの光を物体側と参照側に分割して，物体から回折された光を，参照光と同じ

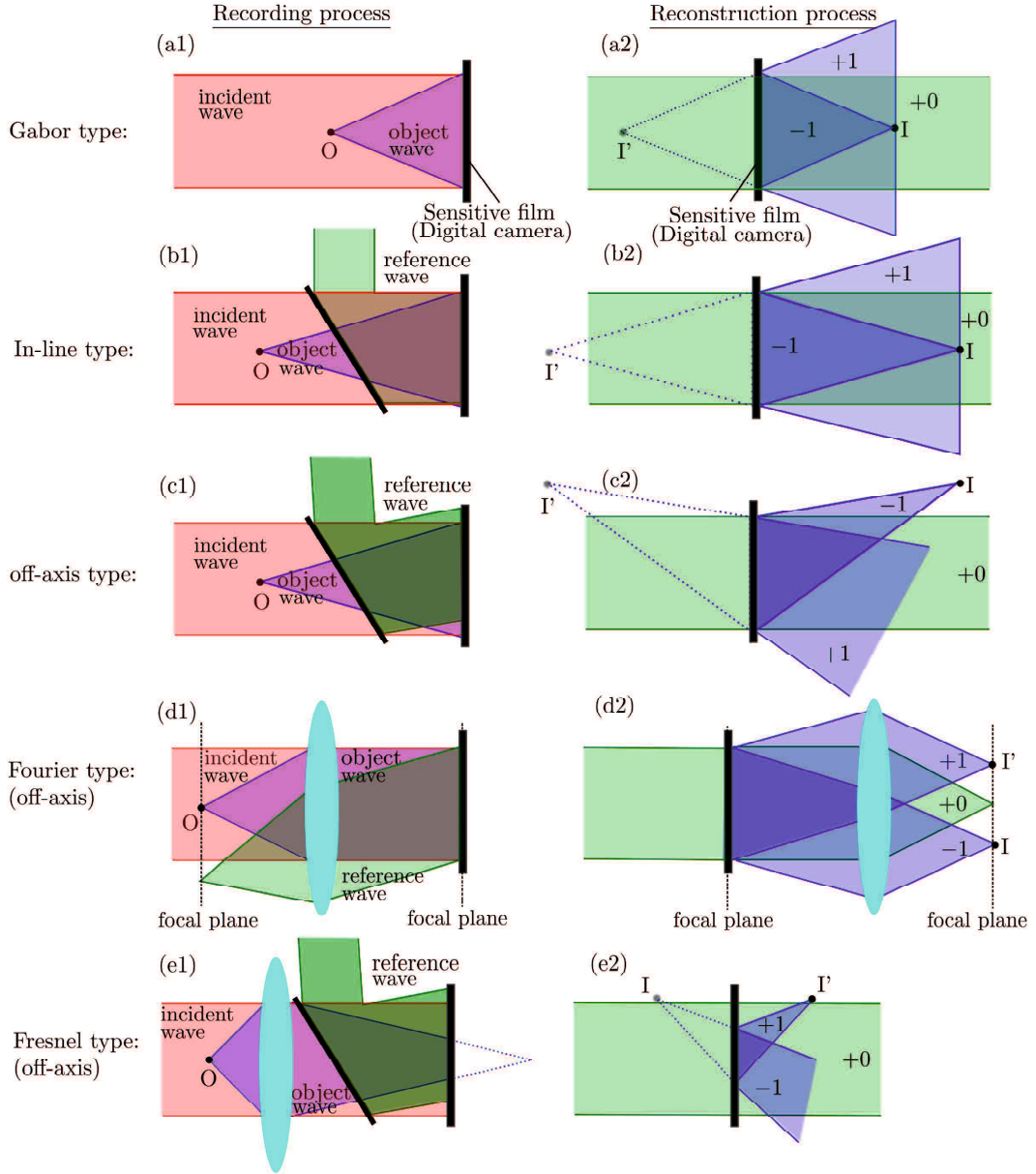


Fig. 6 Schematic representation of experimental setups for recording process (a1)-(e1) and reconstruction process (a2)-(e2): O , I and I' are the object, real image and virtual image respectively, +0 is the zero-order, +1 and -1 are twin-image components.

傾きで重ね合わせることで、ホログラムを形成する方法である。インライン型は、ガボール型に対して、測定対象が小さな物体に制限されないという利点がある。しかし、図 6(b) のように、ホログラムから再生される像は、直流成分とピントのずれた

複素共役の像が重複して再生される欠点がある．このため、像の再生には、位相シフト法のように、複数枚の画像や高精度な位相変調素子を必要とする．ガボール型をインライン型に含めて分類する場合もあるが、本論文では異なる構成として取り扱う．オフアキシ型は、図 6(c) のように、物体光と参照光の光軸の傾きがカメラ上で一致しない場合であり、ホログラムに含まれる各成分は異なる方向に再生される．このため、ホログラムを構成する成分の中から像生成に必要な成分の抽出を行い易いという利点があり、1枚のホログラムで像再生が可能である．

デジタルホログラフィでは、撮像素子の小型化に限界があるため、カメラのピクセルサイズにより、再生像の分解能が決定され、ピクセルサイズよりも分解能は低い．しかし、細胞のような微小な物体を撮影するには、カメラのピクセルサイズ程度の分解能では不十分であるため、干渉光学系に結像レンズを挿入して、物体光を拡大観察することが行われる．このように結像光学系を導入したデジタルホログラフィは、デジタルホログラフィック顕微鏡と呼ばれ、よく収差補正された対物レンズを用いた場合には、回折限界に近い分解能を達成することができる [4]．このレンズの導入は、インライン型とオフアキシ型のどちらの場合にも行うことができる．Fourier 型では、図 6(d) のように、物体面と撮影面はそれぞれ結像光学系の前側焦点面と後側焦点面に配置される [48]．このとき、撮影面における物体からの回折光の複素振幅は、物体面における複素振幅のフーリエ変換になる．これにより、物体光のアンギュラスペクトルを撮影面上で直接扱うことができる．また、参照光として参照球面光を用い、参照球面波の中心が参照側光学系の前側焦点面に配置され、参照平面波として撮影面を照射する場合には、直流成分が再生面で集光するため、実像と虚像が直流成分により劣化しない利点がある．一方、Fresnel 型は、図 6(e) のように、物体面と像面が有限距離にあり、デジタルホログラムの撮影は像面上、あるいは、像面からデフォーカスした位置で行われる．このため、物体の像はカメラ面上、あるいは、カメラ面から有限の位置に形成される．Fresnel 型のデジタルホログラフィック顕微鏡の特徴は、像面と撮影面をずらすことで、撮影面を光空間変調素子として利用することから、倍率補正や収差補正をデジタル的に実行できることや、機械的な走査を必要としない焦点合わせが可能であるという利点がある [49, 50]．この焦点合わせの特性は、細胞の高倍率観察や長時間観察時に生じるフォーカスドリフトを解消するのに有効であると考えられている [50]．著者らは、この Fresnel 型デジタルホログラフィック顕微鏡のインライン型、及び、オフアキシ型を対象する．

図 7 に、本章で構成する透過型デジタルホログラフィック顕微鏡の実験装置の構成を示す．基本構成は、マッハツェンダー干渉計であり、物体の拡大観察のために顕微鏡対物レンズを導入している．まず、直線偏光の He-Ne レーザー光源 (632.8[nm], 2[mW]) から放出された光は、OD フィルタにより強度調整された後、無偏光ビームスプリッターにより物体側と参照側に分割される．物体側に分割された光は、物体照射後に顕微鏡対物レンズ ($\times 60$ 倍, N.A. = 0.7) により拡大される．一方、参照側に分割された光は、物体側の光と偏光方向が一致するように、半波長板により偏光方向が調整され、スペシャルフィルタにより球面波に変換される．この参照光の波面曲率が物体光の波面曲率に近づくように調整する．この場合には、球面状の波面は物体側

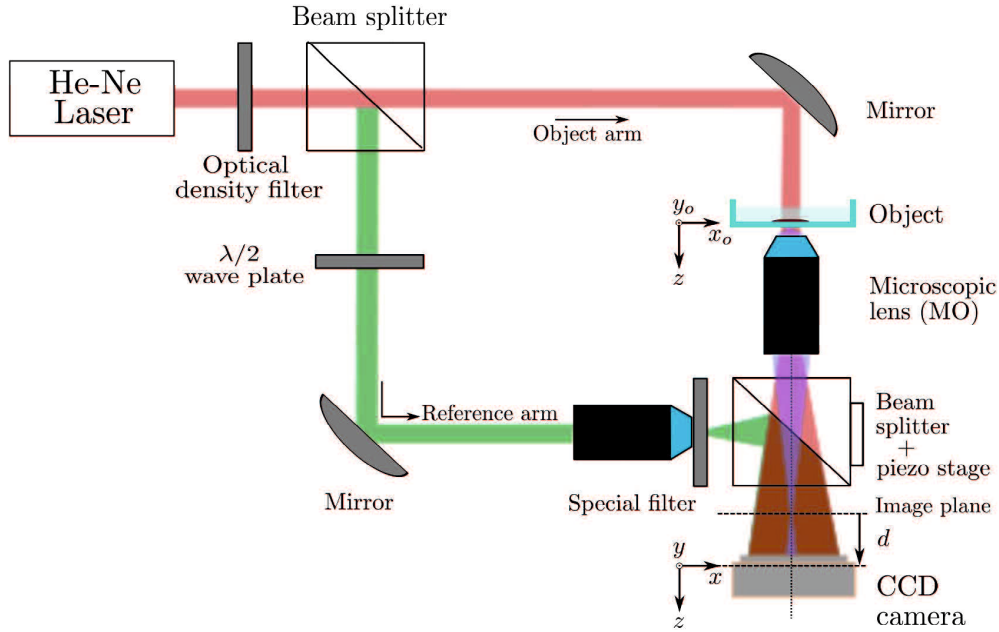


Fig. 7 Schematic representation of the our experimental setup of the digital holographic microscopy for transparent microscopic objects.

と参照側の干渉により打ち消し合う．そして，観察物体を配置していない状態では，デジタルホログラムの干渉縞強度分布は，平面波による干渉と同じようになる．つまり，インライン型の場合には同一平面上において干渉縞が生じず均一な強度分布となり，オフアキス型の場合には同一平面上において等間隔の平行な干渉縞になる．干渉計をオフアキス型として利用する場合には，物体光と参照光を合成するための無偏光ビームスプリッターを僅かに傾斜させる．また，インライン型の場合には，この無偏光ビームスプリッターにピエゾステージを取り付けることで，ナノメートル精度で位置を制御して位相変位を与える．最終的に，干渉計から出力された干渉縞分布は，CCDカメラ ($1628 \times 1236[\text{pixel}]$ ，ピクセルサイズ $4.4 \times 4.4[\mu\text{m}]$) により記録され，関心領域は $1024 \times 1024[\text{pixel}]$ と設定する．また，物体面と像面の間の倍率は $\times 60$ に設定する．CCDカメラは像面の後方に設置されており，カメラと像面の間の距離 d を，結像光学系に対するデフォーカス量として定義する．デフォーカス量 d の符号は，像面よりもカメラが後方に位置するときに正とする．実験目的は，構築したデジタルホログラフィック顕微鏡の検証と，再構成アルゴリズムの評価を行うことにある．このため，測定対象は形状と屈折率が既知である線構造をもつナノインプリントモールド (幅 $10[\mu\text{m}]$ ，高さ $350[\text{nm}]$ ，屈折率 1.4537) を対象とする．また，強度物体と位相物体の対比が必要な場合には，強度物体として USAF1951 テストターゲット (ネガ) を対象とする．デフォーカス量は $0[\text{cm}]$ から $5[\text{cm}]$ まで $1[\text{cm}]$ 間隔で変更して，デジタルホログラムを撮影する．

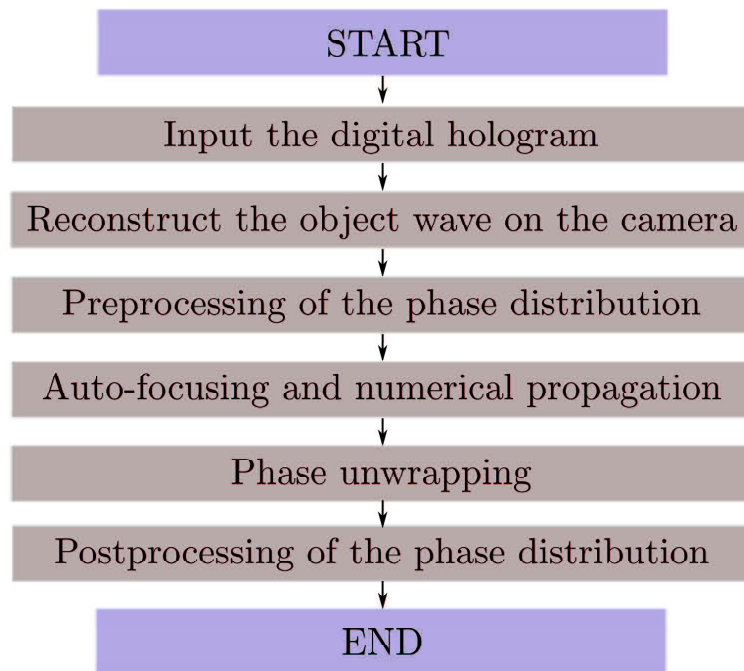


Fig. 8 Reconstruction algorithm for the quantitative phase measurement in digital holography.

2.4 再構成アルゴリズム

図7に示す実験装置から得られるデジタルホログラムは、物体光の複素振幅を含む干渉強度分布であり、そこから像を再生するには、この干渉縞強度分布にデジタル処理を施し、像面上の物体光の複素振幅を再生することが必要になる。この像面上の物体光の強度分布は物体の強度画像に対応し、物体光の位相分布は物体を通過した際の位相変位に対応する。この像面上の物体光の複素振幅を再生するためのアルゴリズムは、再構成アルゴリズムと呼ばれる。図8に、再構成アルゴリズムの概要を示す。デジタルホログラムから像再生を行うための再構成アルゴリズムは大きく5つの過程に分類される。まず、撮影したデジタルホログラムからカメラ上の物体光の複素振幅を抽出する。次に、デジタル倍率補正や収差補正のような、カメラ上の位相分布の補正が必要な処理を実行する。そして、物体に対して焦点合わせを行うために、オートフォーカシングの手法を用いて、フォーカシングの程度を評価する。焦点が合っていない場合には、カメラ上の補正された物体光の複素振幅を用いて回折積分を計算し、計算機内で撮影面から焦点面まで物体光を伝搬させる。これにより、物体の振幅画像と位相分布が計算される。実験では光学系の調整誤差やレンズの収差によりカメラ上の位相分布に誤差が発生する。また、位相分布は逆正接で計算されるため、値域が

$[-\pi, \pi]$ に制限されており、不連続となる．この不連続な位相はラップ位相と呼ばれ、物体の光学厚さを計測するためには、ラップ位相から光学厚さに対応する実際の位相分布を復元する必要がある．このため、位相分布を物体の光学厚さに対応した位相分布に変換するために、位相アンラッピングと呼ばれる処理を行い、その後、実験装置に起因する誤差を修正する必要がある位相分布の誤差を修正する．これにより、物体の振幅画像と位相分布が計測される．

2.4.1 カメラ上の物体光の複素振幅の再構成

カメラ上の物体光の複素振幅を再生するには、デジタルホログラムの干渉縞強度分布を表す式 (4) から直流成分と Twin -image を除去する必要がある．この方法は、インライン型デジタルホログラフィとオフアキシス型デジタルホログラフィで大きく異なる．インライン型デジタルホログラフィでは、ホログラムに含まれる全ての回折成分が同軸上に再生されるため、分離のために位相変調が可能な特殊な装置が必要になる．インライン型デジタルホログラフィにおけるこれらの回折成分を分離するための代表的な手法として、山口らにより開発された位相シフト法が広く利用されている [29]．この位相シフト法は、位相シフトを行った複数枚のデジタルホログラムを用いて再構成を行う手法で、スペックルノイズの低減が可能であることが報告されている [51]．一方、オフアキシス型デジタルホログラフィは、参照光が傾斜していることから回折成分の分離を行い易い．参照光の傾斜は、周波数空間におけるスペクトル分布の平行移動として表われるため、周波数空間上でのフィルタリングによる分離が可能である [38]．また、オフアキシス型デジタルホログラフィでは、参照光が傾斜しているため、参照光の位相分布が物体光の複素振幅よりも急激に変化する．この空間的な参照光の位相情報を用いて最適化手法により物体光を抽出する空間的位相シフト法も提案されている [39]．オフアキシス型のこれらの手法は特殊な装置を用いることなく、1枚のデジタルホログラムから再構成することができる利点がある．ここでは、インライン型とオフアキシス型のそれぞれの構成に対して、カメラ上の物体光の複素振幅を再生するための手法について説明し、その計算例を示す．そして、再構成アルゴリズムを構成した後に、2.5 節において、測定精度と分解能の評価を行う．

2.4.1.1 時間的位相シフト法

位相シフト法は、参照光に位相シフトを加えた複数枚のデジタルホログラムを撮影し、そのデジタルホログラムを用いて簡単な演算を行うことで、撮影面における物体光の複素振幅を再生する方法である [29]．この参照光の位相シフトは、光源波長よりも小さい変位を、参照光の光路長に与える必要があるため、ピエゾステージのような高精度の変位を与えることができる装置が必要になる．図 9 に、デフォーカス量を 2[cm] とした場合のナノインプリントモールドのインライン型のデジタルホログラムの撮影結果を示す．これらのデジタルホログラムは、 $n\pi/2$, ($n = 0, 1, 2, 3$) の位相シフトを加えて撮影している．実験装置では、物体光と参照光の波面曲率を一致させているため、インライン型におけるデジタルホログラムは干渉縞を含まないが、位相変

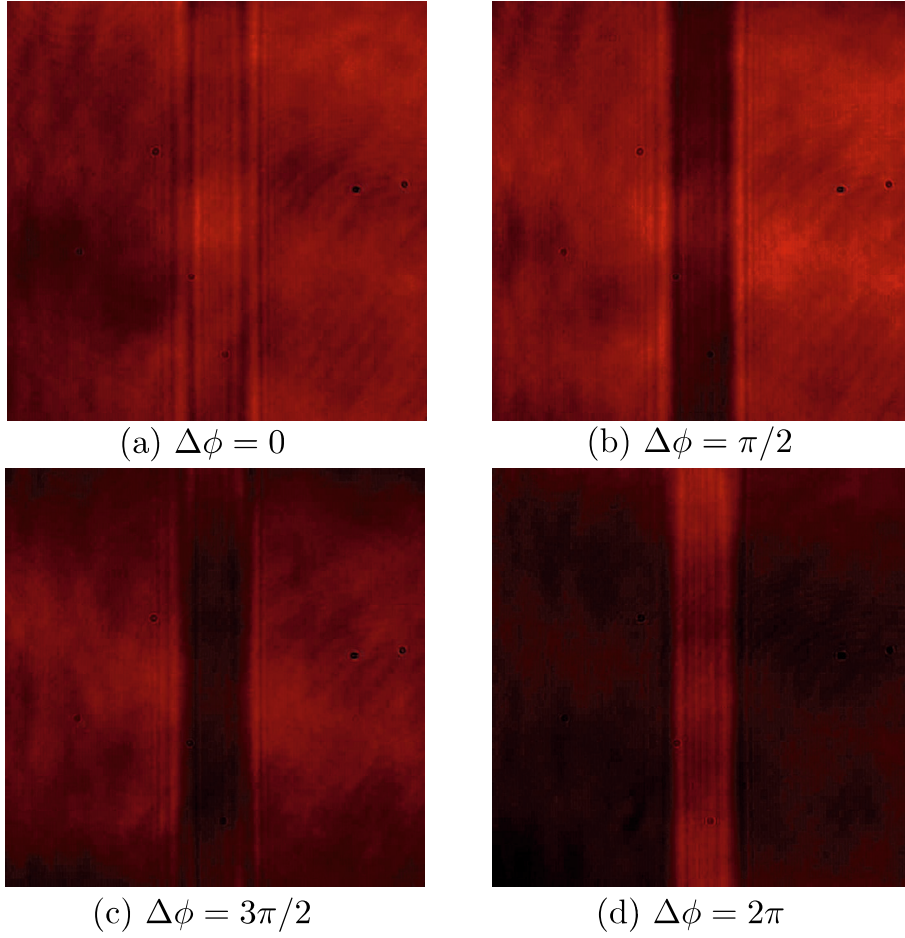


Fig. 9 The four recorded holograms of the line-structure mold (Height 350[nm], Width 10[μm]) with each difference phase shift $\Delta\phi$ of the reference wave. These digital holograms were recorded by the in-line digital microscopy.

位を加えることで干渉縞が光軸方向に変位して強度分布が変化する．これらのデジタルホログラムからカメラ上の物体光の複素振幅を再生する．参照光に与える微小変位を $\Delta\phi$ とすると，参照光は次のように表現できる．

$$R(\mathbf{x}) = |R(\mathbf{x})| \exp[i\Phi_r(\mathbf{x}) + i\Delta\phi] \quad (12)$$

このとき，デジタルホログラムの強度分布は，次のようになる．

$$I_{\Delta\phi}(x, y) = [|O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + 2|O(x, y)||R(x, y)| \cos[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y) - \Delta\phi]] \quad (13)$$

位相シフト法は，この位相変位 $\Delta\phi$ を変更した複数のデジタルホログラムを撮影する．この位相変位量を $\Delta\phi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ とした場合に，

$$P_{\Delta\phi}(x, y) \equiv \cos[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y) - \Delta\phi] \quad (14)$$

とおくと、各位相変位量に対して、式 (14) は次のようになる。

$$\begin{cases} P_0(x, y) &= \cos[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y)] \\ P_{\pi/2}(x, y) &= \sin[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y)] \\ P_{\pi}(x, y) &= -\cos[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y)] \\ P_{3\pi/2}(x, y) &= -\sin[\Phi_o(x, y) - \Phi_r(x, y)] \end{cases} \quad (15)$$

これより、物体光の振幅分布と位相分布は、

$$|O(x, y)| = \frac{1}{4|R(x, y)|} \sqrt{[I_{\pi/2}(x, y) - I_{3\pi/2}(x, y)]^2 + [I_0(x, y) - I_{\pi}(x, y)]^2} \quad (16)$$

$$\Phi_o(x, y) = \tan^{-1} \frac{I_{\pi/2}(x, y) - I_{3\pi/2}(x, y)}{I_0(x, y) - I_{\pi}(x, y)} + \Phi_r(x, y) \quad (17)$$

となる。従って、物体光の複素振幅は、次のようになる。

$$O(x, y) = O'(x, y) \exp[i\Phi_r(x, y)] \quad (18)$$

ここで、

$$O'(x, y) \equiv |O(x, y)| \exp \left\{ i \tan^{-1} \frac{I_{\pi/2}(x, y) - I_{3\pi/2}(x, y)}{I_0(x, y) - I_{\pi}(x, y)} \right\} \quad (19)$$

である。位相シフトを実行することで得られたデジタルホログラムから式 (19) が得られるので、式 (18) により、参照光の位相分布を考慮することで、デジタルホログラムからカメラ上の物体光の複素振幅が再生できる。図 10 は、図 9 に示す 4 枚のデジタルホログラムから時間的位相シフト法を用いて再構成したカメラ上の複素振幅の計算例である。

2.4.1.2 フーリエフィルタリング法

フーリエフィルタリング法は、オフアキシス型配置において、1 枚のデジタルホログラムから物体光の複素振幅を再生可能な方法の 1 つである。この方法は、オフアキシス型ホログラフィにおける像再生の過程をそのままデジタル化し、周波数フィルタリングを導入することで物体光以外の不要な回折成分を除去する手法である [38]。図 11(a) に、デフォーカス量を 2[cm] とした場合のナノインプリントモールドのオフアキシス型のデジタルホログラムの撮影結果を示す。オフアキシス型配置におけるデジタルホログラムは、式 (4) に示すように、零次回折成分、実像成分、虚像成分から構成される。ここで、オフアキシス型であるので、参照光を式 (7) の傾斜平面波で表現すると、デジタルホログラムの強度分布は次式であらわされる。

$$\begin{aligned} I(\mathbf{x}) &= [|O(\mathbf{x})|^2 + R_0^2] + \bar{O}(\mathbf{x})R_0 \exp(ik\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}) \\ &\quad + O(\mathbf{x})R_0 \exp(-ik\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (20)$$

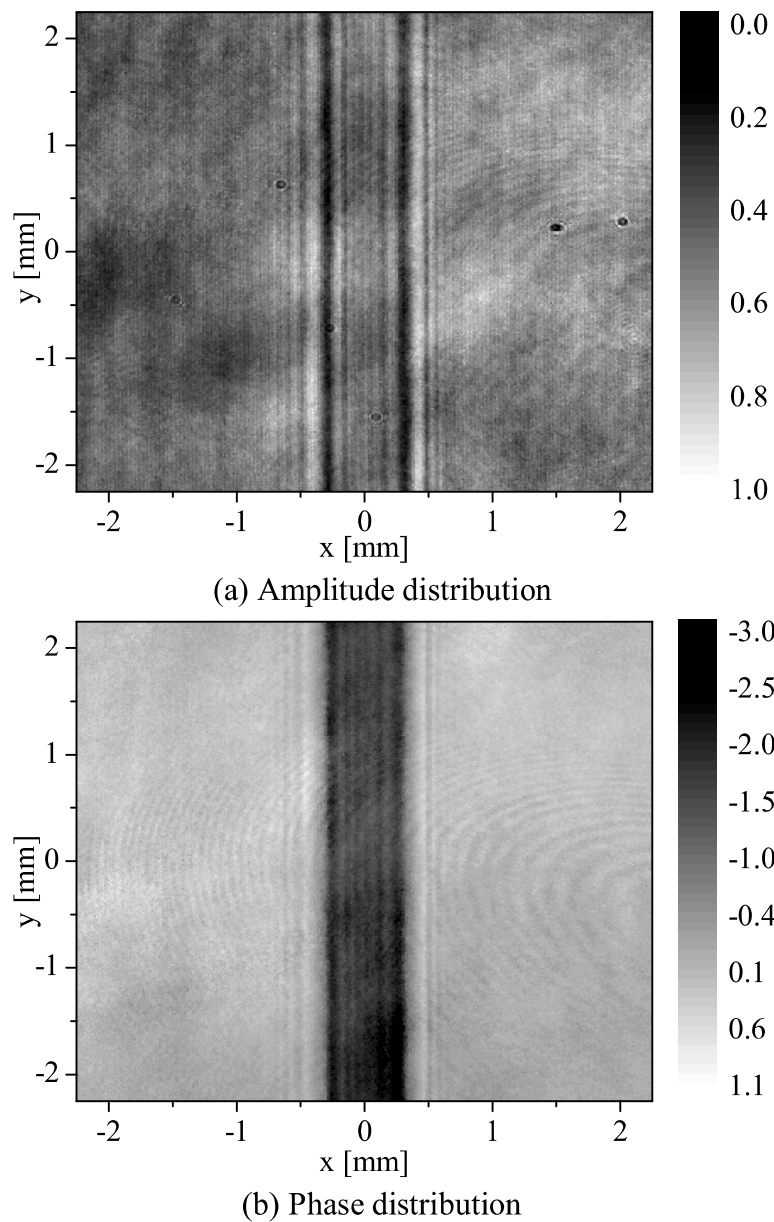


Fig. 10 The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method on the camera plane.

ここで、 R_0 は参照光の振幅、 α は参照光の方向余弦、 $\mathbf{x}$ は撮影面上の座標である。このデジタルホログラムの強度分布を座標 $\mathbf{x}$ に対してフーリエ変換すると、複素指数

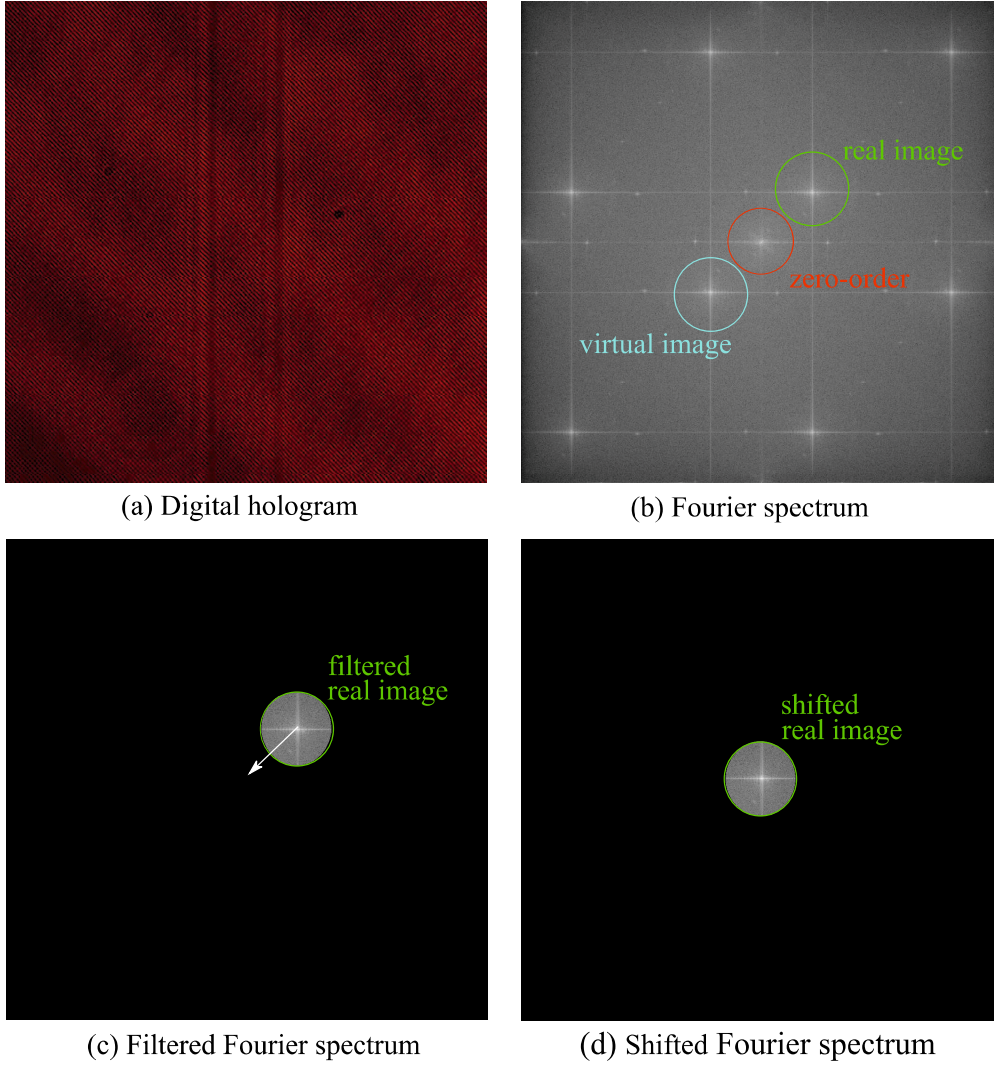


Fig. 11 Each process of Fourier filtering method. (a) Off-axis digital hologram of the line-structure mold (height 350[nm], width [μm]), (b) Fourier spectrum of the digital hologram, (c) Filtered Fourier spectrum of the real image component, (d) Shifted Fourier spectrum of the real image component.

関数の1次位相項は周波数空間における平行移動を意味するので、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[I_h(\mathbf{x})](\mathbf{k}') \equiv & \mathcal{F}[|O(\mathbf{x})|^2 + R_0^2](\mathbf{k}') + R_0 \mathcal{F}[\bar{O}(\mathbf{x})](\mathbf{k}' - k\boldsymbol{\alpha}) \\ & + R_0 \mathcal{F}[O(\mathbf{x})](\mathbf{k}' + k\boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $\mathbf{k}'$ は、実空間での座標 $\mathbf{x}$ に対応する波数空間の座標である。図 11(b) は、図 11(a) のデジタルホログラムをフーリエ変換した際のスペクトル分布である。図 11(b) に示すように、式 (21) は、零次回折成分は周波数空間の原点を中心にスペクトル分布をもち、実像及び虚像は、それぞれ原点対象の位置にスペクトル分布をもつ。

実像及び虚像のスペクトル分布の原点からの距離は、参照光の方向余弦に比例して増加するので、標本化定理を満足するように十分大きな方向余弦を与えると、各スペクトル分布は周波数空間上で分離される。抽出したい領域の内部を 1、外部を 0 としたマスクをデジタルホログラムのスペクトル分布に積算し、図 11(c) のようにスペクトル分布にフィルタをかける。これにより、実像あるいは虚像のスペクトル成分のみを抽出すると、式 (21) は次のようになる。

$$\mathcal{F}[I(\mathbf{x})](\mathbf{k}') = \begin{cases} R_0 \mathcal{F}[\bar{O}(\mathbf{x})](\mathbf{k}' - k\boldsymbol{\alpha}) & \text{if real image is selected.} \\ R_0 \mathcal{F}[O(\mathbf{x})](\mathbf{k}' + k\boldsymbol{\alpha}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

この式 (22) は、物体光の複素振幅のスペクトル分布を周波数空間において平行移動した値であり、実空間では方向余弦 $\boldsymbol{\alpha}$ をもつ参照光により物体光が変調され、再構成された物体光に 1 次の位相収差が含まれていることを意味している。この収差を補正するには、周波数空間上でスペクトル分布を原点まで平行移動させる方法と、実空間上でこの収差を打ち消すように、参照光の複素共役を乗算する方法が利用できる。前者の方法では、スペクトル分布を平行移動後に逆フーリエ変換を行うことで、物体光の複素振幅が再構成される。後者の方法では、式 (22) を逆フーリエ変換した後に、位相収差の複素共役である複素指数関数 $\exp(i\Phi_c(\mathbf{x}))$ を積算することにより補正を行う。この方法は、式 (8) の再生光をホログラムに照射する過程を計算機内で実行することに対応し、この複素指数関数はデジタル再生光と呼ばれる。図 11(d) は、平行移動後のスペクトル分布である。このスペクトル分布を逆フーリエ変換することにより、カメラ上の物体光の複素振幅が得られる。この抽出した複素振幅 $I_h(\mathbf{x})$ は、次式により与えられる。

$$I_h(\mathbf{x}) = \begin{cases} R_0 \bar{O}(\mathbf{x}) & \text{if real image is selected.} \\ R_0 O(\mathbf{x}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

この複素振幅は、複素デジタルホログラムとも呼ばれる。参照光が平面波ではない場合には、参照光の 2 次以上の位相項を、

$$C(\mathbf{x}) \equiv \exp \left[i \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M D_{nm} x^n y^m \right] \quad (24)$$

と定義して、物体光の複素振幅 $O(\mathbf{x})$ を $O(\mathbf{x})\bar{C}(\mathbf{x})$ で置換すればよい。この場合、フーリエフィルタリング法で得られる物体光の複素振幅は、式 (24) により位相変調されて復元される。これにより、カメラ上の物体光の複素振幅が再生される。図 12 は、図 11(a) のデジタルホログラムからフーリエフィルタリング法を用いて再構成したカメラ上の複素振幅の計算例である。フーリエフィルタリング法により得られる振幅分布は、スペックル雑音のために、位相シフト法により得られる振幅分布に対して定性的に斑であるように見える。

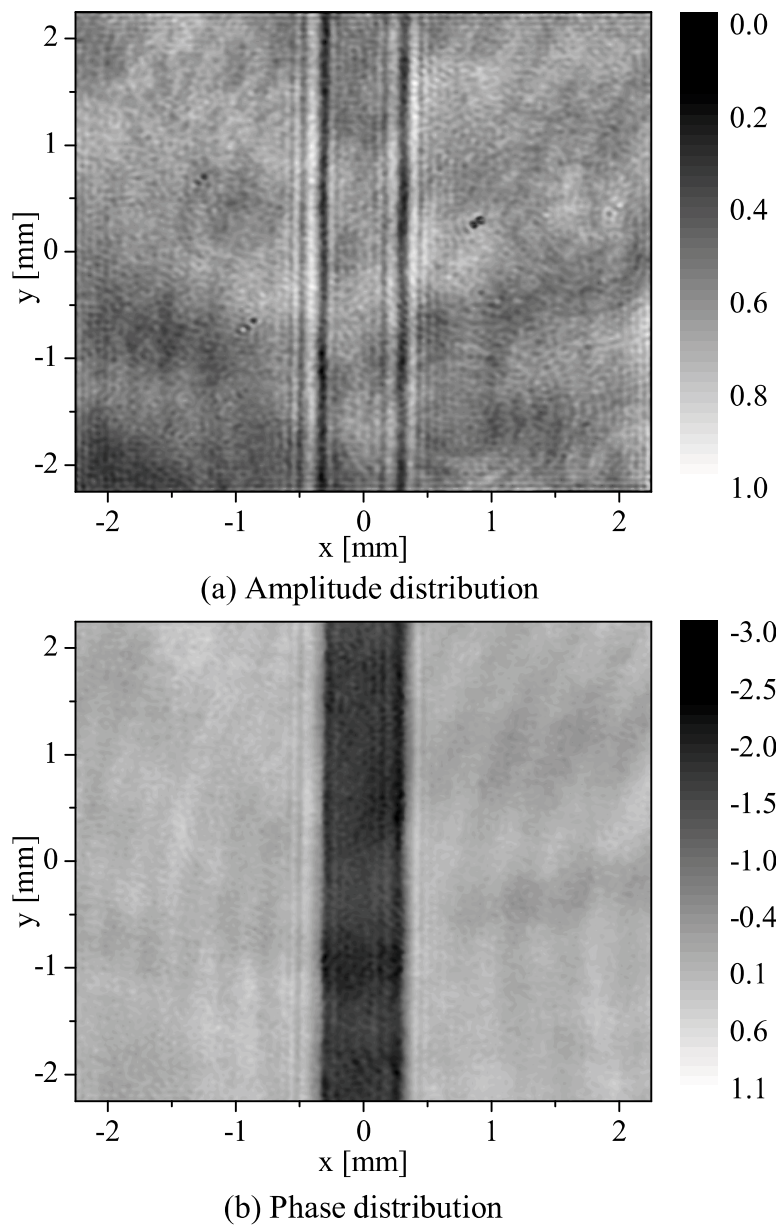


Fig. 12 The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by Fourier filtering method on the camera plane.

2.4.1.3 空間的位相シフト法

前節の時間的位相シフト法は、参照光に位相変位を与えて複数枚のデジタルホログラムを撮影し、それらを用いて干渉成分に含まれる物体光の位相情報を抽出する方法

であった．この時間的位相シフト法は，1 ピクセル毎に物体光の複素振幅の再生を行う方法であり，あるピクセルの複素振幅を計算する場合には，その周囲のピクセルの値は再生過程に関与しなかった．これに対して，空間位相シフト法は，あるピクセルにおける物体光の複素振幅を推定するために，その対象ピクセル以外の同一デジタルホログラム内のピクセルの情報も利用する方法である [39]．空間的位相シフト法では，オフアキシス型配置を用い，物体光の複素振幅の再構成に必要なデジタルホログラムは1枚である．撮影面上の物体光と参照光の複素振幅を式 (1), (2) で表す．そして，デジタルホログラム内の参照光の位相分布は，再構成を行いたい物体の複素振幅に対して，空間的に急激に変化していると仮定する．また，物体光の複素振幅 $O(\mathbf{x})$ ，及び参照光の振幅 $|R(\mathbf{x})|$ は，推定対象のピクセル近傍では一様であると仮定する．この仮定より，デジタルホログラムにおける推定対象のピクセルとその近傍ピクセルの強度分布は，次のように表現できる．

$$\begin{aligned} I(\mathbf{x} + \mathbf{x}_m) &= |O(\mathbf{x}) + R_0(\mathbf{x}) \exp[i\Phi_r(\mathbf{x} + \mathbf{x}_m)]|^2 \\ &= |O(\mathbf{x})|^2 + R_0(\mathbf{x})^2 + 2\Re[\bar{R}(\mathbf{x} + \mathbf{x}_m)O(\mathbf{x})] \end{aligned} \quad (25)$$

ここで， $\mathbf{x} + \mathbf{x}_m$ ($m = 1, 2, \dots, M$) であり，推定ピクセルとその近傍ピクセルを座標を表している．また， $R_0(\mathbf{x}) \equiv |R(\mathbf{x})|$ と定義しており，未知数として扱う．これは，参照光はガウス状の分布をしている場合が多く，実験的に均一にするには，調整に時間を要するためである．空間的位相シフト法では，局所的な最小二乗評価関数を利用して，デジタルホログラムの実験値と式 (25) の数理モデルの間の誤差を最小にするように，未知数を決定する．表記の簡略化のため， $\mathbf{x} + \mathbf{x}_m$ を単に添え字 m として表す．このとき，評価関数は，次のように表される．

$$\argmin_{R_0 \in \mathbb{R}_+, O \in \mathbb{C}} \sum_{m=1}^M w_m |I_m - [|O|^2 + R_0^2 + 2\Re(\bar{R}_m O)]|^2 \quad (26)$$

ここで， w_m は $\sum_{m=1}^M w_m = 1$ を満足する重み関数であり，近傍ピクセルの寄与の程度を表す．対象ピクセルから離れるほど値が減衰する関数を選択することで，近傍ピクセルのみの影響を取り入れることができる．ここでは，重み関数として，3次のB-スプライン関数を用いる．この関数は，ガウス状の分布をもち，有限サポートである．重み関数は，次のように表現される．

$$\begin{aligned} w(k, l) &= \beta^n(k/s) \beta^n(l/s) \\ \text{with } s &= (L - 1)/(n + 1) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで， β^n は n 次のB-スプライン基底関数， L は重み関数の幅であり， $L^2 = M$ の関係をもつ．式 (25) の未知数は， R_0 ， O とし， Φ_r は既知である場合を想定する．このとき，評価関数はこれらの未知数に対して非線形である．補助変数として， $Z \equiv OR_0 \in \mathbb{C}$ ， $U \equiv |Z|^2/R_0^2 + R_0^2 \in \mathbb{R}_+$ を定義すると，評価関数は次のように線

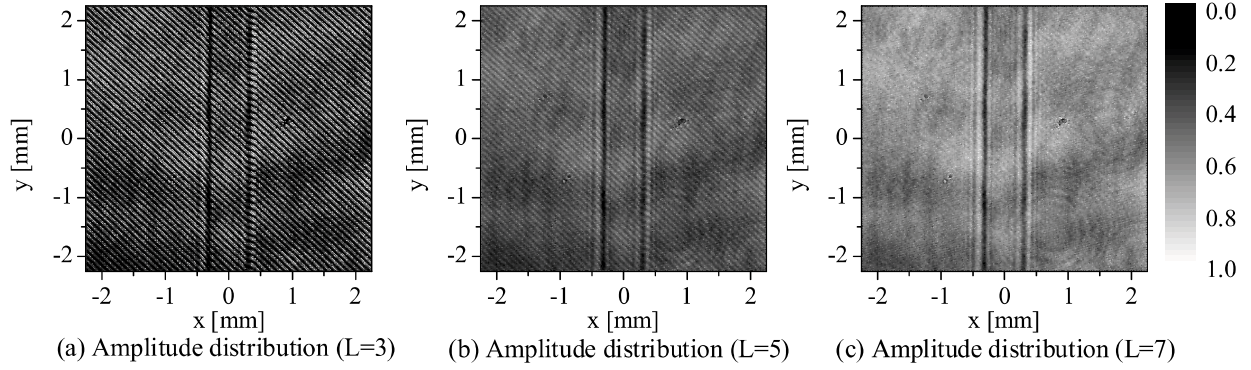


Fig. 13 The effects of the size L of the weighted function on the special phase shift method.

形化される.

$$\operatorname{argmin}_{U \in \mathbb{R}_+, Z \in \mathbb{C}} \sum_{m=1}^M w_m |I_m - U - 2\Re(V_m Z)|^2 \quad (28)$$

ここで, $V_m \equiv \bar{R}_m/R_0 = \exp(-i\Phi_{r,m})$ である. 式 (28) の評価関数は, 未知の補助変数 $U, Z, \bar{Z}$ に対して線形関数となっている. 従って, 線形最適化問題の解法を適用して補助変数を計算した後, その計算結果を利用することで, 物体光の複素振幅を導出できる. 補助変数と実際に計算したい未知数の関係は, 次のようになる.

$$O = Z/R_0 \quad (29)$$

$$R_{0,\pm} = \left[\frac{U \pm \sqrt{U^2 - 4|Z|^2}}{2} \right]^{1/2} \quad (\because R_0 \in \mathbb{R}_+) \quad (30)$$

ここで, $R_{0,+}^2 R_{0,-}^2 = |Z|^2$, $R_{0,-} \leq R_{0,+}$ の関係より, $R_{0,-}^2 \leq |Z| \leq R_{0,+}^2$ が成立する. 従って, 参照光と物体光の強度分布の大小関係により, $R_{\pm}$ の解が唯一に定まる. 即ち, $R_0 \leq |O|$ の場合には $R_{0,-}$ を選択し, そうでなければ, $R_{0,+}$ を解として用いる. 式 (28) に最小二乗法を適用すると, 次の行列方程式が得られる.

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \bar{\alpha} \\ \alpha & \beta & 1 \\ \bar{\alpha} & 1 & \bar{\beta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U \\ Z \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{m=1}^M w_m I_m \\ \sum_{m=1}^M w_m V_m I_m \\ \sum_{m=1}^M w_m \bar{V}_m I_m \end{pmatrix} \quad (31)$$

ここで, $\alpha \equiv \sum_{m=1}^M w_m V_m$, $\beta \equiv \sum_{m=1}^M w_m V_m^2$ と定義した. 式 (31) により, 補助変数 $U, Z, \bar{Z}$ を計算した後, 式 (29), 及び, 式 (30) を用いることで, カメラ上の物体光の複素振幅を計算することができる. 図 13 は, 図 11(a) のデジタルホログラムから空間的位相シフト法を用いて再構成したカメラ上の振幅分布の計算例であり, 重み付

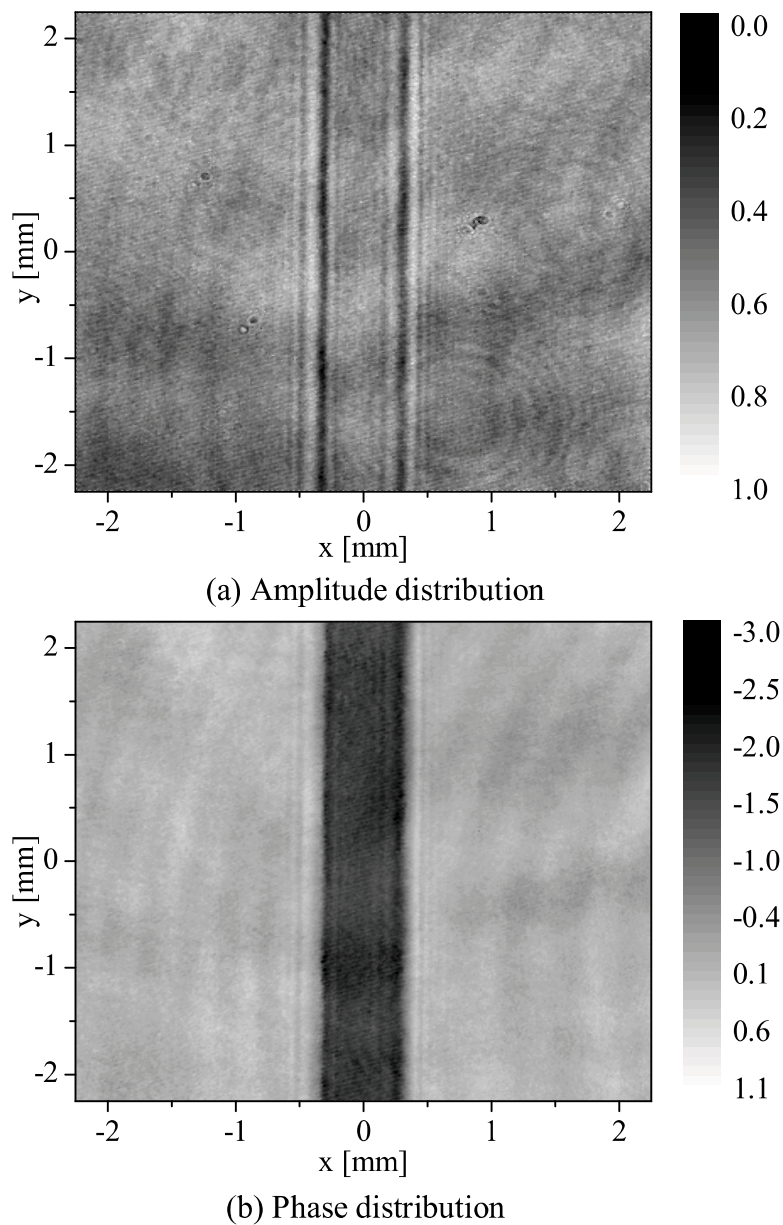


Fig. 14 The complex amplitude of the reconstructed wave calculated by spacial phase shift method on the camera plane.

き最小二乗法の窓の大きさを表す変数 L を変更した場合の再構成結果の違いを表している．重み付き最小二乗法の窓の大きさが，干渉縞分布の周期に対して十分大きくない場合には，空間的位相シフト法の仮定を満足しないため，再構成した複素振幅にデジタルホログラムの干渉縞が雑音として現れることが分かる．図 14 は，図 11(a) の

Table. 1 Computational time of the reconstruction methods (unit:[sec])

FF	SPS ($M = 3^2$)	SPS ($M = 5^2$)	SPS ($M = 7^2$)	TPS
2.10	39.77	84.61	150.29	3.97

* FF, SPS and TPS mean Fourier filtering, spacial and temporal phase shift, respectively.

デジタルホログラムから、 $L = 7$ における空間的位相シフト法により再構成された複素振幅の計算例である．空間的位相シフト法により復元された振幅分布は、フーリエフィルタリング法の振幅分布と同様に、スペックル雑音のために斑模様が発生する．

2.4.1.4 計算時間

表 1 に計算に要した平均時間を示す．計算は、Intel(R) Core(TM) i3-2370M CPU 2.40GHz, 実装メモリ 4.00GB の計算機により行われた．また、計算時間には、デジタルホログラムの画像読込の時間を含まっている．結果として、フーリエフィルタリング法が 2.10[sec] と最も計算時間が短く、次に、時間的位相シフト法の計算時間が 3.97[sec] と短い．また、空間的位相シフト法は、計算時間が 150.29[sec] と他手法に対して非常に長いため、実時間計測と連続処理には適さない．

2.4.2 回折積分を用いた数値伝搬手法

デジタルホログラムの撮影面が像面に一致していない場合、前節の方法を用いてカメラ上の物体光の複素振幅を復元すると、その復元された物体光の強度分布は物体に焦点が合っておらず、位相分布は物体形状に対応していない．この場合には、物体に焦点を合わせるために、計算機内で撮影面から焦点面まで物体光を数値伝搬させることが必要になる．この計算機内での焦点合わせは、デジタルフォーカシングと呼ばれる．このデジタルフォーカシングは、機械的走査を行うことなく、焦点を合わせた観察を行うことができるため、粒子計測のように物体が 3 次元的に移動する場合や、生細胞の高倍率観察のように、温度変化やレンズの熱膨張によりフォーカス位置が変動する場合に有効であると考えられている [50]．このデジタルフォーカシングは、焦点を合わせるための伝搬距離を計算する過程と、実際にカメラ上の物体光の複素振幅を数値伝搬させる過程に分けられる．伝播距離を計算する過程では数値伝搬を用いるため、まず、後者の数値伝搬手法について説明する．数値伝搬には、レイリーゾーンマーフェルト回折積分とフレネル回折積分が用いられる．そして、その計算方法には、畳み込み定理に基づいて、高速フーリエ変換が利用される．高速フーリエ変換を用いる際には、伝搬される複素振幅の周期性が仮定されるため、計算領域境界の問題が生じる．また、標本化定理による制限からエイリアシング誤差が生じる．ここでは、これらの回折積分とその数値計算法の特性について述べる．

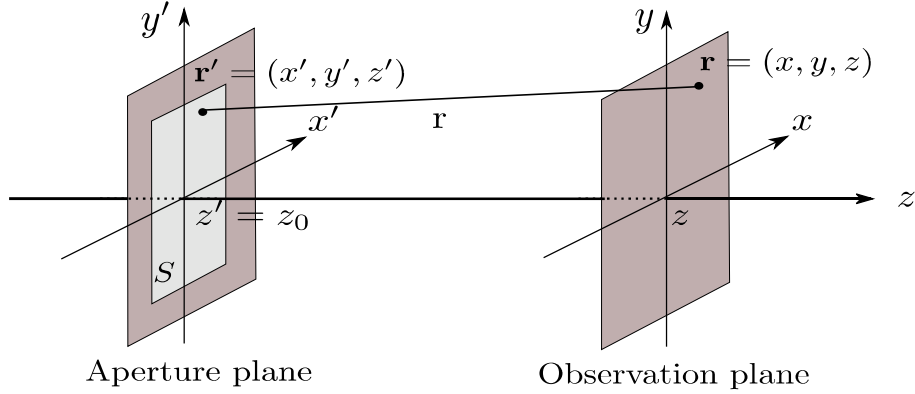


Fig. 15 Coordinate of diffraction from a plane aperture.

2.4.2.1 均一媒質中の光伝搬の基礎方程式

均一媒質中の光伝搬は3次元のヘルムホルツ方程式により表現される。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] u(\mathbf{r}) = 0 \quad (32)$$

ここで、 $\mathbf{r} \equiv (x, y, z)$ は位置ベクトル、 k は波数である。開口からの回折伝搬は、このヘルムホルツ方程式を用いて定式化される。デジタルホログラフィでは、カメラ上の物体光の複素振幅の再構成を行い、その複素振幅が再生される領域の大きさは、カメラの撮影面の大きさと等しくなる。そして、撮影面の外側の複素振幅は再生されない。このため、デジタルホログラフィにおける数値伝搬は、カメラの撮影面と同じ大きさをもつ平面開口からの回折伝搬と見なすことができる。この平面開口からの回折伝搬に対するヘルムホルツ方程式の厳密解は、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分として知られており、デジタルホログラフィでは、この回折積分を直接、あるいは、近軸近似を導入して数値伝搬に利用する。そこで、デジタルホログラフィで利用される回折伝搬手法について説明する。回折積分の表記には、図15に示す座標系と各記号を用いる。

2.4.2.2 レイリー・ゾンマーフェルト回折積分

平面開口からの回折伝搬における式(32)の解は、式(32)がレイリー・ゾンマーフェルトの放射条件を満足するとき、次のように与えられる。

$$u(\mathbf{r}) = \pm \frac{1}{2\pi} \iint_S u(\mathbf{r}')|_{z'=z_0} \frac{\partial}{\partial z'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{z'=z_0} dS' \quad (33)$$

ここで、 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 、 $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ は、それぞれ観測点と開口上の点を示す位置ベクトル、 S は $z = z_0$ における平面開口内の領域、積分前の符号は、 $z \geq z_0$ では

正, $z < z_0$ では負である. また, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は, ヘルムホルツ方程式のグリーン関数であり,

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (34)$$

である. 式 (33) は, レイリー・ゾンマーフェルトの第一解と呼ばれる. 式 (34) を式 (33) に代入し, $z > z_0$ の場合を想定する. また, 簡略化のために平面開口の位置を $z_0 = 0$ とし, 開口上の点と観測点の距離を $r \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ と定義する. このとき, 平面開口に対するヘルムホルツ方程式の解は, 次式で表される.

$$u(\mathbf{r}) \equiv u(\mathbf{r}') \odot h^{RS}(\mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \iint_S u(\mathbf{r}') \frac{\exp(ikr)}{r} \frac{z}{r} \left(\frac{1}{r} - ik \right) dS' \quad (35)$$

ここで, $\odot$ は畳み込み積分を意味し, $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{r}' = (x', y', 0)$, $r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2]^{1/2}$ である. この式 (35) は, レイリー・ゾンマーフェルト回折積分と呼ばれ, 自由空間内における平面開口からの回折伝搬に対して, ヘルムホルツ方程式の厳密解を与える.

2.4.2.3 アンギュラースペクトル展開

アンギュラースペクトル展開は, 開口上の光の複素振幅を異なる方向余弦をもつ回折平面波の重ね合わせとして表現することで, レイリー・ゾンマーフェルト回折積分を定式化する方法である. この方法は, 開口上の複素振幅を構成する各回折平面波を, 伝搬距離に対応する位相シフトを与えることにより伝搬させ, 再合成することにより, 回折伝搬後の平面上の複素振幅を計算する. 開口平面上の2次元座標に対応する波数ベクトルを $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ とすると, 回折平面波は次のように表現できる.

$$u(\mathbf{x}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\mathbf{k} \geq \|\mathbf{k}\|_2} \tilde{u}(\mathbf{k}, 0) \exp\left(i\sqrt{k^2 - \|\mathbf{k}\|_2^2}z\right) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{k} \quad (36)$$

ここで, $\|\cdot\|_p$ は l_p ノルムを意味する. また, $\tilde{u}(\mathbf{k}, 0)$ は開口上のアンギュラースペクトルであり, 次式で与えられる.

$$\tilde{u}(\mathbf{k}, 0) = \iint_S u(\mathbf{x}', 0) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (37)$$

アンギュラースペクトル展開とレイリー・ゾンマーフェルト回折積分の応答関数の関係は, 次のように表現できる.

$$H^{RS}(\mathbf{k}) \equiv \mathcal{F}_2 [h^{RS}(\mathbf{r})] = \exp\left(i\sqrt{k^2 - \|\mathbf{k}\|_2^2}z\right) \quad (38)$$

ここで, $\mathcal{F}_2$ は座標 $\mathbf{x}$ に対する2次元フーリエ変換を表す. 従って, 畳み込み定理から, アンギュラースペクトル展開とレイリー・ゾンマーフェルト回折積分は解析的に等価である.

2.4.2.4 フレネル回折積分

フレネル回折積分は、レイリーゾンマーフェルト回折積分に近軸近似を導入することで導出される。式 (35) において、 $O(r^{-3})$ の項を無視し、被積分関数の分母に関して、 $r \approx z$ で近似する。さらに、テイラー展開の高次の項を次のように無視する。

$$\begin{aligned} \exp\left(ik\sqrt{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2 + z^2}\right) &= \exp\left[ikz\left(1 + \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2}{z^2}\right)^{1/2}\right] \\ &\approx \exp\left[ik\left(z + \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2}{2z}\right)\right] \end{aligned} \quad (39)$$

このとき、式 (35) は、次のようになる。

$$u(\mathbf{r}) \equiv u(\mathbf{r}) \odot h^{FS}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_S u(\mathbf{r}') \exp\left(\frac{ik}{2z}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2\right) dS' \quad (40)$$

この積分はフレネル回折積分と呼ばれる。アンギュラースペクトル展開の伝達関数に対応させた場合には、フレネル回折の伝達関数は、

$$H^{FS}(\mathbf{k}) \equiv \mathcal{F}_2[h^{FS}] = \exp\left[ik\left(1 - \frac{\|\mathbf{k}\|_2^2}{2k^2}\right)z\right] \quad (41)$$

となる。式 (38) 及び式 (41) より、フレネル回折積分は $k_z^2 \gg k_x^2 + k_y^2$ の場合に成立する。また、フレネル回折積分は、式 (40) の応答関数 $h^{FS}(\mathbf{r})$ を展開して、積分変数を含まない項を積分外に出すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r}) &= \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ik}{2z}\|\mathbf{x}\|_2^2\right) \\ &\quad \times \iint_S u(\mathbf{r}') \exp\left(\frac{ik}{2z}\|\mathbf{x}'\|_2^2\right) \exp\left(-i\frac{k\mathbf{x}}{z} \cdot \mathbf{x}'\right) dS' \end{aligned} \quad (42)$$

これは、フレネル回折積分がフーリエ変換で表現できることを意味している。

2.4.2.5 回折積分の数値計算法

カメラから取得されたデジタルホログラムは、計算機内では離散値として与えられるため、回折積分の計算は、数値積分により行うことになる。式 (35)、及び、式 (40) から分かるように、回折積分は開口上の複素振幅と回折積分の応答関数の畳み込み積分により表される。このため、畳み込み定理より、離散フーリエ変換を用いて計算することができる。畳み込み定理を用いた回折積分の計算方法は、大きく2つの方法が考えられる。第1の方法は、応答関数のフーリエ変換として、解析的な関数を利用し

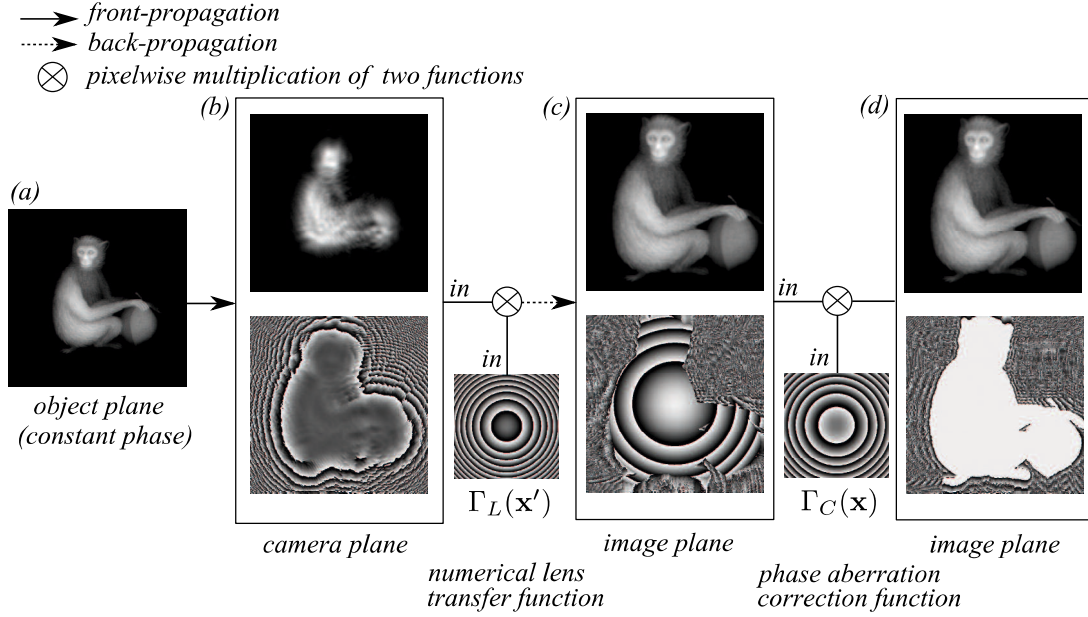


Fig. 16 Magnification correction of the reconstructed image by using the numerical thin lens. These images are calculated by the simulation based on Fourier optics theory.

て、畳み込み定理により計算する方法である．すなわち，応答関数のフーリエ変換を $H(\mathbf{k})$ と表すと，

$$u(\mathbf{r}) = \text{DFT}_2^{-1}[\text{DFT}_2[u(\mathbf{r}')](\mathbf{k})H(\mathbf{k})](\mathbf{r}) \quad (43)$$

となる．ここで， $\text{DFT}_2[\cdot]$ ， $\text{DFT}_2^{-1}[\cdot]$ は，2次元離散フーリエ変換，及び，その逆変換を意味する．また， $H(\mathbf{k})$ には，式 (38)，あるいは，式 (41) を与える．第2の方法は，応答関数のフーリエ変換を数値的に与える方法である．すなわち，応答関数を $h(\mathbf{r})$ と表すと，

$$u(\mathbf{r}) = \text{DFT}_2^{-1}[\text{DFT}_2[u(\mathbf{r}')](\mathbf{k})\text{DFT}_2[h(\mathbf{r}')](\mathbf{k})](\mathbf{r}) \quad (44)$$

となる．ここで， $h(\mathbf{r})$ は，式 (35)，あるいは，式 (40) で定義される応答関数を用いる．

式 (43)，及び，式 (44) は，レイリー・ゾンマーフェルト回折積分とフレネル回折積分のどちらの場合でも適用できる．これらの方法では，離散フーリエ変換として，標本化定理の制限を受ける通常の高速度フーリエ変換のアルゴリズムを用いた場合には，伝搬計算前の離散間隔 $\Delta \mathbf{x}'$ と伝搬計算後の離散間隔 $\Delta \mathbf{x}$ は等しくなる性質をもつ．

計算面の格子間隔を変更したい場合には，数値的にレンズを導入することで，表示倍率を変化させることができる．図 16 は，倍率補正の過程を示している．物体 (a) からの物体光の複素振幅 (b) をカメラ上で再構成したとする．このとき，この複素振

幅を回折積分により回折伝搬させ、焦点の合った倍率の異なる画像を取得することを考える．伝搬距離を z ，格子間隔を変化倍率を M_L と表すと，レンズの公式と薄肉レンズの伝達関数から，倍率変更のための数値レンズの伝達関数は次のようになる．

$$\Gamma_L(\mathbf{x}') = \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda M_L z} (M_L - 1) \|\mathbf{x}'\|_2^2 \right] \quad (45)$$

この数値レンズを導入したとき，回折積分における伝搬距離は， $M_L z$ となり，元の伝搬距離の M_L 倍になる．(c) は倍率を $M_L = 1.4$ とした場合の回折積分により計算された物体の拡大像である．(c) の位相分布を見て分かるように，再生された位相分布には，数値レンズによる位相収差が生じる．このため，この位相収差の補正を伝搬計算後の観察面における複素振幅に，次の関数を積算することで補正する．

$$\Gamma_C(\mathbf{x}) = \exp \left[-\frac{ik}{2M_L^2 z} (M_L - 1) \|\mathbf{x}\|_2^2 \right] \quad (46)$$

この関数により，数値レンズを導入したことによる位相収差が補正され，拡大像の複素振幅 (d) が得られる．

2.4.2.6 計算領域境界と伝搬距離の影響

回折積分は離散フーリエ変換で表現できるため，高速フーリエ変換のアルゴリズムを適用することで高速に計算することができる．しかし，離散フーリエ変換を用いる場合には，計算面の複素振幅が周期関数として扱われるため，計算領域境界の影響が無視できなくなる．また，標本化定理を満足しない場合には，エイリアシング誤差を考慮しなければならない．そこで，適切な計算方法を検討するため，回折積分の各数値計算手法に対して，伝搬距離を変更した場合の周期境界とエイリアシング誤差の影響について調べる．計算条件として，背景値が零の場合と非零の場合を考慮するために，物体面の複素振幅を次式で与える．

$$u(x', y') = \begin{cases} u_0 + u_1 \exp(ik\alpha_x x') & \text{if } |x'| < N_x \Delta x / 2 \text{ and } |y'| < N_y \Delta y / 2 \\ u_0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (47)$$

これは，振幅 u_0 をもつ平面波と振幅 u_1 ， x 軸方向の方向余弦 α_x をもつ平面波を方形開口に入射した場合の波の干渉強度分布である． $u_0 = 0$ の場合には，単純な方形開口に平面波を入射した場合の複素振幅となる．この複素振幅の回折伝搬を計算することで，回折積分の数値計算法の特性を調べる．

回折積分を畳込み定理を用いて計算する場合には，回折積分の応答関数が標本化定理を満足することが必要になる．そこで，回折積分の応答関数の位相分布に関して，隣接する格子点の位相変化量が π を超えないという条件を課す．簡単のため，フレネル回折近似の条件の下で，標本化定理を導出すると，周波数空間から実空間に応答関数を逆フーリエ変換する条件は，

$$\max_{\nu_x} \left[\Delta \nu_x \frac{\partial}{\partial \nu_x} (\pi \lambda z \|\boldsymbol{\nu}\|_2^2) \right] \leq \pi, \quad \therefore z \leq \frac{N_x (\Delta x)^2}{\lambda} \quad (48)$$

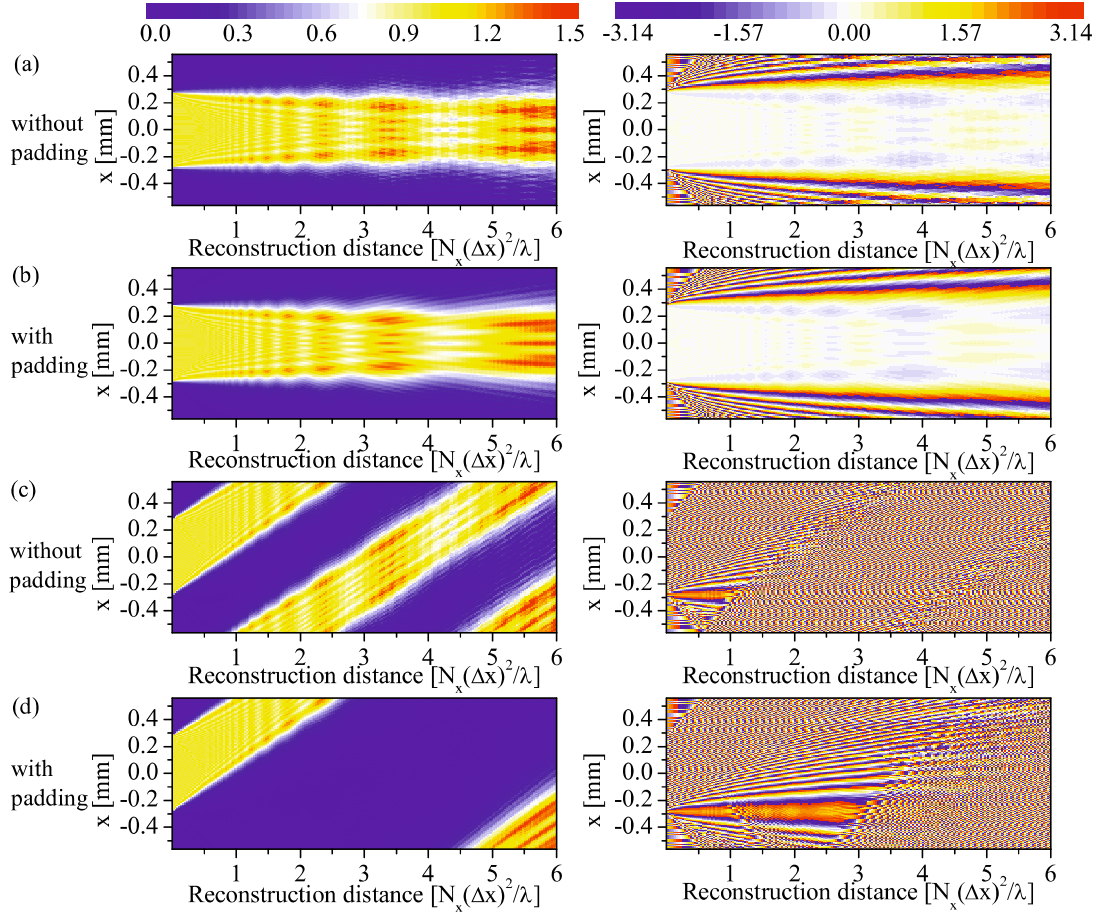


Fig. 17 Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with zero-padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(43). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.0$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.0$.

となる．ここで， $\Delta\nu_x = 1/(N_x\Delta x)$ である．また，実空間から周波数空間にフーリエ変換する条件は，

$$\max_x \left[\Delta x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{2z} \|\mathbf{x}\|_2^2 \right) \right] \leq \pi, \quad \therefore z \geq \frac{N_x(\Delta x)^2}{\lambda} \quad (49)$$

となる．そこで，式 (48) と式 (49) から $D \equiv N_x(\Delta x)^2/\lambda$ を単位として，伝搬距離の影響を調べる．計算条件は，入射光の波長を $632.8[\text{nm}]$ ，計算面の格子点数を $N_x = N_y = 256[\text{pixel}]$ ，格子間隔を $x = y = 4.4[\mu\text{m}]$ とし，数値レンズの倍率は $M_L = 1$ とする．また，式 (47) で表される複素振幅は $u_1 = 1$ と固定し， $u_0 = 0$ と $u_0 = 0.5$ と設定した場合について計算を行う．

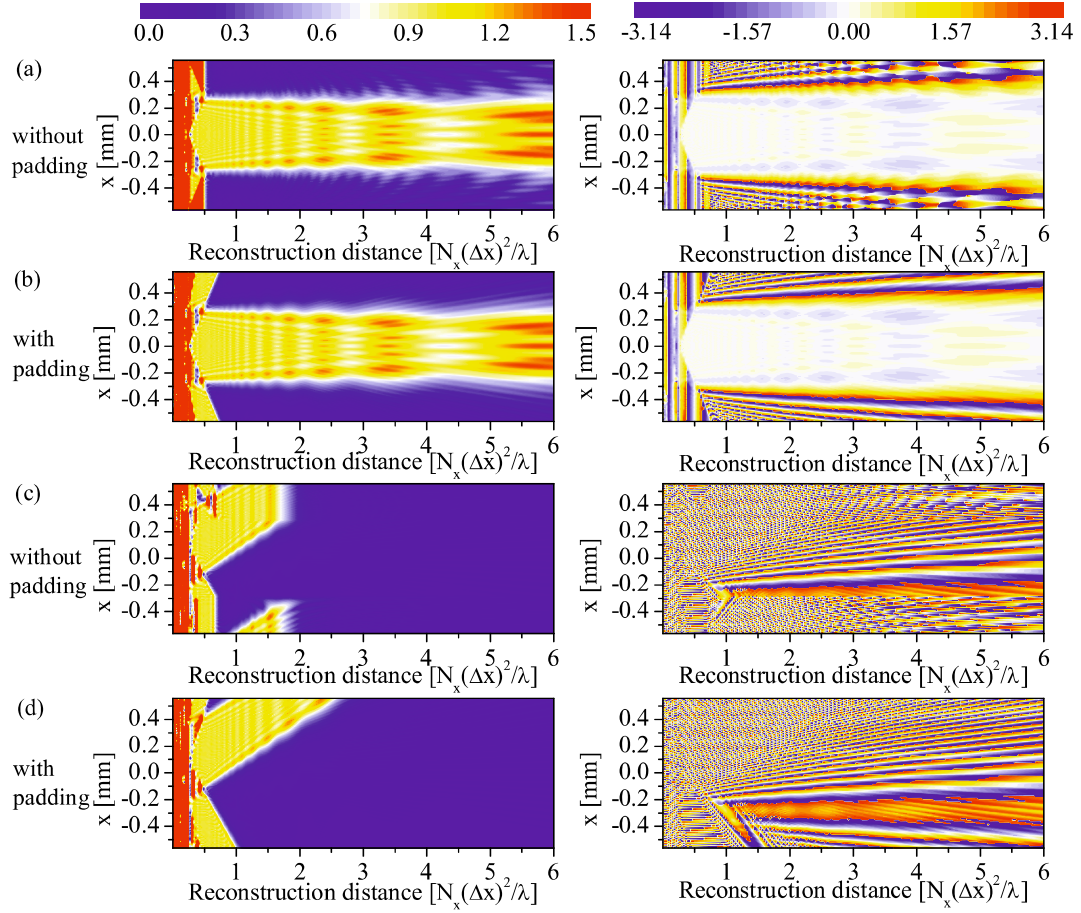


Fig. 18 Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with zero-padding. These results were calculated by convolution theorem of Eq.(44). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.0$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.0$.

まず, $u_0 = 0$ の場合について回折積分を計算した結果について示す. 図 17 は, レイリーゾマーフェルト回折積分を, 式 (38) の解析的な伝達関数と式 (43) の畳み込み定理を用いて計算した場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の振幅分布と位相分布である. この計算方法はアンギュラスペクトル展開と呼ばれている. 図 17 の左列は振幅分布であり, 右列は振幅分布に対応する位相分布である. 境界からの影響を調べるために, ゼロパディングを用いない場合と用いた場合の 2 通りを計算している. (a), (c) はゼロパディングなしの結果であり, (b), (d) は領域の拡張倍率を 2 倍とするゼロパディングを用いた場合の結果である. また, 上 2 段は $\alpha_x = 0$ の場合で

あり，下2段は $\alpha_x = 0.04$ の場合を示している．図 17(a)，(c) の結果より，領域拡張を行わない場合には，周期境界条件と同じように，領域外に伝搬した回折波は，反対側の境界から再び計算領域内に向かって伝搬されることが分かる．また，(b)，(d) の結果より，ゼロパッチングを行うと境界位置が外側に移動するので，境界の周期性による誤差が軽減されることが分かる．しかし，拡張した領域の境界が周期境界の役割をしていることは変わらないため，(d) の結果に示すように，伝搬距離が増加すると計算領域内部の複素振幅が境界からの回折波により乱されてしまう．

次に，図 18 に，レイリーゾーンマーフェルト回折積分を，式 (44) に示すように，数値的に与えた伝達関数と畳み込み定理を用いて計算した場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の振幅分布と位相分布を示す．図 18 は，伝達関数の計算方法以外は図 17 と同じ計算条件である．この結果から分かるように，式 (44) による方法は，開口に近い領域においてエイリアシング誤差が発生するため，利用できない．また，(a)，(c) から領域拡張を行わない場合には，計算領域の境界が周期境界条件として作用するため，境界外に伝搬した回折波が反対側の境界から計算領域の内側に向かって伝搬し，複素振幅を正しく計算できない．また，伝搬距離が増加すると方向余弦の大きい成分は消失することが分かる．さらに，(b)，(d) に示すように，ゼロパッチングによる領域拡張を行った場合には，周期境界による回折波の折り返しが生じる前に，方向余弦の大きい成分が除去されるため，伝搬距離が増加しても境界から回折波が現れることはない．

定量的に誤差を調べるために，2 倍の領域拡張を行うゼロパッチングを行った場合の計算誤差を調べる．誤差を評価するために，拡張倍率を 8 として伝達関数を解析的に与えた場合のレイリーゾーンマーフェルト回折積分の計算結果を正解値と見なす．図 19 は，式 (47) において $u_0 = 0$ ， $\alpha_x = 0$ とした場合の複素振幅を，拡張倍率を 2 倍としてレイリーゾーンマーフェルト回折積分により計算した場合の誤差である．左列は振幅誤差を表し，右列は対応する位相誤差を表している．計算には畳込み定理を用いており，(a)，(d) は，伝達関数を解析的な関数として与えた場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の振幅と位相の誤差分布を，(b)，(e) は，伝達関数を離散フーリエ変換を用いて数値的に与えた場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の振幅と位相の誤差分布を示している．これらの振幅と位相の誤差分布は，それぞれ，正解値に対する振幅差の絶対値と，正解値に対する位相差にラップ演算子を適用した値を示している．そして，(c)，(f) は，各伝搬距離 z における $x - y$ 断面の誤差を次の平均二乗誤差により評価した結果である．

$$\epsilon_1(z) = \sqrt{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} (|u(i, j, z)| - |u_t(i, j, z)|)^2} \quad (50)$$

$$\epsilon_2(z) = \sqrt{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \{\mathcal{W}[\arg(u(i, j, z)) - \arg(u_t(i, j, z))]\}^2} \quad (51)$$

ここで， (i, j) は (x, y) の座標インデックス， $u(i, j, z)$ は拡張倍率を 2 倍とした場

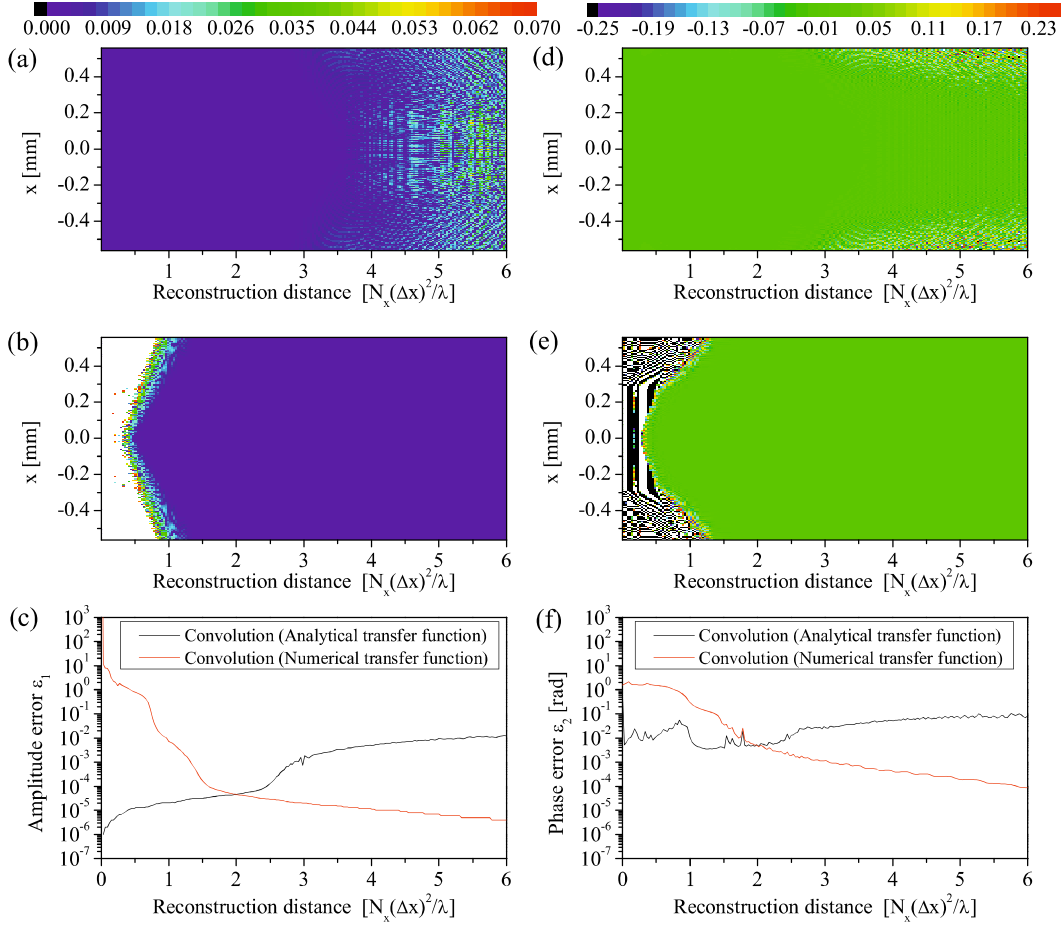


Fig. 19 Calculation errors of amplitude and phase for Rayleigh-sommerfeld diffraction integral. The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a), (d) are for the analytical transfer function. (b), (e) are for the numerical transfer function calculated by discrete Fourier transform. The parameters α_x and u_0 in these results are 0.00.

合のレイリーゾーンマーフェルト回折積分により計算された複素振幅, $u_t(i, j, z)$ は正解値である. この結果として, 式 (48), 及び, 式 (49) に示されるように, 背景値が零の開口状の物体の伝搬を計算する場合には, 伝達関数を解析的に与える方法は $z \leq 2N_x(\Delta x)^2/\lambda$ の範囲で適しており, $z \geq 2N_x(\Delta x)^2/\lambda$ の場合には伝達関数を離散フーリエ変換により数値的に与える方法が適していることが示唆された.

次に, 背景値が零ではない場合 ($u_0 = 0.5$) について回折積分を計算した結果について示す. 背景値が零でない場合には, ゼロパッチングを行うと計算領域内の背景値とゼロパッチングを行う拡張領域との間に段差が生じ, この段差は方形開口として作用する. このため, 計算領域内部の複素振幅がこの段差からの回折波によって乱

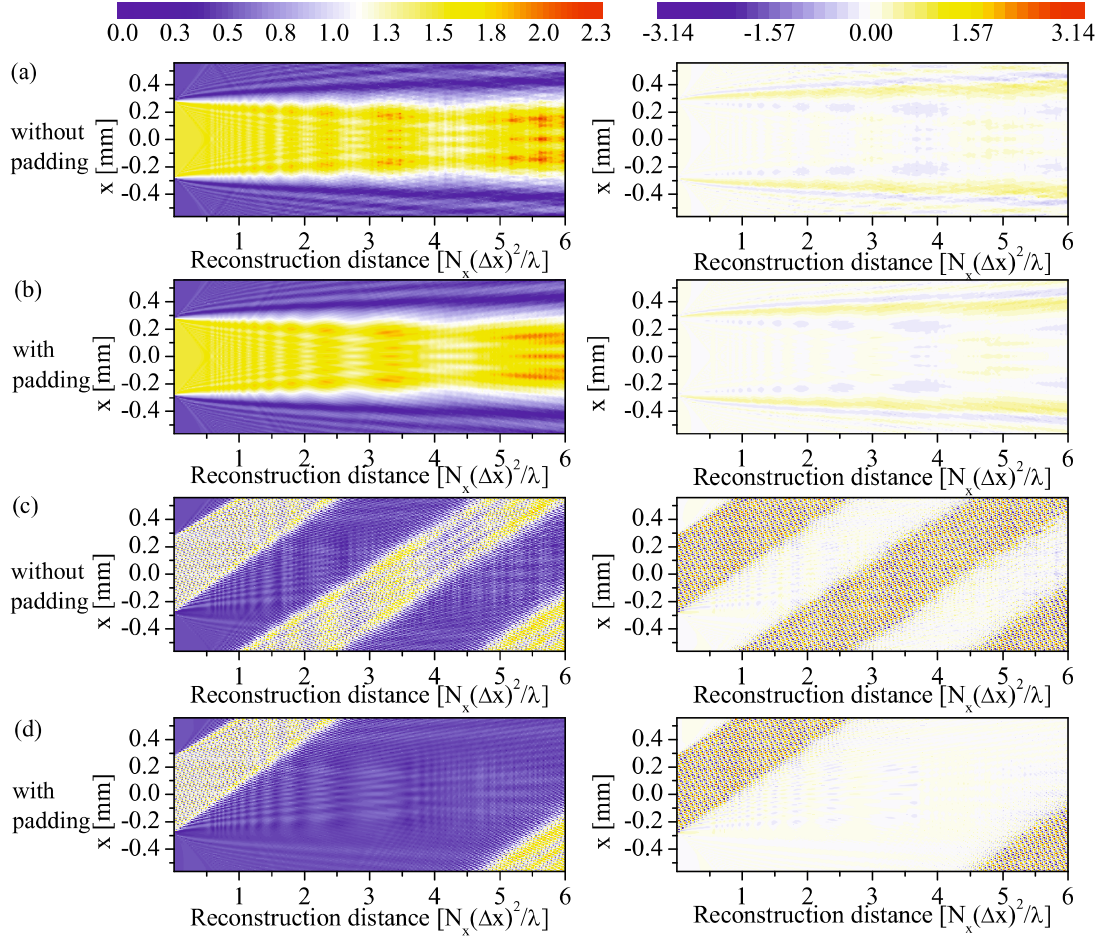


Fig. 20 Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with background value padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(43). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.5$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.5$.

される問題が生じる．この問題は，細胞計測のように透過性をもった物体を測定した場合に生じる．物体への照射光が透過するとき，背景値は零ではなく，撮影範囲外でも一定であることが多い．このため，計算領域と拡張領域の間の段差による回折波の影響を軽減するために，背景値を拡張領域に与えた場合の回折積分の数値計算手法の特性について調べる．図 20，および，図 21 は，レイリーゾンマーフェルト回折積分を畳込み定理により計算した結果であり，それぞれ，式 (43)，式 (44) に示すように，解析的な伝達関数と離散フーリエ変換により与えられる伝達関数を用いて計算している．左列は振幅分布，右列は対応する位相分布を示しており， $y = 0$ における $x - z$ 断面の振幅と位相分布を表している． $u_0 = 0$ の場合と比較すると，伝達関数を解析

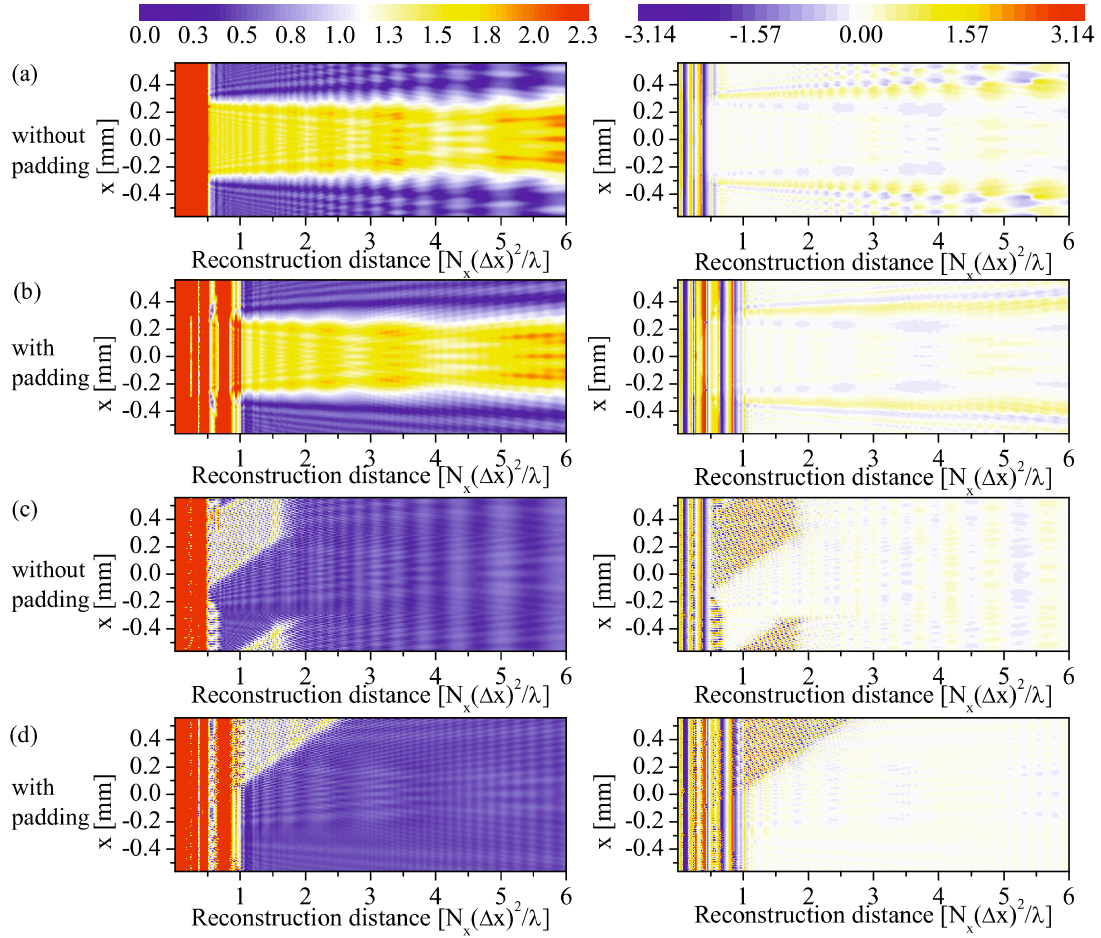


Fig. 21 Amplitude and phase distributions in the $x - z$ plane of $y = 0$ for Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral without/with background value padding. These result were calculated by convolution theorem of Eq.(44). The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a),(b): $\alpha_x = 0.0$, $u_0 = 0.5$. (c),(d): $\alpha_x = 0.04$, $u_0 = 0.5$.

的に与えた場合の特徴は変わらず、パディングを行うことにより、周期境界による誤差が軽減されることが分かる。一方、伝達関数を離散フーリエ変換により数値的に与えた場合には、異なる特性が見られる。第1に、背景値をパディングする場合には、伝搬距離が短い場合に生じるエイリアシング誤差の発生領域が増加していることが分かる。第2に、背景値パディングを行った場合には、伝搬距離が増加すると、伝搬方向である z 軸方向に対して周期的な変動が回折伝搬結果に含まれる。定量的に誤差を調べるために、拡張倍率を2倍として、背景値をパディングした場合のレイリーゾーンマーフェルト回折積分の誤差を図22に示す。左列は振幅分布の誤差を、右列はそれに対応する位相分布の誤差を表している。正解値には、伝達関数を解析的に

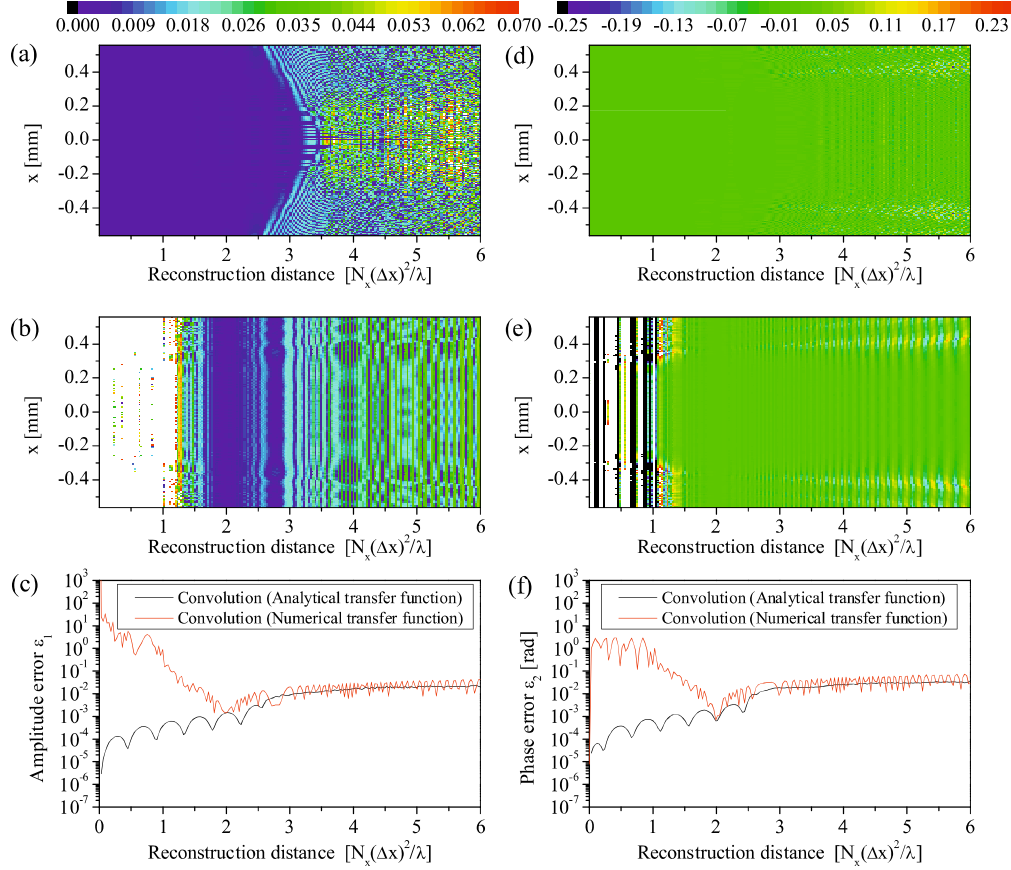


Fig. 22 Calculation errors of amplitude and phase for Rayleigh-sommerfeld diffraction integral. The left and right columns show the amplitude and phase distribution, respectively. (a), (d) are for the analytical transfer function. (b), (e) are for the numerical transfer function calculated by discrete Fourier transform. The parameters α_x and u_0 in these results are 0.0 and 0.5, respectively.

与え、領域の拡大倍率を8倍とした背景値パッチングを適用したレイリーゾンマーフェルト回折積分の計算結果を用いる。(a),(d)は、伝達関数を解析的な関数として与えた場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の誤差分布であり、(b),(e)は、伝達関数を離散フーリエ変換を用いて数値的に与えた場合の $y = 0$ における $x - z$ 断面の誤差分布である。そして、(c), (f)は、各伝搬距離 z における $x - y$ 断面の誤差を式(50)、式(51)で定義した平均二乗誤差により評価した結果である。この結果より、伝搬距離が増加すると伝搬方向に周期的な誤差が振幅、及び、位相分布に含まれており、平均二乗誤差の計算結果から伝搬距離が短い場合には、解析的に伝達関数を与えた場合がより精度が高い。また、伝搬距離が増加した場合でも伝搬方向に周期的な誤差が生じるために、両者の計算精度は殆ど変わらない。このため、背景値が零でないときの複素振

幅の伝搬計算では、伝達関数を解析的に与える方法が優れていることが示唆された。

このため、本研究では、背景値が零のとき、 $z \leq 2N_x(\Delta_x)^2/\lambda$ の条件を満たす場合には伝達関数を解析的に与え、条件を満たさない場合には伝達関数を数値的に与える。また、背景値が零ではない場合には、背景値パッチングを用い、常に伝達関数を解析的に与える。

Table. 2 Computational time of the diffraction integrals (unit:[sec])

	512 × 512	1024 × 1024	2048 × 2048
Rayleigh-Sommerfeld (analytical* ¹)	0.863	3.48	15.00
Rayleigh-Sommerfeld (numerical* ²)	1.10	4.69	21.18
Fresnel (analytical* ¹)	1.01	4.39	20.11
Fresnel (numerical* ²)	1.26	5.29	24.81

*¹ and *² mean analytical and numerical transfer functions, respectively.

2.4.2.7 計算時間

表 2 に、計算領域の大きさを変えた場合の回折積分の各計算手法の計算時間を示す。計算は、Intel(R) Core(TM) i3-2370M CPU 2.40GHz, 実装メモリ 4.00GB の計算機により行われた。また、回折積分は複数回計算され、その平均計算時間を各回折積分の計算時間として表している。この結果から最も計算速度が速いのは、レイリーゾーンマーフェルト回折積分の伝達関数を解析的に与えた場合であり、次に、そのフレネル回折近似の計算時間が短い。そして、伝達関数を数値的に与えた場合には、高速フーリエ変換を用いる回数が増加するため、解析的に与えた場合よりも計算時間が増加する。これらの計算は、GPU を利用することにより、さらに高速化することができる。

2.4.3 オートフォーカシング

デジタルホログラフィック顕微鏡では、回折積分を用いて物体光の複素振幅を撮影面から像面まで数値伝搬することで、物体の強度画像と位相分布を取得する。このとき、回折積分を計算するには、撮影面と像面の距離である再構成距離を与える必要がある。この再構成距離が適切でない場合には、物体に焦点が合わず、強度画像は不鮮明になる。また、同時に、測定物体の光学厚さを復元する精度も低下する。このため、デジタルホログラフィック顕微鏡では、物体に焦点が合うように再構成距離を計算しなければならない。このオートフォーカシングの過程では、物体光の複素振幅を各伝搬距離で計算し、焦点評価関数を計算することで、再構成された画像の焦点が合っていることを確認する。従って、回折積分を複数回計算する必要があり、計算時間が増加する問題がある。そこで、焦点評価関数の特性について調べ、計算を高速化する手

法を提案する。

2.4.3.1 焦点評価関数の性質

オートフォーカシングの技術は、デジタルカメラや光学顕微鏡における焦点合わせを自動で行うために研究されており、光学系を構成するレンズ要素や撮影面の位置を変化させることで、複数枚の画像を取得し、それらの画像の焦点が合っている程度を評価することにより、撮影対象の鮮明な画像を取得する。この過程において、最も重要であるのは、画像の焦点が合っている程度を評価するための評価関数の選択である。評価関数として望まれる性質には、関数が単峰性分布をもつこと、極値において画像の焦点が合うこと、画像の種類に依存しないこと、雑音に対して安定であること、計算が容易で計算時間が短いことが挙げられる [52, 53, 54]。Y.Sun らは、明視野顕微鏡、位相差顕微鏡、微分干渉顕微鏡画像に各種の評価関数を適用することで、これらの性質を定量的に評価し、分散関数、正規化分散関数、そして、Standard Deviation-Based Correlation 関数が高品質な評価関数であることを報告している [53, 54]。本研究では、オートフォーカスの評価関数として、その評価関数の1つである次の分散関数を用いる。

$$m(z) = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} [|u_i(z)| - \mu]^2 \quad (52)$$

ここで、 N はカメラのピクセル数、 $u_i(z)$ は再構成距離 z で数値伝搬を行った場合の伝搬後のピクセル i の複素振幅、 μ は、強度分布 $|u_i(z)|$ の全ピクセルに対する平均値である。オートフォーカシングでは、伝搬距離 z を変化させて回折積分により数値伝搬を行い、式 (52) を計算する。そして、式 (52) が極値をとる伝搬距離 z を求めることで、焦点面までの伝搬距離を計算する。

焦点の合った画像の特性は、対象物体が強度物体である場合と位相物体である場合で異なる特性を示す。強度物体は、光との相互作用が主に光吸収と遮断から成る物体であり、位相物体は、光との相互作用が主に位相変化から構成される物体である。強度物体と位相物体の例として、USAF1951 テストターゲットとナノインプリントモールドを採用し、再構成距離を変化させた場合の強度画像の変化を図 23 に示す。図 23 において、最も焦点が合っている画像は、それぞれ (c) と (f) である。強度画像の場合には、焦点が合うと最もエッジ部分が鮮明となる性質を持っている。これに対して、位相物体の場合には、エッジ部分とそれ以外の部分のコントラストの差が低下して、強度分布は均一に近づく性質をもっていることが分かる。図 23 の再構成画像に対応する焦点評価関数の計算結果を図 24 に示す。焦点評価関数は、式 (52) を各再構成距離に対して計算した後に、 $[0, 1]$ の範囲に正規化している。この結果から分かるように、USAF1951 テストターゲットのような強度物体では、焦点位置で式 (52) の評価関数は最大値を取り、透過型のナノインプリントモールドに対しては焦点位置で最小値を取る。この評価関数が極値を取る際の再構成距離を用いて、回折積分により撮影面上の物体光の複素振幅を数値伝搬させることで、物体の強度画像と位相分布

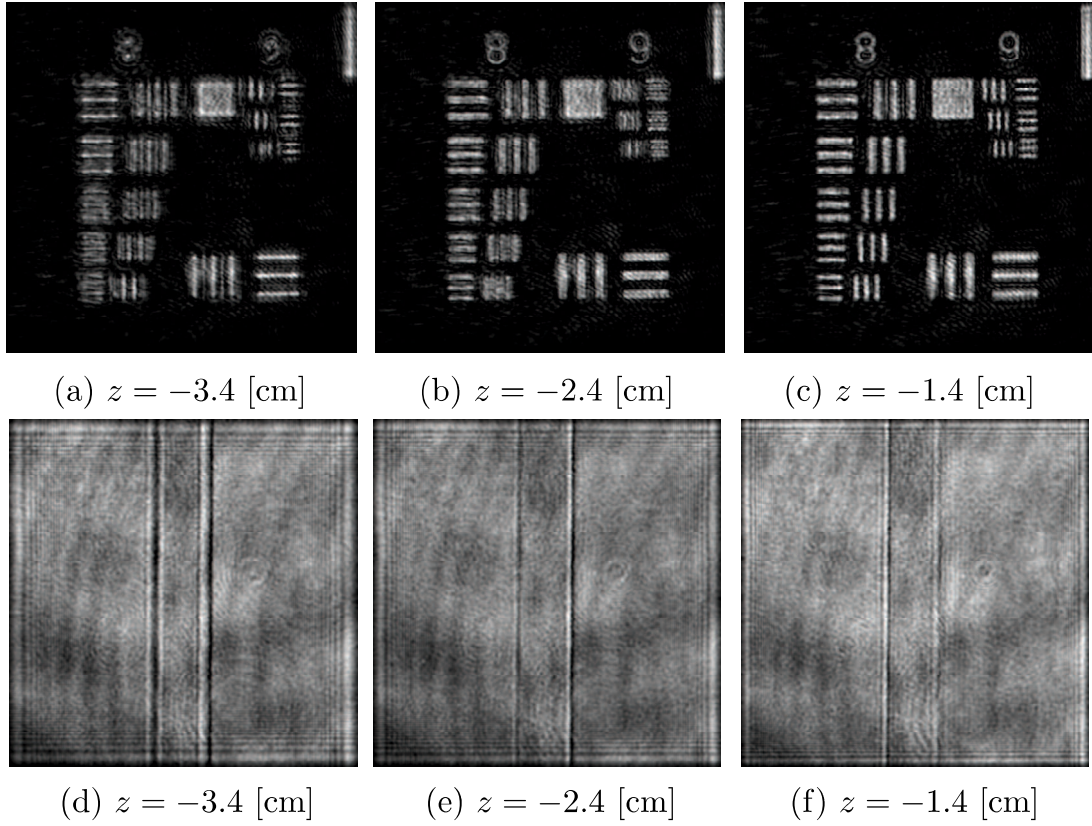


Fig. 23 The reconstructed amplitude images at the different distances: (a)-(c) USAF Test target, (d)-(f) Line-structure mold. The best focused image is (c) and (f) respectively.

を取得する。

2.4.3.2 縮小処理とフィボナッチ探索による高速化

再構成距離を計算するには、図 24 に示すような単峰性の評価関数の極値の位置を求めることが必要になる。このため、極値の位置を求めるために、回折積分を伝搬距離を変えながら複数回計算しなければならず、計算時間が増大してしまう問題が生じる。この問題を解決するためには、回折伝搬の計算時間の削減し、極値探索を効率化することにより回折伝搬の計算回数を極力減らすことが有用であると考えられる。そこで、回折伝搬を行う計算領域を縮小化することにより、回折伝搬の計算時間の短縮を行うと共に、計算を行う伝搬距離を選択するために最適化手法を適用する。

図 25 に、デジタルホログラムの縮小処理の概略図を示す。高速化が目的であるので、縮小処理には単純なアルゴリズムを用いる。まず、元データを各長方形ブロックに分割し、そのブロック内の平均値をブロックの代表値として出力する。そのブロッ

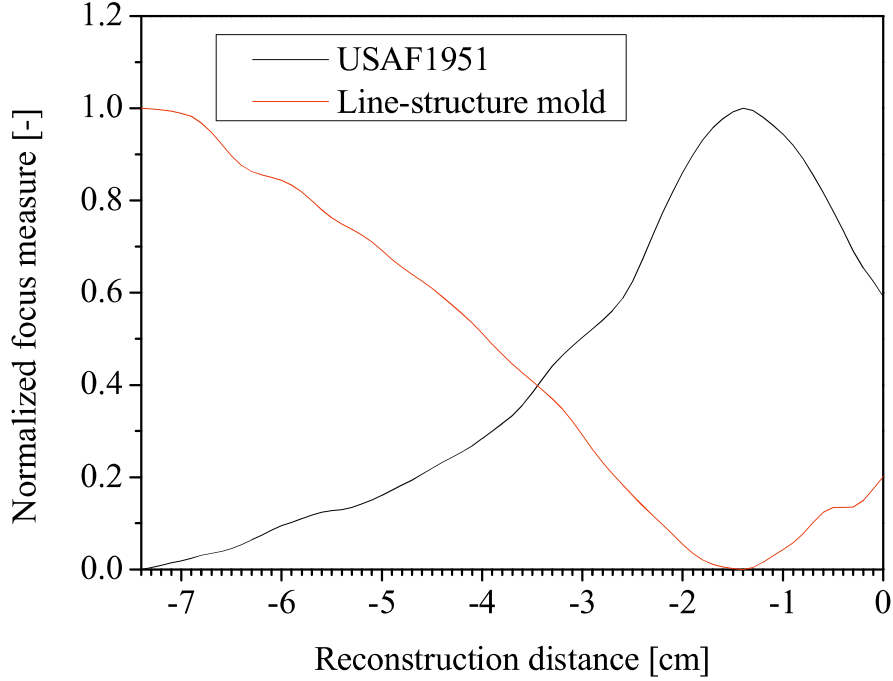


Fig. 24 The focus measure for the intensity object (USAF1951 test target) and the phase object (Line-structure mold).

クサイズは、次のように定義する縮小倍率 w_x , w_y により決定する.

$$w_x \equiv \left\lfloor \frac{N_x}{N'_x} \right\rfloor, \quad w_y \equiv \left\lfloor \frac{N_y}{N'_y} \right\rfloor \quad (53)$$

ここで, N_x , N_y は縮小前の計算領域の格子点数, N'_x , N'_y は縮小後の計算領域の格子点数である. このとき, ブロックの格子点数を w_x , w_y とし, 縮小処理を次のように計算する.

$$u'(s, t, 0) = \frac{1}{w_x w_y} \sum_{i=0}^{w_x-1} \sum_{j=0}^{w_y-1} u(i + s w_x, j + t w_y, 0) \quad (54)$$

$$(s = 0, \dots, N'_x - 1, t = 0, \dots, N'_y - 1)$$

これにより得られる縮小された複素数2次元データを, 異なる伝搬距離を用いて回折伝搬により数値伝搬し, 各伝搬距離で式 (52) の焦点評価関数を計算することで, この評価関数が極値をとる伝搬距離を探索する.

図 26 は, 縮小倍率を 2^n ($n = 0, 1, 2, 4$) と変化させた場合のナノインプリントモールドに対する焦点評価関数を計算した結果を示している. デジタルホログラムの撮影

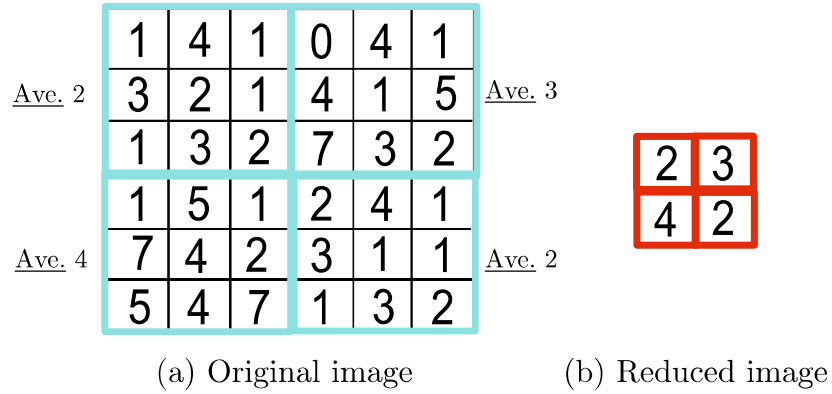


Fig. 25 Scaling algorithm of the digital hologram for acceleration of auto-focusing.

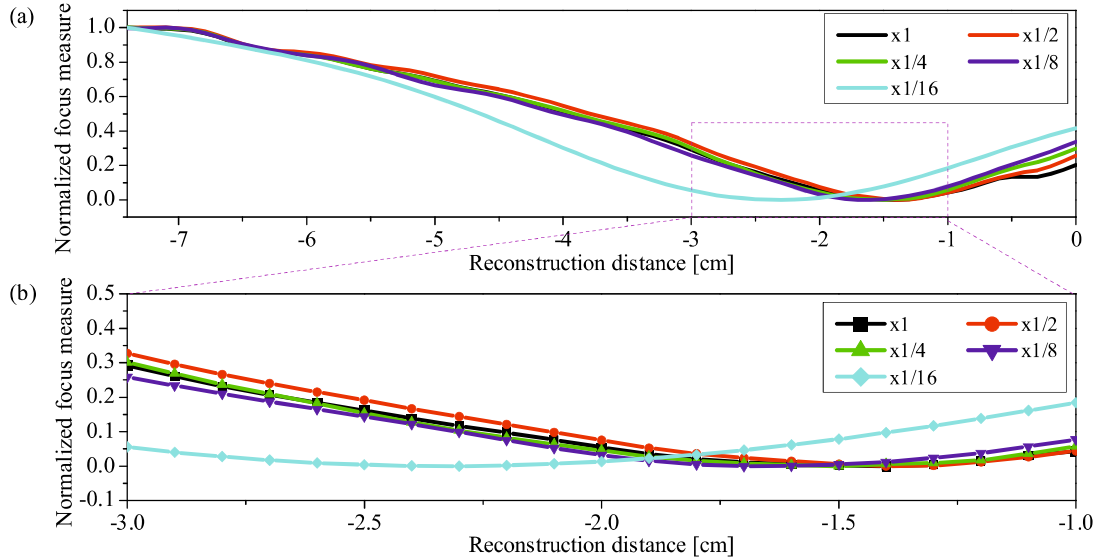


Fig. 26 Relation between the focus measure function and the scaling rate of the digital hologram of the line-structure mold. (a) overall view, (b) part near the extremal value of the focus measure.

条件は、デフォーカス量を 2[cm] として撮影したものを用いており、図 12 のフーリエフィルタリング法により算出されたカメラ上の物体光の複素振幅を用いている。焦点評価関数は伝搬距離の範囲を $[-7.5, 0.0]$ [cm] とし、1[mm] 単位で計算している。図 26(a) は、その区間内の全ての計算結果を表しており、(b) は、焦点評価関数の極値近傍を拡大表示したものである。縮小倍率 8 倍までの焦点評価関数の極値の誤差は 3[mm] 以下であった。この結果より、縮小処理を行った場合にも分散関数を用いた焦点評価関数は単峰性を保っており、縮小倍率が低い場合にはその極値をもつ伝搬距

離の値は殆ど変化しないことが分かる。

次に、回折伝搬の計算回数を減らすために、最適化手法としてフィボナッチ探索を導入する。フィボナッチ探索は、フィボナッチ数を用いて単峰関数の極値を探索する手法である。フィボナッチ数は、次式で定義される。

$$F_N = F_{N-1} + F_{N-2}, F_0 = F_1 = 1 \quad (55)$$

まず、探索区間 $[z_l, z_r]$ と最大反復回数 $N_{\max}$ を設定する。そして、探索区間の左端 z_l と右端 z_r における焦点評価関数 m_l, m_r を計算する。次に、探索区間の左側、及び、右側内分点 z'_l, z'_r をフィボナッチ数を用いて、次のように計算する。

$$z'_l = \frac{F_{N-1}}{F_N} z_l + \frac{F_{N-2}}{F_N} z_r \quad (56)$$

$$z'_r = \frac{F_{N-2}}{F_N} z_l + \frac{F_{N-1}}{F_N} z_r \quad (57)$$

この内分点の焦点評価関数をそれぞれ m'_l, m'_r とする。この内分点の焦点評価関数が $m'_l > m'_r$ であれば、探索区間の左端を $z_l \leftarrow z'_l$ と更新し、そうでなければ、探索区間の右端を $z_r \leftarrow z'_r$ と更新する。これにより、探索区間が縮小される。この処理を $N = N_{\max}$ から $N = 1$ に向かって反復することで、探索区間を縮小していき、極値を計算する。 $N = 1$ を満たすか、収束条件として $|z_l - z_r| < \epsilon_f$ となったら、反復を終了する。ここで、 ϵ_f は再構成距離の許容誤差である。焦点評価関数の値は、1つ前の反復における値を利用することで、効率化することができる。詳細なアルゴリズムを示す。

アルゴリズム:

- (1) 初期値の設定を行う。探索区間 $[z_l, z_r]$ と、最大探索回数 $N_{\max}$ を定める。そして、探索区間の左端 z_l と右端 z_r における評価関数 m_l, m_r を回折積分を用いて計算し、 $z_l^{old} \leftarrow z_l, m_l^{old} \leftarrow m_l, z_r^{old} \leftarrow z_r, m_r^{old} \leftarrow m_r, N \leftarrow N_{\max}$ と代入する。
- (2) 内分点の計算を行う。式 (56), (57) により z'_l, z'_r を計算する。そして、 z'_l, z'_r に対する評価関数 m'_l, m'_r を回折積分を用いて計算する。
- (3) $m'_l > m'_r$ ならば、 $z_l^{new} \leftarrow z'_l, m_l^{new} \leftarrow m'_l, z_r^{new} \leftarrow z_r^{old}, m_r^{new} \leftarrow m_r^{old}$ と更新する。 $m'_l < m'_r$ ならば、 $z_l^{new} \leftarrow z_l^{old}, m_l^{new} \leftarrow m_l^{old}, z_r^{new} \leftarrow z'_r, m_r^{new} \leftarrow m'_r$ と更新する。
- (4) $|z_l^{new} - z_r^{new}| < \epsilon_f$ ならば、終了する。そうでなければ、手順 (5) に進む。
- (5) 反復処理を開始する。 $N \leftarrow N - 1$ とし、 $z_l^{old} \leftarrow z_l^{new}, m_l^{old} \leftarrow m_l^{new}, z_r^{old} \leftarrow z_r^{new}, m_r^{old} \leftarrow m_r^{new}$ と更新する。
- (6) $m'_l > m'_r$ ならば、 $z'_l \leftarrow z'_r, m'_l \leftarrow m'_r$ と代入した後、内分点 z'_r を式 (57) により計算する。そして、この内分点の評価関数 m'_r を回折積分により計算する。 $m'_l < m'_r$ ならば、 $z'_r \leftarrow z'_l, m'_r \leftarrow m'_l$ と代入した後、内分点 z'_l を式 (56) により計算する。そして、この内分点の評価関数 m'_l を回折積分により計算する。

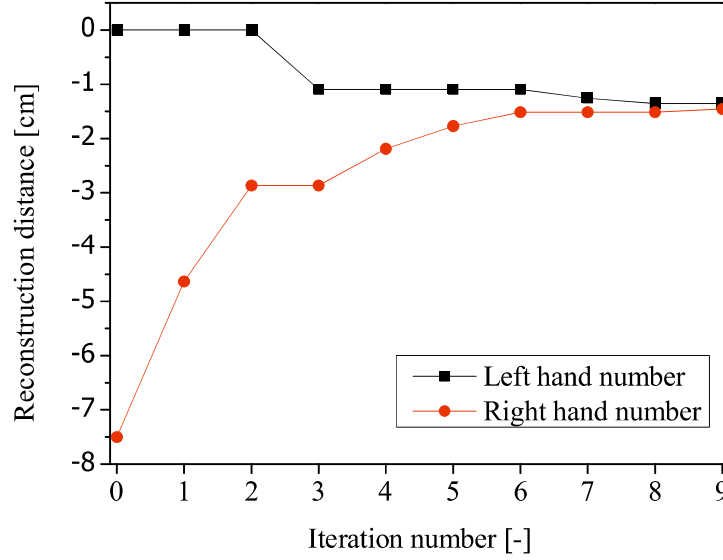


Fig. 27 Convergence of Fibonacci search

(7) 手順 (3) と同様のことを行う。

(8) $N = 1$ となるか, $|z_l^{new} - z_r^{new}| < \epsilon_f$ を満たすならば, 探索を終了する. そうでなければ, 手順 (5) に進む.

このアルゴリズムを用いて, 焦点の合う再構成距離を求める. 図 27 に, 探索区間を $[-7.5, 0.0]$ とし, 許容誤差を $1[\text{mm}]$ とした場合のフィボナッチ探索の収束の様子を示す. 探索により得られた再構成距離の収束値は約 $-1.45[\text{cm}]$ であり, 図 26 の極値の位置とほぼ一致している. 固定幅 $1[\text{mm}]$ で探索区間 $[-7.5, 0.0]$ を探索した場合には, 75 回の反復計算が必要であるのに対して, フィボナッチ探索は 9 回の探索で極値を求めることができた. フィボナッチ探索の効果は, 探索区間に対して許容誤差が小さいほど, 固定幅探索に対する効果は高い. 表 3 は, 固定幅探索とフィボナッチ探索を用いた場合の計算時間を示している. 計算条件は, 探索区間を $[-7.5, 0.0][\text{cm}]$, 許容誤差を $1.0[\text{mm}]$ とした場合の計算時間である. そして, $(\cdot)$ 内の数値は, 縮小倍率を 1 倍とした場合の計算時間に対する比率を表している. この結果より, 固定幅探索に対して, フィボナッチ探索はより探索時間が短いことが分かる. また, 縮小処理を行った場合には縮小倍率を 4 倍, あるいは, 8 倍とすると, 数十分の 1 まで計算時間を短縮できる.

図 28 から図 30 は, それぞれ, デフォーカス量 $2[\text{cm}]$ で撮影されたデジタルホログラムから位相シフト法, フーリエフィルタリング法, 空間位相シフト法を用いてカメラ上の物体光の複素振幅を復元し, オートフォーカシングにより, 合焦点画像を計算した計算例である. この位相分布は, $[-\pi, \pi]$ の範囲に制限された不連続なラップ位

Table. 3 Computational time of the auto-focusing (unit:[sec])

	Fixed step search t_1	Fibonacci search t_2	t_1/t_2
$\times 1$	736.7(1)	105.5(1)	7.0
$\times 1/2$	163.6(1/4.5)	25.23(1/4.2)	6.5
$\times 1/4$	33.1(1/22.3)	6.5(1/16.2)	5.1
$\times 1/8$	8.9(1/82.4)	1.6(1/65.8)	5.6
$\times 1/16$	2.16(1/340.9)	0.36(1/292.3)	6.0

相分布であるため、位相アンラッピングにより連続的な位相分布を復元する。

2.4.4 位相アンラッピング

オートフォーカシングにより得られた像面上の複素振幅を $E_i(x, y)$ と表すと、位相分布 $\Phi(x, y)$ は、逆正接を用いて、次のように計算される。

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\Im[E_i(x, y)]}{\Re[E_i(x, y)]} \right\} \quad (58)$$

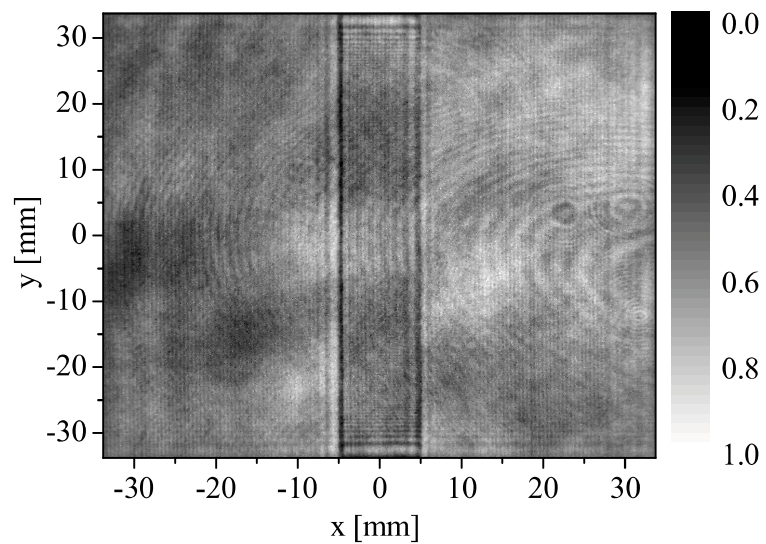
ここで、逆正接の値域は $[-\pi, \pi]$ であるので、計算される位相分布はこの範囲に制限される。このため、測定対象により生じる位相分布の最小値と最大値の差が 2π よりも大きい場合には、位相分布に不連続な部位が発生し、 $[-\pi, \pi]$ の範囲に制限された位相分布から元の位相分布を復元することが必要になる。 $[-\pi, \pi]$ に制限された位相はラップ位相と呼ばれ、復元された位相分布はアンラップ位相と呼ばれる。そして、ラップ位相からアンラップ位相を復元する過程は位相アンラッピングと呼ばれる。ラップ位相を $\Phi(x, y)$ 、アンラップ位相を $\hat{\Phi}(x, y)$ 、そして、本来の位相を $\Phi_t(x, y)$ と表すと、ラップ位相は本来の位相を周期 2π で折り返したものであるので、ラップ位相に 2π の整数倍を加算した値が正しい位相値になる。

$$\Phi_t(i, j) = \Phi(i, j) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (59)$$

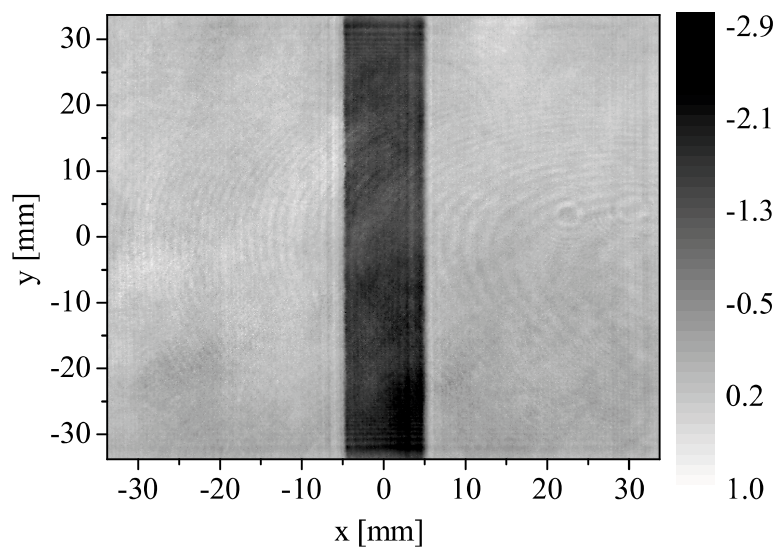
ここで、 n は整数である。また、ラップ位相と本来の位相の関係は、次のようになる。

$$\Phi(i, j) = \mathcal{W}[\Phi_t(i, j)] \quad (60)$$

ここで、 $\mathcal{W}[\cdot]$ はラップ演算子であり、位相分布に 2π の整数倍を加算して $[-\pi, \pi]$ の範囲に変換する。式 (59) において、整数 n が既知であれば元々の位相を復元することが可能であるが、1枚の位相分布から整数 n を直接計算することは困難である。このため、位相アンラッピングでは、隣り合うピクセルの位相が標本化定理を満足するように、位相分布が空間的に緩やかに変化するという条件を仮定する。ラップ位相



(a) Amplitude distribution



(b) Phase distribution

Fig. 28 The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.

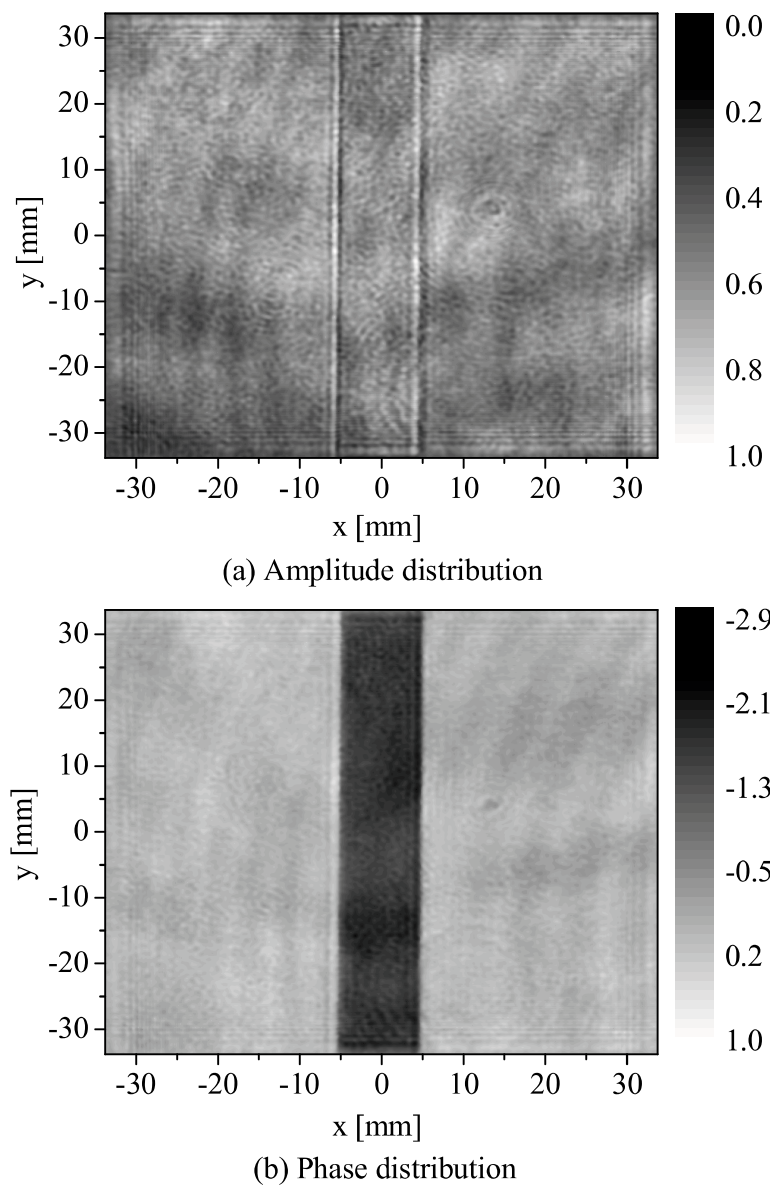
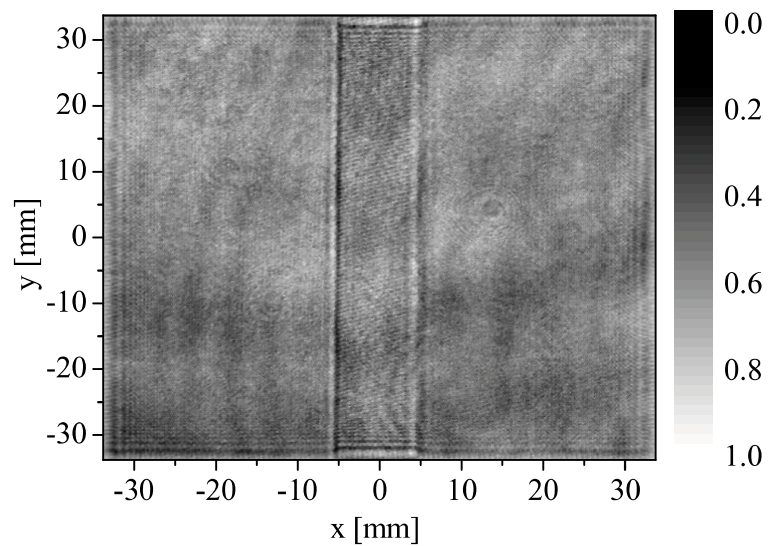
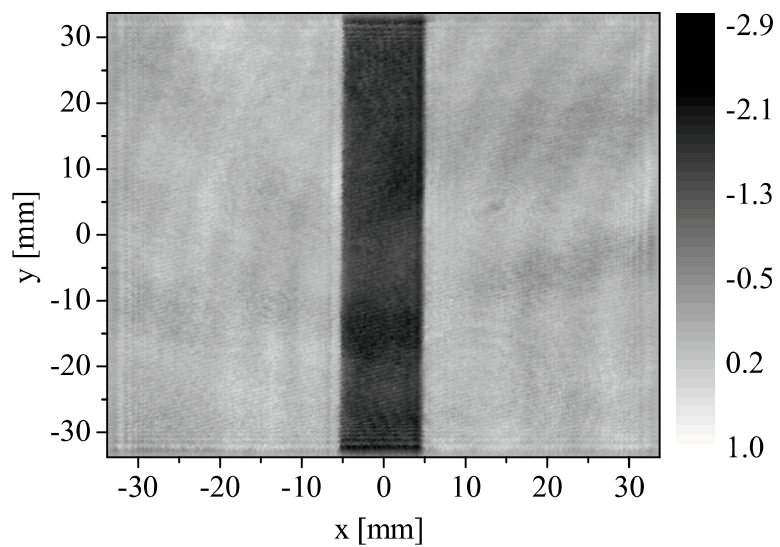


Fig. 29 The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.



(a) Amplitude distribution



(b) Phase distribution

Fig. 30 The amplitude and wrapped phase distribution of the reconstructed wave calculated by temporal phase-shift method after auto-focusing.

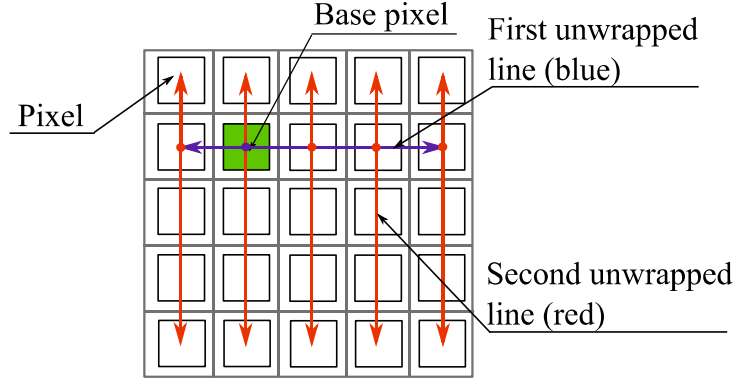


Fig. 31 The two-dimensional phase unwrapping method by the iteration of the one-dimensional phase unwrapping method (Itoh's method).

は，周期 2π の周期関数であるので，標本化定理より隣接するピクセルの位相差は π 以下であるとする．即ち，本来の位相とラップ位相について，それぞれ隣接するピクセルの位相差を，

$$\Delta_x \Phi_t(i, j) \equiv \Phi_t(i, j) - \Phi_t(i - 1, j) \quad (61)$$

$$\Delta_y \Phi_t(i, j) \equiv \Phi_t(i, j) - \Phi_t(i, j - 1) \quad (62)$$

$$\Delta_x \Phi(i, j) \equiv \mathcal{W}[\Phi(i, j) - \Phi(i - 1, j)] \quad (63)$$

$$\Delta_y \Phi(i, j) \equiv \mathcal{W}[\Phi(i, j) - \Phi(i, j - 1)] \quad (64)$$

と定義し，

$$|\Delta_x \Phi_t(i, j)| \leq \pi, \text{ and } |\Delta_y \Phi_t(i, j)| \leq \pi \quad (65)$$

を仮定する．このとき，

$$\Delta_x \Phi_t(i, j) = \Delta_x \Phi(i, j) \quad (66)$$

$$\Delta_y \Phi_t(i, j) = \Delta_y \Phi(i, j) \quad (67)$$

が成立する．位相アンラッピングは，2つのピクセル間の位相差が，式(65)の条件の下で，本来の位相とラップ位相で等しくなることを利用する．式(65)が成立する場合，ある点 P_i のアンラップ位相は，

$$\hat{\Phi}(P_i) = \hat{\Phi}(P_s) + \int_{C'} \nabla \Phi(P) \cdot d\mathbf{l} \quad (68)$$

となる．ここで， P_s は位相の基準点であり，この点の位相値は本来の位相と等しいと仮定する．また， C' は基準点 P_s から計算点 P_i を結ぶ積分経路であり， $d\mathbf{l}$ は積分経

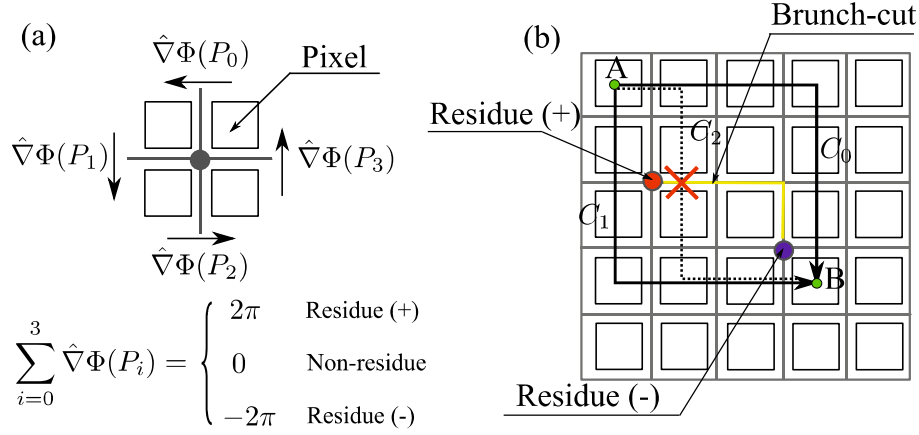


Fig. 32 Definition of residue and branch-cut based phase unwrapping.

路 C' の微小線要素, P は C' 上の点である. 通常得られるデータは, 空間的に離散化されているので, 式 (68) は次のように計算される.

$$\hat{\Phi}(P_i) = \Phi(P_s) + \sum_{P_k \in C} \hat{\nabla}\Phi(P_k) \quad (69)$$

ここで, C は積分経路 C' 上の格子点の集合 $\{P_0 = P_s, P_1, P_2, \dots, P_i\}$ である. 隣接する番号の点 P_{k+1}, P_k は, 積分経路 C 上でお互いに隣接するピクセルであり, P_{k+1} は P_k よりも経路に沿って, P_i 側に近い点である. また, $\hat{\nabla}\Phi$ は, 次のように定義される.

$$\hat{\nabla}\Phi(P_k) \equiv \mathcal{W}[\Phi(P_{k+1}) - \Phi(P_k)] \quad (70)$$

位相分布が標本化定理を満たす場合には, この式 (69) により全てのピクセルを位相アンラッピングすることで, 元の位相分布を復元できる. この場合, 経路 C は任意に取ることができるので, 図 31 のように, 基準点から左右に経路を設定して位相アンラッピングを行った後に, その経路上の各ピクセルを新たな基準点として, 上下方向に位相アンラッピングを行うことで, 2次元の位相アンラッピングが可能になる. この手法は Itoh の方法と呼ばれる.

位相アンラッピングを行う際には, まず, 位相分布が標本化定理を満たすかどうかを判定することが必要になる. この判定は, 位相分布内の Residue の有無を確認することで行う. 図 32(a) に示すように, Residue の計算は 2×2 ピクセルの正方形の経路 C を作成し, その経路に沿って位相差の和を計算する.

$$\sum_{k=0}^3 \hat{\nabla}\Phi(P_k) = 2\pi m \quad (m = -1, 0, 1) \quad (71)$$

ここで, $m = 0$ の場合はこの経路上で標本化定理を満足しており, $m \neq 0$ の場合にはこの経路上で位相アンラッピングを行った場合, 始点と終点で π 以上の位相差が生

じる．つまり，標本化定理を満たさない． $m = 1$ の場合には正の Residue, $m = -1$ の場合には負の Residue と呼ばれる．Residue が存在する場合には，位相アンラッピングの方法に確定的な方法は存在せず，計算精度と計算時間がトレードオフの関係になる．このとき，位相アンラッピングの手法は，最小ノルム法，Path-following 法，及び，そのハイブリット法に大別される．最小ノルム法は，大域的に位相アンラッピングを行う手法であり，ラップ位相勾配と本来の位相勾配の差に対する L^p ノルムが最小になるように，本来の位相分布を推定する方法である．代表的な手法として，Ghiglia と Romero により提案された最小二乗法，重み付き最小二乗法，及び， L^p ノルム最小化による位相アンラッピング法がある [55, 56]．最小ノルム法は，Residue の存在に関わらず評価関数を最小化するため，Residue の有無に関わらず，滑らかな位相分布を得ようとする．このため，雑音により Residue が多数存在する場合でも安定的に位相分布が復元できる．しかし，Residue を考慮しないため，最適化を行う領域内に誤差が伝搬する欠点があり，位相復元の精度は低下する [57]．これに対して，Path-following 法は，Flood Fill アルゴリズムと式 (69) を用いて，位相アンラッピングを行う手法の総称であり，Branch-cut 法 [58] と Quality Guided Path 法 [59, 60] がある．これらの方法は，経路を適切に選択することで，Residue が存在する場合でもラップ位相から本来の位相分布を正確に復元できる利点がある．Residue が存在する場合，位相アンラッピングの結果は積分経路 C の取り方に依存する．本来の位相分布は1つであるため，積分経路に依存しない解を選択することが1つの考え方である．積分経路に依存しない位相アンラップを行う方法として，Branch-cut 法が用いられる．図 32(b) に Branch-cut 法の概略図を示す．位相アンラッピングの結果が経路に依存しないようにするには，経路の内部に正の Residue と負の Residue が同数個含まれるように経路を選択することが必要になる．つまり，正の Residue と負の Residue が同数個含まれるように線で繋ぎ，この線を横切らないように位相アンラッピングを行うことで，経路に依存しないアンラップ位相分布を得ることができる．この Residue を繋ぐ線は Branch-cut と呼ばれる．図 32(b) において，経路 C_0 と経路 C_1 は Residue の合計値が零であるため，点 B のアンラップ位相分布は等しくなるが，経路 C_2 を選択した場合は，点 B のアンラップ位相は他の経路と異なる値になる．Branch-cut 法は，Branch-cut の作成方法に安定性が依存する．これに対して，Quality Guided Path 法は，Residue が位相変化の大きい部位に生じることを利用し，位相変化量を用いて Quality map を作成する．そして，Quality map が高いピクセルから順番に位相アンラッピングを行うことで，本来の位相分布を復元する．そして，Quality map に閾値処理を行い，低品質のピクセルを位相アンラッピングの対象外とすることで，Branch-cut 法と同様の効果をもたらすことができる．本研究では，Quality Guided Path 法を採用し，計測対象に不連続な部位がある場合には，Branch-cut 法を併用する．そして，Quality map には，次の Phase derivative variance 関数を用いる．

$$B_{m,n} = \frac{\sqrt{\sum (\Delta_x \Phi(i,j) - \bar{\Delta}_x(m,n))^2} + \sqrt{\sum (\Delta_y \Phi(i,j) - \bar{\Delta}_y(m,n))^2}}{k^2} \quad (72)$$

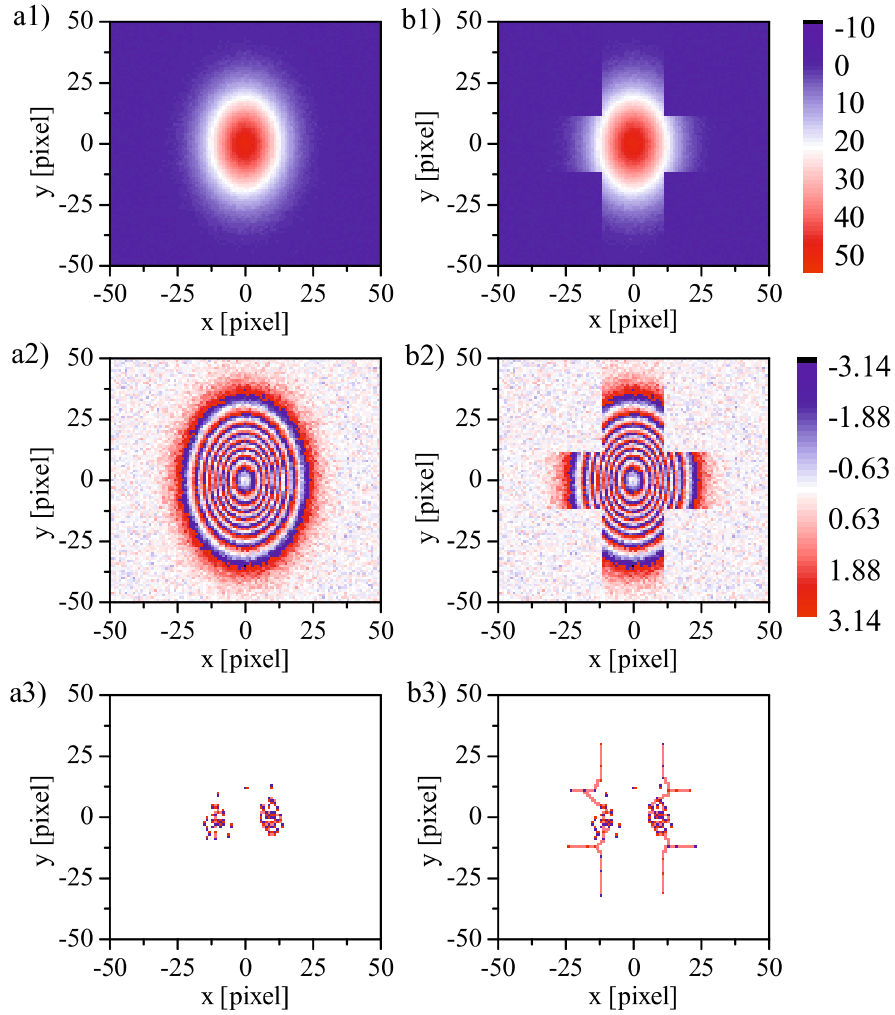


Fig. 33 Test datum of phase unwrapping: (a1),(b1) True phase, (a2),(b2) Wrapped phase, (a3),(b3) Residue and branch cut.

$$Q_{m,n} = 1 - \frac{B_{m,n}}{B_{\max}} \quad (73)$$

ここで、 $Q_{m,n}$ は、 $[0, 1]$ の値をもち、位相分布の品質の高さを表す。また、 (m, n) は着目ピクセル、 (i, j) は着目ピクセルを中心とする $k \times k$ の正方形領域内のピクセル、 $\bar{\Delta}_x$ 、 $\bar{\Delta}_y$ は、正方形領域内における $\Delta_x \Phi(i, j)$ 、 $\Delta_y \Phi(i, j)$ の平均値である。

Quality Guided Path 法と他手法の性質の違いを調べるために、図 33 の位相分布 (a1),(b1) について位相アンラッピングを行う。この位相分布 (a1) はガウス状の位相

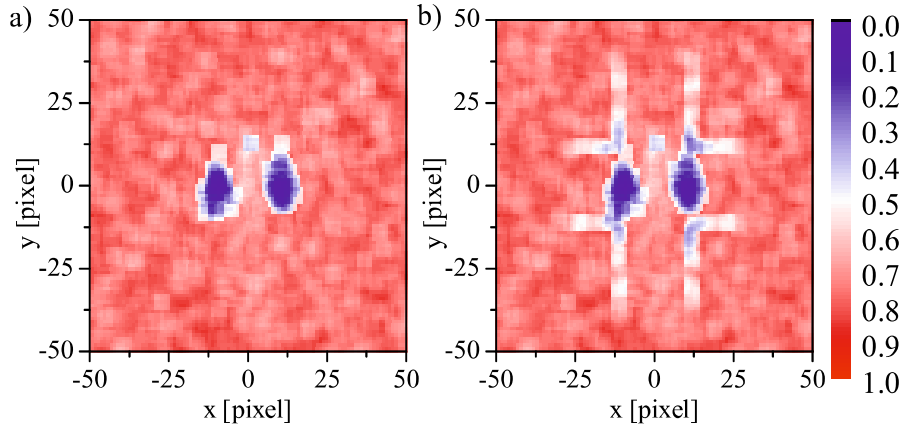


Fig. 34 Quality map calculated by phase derivative variance function.

分布であり, $\Phi(x, y) = A \exp[x^2/(2\sigma_x^2) + y^2/(2\sigma_y^2)]$, $A = 8 \times 2\pi$, $\sigma_x = 10$, $\sigma_y = 15$ に, 分散 0.3 のガウシアンノイズを加算することで作成している. また, 位相分布 (b1) はそのガウス分布を $25 \leq x, y \leq 25$ で切り取った位相分布である. (a2), (b2) は, (a1), (b1) のラップ位相分布であり, (a3), (b3) は Residue と Goldstein 法により作成された Branch-cut を表している. 赤は正の Residue, 青は負の Residue, 橙は Branch-cut を示している. Residue は位相分布が急勾配の位置と不連続な部位に生じていることが分かる. 図 34(a), (b) は, それぞれ図 33(a2), (b2) のラップ位相分布から式 (73) により計算した Quality map である. 窓サイズは $k = 5$ としている. この結果に示されるように, Residue の発生位置では位相の品質が低下していることが分かる. 図 35 は, 図 33(a2), (b2) のラップ位相分布から各手法を用いて位相アンラッピングを行った結果である. (a1), (b1) は Itoh 法, (a2), (b2) は Quality Guided Path 法, (a3), (b3) は Quality Guided Path 法と Branch-cut 法を併用した場合の結果である. この結果より, Itoh 法は, Residue が存在する場合や不連続部位がある場合には, 誤差が積分経路の方向に伝搬する欠点があることが分かる. また, Quality Guided Path 法は, 品質の高いピクセルから位相アンラッピングを行うため, 誤差が伝搬し難く, Residue と不連続面の近傍で誤差が発生していることが分かる. ラップ位相の 2π の周期性から不連続面の位相の品質は, 図 34 に示すように周期的に変動する. このため, 高品質と誤って判断された不連続面上のピクセルが, 優先的に位相アンラッピングされることにより, 不連続面近傍で正しくアンラップされない傾向がある. これに対して, Branch-cut を併用した場合には, 図 33(b3) のように不連続面に Branch-cut が形成されるため, Branch-cut 上のピクセルは最後にアンラッピングされ, 不連続面での誤差が軽減される. 但し, Branch-cut に囲まれた孤立領域では, 正しく位相アンラッピングできない. そこで, 本研究では, Residue が発生しない場合には, 最も簡易的な Itoh 法による位相アンラッピングを用い, Residue が発生する場合には, 測定物体が連続物体であれば Quality Guided

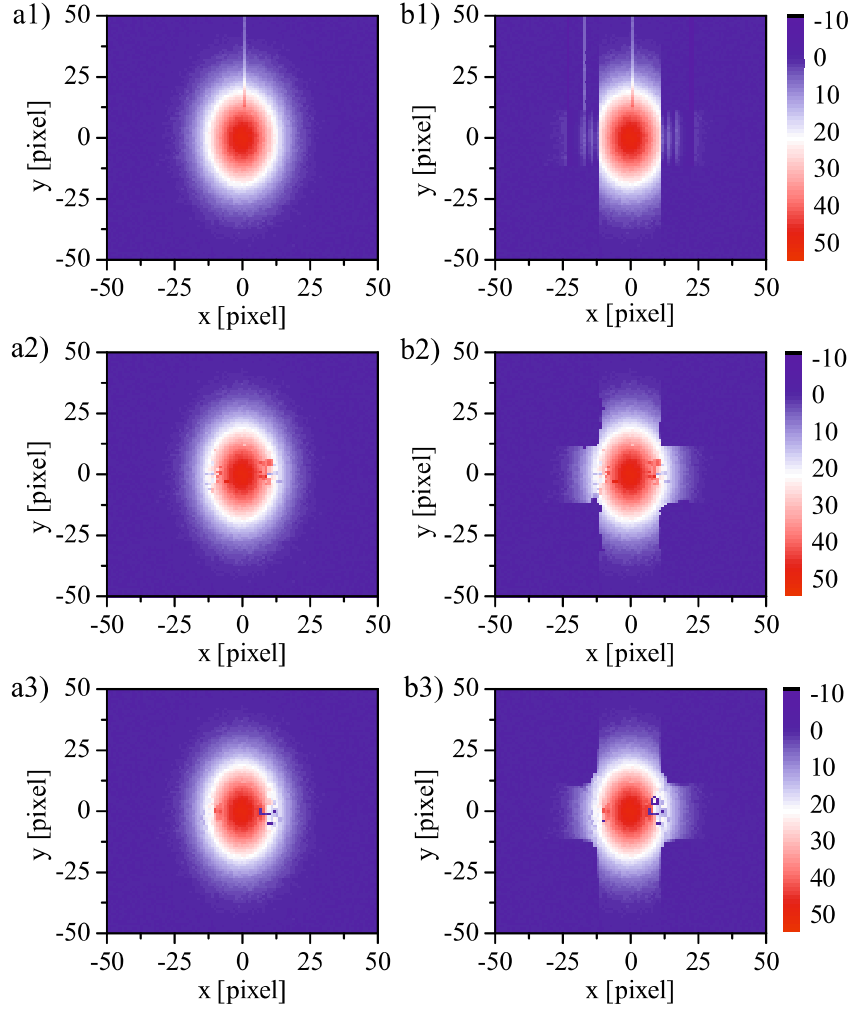


Fig. 35 Unwrapped phase distribution calculated by each unwrapping method. (a) Itoh method, (b) Quality guided path method, (c) Quality guided path method with brunch-cut.

Path 法を用い，不連続物体であれば Quality Guided Path 法と Branch-cut 法の併用手法を適用する．これにより定量位相分布を復元する．定量位相分布に湾曲がある場合には，平面領域を用いて湾曲を多項式関数近似し，アンラップ位相分布全体から近似した多項式関数を差し引くことで湾曲を補正する．計算されたアンラップ位相分布と高さ分布 $H(x, y)$ の間の変換は，

$$H(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi\Delta n} \hat{\Phi}(x, y) \quad (74)$$

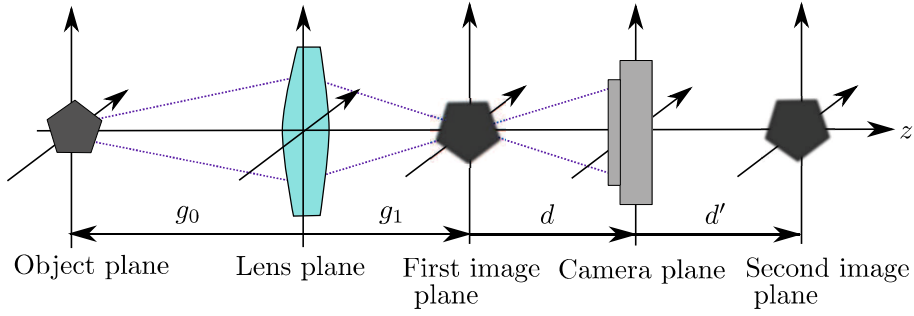


Fig. 36 Optical imaging model for calculating the reconstruction distance and magnification.

により行う．ここで， λ は光源の真空中の波長， Δn は背景媒質と測定対象の間の屈折率の差である．

2.4.5 フーリエ光学による再構成距離と表示倍率の補正式

定量位相分布を用いて，物体形状を評価するには，ピクセル数を実際の大きさに換算する必要がある．このためには，カメラの1ピクセルの大きさに対応する物体面上の大きさを計算することが必要である．参照光に球面波を用いた場合には，その球面波がカメラ上で物体光と干渉する際に，物体光の位相分布を変調するため，再構成距離と像の表示倍率がデフォーカス量により変化する．このため，幾何光学とフーリエ光学に基づいてモデル化を行い，再構成距離と表示倍率の補正式を導出する．そして，実験データに対するオートフォーカスにより計算された再構成距離と比較することで導出した補正式を検証する．図36に，位相変調を含む結像光学系の概略図と各記号を示す．現在，対象とする結像光学系の顕微鏡対物レンズは空気中で利用しているので，このレンズによる像の横倍率は，

$$M_1 = \frac{g_1}{g_0} \quad (75)$$

となる．ここで， g_0 はレンズ面から物体面までの距離， g_1 はレンズ面から第1像面までの距離である．第1像面は，物理的に存在する対物レンズによる像面である．この第1像面の後方に，距離 d の位置にカメラが設置されている場合を考える． d は像面からカメラまでの距離であるので，デフォーカス量となる． $d = 0$ ならば，カメラ面に像が形成され，その倍率は式(75)となる． $d \neq 0$ ならば，式(75)にデフォーカス量 d に依存する補正量が積算される．参照光によるカメラ上での物体光の位相変調を次の関数で表現する．

$$\phi(x, y) = \exp[ikD(x^2 + y^2)] \quad (76)$$

このとき，この位相変調はカメラ上においてレンズの効果として現れる．この参照球面光により生じるレンズ効果の焦点距離は，近軸近似下における薄肉レンズの伝達関

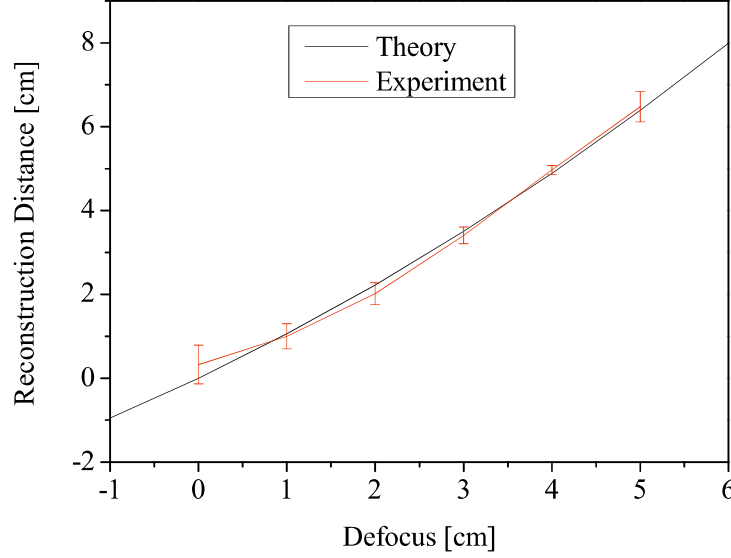


Fig. 37 Reconstruction distance calculated by Fourier optical theory and auto-focusing using experimental datum.

数と比較すると次式となる.

$$f' = -\frac{1}{2D} \quad (77)$$

幾何光学の近軸近似の条件において, カメラから第2像面までの距離は, レンズの公式から次式となる.

$$d' = \frac{f'd}{d - f'} \quad (78)$$

これは, 参照光に球面波を用いた場合の再構成距離である. このとき, 第1像面と第2像面の間の横倍率は,

$$M_2 = \frac{d'}{d} \quad (79)$$

となる. これより, 物体面と第2像面の間の倍率は,

$$M = M_1 M_2 \quad (80)$$

となる. 回折伝搬の際に数値レンズを用いた場合には, $M = M_L M_1 M_2$ となる. カメラ上の参照光の波面曲率を近似表現する係数 D は, フーリエ光学に基づく結像シミュレーションにより導出する. まず, 近軸近似が成立することを仮定し, 物体面での複素振幅が一様であるとして, 物体面からレンズ面までの回折伝搬をシフトフレネル回折積分により計算する. 次に, レンズ面において, 結像レンズを薄肉レンズと近

似して、その影響を伝達関数として与える．最後に、物体面から撮影面までの回折伝搬をシフトフレネル回折積分により行うことで、撮影面上の物体光の複素振幅をシミュレーションする．そして、その複素振幅を極表示し、複素指数関数の部位に対して、最小二乗法を適用することで、係数 D を算出する．シフトフレネル回折積分の適用において、レンズ面の格子間隔は計算領域が正方形開口として作用することがないように設定する．また、撮影面の格子間隔は、実験で利用するカメラの格子間隔と一致させる．図 37 は、デフォーカス量を $0[\text{cm}]$ から $5[\text{cm}]$ まで変化させた場合の実験の再構成距離と、式 (78) により計算された再構成距離を比較した結果である．この結果より、式 (78) は実験における再構成距離を良く表せており、その結果から導出される倍率補正の式 (80) も利用できることが検証された．

2.5 再構成結果

2.5.1 カメラ上の物体光の復元手法の測定精度と分解能の評価

オートフォーカシングにより得られた像面上の複素振幅の位相分布に対して、前述の位相アンラッピングを適用し、高さ分布に換算すると、測定対象の最終的な形状が得られる．図 38 から図 40 は、それぞれ、図 28 から図 30 の複素振幅に位相アンラッピングを適用して算出した線構造のナノインプリントモールド (幅 $10[\mu\text{m}]$ 、高さ $350[\text{nm}]$) の高さ分布の計測結果である．これらの結果は、それぞれ、デフォーカス量 $2[\text{cm}]$ のデジタルホログラムから位相シフト法、フーリエフィルタリング法、空間的位相シフト法により復元された物体光を用いて、再構成アルゴリズムにより物体形状を計算した結果である．各軸のピクセルサイズと座標軸の実寸の関係は、式 (80) により補正されている．これらの計測結果を見ると、構築したデジタルホログラフィック顕微鏡は、平面部とパターン部に微小な変動が見られるものの、線構造のナノインプリントモールドの形状を良く再現できている．パターン部の断面形状を観察するために、 $y = 0$ の断面における高さ分布を図 41 に示す．この結果に示すように、位相シフト法は他の 2 つの手法と比較して計算された高さ分布は振動的であり、周波数の高い変動が現れていることが分かる．これに対して、フーリエフィルタリング法と空間位相シフト法は、位相シフト法に対して得られた結果は緩やかに変化し、フーリエフィルタリング法と空間位相シフト法の間には大きな差異は見られなかった．定量的に精度を比較するために、線構造のナノインプリントモールド (幅 $10[\mu\text{m}]$ 、高さ $350[\text{nm}]$) に対して、インライン型配置とオフアキシス型配置で、それぞれ撮影した 15 枚のデジタルホログラムに再構成アルゴリズムを適用する．そして、 $y = 0$ の断面における高さ分布の計測結果とナノインプリントモールドの設計値の間の誤差を評価する．この結果を図 42 に示す．誤差評価は RMS 誤差により行っている．この結果より、フーリエフィルタリング法により計測された物体形状の誤差が約 $32.5[\text{nm}]$ と最も小さく、次に、空間的位相シフト法の誤差が約 $35[\text{nm}]$ と小さくなった．空間的位相シフト法に関しては、誤差が約 $50[\text{nm}]$ であり、他の手法よりも誤差の平均値と分散値が共に大きくなった．そして、各手法ともデフォーカス量と誤差の間に相関

関係は見られなかった。さらに、各手法における最も誤差の小さな計測結果の RMS 誤差を比較すると、フーリエフィルタリング法は 26.7[nm]、空間的位相シフト法は 28.4[nm]、時間的位相シフト法は 28.0[nm] であり、これらの手法の間に差は殆ど見られなかった。このため、時間的位相シフト法の測定精度は、潜在的には他の 2 つの手法に対して低いとは言えないが、測定の安定性が悪いために誤差の平均値と分散値が大きくなったと考えられる。これは、時間的位相シフト法が 4 枚のデジタルホログラムを必要とし、その 4 枚のデジタルホログラムの間の相対的な位相変位がナノメートルの精度で制御されなければ正確な位相分布を得られないためであると考えられる。インライン型のデジタルホログラムを撮影した場合、時間的にデジタルホログラムの強度が変化する。これは、空気の対流や機器の振動などが原因であることが推察される。インライン型でデジタルホログラムの強度が時間的に変化することは、物体光と参照光の間の相対的位相量が時間的に変化することを意味する。このため、位相シフト量に誤差が含まれ、その結果として精度が低下したと考えられる。一方、フーリエフィルタリング法、及び、重み付き最小二乗法は、高周波成分を除去する性質をもつ。幅 10[μm] の線構造をもつナノインプリントモールドは平面部が多いため、高周波成分が除去された結果として、これらの手法がの精度が高くなった可能性もある。そこで、位相計測における各手法の分解能を調べるために、幅 0.4, 0.5, 0.6[μm] の線構造をもつナノインプリントモールドに対しても再構成アルゴリズムを適用した。図 43 に、各手法により再構成された振幅分布を示す。再構成された振幅分布を観察すると、ナノインプリントモールドの線幅が 0.5, 0.6[μm] の場合には、どの手法も線構造が判別可能である。一方、ナノインプリントモールドの線幅が 0.4[μm] の場合には、どの手法も線構造を判別することができなかった。図 44 に、幅 0.4, 0.5, 0.6[μm] の線構造をもつナノインプリントモールドの定量位相測定結果を示す。定量位相計測の結果より、線幅が 0.5, 0.6[μm] の場合には、線構造を判別可能であり、振幅分布の分解能に限界が生じている 0.4[μm] の幅に対しては、定量位相計測においても、各線構造を判別することはできなかった。このため、分解能の限界は、振幅画像と位相分布で少なくとも 100[nm] の範囲で同じであると言える。レイリーによる回折限界の基準式から分解能は $0.61\lambda/(N.A.) \approx 551[\text{nm}]$ と推測される。このため、0.4[μm] の線幅で線構造を判別できないのは回折限界のためと考えられる。この結果として、本実験では、インライン型配置とオフアキス型配置の各手法について、定量位相計測の分解能に差は見られなかった。各手法の計算時間は表 1 に示されており、フーリエフィルタリング法が 2.10[sec] と最も計算時間が短く、時間的位相シフト法は 3.97[sec] であった。これに対し、空間的位相シフト法は重み付き最小二乗法の計算に時間がかかるため、他手法として 150.29[sec] と非常に計算時間が長かった。以上の結果より、測定精度、分解能、安定性、計算時間を考慮すると、本実験では、これらの手法の中でフーリエフィルタリング法が優れた特性を示した。

2.5.2 再構成時の数値伝搬におけるフレネル回折近似の測定精度に対する影響

デジタルホログラフィック顕微鏡では、物体の強度画像と位相分布を得るために、カメラ面上の物体光の複素振幅を、回折積分を用いて像面上まで数値伝搬させた。著者らは、この回折伝搬の計算に、レイリーゾンマーフェルト回折積分を採用し、拡張倍率を2倍とした背景値パッチングを適用した。しかし、回折伝搬の計算には、フレネル回折近似を適用して回折積分を計算することもできる。ここでは、実験結果を用いて、再構成時におけるフレネル回折近似の影響を調べる。線構造のナノインプリントモールドの高さ分布を計算する過程において、回折積分にレイリーゾンマーフェルト回折積分とフレネル回折積分を用いた場合に得られる高さ分布を比較する。図45に、デフォーカス量2[cm]のデジタルホログラムにフーリエフィルタリング法を適用し、各回折積分を用いて再構成した際の高さ分布の計測結果を示す。この高さ分布は $y = 0$ におけるナノインプリントモールドの高さ分布を表している。この結果に示すように、レイリーゾンマーフェルト回折積分とフレネル回折積分の結果はほぼ一致した。2つの回折積分により計算された高さ分布の誤差マップを図46に示す。誤差マップから誤差が生じている部位は平均的に約1–2[nm]程度であり、2つの回折積分の間の最大誤差は3.63[nm]であった。これらの結果から、本実験系ではどちらの回折積分を用いても問題は生じない。

2.5.3 オートフォーカス時の縮小処理の測定精度に対する影響

再構成アルゴリズムにおいて、オートフォーカスの高速化のために縮小処理をデジタルホログラムに適用した。このオートフォーカシングの際に著者らは焦点評価関数として分散関数を用いた。この評価関数は、図26の結果に示すように、縮小倍率が8倍以下では、求められる再構成距離の誤差は3[mm]以下であった。しかし、この再構成距離の誤差が高さ分布にどの程度影響するかは評価していない。ここでは、各縮小倍率で縮小したデジタルホログラムにオートフォーカスを適用し、得られた再構成距離での高さ分布の計測結果を求めることで、縮小処理の再構成結果への影響を調べる。図47は、異なる縮小倍率で計算された再構成距離における高さ分布の計算例である。計算には、デフォーカス量2[cm]のデジタルホログラムを用い、カメラ上の物体光の復元にはフーリエフィルタリング法を用いている。この結果より、縮小倍率が8倍以下では、高さ分布の変化は小さく、オートフォーカスの高速化に縮小処理を用いても誤差が小さいことが分かる。一方、縮小倍率が16倍の場合には、焦点位置からずれることにより高周波成分がカットされ、エッジ近傍で振動が見られた。これは、実験装置の焦点深度が $(\lambda M^2/N.A.^2) \approx 5.7[\text{mm}]$ であり、縮小倍率を16倍とした場合の再構成距離の誤差が1[cm]と焦点深度を大きく超えているためであると考えられる。焦点深度が約5–6[mm]であることは、図26の極値近傍の焦点評価関数の値が、極値を中心として約5–6[mm]の範囲でほぼ一定値であることから推測できる。この結果より、縮小処理を適用した場合、再構成距離の誤差が焦点深度の範囲

に収まれば、オートフォーカスを適用できると考えられる。

2.5.4 細胞の形態計測への応用

細胞の形態計測の応用例として、塗沫標本上の赤血球とリンパ球に対して、デジタルホログラフィック顕微鏡により定量位相計測した計算例を図 48 に示す。赤血球の大きさは約 $8[\mu\text{m}]$ 程度であり、赤血球に特有の凹形状が観察できる。また、リンパ球は、核の屈折率が細胞質に対して高いため、定量位相計測の結果として、核がある部位の定量位相分布の値が大きくなっている。この例より、本実験系が細胞計測に利用できることを確認した。

2.6 本章のまとめ

本章では、デジタルホログラフィック顕微鏡を構築し、測定対象の振幅分布と位相分布を計測するための再構成アルゴリズムの評価を行った。再構成アルゴリズムの評価では、カメラ上の物体光の復元手法として、フーリエフィルタリング法、位相シフト法、空間的位相シフト法の定量位相計測における測定精度を比較し、計算時間、安定性、測定精度、分解能の観点からフーリエフィルタリング法は他手法と比べて、総合的に優れた特性を持っていることを示した。また、位相シフト法は、複数枚のデジタルホログラムの間の相対的位相シフト量を正確に制御する必要があるため、安定性に問題があることを述べた。さらに、分解能の評価においては、振幅分布と位相分布の分解能は同程度であり、振幅分布が回折限界により判別できない構造は、位相分布においても判別できないことを示した。カメラ上の物体光を回折伝搬して像面上の複素振幅を再生する過程では、回折積分の数値計算方法を選択するための基準を調べ、背景値パッチングを用いる場合には回折積分の伝達関数を解析的に与えた方が良いことを示した。そして、構築した実験系では、再構成時の回折伝搬において、レイリーフレネル回折積分とフレネル回折積分の間の誤差が小さいことを示した。回折積分の伝搬距離の計算に用いるオートフォーカシングでは、計算時間が問題となるため、処理の高速化を目的として縮小処理を導入することを提案した。この縮小処理の導入において、焦点評価関数である分散関数は、縮小処理を適用しても単峰性を維持し、極値の位置が変化しても、その変化は微量であり、定量位相計測結果への影響が小さいことを示した。結果として、本章で構築したデジタルホログラフィック顕微鏡は、RMS 誤差で約 $32.5[\text{nm}]$ の精度で、線構造のナノインプリントモールドの形状を測定できた。そして、塗沫標本上の赤血球とリンパ球を測定し、細胞の 3 次元形態に関する情報を取得できることを確認した。

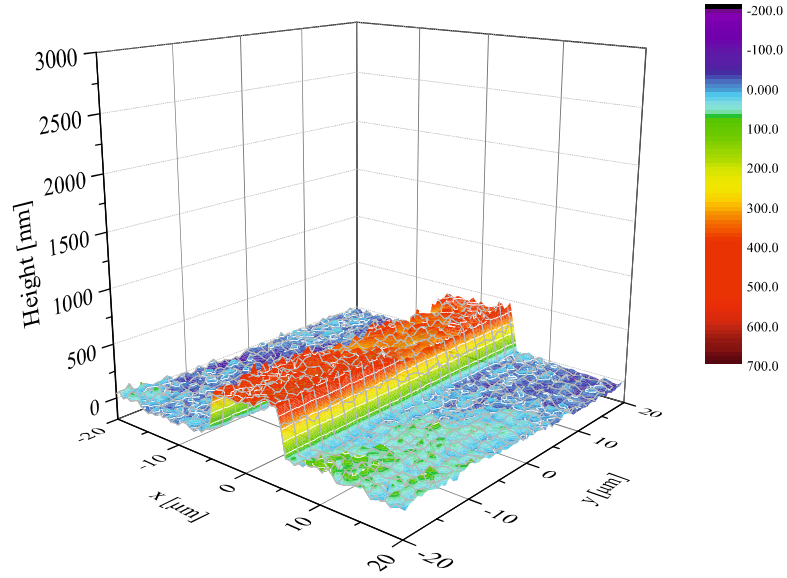


Fig. 38 Height distribution calculated by temporal phase shift method.

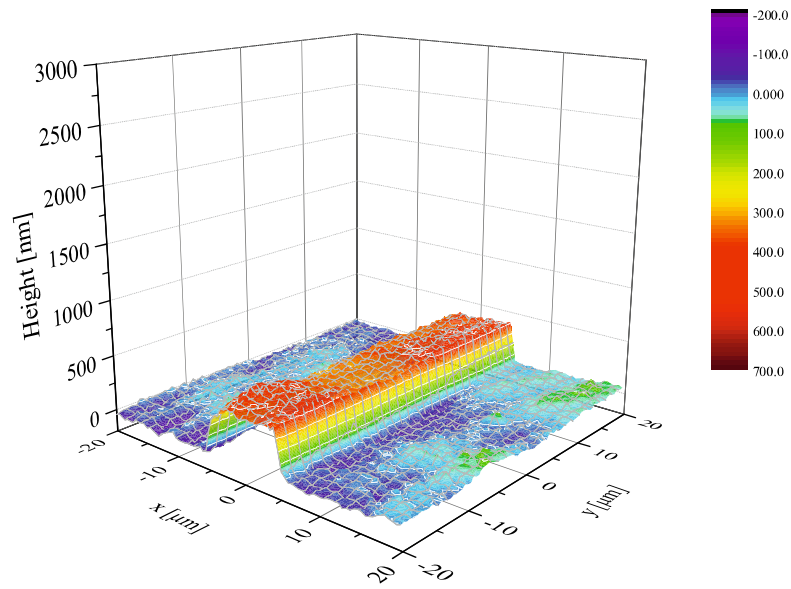


Fig. 39 Height distribution calculated by Fourier filtering method.

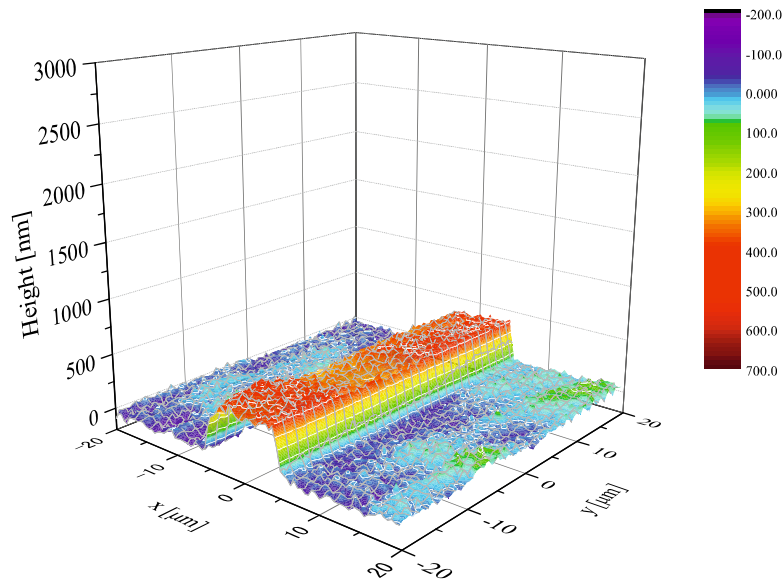


Fig. 40 Height distribution calculated by spacial phase shift method.

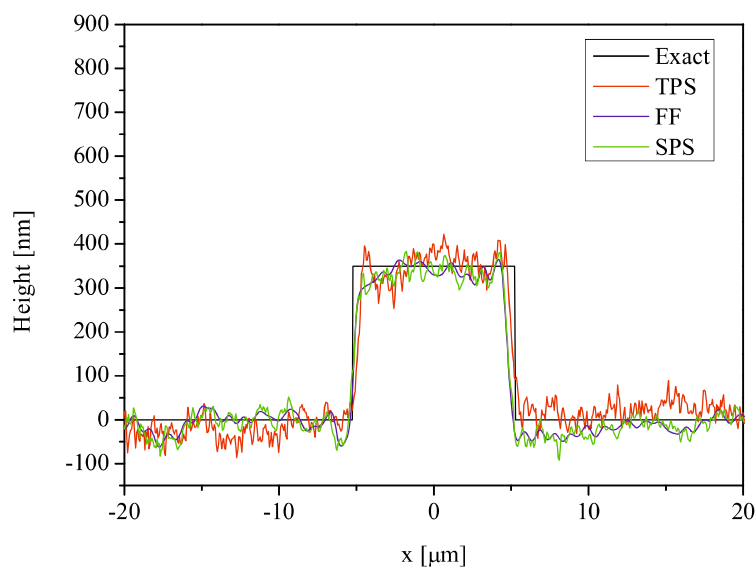


Fig. 41 Height distribution at $y = 0$ calculated by each method. FF, TPS and SPS mean Fourier filtering, temporal and special phase shift method respectively.

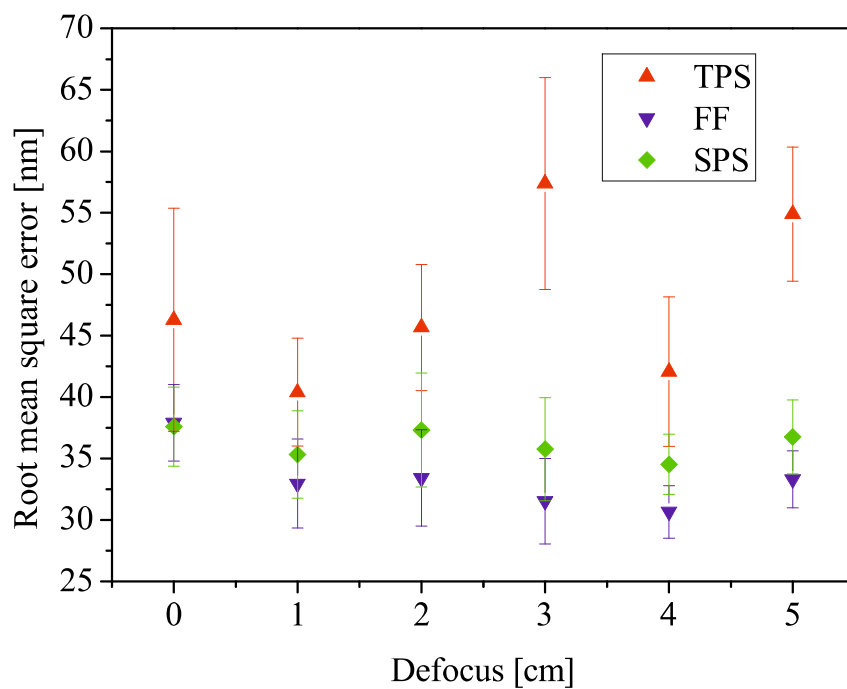


Fig. 42 RMS error of height distribution at $y = 0$ calculated by each method. FF, TPS and SPS mean Fourier filtering, temporal and special phase shift method respectively.

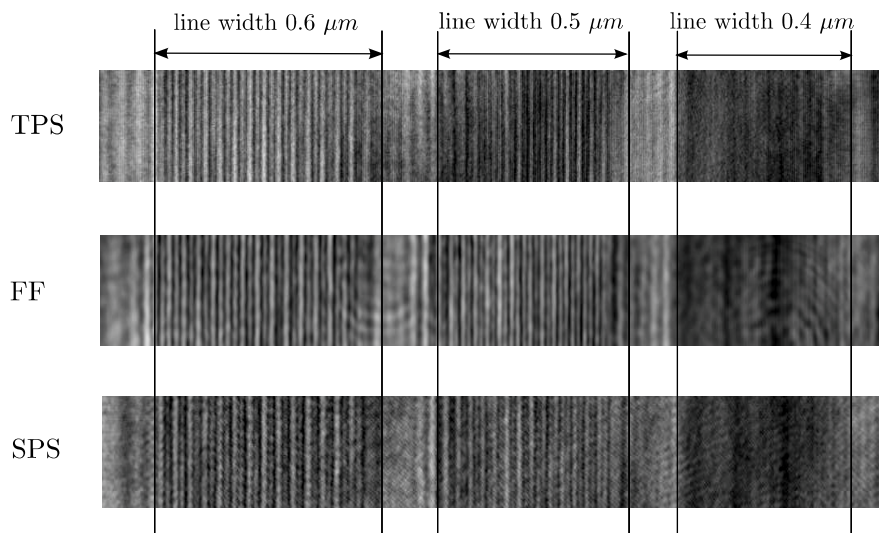


Fig. 43 Amplitude distribution reconstructed from the digital holograms of the nano-structure mold with different line width.

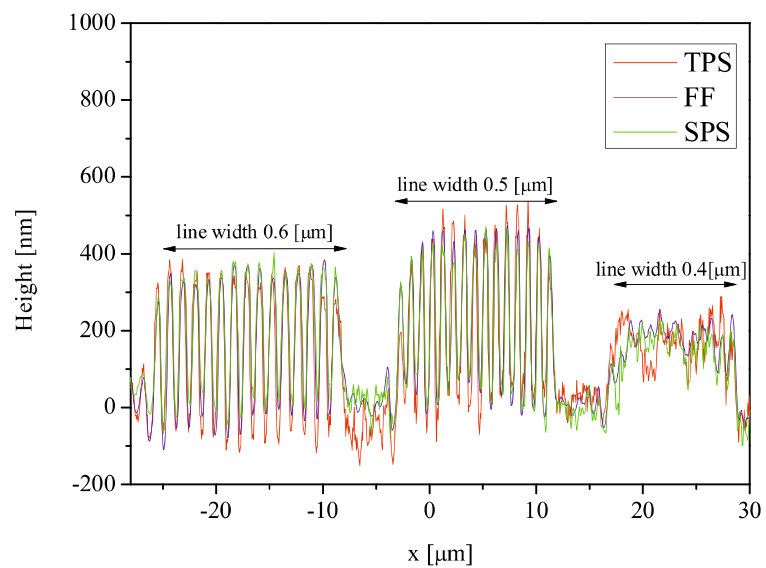


Fig. 44 Height distribution reconstructed from the digital holograms of the nano-structure mold with different line width.

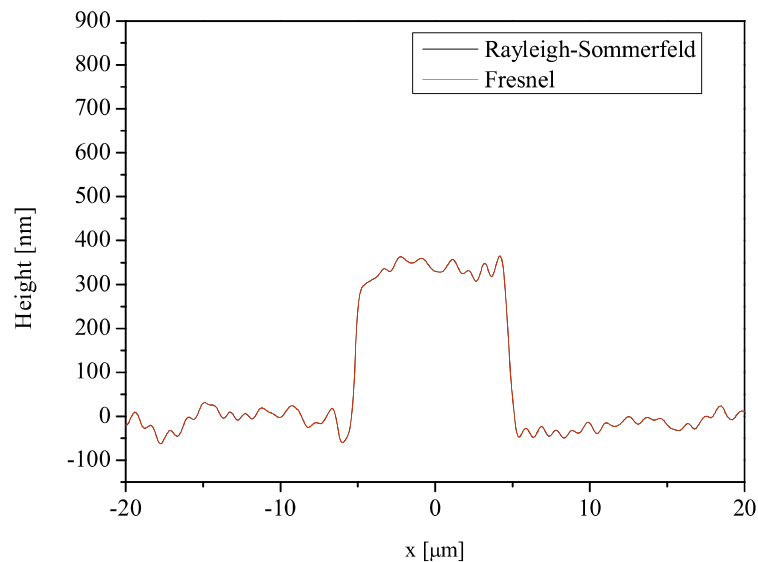


Fig. 45 Comparison of the height distributions calculated by Rayleigh-Sommerfeld and Fresnel diffraction integrals.

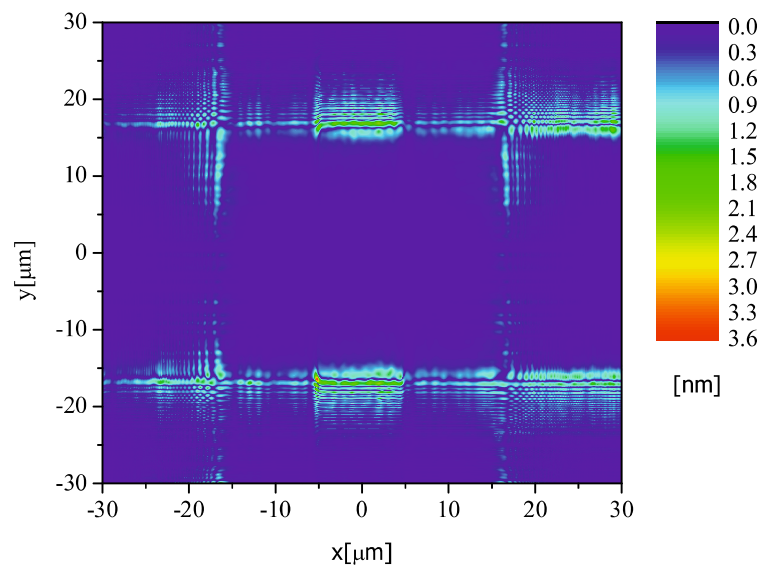


Fig. 46 Error map of the height distribution between Rayleigh-Sommerfeld and Fresnel diffraction integrals.

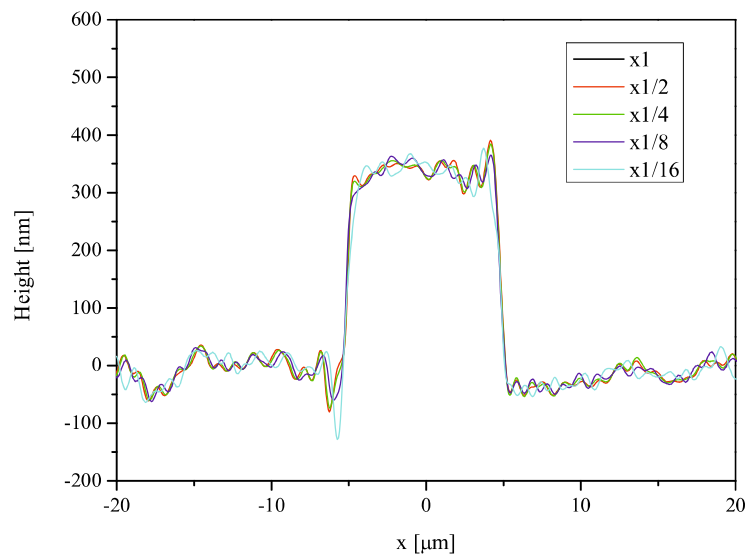


Fig. 47 Height distribution of the line-structure mold at the different reconstruction distances calculated by auto-focusing with scaling hologram.

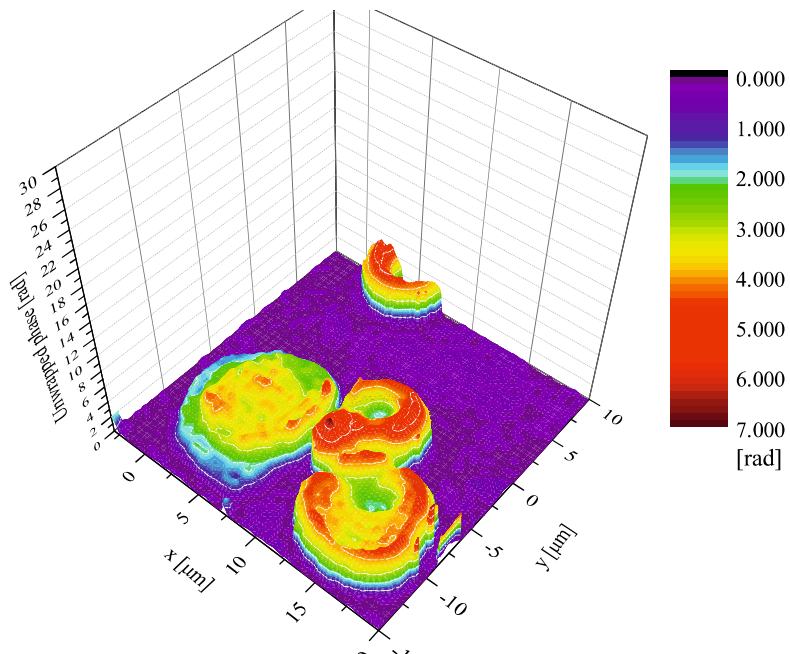


Fig. 48 Quantitative phase distribution of the red blood cells and the lymph cell.

第3章 時間領域有限差分法と瞳イメージング法を用いた3次元位相物体に対するデジタルホログラフィック顕微鏡の結像評価モデルの開発

3.1 はじめに

デジタルホログラフィック顕微鏡の再構成像は、再構成アルゴリズムだけではなく、測定対象と結像光学系の特性にも依存する。このため、本章では、任意形状の物体を結像光学系を通して観察した際の再構成像を計算するための結像評価モデルの構築を行う。デジタルホログラフィック顕微鏡の特徴として、デジタルフォーカシングと定量位相計測が挙げられる。これらの技術は、どちらの技術も物体の構造と結像光学系による影響を受ける。デジタルフォーカシングでは、像空間内で計算する再構成面の位置を選択することで、その面における物体の像を観察する。そして、それは断層画像ではなく、その面の前後の物体の構造も畳込まれて表示される。一方、定量位相計測では、3次元構造をもつ物体を光が透過することにより生じる位相変化量が物体の光学厚さと比例関係にあることを仮定する。この仮定は、物体に光を照射した際に光が物体内部を直進することを意味する。しかし、測定対象は複雑な形状をもつことも多く、その内部や表面において屈折や回折が生じ、仮定が成り立たない場合もある。また、結像光学系の不完全性から、物体光を拡大する過程で、測定物体により生じた位相変化量が歪められる。3次元物体の顕微鏡の結像特性を調べることは、これらの特性を明らかにする上で重要であると考えられる。

従来より、微小な物体に対する結像計算は、スカラー回折理論やベクトル回折理論を基礎としたモデルが数多く提案されてきた。その中で最もよく用いられる方法は、Hopkins モデルである [61, 62]。Hopkins モデルは、フーリエ光学理論を基礎として、部分コヒーレント光源による結像を計算することができる。このモデルは、物体を部分コヒーレント光源により照明し、物体からの回折光が伝播方向の異なる回折平面波の重ね合わせにより表現され则认为。そして、その異なる方向余弦をもつ回折平面波は、光学系の瞳を通過することにより、方向余弦の大きい成分が除去され、通過した回折平面波のみが像を形成すると考える。そして、光源と光学系の瞳の影響は、相互透過係数により考慮される。このモデルは、光源が空間的に完全にコヒーレントな場合は、物体関数と点広がり関数の畳み込み積分により像が表現されるため、フーリエ変換により高速計算できる [63]。しかし、フーリエ変換は周期構造を仮定するため、非周期構造をもつ物体の結像を考える場合にはサンプリング点数を十分にとる必要がある。このため、3次元物体の結像計算は計算コストが大きくなる問題がある。一方、Hopkins モデルとは異なるモデルとして、射出瞳上の電場分布から像を計

算する手法がある。このモデルは物体と光学系のモデリングを独立に行うことができる利点があり、このため、物体のモデリングには目的に適した任意の手法を選択できる。本章では、後者のモデリングの手法を取り扱う。

近年、計算機の発達により、3次元物体の物性値を与えて結像特性を評価するために、光を電磁波と見なした数値計算と回折理論を用いたハイブリット計算手法の研究が行われている [43, 44, 64, 65, 66, 67, 68, 69]。光の波長は非常に短いため、物体をモデリングする場合には、格子間隔を波長の数十分の1に設定する必要がある。しかし、顕微鏡で観察する物体の寸法は、レンズ系の寸法に対して非常に小さいため、入射光の波長と物体の寸法に合わせて格子間隔を設定すると、レンズ系の数値計算は計算容量の問題から不可能になる。そこで、ハイブリット計算手法では、入射波と物体の相互作用の計算モデルと結像光学系による結像計算モデルを別々に作成し、この2つのモデルを接続することで結像光学系の結像計算を行う。光学系の瞳を用いたモデリング (以後、PI 法) は、物体と光学系を独立に扱うことができるため、この方法に適している。

最初に、電磁波解析と回折伝播計算のハイブリッド手法を提案したのは、Hollmann らである [67]。彼らは、FDTD 法と近傍界・遠方界変換処理を用いて、レンズ系の入射瞳上における電場ベクトルを計算し、それを回折理論を用いて逆伝播することにより、結像計算を行った。しかし、この計算モデルでは、入射瞳と射出瞳間の関係が含まれていない。Tanev らは、入射瞳と射出瞳間の関係を考慮するために、結像光学系がアッペの正弦条件を満足すると仮定した [68]。これにより、入射瞳上の回折平面波の方向余弦から射出瞳上の回折平面波の方向余弦を算出し、位相コントラスト顕微鏡の結像評価に応用した。そして、近年、より一般的な結像計算モデルとして ENZ 理論が、Janssen と Haver らにより報告された [69, 43]。この理論は、任意の電場ベクトル分布を射出瞳球面上に与えた場合における像面近傍の点広がり関数を計算するためのデバイ回折積分の準解析解を求める理論である。そして、ENZ 理論を用いて任意物体に対する結像特性を評価するために、入射瞳球面と射出瞳球面上の電場ベクトル分布の間の関係をエネルギー保存則とアッペの正弦条件から定式化した。しかし、デバイ積分は、デフォーカス量が大きい場合には計算精度が劣化する。デジタルホログラフィック顕微鏡のように、撮影面と光学系の像面の間にデフォーカスが存在する場合には、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分か、あるいは、そこに近軸近似を適用したフレネル回折積分を導入する必要がある。また、これらのハイブリット手法は、実験的な検証が行われておらず、実際の3次元物体に対して、どの程度の精度で結像特性を評価できるか分かっていない。

本章では、デジタルホログラフィック顕微鏡における像空間での3次元結像特性を評価するために、任意デフォーカスを計算可能な FDTD 法と PI 法のハイブリット手法を提案する。そして、実験結果と比較することで、提案モデルの妥当性を検証する。提案モデルの基本骨格は、Haver らの定式化であり、デバイ積分の代わりに、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分を採用する。デバイ積分は、射出瞳球面上の電場を直接利用して計算できるが、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分は平面間の伝播を計算する方法である。このため、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分を導入する

ために、エネルギー保存則を満足するように、射出瞳球面上の電場を接平面に投影する手法を導入する。そして、高速フーリエ変換を用いることができるように、接平面上の格子間隔が均一となるように、入射瞳上のサンプリングを行う方法を示す。また、入射平面波の結像を計算するための方法を示す。数値計算法では計算領域が制限されるため、入射平面波はその範囲内で計算される。しかし、理想的には平面波は無限大の大きさをもっており、それを有限領域内でのみ計算した場合には、方形開口による回折伝搬と同じ効果が表れる。すなわち、像面上に結像される入射平面波は完全な平面波ではなく、開口によって歪んだ分布となる。この影響を軽減するための入射波の計算方法を導入する。我々の知る限りでは、瞳間の定式化を含んだ形で、PI法とFDTD法のハイブリット手法の実験的な検証を行った報告はない。そこで、本章では、ナノインプリントモールドとマイクロ粒子に対して、像空間における3次元複素振幅をデジタルホログラフィック顕微鏡により実験的に再生し、その結果を計算モデルの結果と比較することでモデルの妥当性を検証する。ナノインプリントモールドとマイクロ粒子は、それぞれ、透過型の定量位相顕微鏡により行った定量位相計測の成功例と失敗例に対応する物体である。最後に、物体の表面曲率と屈折率が定量位相計測に与える影響を、簡単な構造をもつ物体の数値計算により調べる。

3.2 結像光学システムのモデル化

この節では、入射瞳球面上の電場分布とカメラ上のホログラムの関係を定式化する。図49に、提案モデルの概念図を示す。本章で用いるデジタルホログラフィック顕微鏡は高コヒーレンスのレーザー光源を使用しているため、計算モデルの照明光学系は、空間的に完全なコヒーレント照明であると仮定する。添え字0及び1は、それぞれ物体空間と像空間の物理量を表している。物体面上の光軸上の点 O にある測定対象は、光軸に沿って伝搬する平面波により照射される。顕微鏡光学系では、測定対象は非常に小さく $O(10^{-6})$ 程度の大きさである。一方、顕微鏡対物レンズは、物体側テレセントリック光学系で構成されるため、物体から入射瞳までの距離は、測定対象の大きさに対して非常に大きい。このため、フラウンホーファー近似を適用することができる。フラウンホーファー近似の下では、物体からの散乱光は、光軸上の点 O を原点とする極座標で表現することが可能であり、対象物体は点光源のように作用する。そして、光軸上の点 O から散乱された光は入射瞳球面に向かって伝搬する。入射瞳球面上の電場分布は、入射瞳球面と共役関係にある射出瞳球面に結像され、光学システムの像面に集光する。

入射瞳上の電場分布からカメラ上のホログラムを計算する過程は、4つの要素から構成される。まず、入射瞳球面上の電場分布からアッペの正弦条件により、射出瞳球面上の電場分布を計算する。次に、射出瞳球面上の電場分布をその接平面に投影する。そして、その接平面上の電場分布を撮影面まで回折理論により伝搬させる。最後に、物体光と参照光の干渉縞強度分布であるデジタルホログラムを計算する。これらの計算を行うための定式化を、以下に述べる。

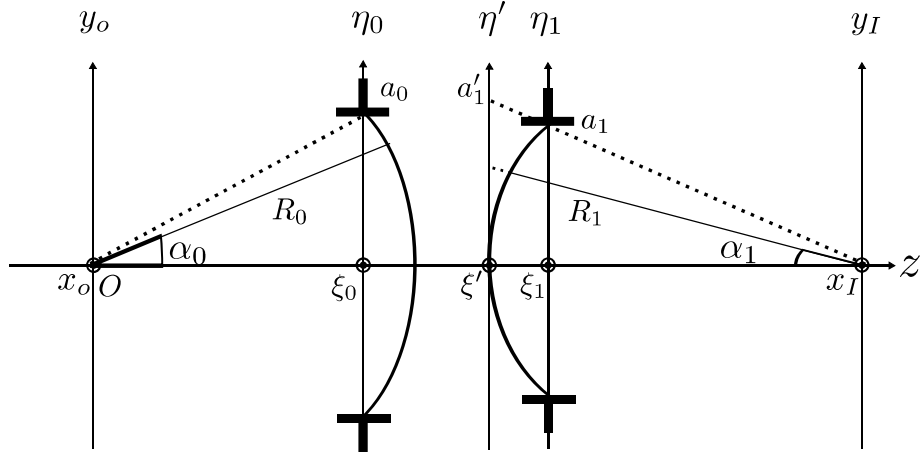


Fig. 49 Schematic representation of optical imaging system model: (x_o, y_o) and (x_I, y_I) are the local coordinates in the object plane and image plane, respectively. Subscripts (0 and 1) denote object and image space, respectively. (ξ_i, η_i) , $i = 0, 1$ are the sine coordinates of the spherical pupils. (ξ', η') is the tangential coordinate of the spherical exit pupil. R_i , $i = 0, 1$ are the radii of the spherical pupils. a_i , $i = 0, 1$ are the aperture radii of the spherical pupils. a'_1 is the aperture radius of the tangential plane of the spherical exit pupil.

3.2.1 入射瞳球面と射出瞳球面上の電場分布の関係式

像面における電場を計算するには、射出瞳球面上の電場の複素振幅を計算する必要がある。多くの場合、入射瞳上の電場の振幅分布が特定されるため、入射瞳上の電場と射出瞳上の電場の関係が必要になる。入射瞳球面と射出瞳球面の間の電場分布の関係は、Haverらにより定式化が行われた [43]。まず、我々の扱う結像光学系が、アッペの正弦条件が満足することを仮定する。アッペの正弦条件は、物体側の回折平面波の方向余弦と、対応する像側の回折平面波の方向余弦の比が、回折の次数によらずある定数であることを定める条件である。光軸上の点だけではなく、軸外の点でもシャープな画像を取得するために、顕微鏡対物レンズを含めた結像光学系では、アッペの正弦条件を満足するように設計される。レンズによる吸収と反射を無視し、入射瞳球面と射出瞳球面上の電場のエネルギーが保存されると仮定すると、吸収のない均一な媒質中におけるポンディングベクトルの大きさは、

$$|\mathbf{P}| = \frac{\epsilon}{2} |E|^2 v \quad (81)$$

であるので、エネルギー保存則は、

$$\epsilon v |E|^2 dS = \text{const} \quad (82)$$

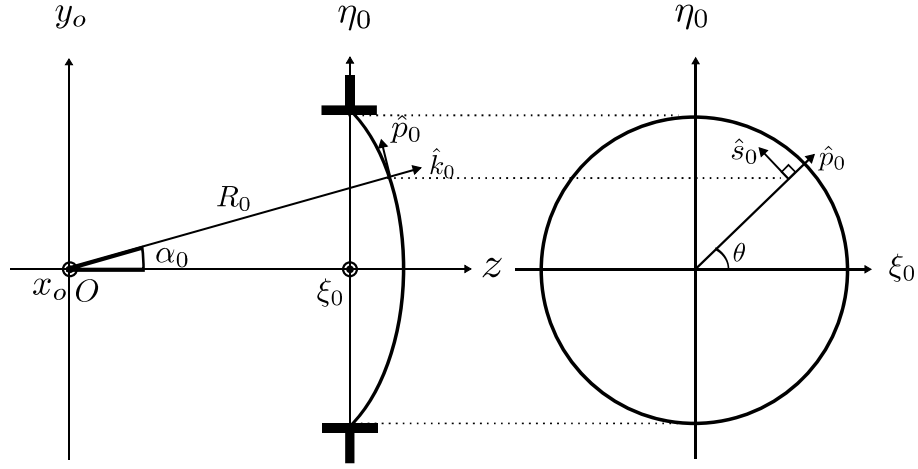


Fig. 50 Components of electric field vector on spherical entrance pupil: $\hat{\mathbf{k}}_0$ is the unit normal vector to the spherical surface, and $\hat{\mathbf{s}}_0$ and $\hat{\mathbf{p}}_0$ are the unit vectors of the perpendicular and parallel states of linear polarization, respectively.

となる．ここで， n は屈折率， $\epsilon = n^2$ は誘電率， dS は光の伝搬方向に直交する瞳球面上の面積素片， $v = c/n$ は媒質中の光速である． c は光速である．したがって，

$$n_0 |E_0|^2 dS_0 = n_1 |E_1|^2 dS_1 \quad (83)$$

が得られる．ここで， E_0, E_1 は電場の複素振幅， n_0, n_1 は屈折率， dS_0, dS_1 は入射瞳球面と射出瞳球面上の共役な面の面積素片である．立体角は波数ベクトルと関係がある．図 50 のように表記すると，回折平面波の波数ベクトルは，

$$\mathbf{k}_0 = k_0 (\sin \alpha_0 \cos \theta \hat{\mathbf{x}} + \sin \alpha_0 \sin \theta \hat{\mathbf{y}} + \cos \alpha_0 \hat{\mathbf{z}}) \quad (84)$$

$$\mathbf{k}_1 = k_1 (-\sin \alpha_1 \cos \theta \hat{\mathbf{x}} - \sin \alpha_1 \sin \theta \hat{\mathbf{y}} + \cos \alpha_1 \hat{\mathbf{z}}) \quad (85)$$

であるので，面積素片と波数ベクトルの微小要素の関係は，次式で与えられる．

$$dS_i = R_i^2 \frac{dk_{i,x} dk_{i,y}}{k_i^2 \cos \alpha_i}, \quad (i = 1, 2) \quad (86)$$

ここで， R_i は各瞳球面の半径， $k_i = 2\pi n_i / \lambda$ は波数， λ は真空中の波長， $k_{i,x}, k_{i,y}$ 及び $k_{i,z}$ は，式 (84) 及び (85) で表される波数ベクトルの成分である．式 (83) に，式 (86) を代入すると，次式が得られる．

$$n_0 R_0^2 \frac{dk_{0,x} dk_{0,y}}{k_0^2 \cos \alpha_0} |E_0|^2 = n_1 R_1^2 \frac{dk_{1,x} dk_{1,y}}{k_1^2 \cos \alpha_1} |E_1|^2 \quad (87)$$

したがって，

$$|E_1| = \frac{R_0}{R_1} \sqrt{\frac{k_{1,z}}{k_{0,z}}} \sqrt{\frac{dk_{0,x} dk_{0,y}}{dk_{1,x} dk_{1,y}}} |E_0| \quad (88)$$

を得る．アッペの正弦条件を満足することを仮定しているので，結像光学系の倍率を M とすると，次の関係が成り立つ．

$$M = \frac{k_{0,x}}{k_{1,x}} = \frac{k_{0,y}}{k_{1,y}} = \frac{n_0 s_0}{n_1 s_1} \quad (89)$$

ここで， $s_i = \sin \alpha_{i,max}$ ， $i = 0, 1$ は，物体側と像側の幾何学的開口数である．入射瞳球面の座標 (ξ_0, η_0) を入射瞳の開口半径 a_0 で規格化した極座標を (ρ, θ) とおくと， $\rho = (\xi_0^2 + \eta_0^2)^{1/2}/a_0$ であり，幾何学的関係から $\cos \alpha_0 = (1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/2}$ ， $\cos \alpha_1 = (1 - s_1^2 \rho^2)^{1/2}$ を導出できる．瞳倍率を M_p とすると，近軸近似より，

$$\frac{MR_0}{R_1} = \frac{n_0}{n_1 M_p} \quad (90)$$

が成立するので，これらの関係式を式 (88) に代入すると，次式に帰着する．

$$\begin{aligned} |E_1| &= \frac{1}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} \frac{(1 - s_1^2 \rho^2)^{1/4}}{(1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/4}} |E_0| \\ &\equiv \frac{1}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} T_R(\rho) |E_0|. \end{aligned} \quad (91)$$

ここで，

$$T_R(\rho) \equiv \frac{(1 - s_1^2 \rho^2)^{1/4}}{(1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/4}} \quad (92)$$

は，エネルギー保存則から導出される入射瞳球面と射出瞳球面の間の共役な点間での振幅透過率を表している．光学系に複屈折性がなく，結像光学系の収差係数が十分小さい場合を考える．収差係数が十分小さいとき，光学系の収差は複素指数関数を用いて表現することができる．瞳間の吸収特性を $A(\rho, \theta)$ とし，位相変化を $\Phi(\rho, \theta)$ とすると，収差を考慮した瞳間の透過関数 $T(\rho, \theta)$ は，次のように表現できる．

$$T(\rho, \theta) \equiv T_R(\rho) T_I(\rho, \theta) \quad (93)$$

$$T_I(\rho, \theta) \equiv A(\rho, \theta) \exp[i\Phi(\rho, \theta)] \quad (94)$$

これにより，収差を考慮できる．式 (91) は，電場ベクトルの大きさに対して成立する関係であるので，それを電場ベクトルの各成分に対する関係に変換する．光のエネルギーは伝搬方向に対する垂直面に対して定義される．フラウンホーファー近似の下では，入射瞳球面上の電場は直線偏光となり，その半径方向成分は $E_{0,r} \approx 0$ となるので，光の強度は半径方向に垂直な2つの成分の二乗和となる．このため，光の強度に対する式 (91) の振幅透過率は，半径方向に対して垂直な方向の電場成分の振幅透過率と等しくなる．そこで，図 50 のように，電場成分を半径方向の単位ベクトル $\hat{k}_0$ に垂直な s 偏光成分と p 偏光成分に分割する．このとき，各成分は次式で表される．

$$E_{0,p}(\rho, \theta) = \frac{E_{0,x} \cos \theta + E_{0,y} \sin \theta}{\cos \alpha_0} \quad (95)$$

$$E_{0,s}(\rho, \theta) = -E_{0,x} \sin \theta + E_{0,y} \cos \theta \quad (96)$$

このとき、射出瞳球面上の電場成分は、式 (93) を用いて、

$$\begin{bmatrix} E_{1,s}(\rho, \theta) \\ E_{1,p}(\rho, \theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} T(\rho, \theta) \begin{bmatrix} E_{0,s}(\rho, \theta) \\ E_{0,p}(\rho, \theta) \end{bmatrix}. \quad (97)$$

となる。射出瞳球面における極座標系を直交座標系に変換すると、射出瞳球面上の電場成分は、次のように表される。

$$E_{1,x}(\rho, \theta) = E_{1,p} \cos \alpha_1 \cos \theta - E_{1,s} \sin \theta \quad (98)$$

$$E_{1,y}(\rho, \theta) = E_{1,p} \cos \alpha_1 \sin \theta + E_{1,s} \cos \theta \quad (99)$$

$$E_{1,z}(\rho, \theta) = E_{1,p} \sin \alpha_1 \quad (100)$$

式 (98)-(100) に、式 (95)-(97) を代入すると、射出瞳球面上の各電場成分は、

$$\begin{aligned} E_{1,x}(\rho, \theta) = & \frac{T(\rho, \theta)}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} \left[\frac{(1 - s_1^2 \rho^2)^{1/2}}{(1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/2}} \right. \\ & \times (E_{0,x}(\rho, \theta) \cos^2 \theta + E_{0,y}(\rho, \theta) \cos \theta \sin \theta) \\ & \left. + (E_{0,x}(\rho, \theta) \sin^2 \theta - E_{0,y}(\rho, \theta) \cos \theta \sin \theta) \right] \end{aligned} \quad (101)$$

$$\begin{aligned} E_{1,y}(\rho, \theta) = & \frac{T(\rho, \theta)}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} \left[\frac{(1 - s_1^2 \rho^2)^{1/2}}{(1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/2}} \right. \\ & \times (E_{0,x}(\rho, \theta) \cos \theta \sin \theta + E_{0,y}(\rho, \theta) \sin^2 \theta) \\ & \left. + (-E_{0,x}(\rho, \theta) \cos \theta \sin \theta + E_{0,y}(\rho, \theta) \cos^2 \theta) \right] \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} E_{1,z}(\rho, \theta) = & \frac{T(\rho, \theta)}{M_p} \sqrt{\frac{n_0}{n_1}} \frac{s_1 \rho}{(1 - n_1^2 M^2 s_1^2 \rho^2 / n_0^2)^{1/2}} \\ & \times (E_{0,x}(\rho, \theta) \cos \theta + E_{0,y}(\rho, \theta) \sin \theta). \end{aligned} \quad (103)$$

と表現される。入射瞳球面上の電場ベクトルから射出瞳球面上の電場ベクトルを計算した後、規格化極座標 (ρ, θ) を非規格化直交座標 (ξ_1, η_1) に、次式を用いて変換する。

$$\begin{cases} \xi_1 &= a_1 \rho \cos \theta \\ \eta_1 &= a_1 \rho \sin \theta \end{cases} \quad (104)$$

ここで、 a_1 は射出瞳球面の開口半径である。

3.2.2 射出瞳球面から撮影面までの回折伝搬計算

撮影面上の物体波を計算するために、射出瞳球面上の電場分布を撮影面上まで伝搬させる。この伝播は、回折積分を用いることで行うことができる。射出瞳球面上の任

意の電場分布に対する回折積分の解析解は未だ導出されていない．このため，回折積分は数値積分により計算する必要がある．この積分は非平面上の任意電場に対する面積分であり，シンプソンの公式などの通常の方法を用いて精度を保つには計算コストが高くなる．このため，回折積分に近似を導入してフーリエ変換で表現できるように定式化することが行われている．射出瞳球面上の電場分布に対する回折積分は，ヘルムホルツ方程式の厳密解であるアンギュラースペクトル展開に定常位相近似を適用することで，フーリエ変換で表される．この近似された回折積分は，デバイ回折積分と呼ばれる．デバイ回折積分は，

$$\mathbf{E}(x, y, d) = -\frac{i}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{\mathbf{E}_s(-\frac{k_{1,x}}{k_1}R_1, -\frac{k_{1,y}}{k_1}R_1)}{k_{1,z}} \exp(i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{k}_1 \quad (105)$$

と表される．ここで， $\mathbf{x} \equiv (x, y, d)$ と定義した． d はデフォーカス量である． $\mathbf{E}_s$ は，Strength Factor と呼ばれ，像空間での光線に垂直な複素数ベクトルであり，幾何光学近似において光線上の位置に依存しない量である [72]．射出瞳球面から像面への集光を球面波と考えて， $\mathbf{E}_s = R_1 \mathbf{E}_1$ と与える．式 (85) を用いると，Strength Factor の変数は次のように表現できる．

$$\begin{cases} \xi_1 = -\frac{k_{1,x}}{k_1}R_1 = a_1\rho \cos \theta \\ \eta_1 = -\frac{k_{1,y}}{k_1}R_1 = a_1\rho \sin \theta \end{cases} \quad (106)$$

これは，式 (104) の射出瞳球面上の座標であり，式 (101)-(103) の電場分布を直接利用することができる．式 (105) は開口半径 a_1 と射出瞳球面の半径 R_1 が大きい場合に，精度の良い結果を提供する．デバイ積分により計算された振幅点広がり関数は，像面近傍において，実験により得られた振幅点広がり関数と一致することが報告されている [45]．また，フーリエ変換による計算は周期性を仮定するため，ENZ 理論では，式 (105) の解を級数展開を用いて準解析的に表現する方法を提案している [70]．しかし，デフォーカス量が大きい場合には，デバイ積分を用いることができない．

デフォーカスされた像を計算するためには，ヘルムホルツ方程式の厳密解であるレイリー・ゾンマーフェルト回折積分が利用可能である．像側の開口数が十分小さい場合には，近軸近似を適用することで得られるフレネル回折積分でも精度の良い結果が得られる．ここでは，計算モデルの一般性からレイリー・ゾンマーフェルト回折積分を用いる．レイリー・ゾンマーフェルト回折積分による集光計算は，Odate らが均一な電場分布に対する集光計算の方法を報告している [71]．この計算では，平面上のスカラー場を与えた場合に，その接球面上の透過率が 1 となるように，平面上のスカラー場に重みを与える方法を示している．この計算手法を，射出瞳球面上の電場分布が既知で，平面上の電場が未知である場合に応用する．このためには，射出瞳球面上の電場分布をその接平面に投影する必要がある．そこで，我々は，射出瞳球面上の電

場分布とその接平面上の電場分布の関係を次のように与える.

$$\mathbf{E}^t(\xi', \eta') = \frac{R_1^2}{\xi'^2 + \eta'^2 + R_1^2} L(\xi', \eta') \mathbf{E}_1(\xi_1, \eta_1) \quad (107)$$

$$\xi' = \xi_1 \left[\cos \sin^{-1} \frac{(\xi_1^2 + \eta_1^2)^{1/2}}{R_1} \right]^{-1} \quad (108)$$

$$\eta' = \eta_1 \left[\cos \sin^{-1} \frac{(\xi_1^2 + \eta_1^2)^{1/2}}{R_1} \right]^{-1} \quad (109)$$

ここで, $\mathbf{E}^t$ は射出瞳球面の接平面上の電場分布, $L(\xi', \eta')$ は理想的なレンズの伝達関数であり,

$$L(\xi', \eta') \equiv \exp \left[-ik_1 \left(\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2 + R_1^2} - R_1 \right) \right] \quad (110)$$

と定義する. この投影において, 我々は, 図 49 に示すように, ある光線が射出瞳球面と交わる点における電場が, その光線と接平面の交点上の電場に, 一対一で対応していることを仮定した. このとき, 撮影面上の電場分布はレイリー・ゾンマーフェルト回折積分により, 次式で表される.

$$\mathbf{E}_O(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega'} \mathbf{E}^t(\xi', \eta') \frac{\exp(ik_1 r)}{r} \frac{z}{r} \left(\frac{1}{r} - ik_1 \right) d\xi' d\eta' \quad (111)$$

ここで, $r \equiv \sqrt{(x - \xi')^2 + (y - \eta')^2 + z^2}$, z は射出瞳球面の接平面と撮影面の距離, a'_1 は接平面の開口半径, $\Omega' \equiv \{(\xi', \eta') | \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2} \leq a'_1\}$ は積分領域を表す. 接平面の開口半径は, $a'_1 = R_1 \tan [\sin^{-1}(a_1/R_1)]$ である. 式 (111) は, スケールコンボリューション法により計算することができる [71]. この手法は計算後の格子間隔を選択できるため, カメラ面におけるホログラムの格子間隔を任意に設定することができる. 近軸近似を用いる場合は, シフトフレネル回折積分がこの手法に対応する. 図 51 はレイリー・ゾンマーフェルト回折積分とデバイ回折積分の計算結果を比較したものである. この結果は射出瞳球面上の電場が一様の場合で, 且つ, 電場が 1 成分のみをもつ場合の計算結果である. 図 51(a) は光軸上の正規化振幅を表しており, 図 51(b) は像面における半径方向の位相分布を表している. この結果より, デバイ回折積分はデフォーカス量が大きくなると, レイリー・ゾンマーフェルト回折積分から大きくずれており, 計算精度が劣化していることが分かる. また, デバイ回折積分により得られる位相分布は, レンズにより生じる波面曲率をもたないことが分かる. このため, 図 51(a) のデバイ回折積分の強度分布は, 像面に対して対称な分布となっている. レイリー・ゾンマーフェルト回折積分で生じる像面上の位相の波面曲率は, 近軸近似下において, フーリエ光学理論から次式で近似できる.

$$\phi_l(r_1) = \frac{k_1}{2g_0} \left(1 + \frac{n_1 g_0}{n_0 g_1} \right) r_1^2 \quad (112)$$

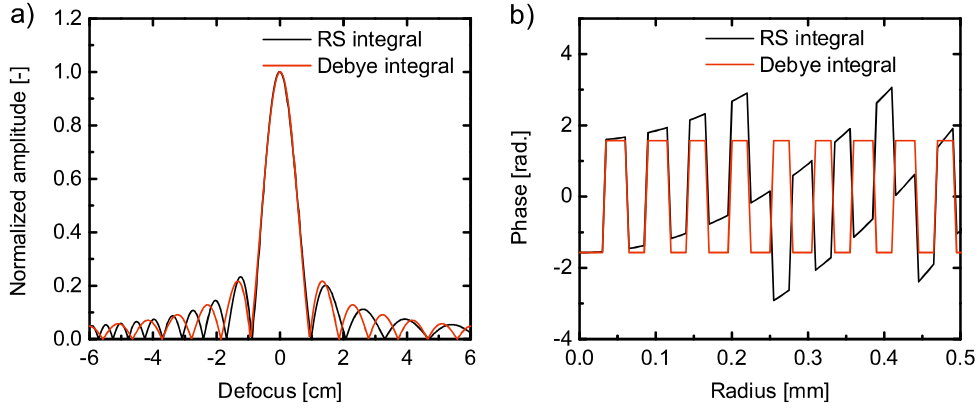


Fig. 51 Comparison of Rayleigh-Sommerfeld (RS) integral and Debye integral. (a) Normalized amplitude distributions on the z axis. (b) Phase distributions on the radial axis in the image plane. Result is computed under the following conditions: image magnification $M = 60$, pupil magnification $M_p = 10^{-6}$, refractive indices $n_0 = 1.0$, $n_1 = 1.0$, wavelength $\lambda = 632.8[\text{nm}]$, focal length $f = 3.0[\text{mm}]$, and numerical aperture of the lens is 0.7.

ここで、 r_1 は像面上の半径方向座標、 g_0 , g_1 はそれぞれ、光学系に薄肉近似を適用した場合のレンズ面から物体面、及び、レンズ面から像面への距離である。

3.2.3 デジタルホログラムの計算

物体光の電場分布 $\mathbf{E}_O(x, y)$ と参照光の電場分布 $\mathbf{E}_R(x, y)$ の干渉縞強度分布がデジタルホログラムとなる。このデジタルホログラムの強度分布を $H(x, y)$ とおくと、次式で表される。

$$H(x, y) = |\mathbf{E}_O(x, y)|^2 + |\mathbf{E}_R(x, y)|^2 + \overline{\mathbf{E}}_O(x, y)\mathbf{E}_R(x, y) + \mathbf{E}_O(x, y)\overline{\mathbf{E}}_R(x, y) \quad (113)$$

ここで、 $\overline{\mathbf{E}}_O(x, y)$ 及び $\overline{\mathbf{E}}_R(x, y)$ はそれぞれ、物体光と参照光の複素振幅の複素共役である。最初の2項は0次回折光を表しており、直流成分と呼ばれる。また、第3項及び第4項は、物体光の複素振幅の情報を含んでおり、それぞれ実像、虚像とよばれる。シミュレーションでは、式(113)で表現されるデジタルホログラムは8[bit]でビットマップ画像として量子化し、その後に再構成アルゴリズムを適用する。式(113)の参照光をモデル化するために、我々は参照光の位相分布のモデルとして2次曲線モデルを用いる。

$$\mathbf{E}_R(x, y) = \mathbf{E}_{r0} \exp[i(s_x x + s_y y + d_x x^2 + d_y y^2)] \quad (114)$$

ここで、 $\mathbf{E}_{r0}$ は実数ベクトルであり、参照光の振幅を表す。式(114)は実験で利用される参照光と一致するように変数を調整する。

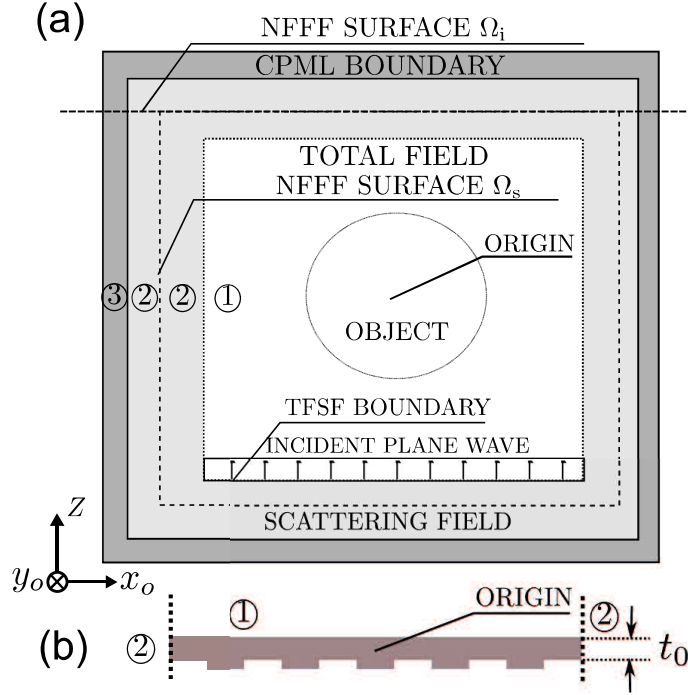


Fig. 52 (a) Schematic representation of the FDTD model, which consists of three areas: ①, ②, ③ denote the total field area, scattering field area, and CPML absorption boundary condition, respectively. (b) Object model of a mold with linear step structure.

3.3 FDTD モデル

前節では、結像計算モデルの定式化について説明した。この結像計算モデルは入力データとして、光学系の入射瞳球面上の電場分布を必要とする。この電場分布を計算するために、我々は、3次元並列FDTD法を用いる。このFDTD法は電磁波の基礎方程式を与えるマクスウェル方程式の解を数値的に与える。図52に、FDTD法の計算モデルを示す。物体は計算領域の中心に配置している。計算モデルには、入射平面波を導入するために、Total Field/Scattered Field (TFSF) 境界条件を設けている[73]。この境界条件は、計算領域を大きく2つの領域に分割しており、TFSF境界内部では、全電磁界の伝播計算を、TFSF境界外部では散乱界の伝播を計算する。物体は、TFSF境界の内部に配置しなければならない。ここで、全電磁界は、実際に発生する電磁界を意味し、散乱界は、背景媒質以外の物体が存在しない場合の入射波の電磁界を、物体が存在する場合の全電磁界から除去することで得られる電磁界を意味する。即ち、全電磁界を $\mathbf{E}^{tot}$, $\mathbf{H}^{tot}$, 入射界を $\mathbf{E}^{inc}$, $\mathbf{H}^{inc}$, 散乱界を $\mathbf{E}^{sca}$, $\mathbf{H}^{sca}$

と表すと、その関係は次式で表現される。

$$\mathbf{E}^{tot} = \mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{sca} \quad (115)$$

$$\mathbf{H}^{tot} = \mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{sca} \quad (116)$$

この入射界と散乱界の分離が可能であるのは、磁束密度 $\mathbf{B}$ と磁場 $\mathbf{H}$ 、及び、電束密度 $\mathbf{D}$ と電場 $\mathbf{E}$ の関係が線形であることを仮定しているためである。この場合には、マクスウェル方程式は線形微分方程式となり、入射界と散乱界は独立に、マクスウェル方程式を満足する。FDTD 法では、微分方程式を差分法により離散化する。このため、TFSF 境界の最近傍の格子点において離散化を行った場合、その離散方程式は全電磁界と散乱界の両者を含む。しかし、マクスウェル方程式は、全電磁界と散乱界に対して独立に方程式を満足するが、それらの界が同一方程式に同時に含まれることはありえない。このため、離散方程式がこの条件を満足するように、TFSF 境界ではその補正項を加える。その過程において入射平面波を与えている。計算機を用いた数値計算では、計算メモリの問題から計算領域が有限である。FDTD 法では、領域境界からの反射を除去するために、吸収境界条件を計算領域の端に設定する必要がある。この吸収境界の特性は完全なものではなく、反射が発生する。この反射は、吸収境界に入射する電磁波の振幅に依存し、振幅が小さいほど反射波の影響は無視できる。一般に、全電磁界に対して散乱界の振幅は小さい。このため、TFSF 境界条件は、吸収境界からの反射の影響を小さくすることができる。図 52 の計算モデルでは、計算領域の端に、吸収境界条件として、Convolutional perfectly matched layer (CPML) 吸収境界条件を設置する [74]。

FDTD 法は計算領域内の全ての格子点上の電場と磁場のベクトル成分の時間変化を計算することができる。しかし、その計算領域の大きさは、計算メモリが有限であることから制限される。具体的には、計算精度を保つために、格子間隔は、入射光源の波長の $1/10$ から $1/20$ 以下でなければならない。これは、物体の構造によっても影響を受ける。このため、FDTD 法では物体近傍における電磁界のみしか計算することができない。計算領域の外側にある入射瞳球面上の電場分布を計算するためには、計算領域内の近傍界を遠方界に変換しなければならない。この変換は Near Field to Far Field (NFFF) 変換と呼ばれる。ある閉曲面上のスカラー場から任意の点におけるスカラー場を計算する方法としては、ホイヘンスの原理がよく知られている。電磁界のベクトルに対しては、その原理に対応する関係として、Stratton-Chu の積分公式が存在する。フラウンホーファー近似が成立する場合には、Stratton-Chu の積分公式は、周波数領域において、次のように表現することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i\omega\mu}{4\pi r} e^{-ikr} \iint_{\Omega} \left[\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}_s(\mathbf{r}', \omega) e^{ik\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}} \right. \\ \left. + \frac{1}{\tau} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_s(\mathbf{r}', \omega) e^{ik\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}} \right] dS' \end{aligned} \quad (117)$$

ここで、 $\mathbf{r}$ は波長に対して十分遠方の入射瞳球面上の点、 Ω は NFFF 変換面と呼ばれる積分面、 $\mathbf{r}'$ は Ω 上の点、 r は位置ベクトル $\mathbf{r}$ の大きさ、 $\hat{\mathbf{r}}$ は $\mathbf{r}$ の単位方向ベク

トル, ϵ , μ , τ はそれぞれ, 誘電率, 透磁率, 及び電磁場のインピーダンスであり, $\tau \equiv \sqrt{\mu/\epsilon}$ である. さらに, $\mathbf{J}_s$ 及び $\mathbf{M}_s$ はそれぞれ等価電流, 等価磁流と呼ばれ, 次のように定義される.

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}, \omega) \equiv \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \quad (118)$$

$$\mathbf{M}_s(\mathbf{r}, \omega) \equiv -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (119)$$

式 (117) の利点は, 入射瞳球面上の任意の点の電場を独立に計算することが可能であることで, これは入射瞳球面上の電場の任意のサンプリングと, 並列計算による数値積分の高速化を可能にする. NFFF 変換の観察方向のサンプリングの問題に関しては, 文献 [66] で議論されている.

NFFF 変換において, 我々は, 式 (117) を入射界と散乱界に対して独立に適用する. 散乱界について考えると, NFFF 変換面 Ω_s は直方体の形状をもち, 全電磁界の計算領域を内部に包含するように設置する. そして, この面上において, NFFF 変換面 Ω_s 上の電場と磁場ベクトルの接線方向成分を, 時間と位置の変数として各ステップ毎に計算する. 積分面は2次元であるので, その面上の電場と磁場ベクトルの時間変化を保持するには3次元配列が必要となり, 計算メモリ上の問題が生じる. 高速フーリエ変換は, 時間領域のデータを全てメモリ上に蓄える必要があるため, この場では適さない. このため, 我々は NFFF 変換の計算において, 再帰的離散フーリエ変換を用いる. この方法は, 各ステップ毎に電場と磁場のスペクトルを更新する手法であり, データの時間変化を計算メモリ上に記録する必要がない. 本章では, 単一波長光源を取り扱うため, 再帰的離散フーリエ変換は, FDTD 法の計算が定常状態になってから行う. これにより, 計算時間の短縮が可能であり, 計算精度も保つことができる. ただし, 広帯域光源を扱う場合には, 過度状態で計算を行い, 再帰的離散フーリエ変換の計算ステップ数を必要に応じて長めにとる. これらにより計算された NFFF 変換面上の電場と磁場のスペクトルを, 式 (117) に代入することにより, 入射瞳球面上の電場ベクトルの散乱界を計算できる. 次に, 入射界に対する NFFF 変換について考える. 入射界に対する NFFF 変換面 Ω_i は, 図 52(a) のように, z 軸に垂直で散乱界の NFFF 変換面 Ω_s の z 軸正側の面と重なるように設置する. このように設置する理由は, 入射界と散乱界の電磁場を対応させるためである. 理想的な平面波は数学的には無限大の大きさをもっているが, 計算機で与える入射平面波は, 全電磁界の計算領域内でのみ伝播計算が行われるため, 入射波は TFSF 境界によって切り取られているように見える. この見かけ上切り取られている, 計算領域内の格子点上の入射平面波を用いて NFFF 変換を行うと, 図 53(a) に示すように, 最終的に計算される像において, 方形開口の回折伝播のような平面波の歪みが現れる. この歪みを避けるためには, 入射界に対する NFFF 変換面 Ω_i の大きさを計算領域を超えて設定する必要がある. そこで, TFSF 境界での計算において, 入射界を計算するために平面波の波面に垂直な軸を設け, その軸上で入射波の伝播を計算することを利用する. NFFF 変換面 Ω_i 上の点からその軸に垂線を下ろし, その点の入射波の電場を利用することで, NFFF 変換面 Ω_i 上の任意の点の電磁場を与える. これにより, 計算領域外側まで入射界に対する NFFF 変換面の大きさを拡張することができる. 図

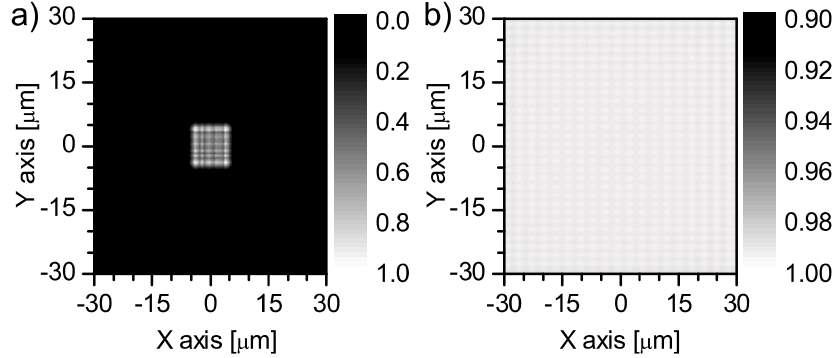


Fig. 53 Normalized amplitude images of the incident plane wave near the image plane: (a) NFFF surface Ω_i is small (side length is 10 [μm]). (b) NFFF surface Ω_i is sufficiently large (side length is 100 [μm]).

53(b) に示すように、像における入射波の結像の歪みは大きく改善される．TFSF 境界による入射波の計算は斜め方向伝播に対しても有効であるが、本章では物体面に対する垂直入射の場合を考える．この場合には、式 (117) を次のように簡略化することができる．

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{i\omega\mu}{\pi r} \left[\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}_s^{\text{inc}}(z', \omega) + \frac{1}{\tau} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_s^{\text{inc}}(z', \omega) \right] \\ & \times \frac{\sin(k\hat{r}_0 a)}{k\hat{r}_0} \frac{\sin(k\hat{r}_1 b)}{k\hat{r}_1} \exp[ik(\hat{r}_2 z' - r)] \end{aligned} \quad (120)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{r}} \equiv (\hat{r}_0, \hat{r}_1, \hat{r}_2)$ 、 z' は NFFF 変換面 Ω_i の z 座標、そして、 $2a$ 、 $2b$ はそれぞれ NFFF 変換面 Ω_i の x 軸方向、及び、 y 軸方向の幅である．これらの幅は、理想的には無限大であるが、伝播過程で用いる高速フーリエ変換でのエリアシング誤差を防ぐために、有限の値を用いる．図 53(b) のように、我々は、入射平面波の結像結果の歪みが無視できるように、十分に大きな有限の値を設定する．式 (117) と式 (120) を用いて、入射瞳球面上の電場分布を計算する．

式 (111) をスケールコンボリューション法 [71] で計算するには、射出瞳球面上の電場を離散化した場合に、その格子間隔が等間隔の直交格子でなければならない．格子点数は必ずしも 2^n である必要はなく、高速フーリエ変換に利用するアルゴリズムに依存する．今、射出瞳球面の接平面上の直交座標 (ξ', η') の格子点数を $(N_{\xi'}, N_{\eta'})$ とし、対応する格子間隔を $(\Delta\xi', \Delta\eta')$ と表記する．そして、格子間隔を $\Delta\xi' = 2a'_1/N_{\xi'}$ 、 $\Delta\eta' = 2a'_1/N_{\eta'}$ と設定する．このとき、接平面上の格子点の座標は、 $\xi'_i = (i - N_{\xi'}/2)\Delta\xi'$ 、 $\eta'_j = (j - N_{\eta'}/2)\Delta\eta'$ となる．ここで、 (i, j) は $0 \leq i \leq N_{\xi'} - 1$ 、 $0 \leq j \leq N_{\eta'} - 1$ を満足する整数である．もし、接平面上の格子点 (ξ'_i, η'_j) が、 $(\xi_i^{2'} + \eta_j^{2'})^{1/2} \leq a'_1$ の関係を満足しない場合、その点の電場は 0 となる．そうでなければ、接平面上の格子点 (ξ'_i, η'_j) に対応する入射瞳球面上の格子点

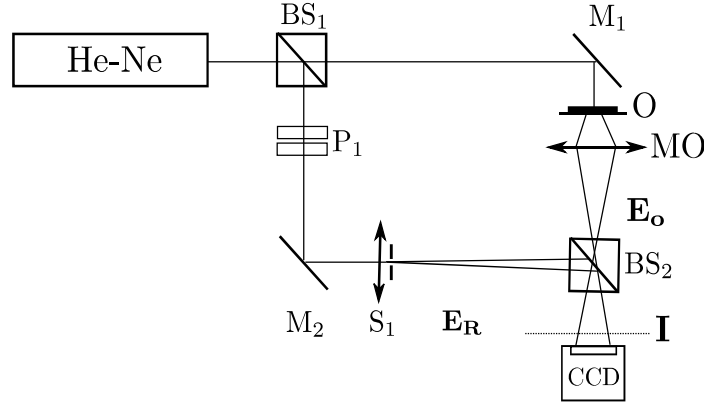


Fig. 54 Sketch of off-axis digital holographic microscope used to demonstrate our model. BS₁, BS₂: beam splitters, M₁, M₂: mirrors, P₁: half-wave plate, S₁: special filter, O: object, MO: microscopic object lens, I: image plane. The beam splitter BS₂ is slightly inclined.

$(\xi_{0ij}, \eta_{0j}, z_{0ij})$ における電場を，式 (117) と式 (120) を用いて計算する必要がある．この格子点入射瞳球面上の格子点 $(\xi_{0ij}, \eta_{0j}, z_{0ij})$ は，

$$\xi_{0ij} = \frac{a_0}{a_1} \xi'_i \cos \left[\tan^{-1} \frac{(\xi_i'^2 + \eta_j'^2)^{1/2}}{R_1} \right] \quad (121)$$

$$\eta_{0ij} = \frac{a_0}{a_1} \eta'_j \cos \left[\tan^{-1} \frac{(\xi_i'^2 + \eta_j'^2)^{1/2}}{R_1} \right] \quad (122)$$

$$z_{0ij} = (R_0^2 - \xi_{0ij}^2 - \eta_{0ij}^2)^{1/2} \quad (123)$$

と与えられる．ここで， $(\xi_i'^2 + \eta_j'^2)^{1/2} \leq a'_1$ を満足するならば， $(\xi_{0ij}^2 + \eta_{0ij}^2)^{1/2} \leq a_0$ を満たす．接平面上の格子点が接平面上の開口の端にあるとき，即ち， $(\xi_i'^2 + \eta_j'^2)^{1/2} = a'_1$ の場合においてのみ，等号が成立する．これは，結像光学システムが，入射瞳球面の開口の外側の光を取り込まないことを意味している．

3.4 モデル検証のための実験装置と実験条件

図 54 に，モデル検証のためのオフアキシス型デジタルホログラフィック顕微鏡の実験装置の概略図を示す．基本的な構成は，マッハツェンダー干渉光学系である．実験では，コヒーレント光源として，直線偏光の He-Ne レーザー ($\lambda = 632.8[\text{nm}]$, $2[\text{mW}]$) を用いる．レーザー光源から放出された光はビームスプリッター (BS1) により，2つの波面に分割される．そして，それぞれ物体側と参照側の光路を伝搬する．物体側の光路では，レーザーは観察対象 (O) に照射され，その透過光は，顕微

鏡対物レンズ (MO, $\times 60$, 開口数 $N.A. = 0.7$, 焦点距離 $f = 3[\text{mm}]$) により集められる. この対物レンズは, シャーレの底板のように薄い板により生じる球面収差を補正するための補正環をもつ. そして, この顕微鏡対物レンズは, 物体側テレセントリック光学系である. この顕微鏡対物レンズにより集められた光は, 光学系の像面に向かって集光する. 一方, 参照側の光路には, 半波長板 (P1) を取り付けている. この半波長板は, 干渉計の出口において, 物体側と参照側の偏光状態が一致するように, 参照光の直線偏光の偏光方向を回転させる. それから, 参照光は, 物体側の波面曲率と参照側の波面曲率が一致するように, スペシャルフィルタ (S1) により球面波に変換される. そして, ビームスプリッター (BS2) により, 物体光と参照光は合成され, その干渉縞強度分布は, 像面の後方に位置する CCD カメラ (ピクセルサイズ $4.4 \times 4.4[\mu\text{m}]$, ピクセル数 $1600 \times 1200[\text{pixel}]$) によって記録される. カメラと像面の間の距離は, デフォーカス量であり, $d = 3.8[\text{cm}]$ である. 観察対象物 (O) は, ホウケイ酸ガラスマイクロ粒子 (平均粒径 $8.1 \pm 0.5[\mu\text{m}]$, 標準偏差 $0.9[\mu\text{m}]$, 屈折率 1.56) を工業用純水 (屈折率 1.333) で拡散させたものと, 周期的なライン構造をもつナノインプリントモールド (ライン幅 $5[\mu\text{m}]$, ライン高さ $350[\text{nm}]$, 屈折率 1.4537) を空气中で観察する. ビームスプリッター (BS2) はオフアキシス型を構成するために, 僅かに傾斜させている.

3.5 FDTD モデルの設定値

モデルの検証を行うために, マイクロ粒子とナノインプリントモールドの数値計算を行う. 測定対象の物体のモデリングは, 計算領域の各格子点に物体の屈折率に対応する誘電率を割り当てることで行う. また, 透磁率に関しては, 真空の透磁率と等しいと仮定する. マイクロ粒子の FDTD 法によるモデル化では, 図 52(a) のように, マイクロ粒子の中心が, 計算領域の原点に配置されるように誘電率を設定する. 離散化には, 正方形格子を用い, その格子間隔は $\Delta = \lambda/10$ とする. そして, 時間ステップは, Courant の安定条件を満足するように, $\Delta t = 0.5\Delta/c$ と設定する. ここで, c は真空中の光速度である. TFSF 境界内の領域の大きさは $190 \times 190 \times 190[\text{cell}]$ とする. 実験では, マイクロ粒子はシャーレ上の純水の中に拡散させており, マイクロ粒子は純粋よりも比重が大きいため, シャーレの底と接している. シャーレ越しに対物レンズで物体を観察した場合, シャーレの底面により球面収差が生じる. しかし, この球面収差は, 補正環付きの対物レンズを用いることによって補正できるため, FDTD 法のモデル内では, シャーレによる球面収差の影響は小さいとして, シャーレのモデリングは行わない. 次に, ナノインプリントモールドの FDTD 法によるモデル化について述べる, 計算領域の離散化には長方形格子を用い, その格子間隔は $\Delta x_o = \Delta y_o = \lambda/10$, $\Delta z_o = \lambda/20$ と設定する. TFSF 境界内の領域の大きさは $1390 \times 1390 \times 100[\text{cell}]$ とし, 時間ステップを $\Delta t = 0.5\Delta/c$ と設定する. 図 52(b) のように, TFSF 領域内にナノインプリントモールドを設置して誘電率を与える. 図 52(b) のベース部分の厚さ t_0 は, 実際の厚さよりも小さな値 ($t_0 = \lambda$) に設定してい

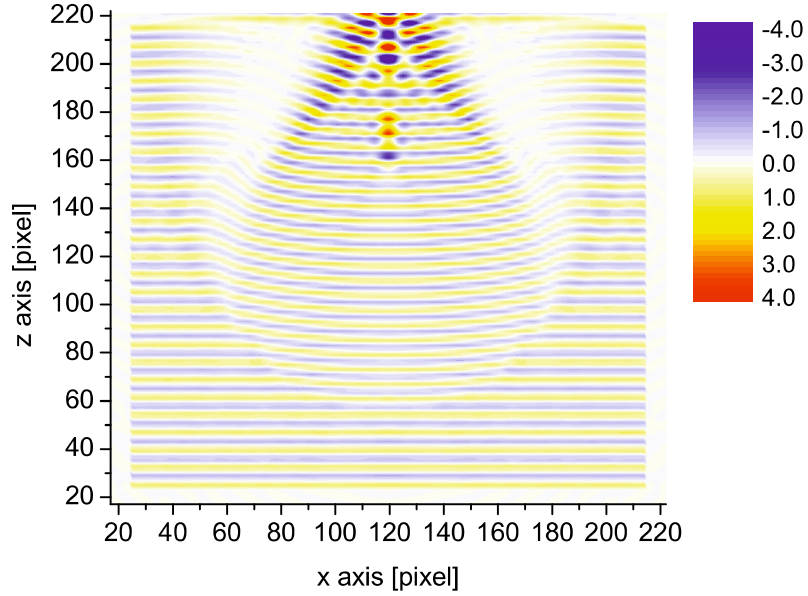


Fig. 55 The simulation result of FDTD method for the borosilicate glass microsphere.

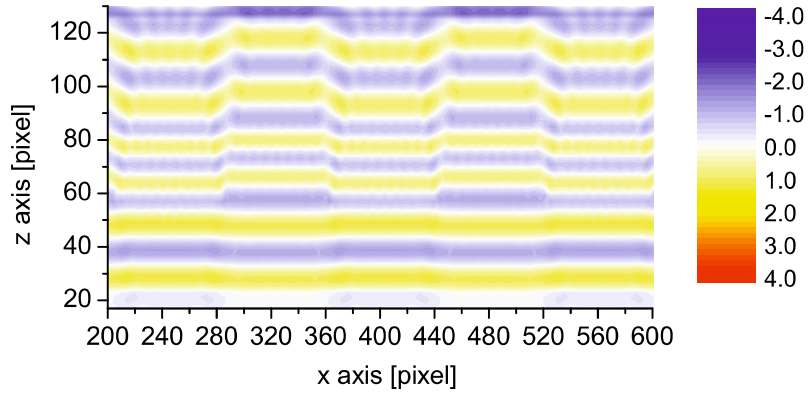


Fig. 56 The simulation result of FDTD method for the line-structure mold.

る．これは，我々は，対物レンズの補正環による調整により，薄い板状の部位による影響を無視できると仮定しているためである．マイクロ粒子とナノプリントモールドの数値計算において，散乱界の計算領域は，全電磁界の計算領域の全方向を包囲しており，その厚みは9[cell]に設定する．また，吸収境界条件として用いているCPML境界の厚みは，計算領域の端に沿って16[cell]となるように設定する．図55，及び，図56にそれぞれ， x 方向直線偏光の平面波を入射した際のマイクロ粒子とナノインプリントモールドに対するFDTD法による電場 E_x の計算例である．

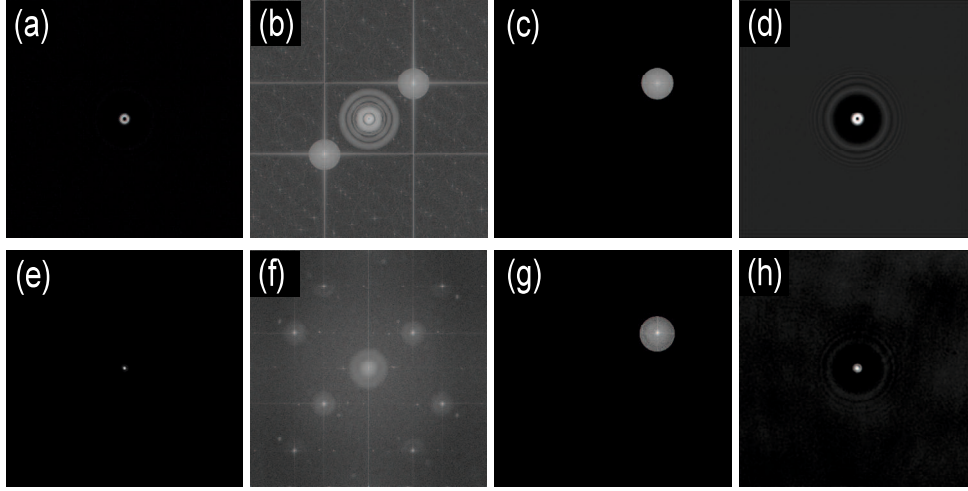


Fig. 57 The extraction of the object wave on the hologram plane from the digital holograms of the simulation (the top row) and the experiment (the bottom row): (a),(e) the digital hologram, (b),(f) the frequency spectrum of the digital hologram, (c),(g) the digital masking and (d),(h) the amplitude distribution of the object wave on the hologram plane

3.6 結果及び考察

3.6.1 デジタルホログラムの再構成過程

モデルを検証することが目的のため、実験測定と数値計算で得られるデジタルホログラムに対して、同じ再構成アルゴリズムを適用する。再構成アルゴリズムは、大きく2つの過程に分けることができる。1つはデジタルホログラムからカメラ上の物体光の複素振幅を復元する過程であり、もう1つは、それにより再構成された複素振幅をデジタル的に数値伝搬させる過程である。この数値伝搬により、カメラ上の物体光を像面まで伝搬させることで、物体の振幅分布と位相分布を再生する。図57に、マイクロ粒子に対する再構成処理の概略図を示す。ナノインプリントモールドに対しても同様の再構成処理で、カメラ上の物体光の複素振幅を再生する。図57の上段は数値計算、下段は実験における再構成アルゴリズムの適用結果を示している。数値計算では、実験で使用した顕微鏡対物レンズは物体側テレセントリック光学系であるため、入射瞳位置、および、入射瞳径は十分大きな値をもつと仮定し、瞳倍率を $M_p = 10^{-6}$ と与えている。

図57(a),(e)のデジタルホログラムからカメラ面上の物体光の複素振幅を再生するために、フーリエフィルタリング法を用いる[38]。フーリエフィルタリング法では、式(114)で近似される参照光の位相の1次の項がフーリエ空間上でスペクトルを平行移動させる性質をもつことから、式(113)の各成分をフーリエ空間上で分離できる

ことを利用する．この方法では，まず，デジタルホログラムのスペクトル分布を高速フーリエ変換により計算する (図 57(b),(f))．このスペクトル分布は，デジタルホログラムの直流成分と共役像から構成される．物体光の複素振幅を含んでいるのは共役像であるので，2つの共役像の内，一方のスペクトルのみ ($\mathbf{E}_O \overline{\mathbf{E}}_R$, あるいは $\overline{\mathbf{E}}_O \mathbf{E}_R$) が残るようにフィルタリングを行う (図 57(c),(g))．そして，その得られたスペクトル分布を原点に平行移動して，逆フーリエ変換することにより，カメラ面上の物体光の複素振幅を得る (図 57(d),(h))．この得られたカメラ上の複素振幅を $I_H(x, y)$ と表すと，再生像はフレネル回折積分を用いて，次のように表される．

$$I_R(X, Y) = \frac{\exp(ik_1 Z)}{i\lambda Z} \iint I_H(x, y) \exp \left\{ \frac{ik_1}{2Z} [(x - X)^2 + (y - Y)^2] \right\} dx dy \quad (124)$$

ここで， (X, Y) は再構成面内の座標であり， Z は再構成距離と呼ばれる伝搬距離である．結果を見やすくするために，我々は，式 (124) における XY 面内の定数項である $\exp(ik_1 Z)$ を無視する．フレネル回折積分は畳込み積分で表現されるため，畳み込み定理を用いることで高速フーリエ変換を用いて計算できる．

3.6.2 結像計算モデルの検証

結像計算モデルを検証するために，実験結果と数値計算結果の比較を行う．まず，ホウケイ酸ガラスマイクロ粒子に関する計算結果について述べる．式 (124) を用いて，光軸に沿って再構成距離を変化させながら再構成すると，像空間内の3次元複素振幅が再生される．この像空間の振幅分布に対する数値計算モデルの再現性を調べるために， XZ 面の複素振幅の再構成結果を計算する．この結果を図 58 に示す．図 58 の左側は数値計算，右側は実験結果を示している．また，上段は振幅分布，下段は位相分布である．ホウケイ酸ガラスマイクロ粒子は，球レンズと同様の効果を示すため，実験と数値計算とともに，マイクロ粒子の焦点位置で集光していることが確認される．実験結果では，スペックルノイズと収差の影響，マイクロ粒子の形状のばらつきにより，僅かに分布が歪んでいる．しかし，数値計算と実験ともに，類似した傾向を示していることが確認できる．デジタルホログラフィック顕微鏡において，定量位相計測を行う場合には，焦点面上の複素振幅を再生する．そこで，実験結果と数値計算結果に対して，像面位置における XY 面内の複素振幅を計算する．まず，デジタルホログラフィック顕微鏡では，数値伝搬を行う際に焦点面の位置を探索する必要がある．測定対象が位相物体の場合，焦点面において振幅分布がほぼ一樣になるため，そのことを指標として探索することができる．図 58 の振幅分布を観察すると，その位置は $Z \approx 5[\text{cm}]$ 近傍であり，焦点評価関数を計算することによっても検出することができる．図 58 の位相分布は，複素振幅から位相分布を計算する際に逆正接を用いているため， $[-\pi, \pi]$ の範囲に折り込まれている．この位相分布を，実際の物体の光学厚さに対応されるために位相アンラッピングを行う．この焦点面でのアンラップ位相を $\Phi(X, Y)$ と表現するとき，対象物体の厚み，あるいは表面形状 $h(X, Y)$ は，次

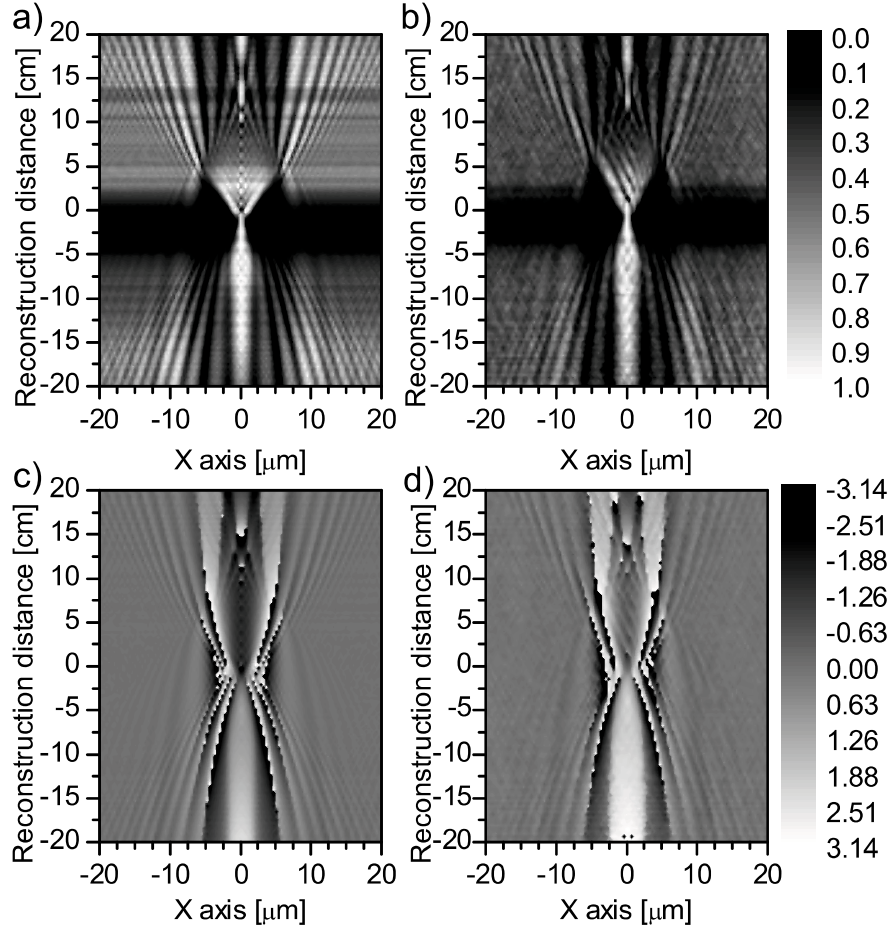


Fig. 58 (a), (b) Amplitude distribution and (c), (d) phase distributions of the borosilicate glass microsphere in the X-Z plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column)

式で与えられる．

$$h(X, Y) = \frac{\lambda \Phi(X, Y)}{2\pi \delta n} \quad (125)$$

ここで、 δn は背景媒質と測定対象物の屈折率の差である．図 59 に、焦点面における振幅分布と式 (125) により計算された高さ分布を示す．図 58 の左側は数値計算、右側は実験結果を示している．また、上段は振幅分布、中段は高さ分布、下段はその 3 次元表示である．この結果より、実験で観察されたマイクロ粒子は、数値計算で与えたマイクロ粒子の径よりも僅かに小さいが、実験測定と数値計算により得られた複素振幅は同程度であることが分かる．実験と数値計算の誤差を定量的に調べると、 $Y = 0$ の断面におけるマイクロ粒子が存在する部位における高さ分布の平均誤差は約 588[nm] であり、実験により得られた高さ分布が数値計算により得られた高さ分布よりも全体的に小さくなった．これは、使用しているホウケイ酸ガラスマイクロ粒

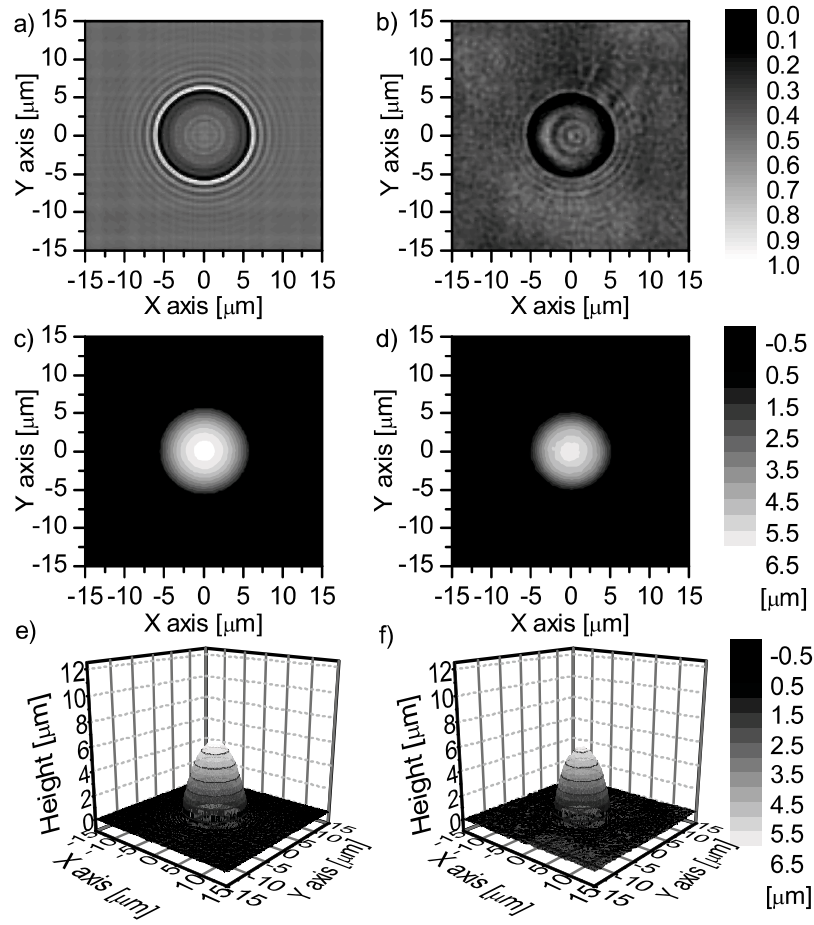


Fig. 59 Amplitude and height distributions of the borosilicate glass microsphere in the focus plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column): (a), (b) amplitude distribution, (c), (d) height distribution and (e), (f) three-dimensional graph of (c), (d)

子の粒子径の標準偏差が $0.9[\mu\text{m}]$ と大きいことが原因であると考えられる。このマイクロ粒子の厚み分布の計測結果は、実験と数値計算で共に、最大高さが約 $6[\mu\text{m}]$ 程度となった。これは、実際のマイクロ粒子の平均粒子径 $8.1[\mu\text{m}]$ よりも約 $2[\mu\text{m}]$ 小さい。これは、測定物体と結像光学系の特性の影響により厚み計測が成功しない例であり、数値計算はその失敗例を正しく再現していることを意味している。

次に、線構造をもつナノインプリントモールドに関する計算結果について述べる。図 60 は、式 (125) で表現される数値伝搬により計算される像空間の 3 次元複素振幅の XZ 断面を表している。図 60 の左側は数値計算、右側は実験結果を示している。また、上段は振幅分布、下段は位相分布である。数値計算により得られた像空間内の複素振幅分布の傾向は、実験結果により得られた複素振幅の傾向とよく一致してい

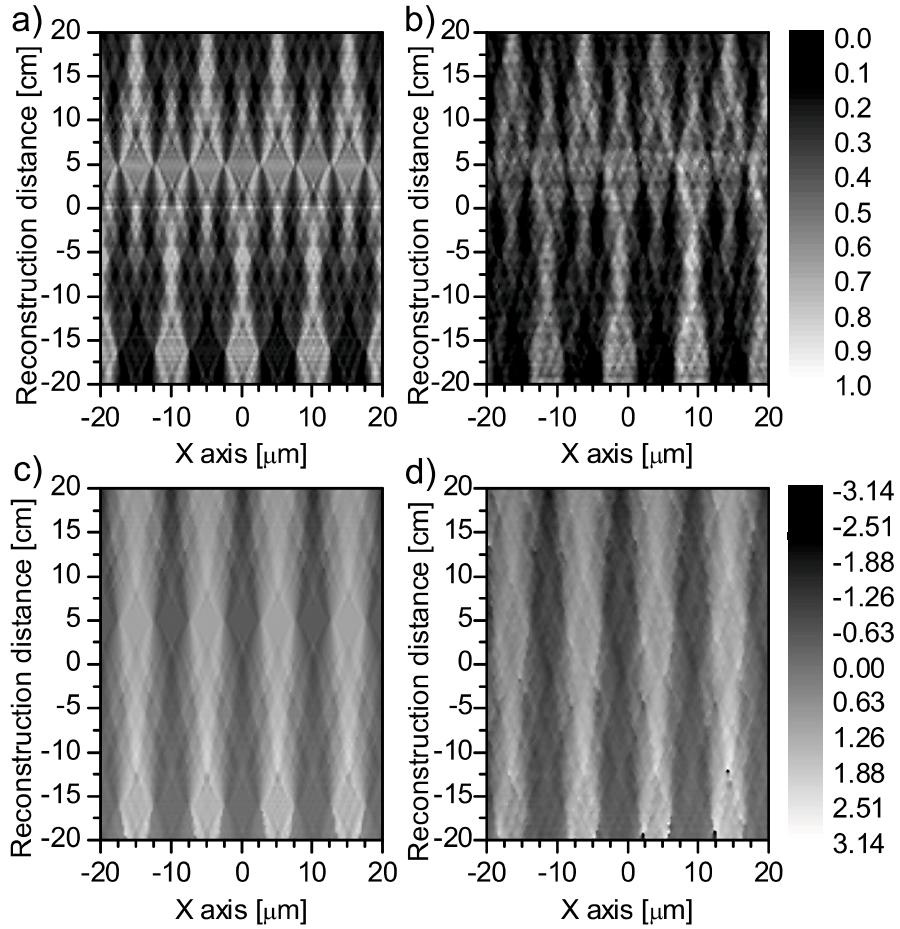


Fig. 60 (a), (b) Amplitude distributions and (c), (d) phase distributions of the mold with linear step structure in the X-Z plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column).

ることが分かる．ただし，実験結果はスペクルノイズにより劣化している．ナノインプリントモールドは位相物体であるので，焦点面では振幅分布がほぼ一様になる．このことより，焦点面は $Z \approx 5[\text{cm}]$ にあることが分かる．図 61 に，焦点面における振幅分布と式 (125) により計算された高さ分布を示す．図 61 の左側は数値計算，右側は実験結果を示している．また，上段は振幅分布，中段は高さ分布であり，下段は $Y = 0$ における断面の高さ分布を表している．スペクルノイズに対して，焦点面における振幅分布のコントラストが小さいため，実験結果ではナノインプリントモールドの線構造の観察が難しいが，段差部位に陰影が確認され，その傾向は数値計算と類似している． $Y = 0$ の高さ分布については，実験結果は雑音が大きいため，平滑化した結果を赤線で表している．この平滑化した結果を用いて比較すると，最大誤差は約 $50[\text{nm}]$ 程度であり，実験結果と同程度の値を示している．実験測定と数値計算の結

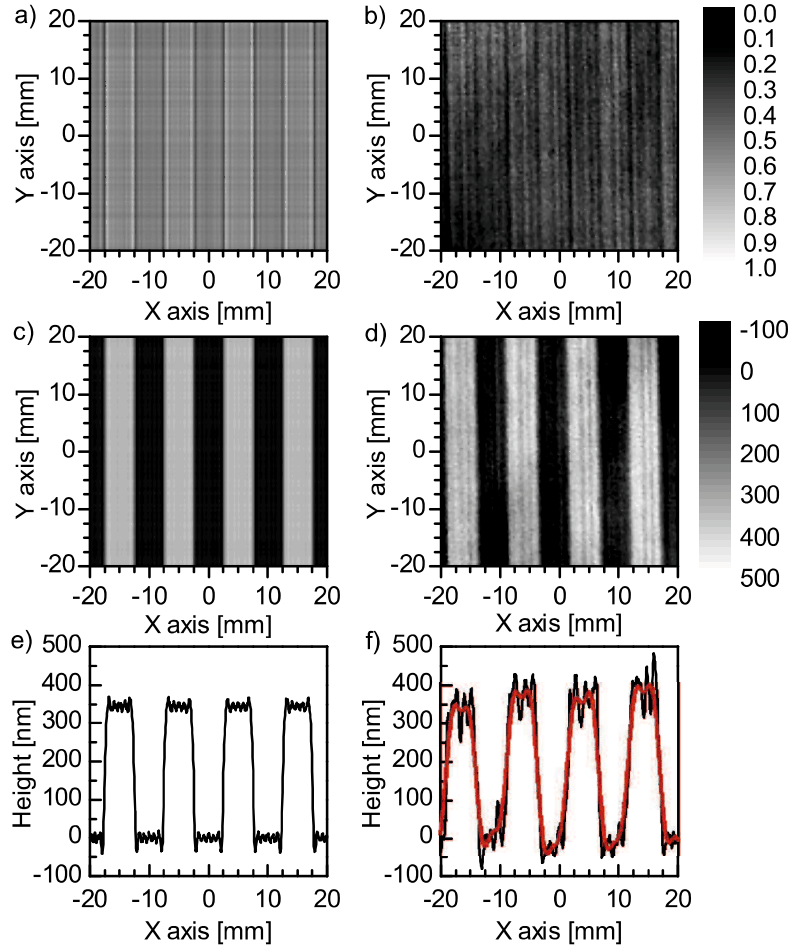


Fig. 61 (a), (b) Amplitude distributions and (c), (d) height distributions of the mold with linear step structure in the focus plane obtained by the simulation (left column) and the experiment (right column). (e), (f) Height distribution on the cross section at $Y = 0$.

果はどちらも $350[\text{nm}]$ 近傍の値をとっており、実際のナノインプリントモールドのライン高さを表している。これは、定量位相計測により、厚さ測定が可能である例である。

マイクロ粒子とナノインプリントモールドに対する以上の計算結果により、厚さ測定の成功の有無にかかわらず、提案した結像計算モデルは実験による測定結果をよく再現していることが示された。我々は、この提案したモデルを用いて、像空間内の3次元複素振幅に対する物体と結像光学系の影響を調査可能であると考え、次節では、異なる形状と屈折率をもつ物体を測定した際に、結像光学系が定量位相計測結果に与える影響について調査する。

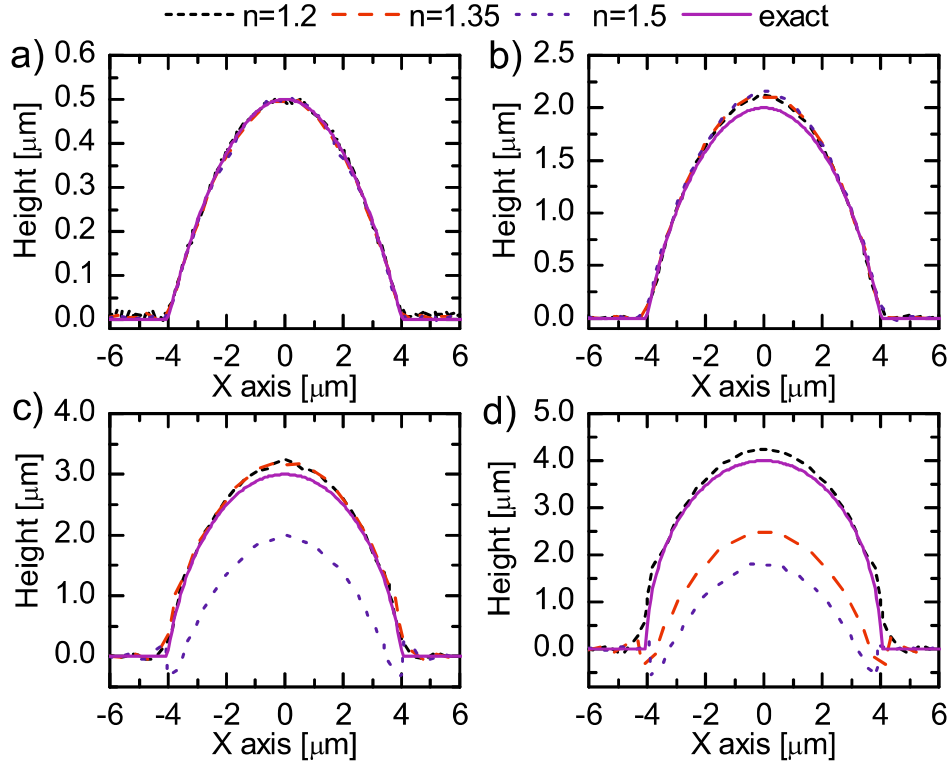


Fig. 62 Exact and simulated height distributions of microlenses having different refractive indices n and maximum heights H : (a) $H = 0.5$ [μm], (b) $H = 2.0$ [μm], (c) $H = 3.0$ [μm], (d) $H = 4.0$ [μm]

3.6.3 厚さ計測における物体形状の曲率と屈折率の影響評価

結像計算モデルを用いた数値計算により、物体の形状曲率と屈折率が定量位相計測に対して与える影響を調べる。数値計算で用いる設定値は、前述の値と同じである。数値計算を行う対象として、部分球の形状をもつマイクロレンズを取り扱う。図 62 に、屈折率 n 、最大高さ H 、半径 $4.0[\mu\text{m}]$ のマイクロレンズに対して、定量位相計測の数値計算を行った結果を示す。この結果は、最大高さ $H = 0.5, 2.0, 3.0, 4.0[\mu\text{m}]$ をもつマイクロレンズに対して、屈折率を $n = 1.2, 1.35, 1.5$ と変化させた場合の高さ分布を示している。部分球の断面半径が固定されているため、最大高さが大きくなるほど、物体の形状の曲率が大きくなる。まず、図 62(a) について考える。これは、計算条件の中で最大高さが最も低い $H = 0.5[\mu\text{m}]$ の場合の結果である。この場合、屈折率を変換させても定量位相計測結果は、マイクロレンズの高さ分布の正解値と一致している。次に、図 62(b) について考える。この結果は、最大高さが $H = 2.0[\mu\text{m}]$ の場合であり、図 62(a) に対して、物体形状の曲率が若干大きくなっている。特に、マイクロレンズと平面部の繋ぎ目で曲率が大きくなる。この場合、屈折率に関わら

ず、実際の物体形状と定量位相計測結果の間に誤差が発生し、形状の曲率が最大の部位で僅かに振動が発生する。これは、低周波通過フィルタをステップ信号に適用した場合のギブス現象と同じである。この現象は、図 62(c),(d) から分かるように、マイクロレンズの最大高さがそれぞれ $H = 3.0, 4.0[\text{nm}]$ となると、物体形状の曲率が大きくなり、誤差が顕著になる。この結果から、定量位相計測では、物体の形状曲率が増加すると誤差が大きくなる傾向があることが分かる。これは、結像光学系の開口により、物体からの回折波の高周波数成分が除去されるために生じると考えられる。図 62(c),(d) の結果を観察すると、屈折率が増加すると誤差は大きくなっている。一方、図 62(a) では同じ屈折率でも、(c),(d) に見られる測定結果の破綻は見られない。このことから、この現象は物体の屈折率だけではなく、物体の厚さにも関係があることが分かる。位相分布を高さ分布に換算する式 (125) は、光を物体に照射した際に屈折や回折を生じず、直進することを仮定している。しかし、屈折率が増加すると、その境界面による屈折と回折の影響が無視できなくなる。このため、屈折率が増加すると計測結果と物体形状が対応しなくなると考えられる。また、厚さが増加すると表面曲率が増加するため、屈折の影響を強く受けると考えられる。このことも誤差の原因となっている。以上の結果から、透過型の定量位相顕微鏡により屈折率の高い物体や厚みのある物体を測定する場合には、背景媒質に屈折率の近い溶液を利用することが望ましく、その計測結果は、結像光学系の開口による影響を考慮して解釈する必要があることが分かる。

3.7 本章のまとめ

本章では、瞳イメージング法と FDTD 法を用いたデジタルホログラフィック顕微鏡の結像計算モデルを開発し、実験によりモデルの妥当性を検証した。この計算モデルでは、カメラ面と像面の間のデフォーカス量を考慮するために、レイリー・ゾンマーフェルト回折積分を用いた。射出瞳球面上の電場分布をレイリー・ゾンマーフェルト回折積分により伝搬するために、射出瞳球面上の電場を射出瞳球面の接平面に投影する方法を示した。FDTD 法では入射瞳球面上の電場を計算するために、NFFF 変換を用いた。この際、FDTD 法の計算領域は有限であるので、入射平面波が計算領域によって切り取られてしまう。この切り取られた入射平面波を NFFF 変換により伝搬させると、計算領域の境界が方形開口として作用し、像面上の入射波の歪みが生じる。この問題を解消するため、入射界の遠方解を計算する際に、計算領域外にある NFFF 変換面上の入射波を TFSS 境界条件で用いる入射波から補間することで計算し、歪みが緩和できることを示した。検証実験では、定量位相計測により厚さ測定が可能な例とそうでない例として、ナノインプリントモールドとマイクロ粒子に対して定量位相計測を行い、その結果を結像計算モデルにより再現できることを示した。そして、構築した結像計算モデルをマイクロレンズ状の物体に対して適用することで、物体の特性と結像光学系の特性が測定精度に与える影響を検討した。その結果、物体の厚さが急激に変化する部位では、結像光学系の開口による影響で高周波数成分が

カットされ、誤差が生じることが分かった。また、物体の屈折率が大きい場合には、高さ分布と位相分布の間の線形関係が成立せずに、物体形状を測定できなくなることが示された。構築した計算モデルは、これらの誤差を定量的に調べることができるため、構築した結像実験系の評価や実験により測定された結果の解釈に利用できると考えられる。

第4章 総括

本論文では、定量位相顕微鏡による物体形状計測の高精度化を目的として、透過型デジタルホログラフィック顕微鏡の実験系を構築し、物体の位相分布を復元するための再構成手法の特性評価と、結像光学系と測定対象に起因する計測誤差を評価する結像計算モデルの構築を行った。そして、結像計算モデルを用いて、物体形状の曲率と屈折率が定量位相計測の測定精度に与える影響を調べた。

第2章では、透過型デジタルホログラフィック顕微鏡の実験系を構築し、再構成アルゴリズムを構成する各手法の特性を評価している。また、オートフォーカスにおける高速化について検討している。再構成アルゴリズムは、カメラ上の物体光の復元、数値レンズによる倍率変換、オートフォーカス、回折積分、位相アンラッピングから構成される。まず、カメラ上の物体光の複素振幅の復元手法に関しては、インライン型とオフアキス型の代表的な手法である時間的位相シフト法、周波数フィルタリング法、そして、空間的位相シフト法の測定精度、分解能、計算時間の評価を行った。この評価には、形状と屈折率が既知のナノインプリントモールドを測定対象として利用した。この結果、それぞれの手法において、最も精度が高い測定結果に対するRMS誤差を比較すると、フーリエフィルタリング法は26.7[nm]、空間的位相シフト法は28.4[nm]、時間的位相シフト法は28.0[nm]であり、これらの手法の間に差は殆ど見られなかった。一方、複数回測定した際の平均的なRMS誤差に関しては、フーリエフィルタリング法と空間的位相シフト法のRMS誤差は、それぞれ約32.5[nm]、35.0[nm]と間に差は見られなかったが、位相シフト法に関しては、誤差の平均値は約40–50[nm]と他手法と比較して大きく、安定性に問題が見られた。また、分解能に関しては、各手法の振幅分布と位相分布は共に、回折限界以下の0.4[nm]の線幅のモールドの構造を判別することはできなかったが、0.5、0.6[nm]の線幅のモールドの構造は判別することができた。結果として、インライン型とオフアキス型の各手法の分解能に差は見られなかった。計算時間に関しては、フーリエフィルタリングは高速フーリエ変換により計算することができ、回折積分ではフーリエフィルタリングで計算したスペクトル分布を逆変換せずに直接利用できるため、計算時間が他手法に比べて短縮できた。結果として、本実験系では、計算時間、安定性、測定精度、分解能の観点からフーリエフィルタリング法は他手法と比べて、総合的に優れた特性を持っていることを示された。次に、カメラ上の物体光を回折伝搬して像面上の複素振幅を再生する過程では、回折積分の数値計算方法を選択するための基準を調べ、背景値パッチングを用いる場合には回折積分の伝達関数を解析的に与えた方が良いことを示した。そして、構築した実験系では、再構成時の回折伝搬において、レイリーフレネル回折積分とフレネル回折積分の間の誤差が小さく、無視できることを示した。回折積分の伝搬距離の計算に用いるオートフォーカシングでは、計算時間が問題となるため、高速化を目的として縮小処理を導入することを提案した。この縮小処理の導入において、焦点評価関数として分散関数を用いると、デジタルホログラムに縮小処理を適用

第4章 総括

しても単峰性が維持されることを示した。そして、縮小処理を導入することによる再構成距離の誤差も小さく、定量位相計測の精度への影響は小さいことを示した。これにより、オートフォーカスの計算時間を数十分の一まで短縮できた。そして、最後に、塗沫標本上の赤血球とリンパ球を測定し、細胞の3次元形態に関する情報を取得できることを確認した。

第3章では、結像光学系と測定対象に起因する計測誤差を評価する結像計算モデルの構築を行っている。結像計算モデルは、電磁波解析手法である3次元並列FDTD法により、物体と入射波の相互作用を計算し、NFFF変換により結像光学系の入射瞳上の電磁波の振幅と位相分布を計算している。この際、FDTD法の計算領域は有限であるので、入射平面波が計算領域によって切り取られてしまい、この切り取られた入射平面波をNFFF変換により伝搬させると、計算領域の境界が方形開口として作用し、像面上の入射波の歪みが生じる。この問題を解決するために、NFFF変換の積分面をFDTD法の計算領域の外側まで拡張して計算する方法を導入し、像面上の入射の歪みが解消されることを確認した。入射瞳上の電場分布を射出瞳上の電場分布に変換した後、その電場分布をカメラ面まで伝搬させることが必要になる。デジタルホログラフィック顕微鏡では、カメラと像面の間にデフォーカス量があるので、このデフォーカス量を考慮するために、射出瞳球面から撮影面までの光伝搬にレイリーゾーンマーフェルト回折積分を導入した。射出瞳球面上の電場分布をレイリーゾーンマーフェルト回折積分により伝搬するためには、射出瞳球面上の電場を射出瞳球面の接平面に投影しなければならない。このため、射出瞳球面上の電場と接平面上の電場のエネルギーが保存するように重み係数を与えて投影を行った。そして、伝搬後の電場分布からデジタルホログラムのシミュレーションした。計算モデルの検証実験では、定量位相計測により厚さ測定が可能な例とそうでない例として、ナノインプリントモールドとマイクロ粒子に対して定量位相計測を行い、その結果を結像計算モデルにより定量的に再現できることを示した。そして、構築した結像計算モデルをマイクロレンズ状の物体に対して適用することで、物体の特性と結像光学系の特性が測定精度に与える影響を検討した。その結果、物体の厚さが急激に変化する部位では、結像光学系の開口による影響で高周波数成分がカットされ、誤差が生じることが示された。また、物体の屈折率が大きい場合には、高さ分布と位相分布の間の線形関係が成立せずに、物体形状を測定できなくなることが示された。構築した計算モデルは、これらの誤差を定量的に調べることができるため、構築した結像実験系の評価や実験により測定された結果の解釈に利用できると考えられる。

Reference

- [1] U.Dürig, D.W.Pohl, F.Rohner, Near-field optical-scanning microscopy, *Journal of applied physics*, 59, 3318 (1986)
- [2] M.Minsky, Memoir on inventing the confocal scanning microscope, *Scanning*, 10(4), 128-138 (1988)
- [3] W.Denk, J.Strickler, W.Webb, Two-photon laser scanning fluorescence microscopy, *Science*, 248 (4951), 73-76 (1990)
- [4] E.Cuche, P.Marquet, and C.Depeursinge, Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms, *Appl. Opt.* 38, 6994-7001 (1999)
- [5] K.König, Multiphoton microscopy in life sciences, *Journal of Microscopy*, 200(2), 83-104 (2000)
- [6] M.G.Gustafsson, Supassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy, *Journal of microscopy*, 198(2), 82-87 (2000)
- [7] J.Reymann, D.Baddeley, M.Gunkel, P.Lemmer, W.sadter, T.Jegou, K.Rippe, C.Cremer and U.Birk, High-precision structural analysis of subnuclear complexes in fixed and live cells via spatially modulated illumination (SMI) microscopy, *Chromosome research*, 16, 367-382 (2008)
- [8] C.W.Freudiger, W.Min, B.G.Saar, S.Lu, G.R.Holtom, C.He, Label-free biomedical imaging with high sensitivity by stimulated Raman scattering microscopy, *Science*, 322(5909), 1857-1861 (2008)
- [9] M.Mir, B.Bhaduri, R.Wang, R.Zhu and G.Popescu, Quantitative phase imaging, *Progress in optics*, 57, chapter 3, Elsevier B.V. (2012)
- [10] J.Selimummi, P.Ruusuuvuori, I.Podolsky, A.Ozinsky, E.Gold, O.YliHarija, A.Aderem, I.Shmulevich, Bright Field Microscopy as an Alternative to Whole Cell Fluorescence in Automated Analysis of Macrophage Images, *PLos ONE*, 4(10), e7497 (2009)
- [11] H-S Liu, M-S Jan, C-K Chou, P-H Chen, and N-J Ke, Is Green Fluorescent Protein Toxic to the living cells?, *Biochemical and biophysical research communications* 260, 712-717 (1999)
- [12] R.Dixit and R. Cyr, Cell damage and reactive oxygen species production induced by fluorescence microscopy: effect on mitosis and guidelines for non-invasive fluorescence microscopy, *The plant journal*, 36, 280-290 (2003)
- [13] R.A.Hoebe, C.H.V. Oven, T.W.J.Gadella Jr1, P.B.Dhonukshe, C.J.F.Van Noorden, and E.M.M. Manders, Controlled light-exposure mi-

- croscopy reduces photobleaching and phototoxicity in fluorescence live-cell imaging, *Nature biotechnology*, 25(2), 249-253 (2007)
- [14] M.M.Frigault, J.Lacoste, J.L.Swift, and C.M. Brown, Live-cell microscopy - tips and tools, *Journal of Cell Science* 122, 753-767 (2009)
 - [15] R.R.Taghizadeh and J.L.Sherley, CFP and YFP, but Not GFP, Provide Stable Fluorescent Marking of Rat Hepatic Adult Stem Cells, *Journal of Biomedicine and Biotechnology* Volume 2008, Article ID 453590, 9 pages (2008)
 - [16] F.Zernike. Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects. *Physica* 9, 686-693 (1942)
 - [17] G.Nomarski and A.R.Weill, Application a la metallographie des methods interferentielles a deux ondes polarises. *Rev. Metall.* 2, 121-128 (1955)
 - [18] L.Mirolaw, A.Chorazyczewski, F.Buchholz and R.Kittler, Correlation-based Method for Automatic Mitotic Cell Detection in Phase Contrast Microscopy, *Computer Recognition Systems Advances in Soft Computing*, 30, 627-634 (2005)
 - [19] K.Li, E.D.Miller, L.E.Weiss P.G. Campbell and T.Kanade, Online Tracking of Migrating and Proliferating Cells Imaged with Phase-Contrast Microscopy, *MMBIA 2006: IEEE Computer Society Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis* (2006)
 - [20] N.N.Kachouie, Extended-Hungarian-JPDA: Exact Single-Frame Stem Cell Tracking, *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 54(11), 2011-2019 (2007)
 - [21] K.Li, M.Chen and T.Kanade, Cell population tracking and lineage construction with spatiotemporal context, *MICCAI 2007, Part II, LNCS* 4792, 295-302 (2007)
 - [22] K.Kimura, S.Kawamoto, T.Mori, J.Inoue, H.Hadachi, T.Saito and T.Nishida, Quantitative analysis of the effects of extracellular matrix proteins on membrane dynamics associated with corneal epithelial cell motility, *Investigative ophthalmology & Visual Science*, 51(9), 4492-4499 (2010)
 - [23] M.E.Ambühl, C.Brepsant, J.-J.Meister, A.B.Verkhovsky and I.F.Sbalzarini, *Journal of Microscopy*, 245(2), 161-170 (2011)
 - [24] N.Ofer, A.Mogilner, and K.Keren, Actin disassembly clock determines shape and speed of lamellipodial fragments, *PNAS* 108(51) 20394-20399 (2011)
 - [25] S.Huh, D.F.E.Ker, H.Su and T.Kanade, Apoptosis Detection for Adherent Cell Populations in Time-lapse Phase-contrast Microscopy Images, *MICCAI 2012*, 15(1), 331-339 (2012)
 - [26] I.Seroussi, D.Veikherman, N.Ofer, S.Y.-Resheff and K.Keren, Segmenta-

- tion and tracking of live cells in phase-contrast images using directional gradient vector flow for snakes, *Journal of Microscopy* 247(2), 137-146 (2012)
- [27] W.Lang, Nomarski differential interference-contrast microscopy. Oberkochen, Carl Zeiss (1982)
- [28] Z.Yin, T.Kanade, M.Chen, Understanding the phase contrast optics to restore artifact-free microscopy images for segmentation, *Medical image analysis*, 16(5), 1047-1062 (2012)
- [29] I.Yamaguchi, T.Zhang, Phase-shifting digital holography, *Optics letters*, 22(16), 1268-1270 (1997)
- [30] E.D.Barone-Nugent, A. Barty, and K. A. Nugent. Quantitative phase-amplitude microscopy i: optical microscopy. *Journal of Microscopy* 206, 194-203 (2002)
- [31] G.Popescu, L.P.Deflores, J.C.Vaghan, K.Badizadegan, H.Iwai, R.R.Dasari and M.S.Feld, Fourier phase microscopy for investigation of biological structures and dynamics, *Optical Letters*, 29(21), 2503-2505 (2004)
- [32] T.Ikeda, GPopescu, R.R.Dasari, and M.S.Feld, Hilbert phase microscopy for investigating fast dynamics in transparent systems, *Optics Letters*, 30(10), 1165-1167 (2005)
- [33] N.Lue, W.Choi, G.Popescu, T.Ikeda, R.RDasari, K.Badizadegan, and M.S.Feld, Quantitative phase imaging of live cells using fast Fourier phase microscopy, *Applied Optics*, 46(10), 1836-1842 (2007)
- [34] F.Charriere, A.Marian, and et al., Cell refractive index tomography by digital holographic microscopy, *Optics letters* 31(2), 178-180 (2006)
- [35] F.Charriere, N.Pavillon, and et al., Living specimen tomography by digital holographic microscopy: morphometry of testate amoeba, *Optical Express* 14(16), 7005-7013 (2006)
- [36] B.Simon, M.Debailleul, V.Georges, V.Lauer, and O.Haeberlé, Tomographic diffractive microscopy of transparent samples, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 44, 29-35 (2008)
- [37] Y.Cotte, et.al, Marker-free phase nanoscopy, *Nature photonics*, Vol.7, 113-117 (2013)
- [38] E.Cuche, P.Marquet, and C.Depeursinge, Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography, *Applied Optics*, 39(23), 4070-4075 (2000)
- [39] M.Liebling, T.Blu, and M.Unser, Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram, Vol.21(3), *Journal of Optical Society of America A*, 367-377 (2004)
- [40] N.Pavillon, C.S.Seelamantula, J.Kuhn, M.Unser, and C.Depeursinge,

- Suppression of the zero-order term in off-axis digital holography through nonlinear filtering, *Applied optics*, 48(34), H186-H195 (2009)
- [41] N.Pavillon, C.Arfire, I.Bergoend nad C.Depeursinge, Iterative method for zero-order suppression in off-axis digital holography, *Optics express*, 18(15), 15318-15331 (2010)
- [42] A.Bourquard, N.Pavillon, E.Bostan, C.Depeursinge, and M.Unser, A practical inverse-problem approach to digital holographic reconstruction, *Optics express*, 21(3), 3417-3433 (2013)
- [43] S.V.Haver, J.J.M,Braat, A.J.E.M.Janssen, O.T.A.Janssen and S.F.Pereira, Vectorial aerial-image computations of three-dimensional objects based on the extended Nijboer-Zernike theory, *Journal of Optical Society of America A : Optics and Image Science, and Vision* **26**(5), 1221-1234 (2009)
- [44] I.R.Capoglu, C.A.White, J.D.Rogers, H.Subramanian, A.Taflove, and V.Backman, Numerical simulation of partially coherent broadband optical imaging using the finite-difference time-domain method, *Optics Letter*, **36**(9), 1596-1598 (2011)
- [45] A.Marian, F.Charriere, T.Colomb, F.Montfort, J.Khn, P.Marquet, and C.Depeursinge, On the complex hree-dimensional amplitude point spread function of lenses and microscope objectives: theoretical aspects, simulations and measurements by digital holography, *Journal of microscopy* 225, 156-169 (2007)
- [46] G.Pan and H.Meng, Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude, *Applied optics*, 42(5), 827-833 (2003)
- [47] J.G.-Sucerquia, W.Xu, S.K.Jericho, P.Klages, M.H.Jericho and H.J.Kreuzer, Digital in-line holographic microscopy, *Applied optics*, 45(5), 836-850 (2006)
- [48] S.A.Alexandrow, T.R.Hillman and D.D.Sampson, Spatially resolved Fourier holographic light scattering angular spectroscopy, *Optics Letters*, 30(24), 3305-3307 (2005)
- [49] T.Colomb, F.Montfort, J.Kuhn, N.Aspert, E.Cuche, A.Marian, F.Charrière, S.Bourquin, P.Marquet, and C.Depeursinge, Numerical parametric lens for shifting, magnification, and complete aberration compensation in digital holographic microscopy. *Journal of Optical Society of America A*, 23(12), 3177-3190. (2006)
- [50] P.Langehanenberg, B.Kemper, D.Dirksen, and G.V.Bally, Autofocusing in digital holographic phase contrast microscopy on pure phase objects for live cell imaging, *Applied Optics*. 47, D176-D182 (2008)
- [51] I.Yamaguchi, Speckle noise suppression in shape and deformation measurements by phase-shifting digital holography, *Proc. SPIE* 7155, Ninth

- International Symposium on Laser Metrology, 71551D (2008)
- [52] A.Santos, C.O.D.Solórzano, J.J.Vaquero, J.M.Pena, N.Malpica, and F.D.Pozo, Evaluation of autofocus functions in molecular cytogenetic analysis, *Journal of Microscopy*, Vol.188(3), 264-272 (1997)
 - [53] Y.Sun, S.Duthaler, and B.J.Nelson, Autofocusing in computer microscopy: selecting the optimal focus algorithm, *Microscopy research and technique*, Vol.65, 139-149 (2004)
 - [54] Y.Sun, S.Duthaler, and B.J.Nelson, Autofocusing algorithm selection in computer microscopy, 2005 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems, 419-425 (2005)
 - [55] D.C.Ghiglia and L.A.Romero, Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods, *Optical society of America A*, Vol.11(1), 107-117 (1994)
 - [56] D.C.Ghiglia and L.A.Romero, Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping, *Applied Optics*, Vol.13(10), 1999-2013 (1996)
 - [57] H.A.Zebker and Y.Lu, Phase unwrapping algorithms for radar interferometry: residue-cut, least-squares, and synthesis algorithms, *Journal of optical society of America A*, Vol.15(3), 586-598 (1998)
 - [58] R.M.Goldstein, H.A.Zebker, and C.L.Werner, Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping, *Radio Science*, Vol.23(4), 713-720 (1988)
 - [59] T.Flynn, Consistent 2-D phase unwrapping guided by a quality map, *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1996. IGARSS '96. 'Remote Sensing for a Sustainable Future.'*, International, Vol.4, 2057-2059 (1996)
 - [60] M.A.Herra'ez, M.A.Gdeisat, D.R.Burton, and M.J.Lalor, Robust, fast, and effective two-dimensional automatic phase unwrapping algorithm based on image decomposition, *Applied Optics*, vol.41, 7445-7455 (2002)
 - [61] H.H.Hopkins, The concept of partial coherence in optics, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 208(1093), 263-277 (1951)
 - [62] M.Nouralishahi, C.Wu and L.Vandenberghe, Model calibration for optical lithography via semidefinite programming, *Optimization and Engineering*, 9(1), 19-35 (2008)
 - [63] J.W.Goodman, *Introduction to Fourier optics* 2nd edition, Roberts & Co,
 - [64] B.Salski and W.Gwarek, Hybrid finite-difference time-domain Fresnel modeling of microscopy imaging, *Applied Optics*, 48(11), 2133-2138 (2009)
 - [65] B.Salski and W.Gwarek, Hybrid FDTD-Fresnel Modeling of the Scan-

- ning Confocal Microscopy, Proceeding of SPIE, **7378**, 737826 (2009)
- [66] I.R.Capoglu, J.D.Rogers, A.Taflove, and V.Backman, The microscope in an computer: Image synthesis from three-dimensional full-vector solutions of Maxwell's Equations at the nanometer scale, Chap.1, Progress in optics, vol. 57, E.Wolf, ed. Elsevier B.V. (2012)
 - [67] J.L.Hollmann, A.K.Dunn and C.A.DiMarzio, Computational microscopy in embryo imaging, Optics Letter, **29**(19), 2267-2269 (2004)
 - [68] S.Tanev, J.Pond, P.Paddon, and V.V.Tuchin, A new 3D simulation method for the construction of optical phase contrast images of gold nanoparticle clusters in biological cells, Hindawi publishing corporation advances in optical technologies, **2008**, Article ID 727418, 9 pages (2008)
 - [69] O.T.A.Janssen, S.V.Haver, A.J.E.M.Janssen, J.J.M.Braat, H.P.Urbach and S.F.Pereira, Extended Nijboer-Zernike (ENZ) based mask imaging: Efficient coupling of electromagnetic field solvers and the ENZ imaging algorithm, Proceeding of SPIE, **6924**, 692410 (2008)
 - [70] A.J.E.M.Janssen, Extended Nijboer-Zernike approach for the computation of optical point-spread functions, Journal of Optical Society of America A, **19**, 849-857 (2002)
 - [71] S.Odate, C.Koike, H.Toba, T.Koike, A.Sugaya, K.Sugisaki, K.Otaki and K.Uchikawa, Angular spectrum calculations for arbitrary focal length with a scaled convolution, Optical Express, **19**(15), 14268-14276 (2011)
 - [72] E.Wolf, Electromagnetic diffraction in optical systems I. An integral representation of the image field, Proc. R. Soc. London Ser. A 253, 349-357 (1959)
 - [73] A.Taflove and S.C.Hagness, Computational electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain method, Artech House, Boston, London
 - [74] J.A.Roden and S.D.Gedney, Convolutional PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media, Microwave and Optical Technology Letter, **27**, 334-339 (2000)
 - [75] C.A.Balanis, Modern antenna handbook, John Wiley & Sons, Inc (2008)

謝辞

本研究の遂行，本論文の執筆にあたり，ご助言並びにご指導を頂きました山口大学理工学研究科の齊藤俊教授，及び，医学系研究科の森浩二准教授に深く感謝申し上げます。

また，学位審査及び，公聴会において，有益なご意見と激励を頂きました理工学研究科の南和幸教授，及び，医学系研究科の陳猷教授，木戸尚治教授，大木順司准教授に深く御礼申し上げます。

そして，研究生活において支えて頂いた臨床生体医療工学研究室の皆様に感謝の意を表します。

最後に，博士課程に進学するにあたり，日々の私生活においてサポートしてくれた家族に深く感謝申し上げます。