インセンティブとしての内部昇進

川村　一真

概要

昇進競争の中では賞金に対応するのは上位の職位へ就くことによる役得であり、その大部分は将来生じる。そこで競争者は将来に生じる役得に関する期待を持って競争に挑む。これは勝者が決定すれば即座に賞金が支払われる一般のトーナメントとの相違点である。本稿はこの点を考慮した昇進競争の均衡を特徴づけ、そのインセンティブとしての機能について考察する。本稿によって明らかになることは、定常性・対称性を満たす均衡が存在すること、賃金契約では達成不可能な高水準の期待利益が生じる均衡が存在することである。

1　イントロダクション

いくつかの実証研究によると、例えば出来高給のような成果給が適用される従業員の割合はそれほど大きくない（例えば MacLeod and Parent, 1999; Brown, Hamilton, and Medoff, 1990 など）。その代わりに、職位と従業員の給与の間に強い正の相関関係が確認されている（Baker, Gibbs and Holmstrom, 1994a, b)。昇進の決定に利用されるのは、各従業員の絶対評価ではなく、他者との比較による相対評価である。さらに、どれだけの差が付いたのかといった情報も捨象された順位である。

ここで疑問となるのは、なぜ企業は他の報酬制度をあまり用いずに順位を用いた昇進競争によって従業員にインセンティブを与えるのか、ということである。契約理論によると、昇進トーナメントは相対評価を用いた金銭的報酬による契約によって複製可能である。これに従うと、昇進競争の代わりに相対評価を用いた他の報酬制度によって従業員を動機づけることが企業にとって最適かもしれない。相対評価を用いた報酬は、対象となる従業員たちの成果に共通の不確実性が影響を与える場合に、絶対評価を用いた報酬を改善することができる (伊藤、2003)。同じ職位を争う従業員たちの成果に共通の不確実性が混入するのであれば、相対評価を用いた報酬が最適になるかもしれず、その中でも昇進競争が最も効率的な従業員の動機づけの手法になる可能性はある。しかし、例えば日本の企業では同期入社者全員で昇進競争を行うという（竹内、1995)。部署、職務を異とする従業員たちが、共通の不確実性に直面しているとは考えにくい。この点に現実と理論に乖離があると考えられる。

本稿はこの疑問に対する１つの回答を提案する。昇進によって従業員が得る利益の多くは将来生じる。例えば、課長への昇進によって従業員が得る利益は、課長に就くことによる待遇の改善だけではなく、その後の部長への昇進の可能性が与えられることも含まれるだろう。部長への昇進は更なる待遇の改善が期待できるためだ。部長への昇進は数年後である。この例が示唆することは、企業内の昇進競争において競争者を動機づけるのは、勝つことによってすぐに支払われる賞金（課長になることによる待遇の改善）だけでなく、遠い将来に実現する可能性がある、更なる上位の役職に就くことへの期待（部長になった場合の更なる待遇改善に対する期待）も含まれることだ。もし待遇改善の実現時期と比較して経営者の任期がそれほど長くなければ、経営者は在任期間中に追加的な費用を支払うことなく、昇進競争によって従業員を努力するよう動機づけることが可能である。将来の期待がインセンティブとなるためだ。この昇進競争メカニズムにより十分高水準の努力を従業員から引き出すことが可能ならば、経営者は昇進競争とは別の成果給などのインセンティブメカニズムを利用する必要がないだろう。これが、以上で指摘した理論と現実の乖離を埋めるための本稿のアイデアである。

このアイデアのために本稿は次のモデルについて考察し、将来に対する期待が従

業員の努力インセンティブとなるのか検討する。無限期間継続する可能性のある企業を考える。各期、1人の経営者と複数人の従業員がこの企業に在籍する。経営者は任期1期間であり、次期の経営者は従業員たちの昇進競争によって決定する。各期の経営者はその期に生じた会社の残余の請求権を持ち、会社の利益を得ることができる。それゆえ、昇進競争における賞金は、来期に経営者になって得る来期の企業利益である。競争の段階で従業員は当然来期の利益について知ることができないので、それに関する期待を持つ。この期待により、従業員たちは競争に勝つよう努力する。今期の経営者は昇進競争によって賃金なしで従業員を動機づけられる可能性がある。簡単化のため、経営者に昇進することのできなかった従業員は退職し、次の期にまた複数人の社員が入社すると仮定する。つまり次の期の企業は、昇進競争の勝者を経営者に据え、その下に新しく雇用された複数人の従業員から構成される。このプロセスが延々続く企業モデルである。

本稿の分析により、各期の経営者、従業員の選択が同一であり（定常性）、さらに各期の従業員が同一の努力水準を選択する（対称性）均衡が存在することが明らかになる。

更に、プレイヤーたちの割引因子が大きければ、もしくは従業員の数が多ければ、均衡にて達成できる企業の期待利益は大きくなることが明らかになる。これは、割引因子が1に近ければ、従業員は次期経営者に昇進することによって得られる残余請求権の価値を高く評価する。それゆえ、従業員たちの努力の限界収益が大きくなる。したがって均衡で選ばれる努力水準が大きくなる。これは来期の期待利益を大きくする。このようなロジックによって1つ目の結果が得られる。従業員の数に関しては、定常性を満たす均衡に着目しているため、均衡においては、従業員が多い企業では来期も多くの従業員を雇用する。従業員の数が多くなれば来期の期待利益も大きくなる可能性がある。これが努力のインセンティブにつながる。

そして割引因子が十分1に近く、均衡における従業員の数が十分多ければ、均衡における各期の企業の期待利益は、成果に連動した賃金によるインセンティブ契約では達成不可能な高水準となる。これらが本稿の分析によって得られる主な結果である。

本稿のモデルは、序列トーナメント (rank-order tournament) モデルに基づい

ている。序列トーナメントに関する文献と本稿との違いはトーナメントの賞金の性質である。Lazear and Rosen (1981) はトーナメント契約の効率性について議論し、Nalebuff and Stiglitz(1983), Green and Stokey(1983) は誘因の効率性の観点からトーナメント契約と各エージェントへの個別契約との比較を行っている。Rosen(1986) は、例えばテニスの４大大会のようなトーナメント構造、すなわち各ステージで競技者２人が競い、勝者のみが次のステージへ上ることのできる逐次トーナメント契約の最適賞金を特徴づけている。これらの文献におけるエージェントは同質であり、エージェントのタイプに関する情報の非対称性がプリンシパルとの間に存在しないが、それを考慮した場合のトーナメントの設計について Bhattacharya and Guasch(1988), Yun(1997) が考察している。これら２つの文献は、異質なエージェントに対し、トーナメント契約によって効率的な努力水準を引き出すことができるのかに関心を寄せている。Moldovanu and Sela (2001, 2006) は、選択された努力に関する情報の非対称性は存在しないが、エージェントの費用関数が各自の私的情報である状況について考察している。彼らのモデルでは選択された努力水準によってエージェントに順位がつけられ、順位に応じて賞金が支払われる契約を考えている。彼らの関心は最適な賞金の分配方法を特徴づけるところにある。Moldovanu and Sela (2006) は競争者をいくつかの下位の競争に分けることに効率性があるのか議論している。

以上の研究におけるトーナメントの賞金はプリンシパルが選択できる変数である。他方、Aoyagi(2010), Ederer(2010), Goltsman and Mukherjee(2011) などは複数期間のエージェントの成果を利用して勝者を決定するダイナミックトーナメント契約について考察している。これら文献の関心は、競争途中の成果に関する情報の通知の是非に当てられている。それゆえ勝者への賞金額は外性的に与えられている。本稿におけるトーナメントの賞金はプリンシパルが決めるのではなく、外生的に与えられるものでもない。プレイヤー達の期待によって定まる点が以上の文献と異なる。

最後に、トーナメントに関する研究ではないが、エージェントのキャリアへの関心と努力インセンティブを同時に考慮する点が本稿と共通する文献として、Fama(1980)、Holmstrom (1999)、 Gibbons and Murphy(1992) を挙げること

ができる。Fama(1980), Holmstrom(1999) は、モラルハザードの問題が労働市場における評判によって解決される可能性を明らかにしている。Gibbons and Murphy(1992) は、キャリアへの関心の強さと金銭的インセンティブの関係について議論している。

以下の構成は次の通りである。次節では分析するモデルについてより詳細な説明を与える。第 3 節は分析部分であり、均衡の存在、特徴づけ、およびその性質について考察している。第 4 節は得られた結果の整理を行うとともに、今後の課題について述べている。

2　モデル

任意の $t = 1, 2, \ldots$ 期について考える。ある企業には 1 人の経営者と $N_t \in \mathbb{N}$ 人の従業員が存在する。

留保効用が 0 である各従業員は今期企業に勤めるか否か決定する。もし企業に勤めるならば経営者よりある職務が与えられ、彼らはその職務に対し努力を投入し、その結果ある成果 $x \in \{x^S, x^F\} \subset \mathbb{R}, x^S > x^F$ が実現する。$x^F = 0$ を仮定するが、分析の一般性を失わない。努力して仕事を行えばより高い確率で高い成果 x^S を生み出すことができる。経営者は従業員が彼らの職務に対し努力しているのかどうか知ることができない。それゆえ経営者は努力の誘因を与えることによって従業員の努力水準をコントロールする。本稿では次期経営者への昇進を利用した競争（以下では昇進競争と呼ぶ）による誘因のみを考える。すなわち、金銭による動機づけを考えず、次期 ($t+1$ 期) の経営者の座を賭けて N_t 人の従業員を競争させることによって努力を引き出す。t 期の i 番目の従業員の努力水準を $e_{i,t} \in [0, 1]$、成果を $x_{i,t} \in \{x^S, x^F\}$ で表し、それらの間の関係として

$$Pr(x = x^S | e) = e$$

が成り立つとする。従業員たちはリスク中立的であり、次の生涯効用をもつと仮定

する。

$$\delta w - C(e)$$

$C(e)$ は従業員として採用されていた期間の努力によって生じる費用であり、δw は経営者になって得る金銭の現在価値である。従業員は同一の割引因子 $\delta \in (0,1)$ と同一の費用関数を持つ同質な意思決定者とする。費用関数 C は二階連続微分可能であり、次の性質を持つことを仮定する。

仮定 1.

$$\begin{aligned}
&(1)\ C' > 0, \quad C'' > 0 \quad on\ [0,1] \\
&(2)\ C(0) = \lim_{e \to 0} C'(e) = \lim_{e \to 0} C''(e) = 0 \\
&(3)\ \lim_{e \to 1} C'(e) = \lim_{e \to 1} C''(e) = \infty
\end{aligned}$$

すなわち、努力の費用関数は単調増加凸関数であり、分析が容易な形状をしていることを仮定する。

経営者は、当期の昇進競争のルール ϕ_t、従業員たちの努力水準 $\mathbf{e}_t$ を決定する。さらに経営者は当期に生み出された企業の利益 Π_t を得ることのできる残余請求者とする。t 期の利益 Π_t は従業員の職務遂行による成果の和で表されると仮定する。すなわち

$$\Pi_t = \sum_{i=1}^{N_t} x_{i,t}$$

である。経営者もリスク中立的であり、当期の利益を大きくすることに関心をもつ。

トーナメントは一般に、タイブレイクルール、競争者の数、勝者の決め方、賞金によって特徴付けられる。タイブレイクルールは、最大の成果をあげた従業員が複数いる場合、どの従業員が勝者として選ばれるか決めるものであり、本稿では彼らが同一の確率で勝者として選ばれるタイブレイクルールを仮定する。競争者の数、勝者の決め方、賞金は以下で考える昇進競争において、それぞれ従業員の数、経営者の決定方法、昇進することによって得られる役得と対応する。

トーナメントの理論においては、トーナメントの設計者が賞金を決定することができるが、昇進競争の文脈においてトーナメントの設計者である経営者が賞金に対応する次期経営者の役得を決定できると仮定するのは非現実的である。なぜならば、次期経営者に昇進することによる役得とは来期に生じる利益を享受することであり、当期の経営者が来期の利益額を決定することは不可能であるためである。経営者が昇進競争のために用意できるのは来期の企業の経営権と残余請求権であり、それらの権利をどのように評価するのかは各個人が行うことである。この評価に応じて経営者は競争ルールを決定し、そのルールの下、従業員たちはどれだけ努力するのか決定する。以下では授業員が抱くこの評価のことを期待と呼ぶことにして、t 期の i 番目の従業員の期待を $\hat{\Pi}_{i,t}$ と書くことにする。従業員から努力を引き出すことを目的に経営者は競争ルールを決定するので、その際に重要なのは経営者自身の来期の期待利益に関する期待ではなく、従業員たちの期待である。t 期の経営者が推測する i 番目の従業員の期待を $\hat{\hat{\Pi}}_{i,t}$ とする。これらは来期の利益に対する期待を表現するので実数値をとる。以上をまとめると昇進競争はタイブレイクルール、競争者の数 N_t、経営者選抜のルール ϕ_t、次期経営者になることによる期待の組 $\hat{\mathbf{\Pi}}_t \equiv (\hat{\Pi}_{1,t}, ..., \hat{\Pi}_{N_t,t})$ によって特徴付けられ、選抜ルールと従業員たちの努力水準の決定に経営者の推測 $\hat{\hat{\mathbf{\Pi}}}_t \equiv (\hat{\hat{\Pi}}_{1,t}, ..., \hat{\hat{\Pi}}_{N_t,t})$ が影響を与える。

次期経営者を企業の従業員たちの中から選ぶことができれば、企業の外部から選ぶことも可能である。経営者が決定する ϕ はこの選択に関するルールであり、従業員たちの成果が全員 ϕ よりも小さい場合は企業の外部から次期経営者を採用すると仮定する。従業員の成果は x^S と x^F のどちらかなので、$\bar{\phi} \equiv x^S, \underline{\phi} \equiv x^F$ と定義し、経営者は $\bar{\phi}$ か $\underline{\phi}$ のどちらかしか選ぶことができないと仮定しても分析の一般性を失わない。$\underline{\phi}$ は必ず従業員の中から次期経営者を選ぶ完全な内部昇進を意味するルールであり、$\bar{\phi}$ は x^S の成果をあげないと従業員には昇進の機会が与えられないルールを意味する。

分析を簡単にするためにいくつかの仮定を置く。

1. 人々は最長で2期間しか働くことができない。
2. 昇進できなかった従業員たちは解雇され、2期目は一定の水準の効用を得る。

3. 内部昇進によって選任された経営者も外部採用による経営者も 1 期の任期の後企業を退職する。
4. 退職金はゼロとする。

以上をまとめると、人々は 1 期目企業に雇用される。同期入社の従業員と昇進を賭けて競争し、昇進できた者が 2 期目経営者に就く。昇進できなかった者たちは解雇され、2 期目は一定の水準の効用（ゼロと仮定する）を得る。経営者は 1 期間のみこの企業に勤め、経営を行う。生じた利益を享受した後、退職する。退職金はゼロである。

次に分析の際に適用する均衡を定義する。毎期経営者も従業員も同じ選択を行い、さらに各期の従業員が全員同一の努力水準を選ぶ、定常性、対称性を満たす均衡に着目する。

定義 1. 従業員の努力水準、経営者が選ぶ選抜ルール、従業員数の組 (a^*, ϕ^*, N^*) と期待と推測の組 $(\hat{\mathbf{\Pi}}^*, \hat{\hat{\mathbf{\Pi}}}^*)$ が次を全て満たす場合、均衡を構成すると言う。任意の $t = 1, 2, ...$ に対し、

(*i*) 経営者の推測と従業員たちの期待が一致する。すなわち $\hat{\mathbf{\Pi}}^* = \hat{\hat{\mathbf{\Pi}}}^*$ が成り立つ。

(*ii*) N^* 人の従業員が a^* を選んだ場合の企業の期待利益 $\Pi^* \in \mathbb{R}$ が各プレイヤーの期待と一致する。すなわち $\hat{\mathbf{\Pi}}^* = (\Pi^*, ..., \Pi^*)$ を満たす。

(*iii*) 経営者は推測 $\hat{\hat{\mathbf{\Pi}}}^*$ の下、昇進ルールを ϕ^*、従業員の努力水準を $\mathbf{a}^* = (a^*, ..., a^*) \in [0, 1]^{N^*}$ と選択することによって当期の企業の利益を最大化することができる。ただし経営者が選択可能な努力水準は昇進ルール ϕ によって決定され、昇進競争 $(\phi, N^*, \hat{\mathbf{\Pi}}^*)$ におけるナッシュ均衡でなければいけない。

定義 2. 昇進競争 $(\phi^*, N^*, \hat{\mathbf{\Pi}}^*)$ の下で $\mathbf{a}^*$ がナッシュ均衡を構成するとは、任意の従業員 $i \in N^*$ にとって、期待 $\Pi_i = \Pi^*$ のもと努力水準 a^* が他の従業員たちの努力水準ベクトル $(a^*, ..., a^*)$ の最適反応になっていることを言う。

3　分析

3.1　均衡の存在と特徴づけ

均衡の定常性より、各記号につく時間に関する下添字を省略する。また、均衡では各プレイヤーの期待が一致しなければいけないので、$\hat{\Pi}$ をある非負の実数として $\hat{\Pi}_i = \hat{\hat{\Pi}}_i = \hat{\Pi}$ が全ての $i \in \{1, ..., N\}$ について成り立つ状況を以下で考える。N はある自然数である。所与の $\hat{\Pi}$, N に対し、まずは完全な内部昇進 $\phi = \underline{\phi}$ による昇進競争 $(\underline{\phi}, N, \hat{\boldsymbol{\Pi}})$ で、対称ナッシュ均衡を構成する努力水準について考察する。

他の従業員全員がある努力水準 $a \in [0,1]$ を選択する場合、ある努力水準 $e_i \in [0,1]$ を選択することによって従業員 i がトーナメントの勝者になる確率は、

$$
\begin{aligned}
&Pr(i \text{ が勝つ} \,|e_i, \mathbf{e}_{-i} = \mathbf{a}_{-i}) \\
&= e_i \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1}{k} a^k (1-a)^{N-1-k} \frac{1}{k+1} \right\} + (1-e_i) \frac{(1-a)^{N-1}}{N}
\end{aligned}
$$

で表すことができる。ただし $\mathbf{e}_{-i}$ は i を除いた従業員たちが選択する努力水準のベクトルであり、$\mathbf{a}_{-i} = (a, ..., a) \in [0,1]^{N-1}$ を意味する。第 1 項は従業員 i の成果が x^S であった場合の勝利確率、第 2 項は従業員 i の成果が x^F である場合の勝利確率である。第 1 項は次のように書き換えることができる。[*1]

$$
\sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1}{k} a^k (1-a)^{N-1-k} \frac{1}{k+1} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (1-a)^k
$$

したがって自分以外の従業員が $\mathbf{a}_{-\mathbf{i}}$ の努力水準を、従業員 i が e の努力水準を選んだ場合の i の期待利得は

$$
\underline{U}_{\hat{\Pi},N,\delta}(e_i, \mathbf{a}_{-i}) = \delta \hat{\Pi} \left[e \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (1-a)^k}{N} + (1-e) \frac{(1-a)^{N-1}}{N} \right] - C(e_i)
$$

[*1] 導出方法については付録を参照せよ。

である。それゆえ $\mathbf{e}_{-i} = \mathbf{a}_{-i}$ に対する従業員 i の最適反応 $e_i(\mathbf{a}_{-i})$ は次の一階条件を満たさなければいけない。

$$\frac{\partial}{\partial e_i} U_{\hat{\Pi},N,\delta}(e_i, \mathbf{a}_{-i})|_{e_i = e_i(\mathbf{a})} = 0 \tag{1}$$

二階条件を満たすことは明らかなので、条件 (1) は $\mathbf{a}_{-i}$ の最適反応であるための十分条件でもある。これより、全員が同一のある努力水準 $a \in [0,1]$ を選択する対称均衡では、a に対し次の等式が成り立たなければいけない。

$$\delta\hat{\Pi}\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-2}(1-a)^k}{N}\right] - C'(a) = 0. \tag{2}$$

補題 1. 任意の $\delta \in (0,1)$, $N \in \mathbb{N}$、$\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ に対して (2) を満たすある努力水準 $a \in [0,1]$ が存在し、それは唯一である。

証明． 各 $e \in [0,1]$ に対し、関数 Ψ を

$$\Psi(e) = \delta\hat{\Pi}\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-2}(1-e)^k}{N}\right] - C'(e) \tag{3}$$

によって定義する。仮定より Ψ は $[0,1]$ 上で連続である。

条件 (2) は $\Psi(a) = 0$ と表すことができる。$\hat{\Pi} = 0$ や $N = 1$ の場合は $e = 0$ のみが $\Psi(e) = 0$ を満たす。

$\hat{\Pi} > 0$ の場合を考え、さらに $N = 2$ とする。このとき、

$$\hat{e} = C'^{-1}\left(\frac{\delta\hat{\Pi}}{2}\right) \tag{4}$$

を満たす $\hat{e} \in (0,1)$ のみが $\Psi(\hat{e}) = 0$ を満たす。

$N \geqq 3$ の場合を考える。e を右から 0 に近づけると、(3) の大括弧内は $(N-1)/N$ に収束し、第 2 項は 0 に収束するので、$\lim_{e\to 0+} \Psi(e) = \delta\hat{\Pi}(N-1)/N > 0$ である。e を左から 1 に近づけると (3) の大括弧内の項は 0 に収束し、第 2 項は $-\infty$ に発散する。したがって $\lim_{e\to 1-} \Psi(e) = -\infty$ を満たす。Ψ の e に関する連続性より、$\Psi(e) = 0$ を満たす e が $(0,1)$ 内に存在する。

次に唯一性を示す。そのために、Ψ が e に関して $[0,1]$ 上で単調減少であることを示せば十分であるが、

$$\Psi'(e) = \delta\hat{\Pi}\left[\frac{-\sum_{k=1}^{N-2} k(1-e)^k}{N}\right] - C''(e) < 0 \tag{5}$$

が $[0,1]$ 上で成り立つ。 □

$\underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ を $N, \delta, \hat{\Pi}$ に対して (2) を満たす努力水準とすると、補題 1 よりこのような関数を定義することができる。任意の $\delta \in (0,1)$ 及び任意の $\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ に対し $\underline{a}_{1,\delta}(\hat{\Pi}) = 0$ であり、任意の $N \in \mathbb{N}$ に対し $\underline{a}_{N,\delta}(0) = 0$ である。

次に経営者が $\phi = \bar{\phi}$ を選択した場合を考える。このとき成果が x^F である従業員は昇進の可能性が無いので、他の従業員たちが全員 a を選択し、従業員 i が e_i を選択する場合の期待効用は

$$\bar{U}_{\hat{\Pi},N,\delta}(e_i, \mathbf{a}_{-i}) = \delta\hat{\Pi}\left[e\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(1-a)^k}{N}\right] - C(e_i)$$

である。a が $e_{-i} = \mathbf{a}_{-i}$ に対する最適反応であるための必要十分条件は、

$$\delta\hat{\Pi}\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(1-a)^k}{N}\right] - C'(a) = 0 \tag{6}$$

であり、この等式を満たす努力水準 $a \in [0,1]$ は存在し、ユニークであることが補題 1 と同様にして示すことができる。したがって各 $N \in \mathbb{N}, \delta \in (0,1], \hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ に対して (6) を満たす努力水準 $\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}) \in [0,1]$ を定義することが可能である。$\bar{a}$ は任意の N, δ に対し、$\bar{a}_{N,\delta}(0) = 0$ を満たす。

次に期待 $\hat{\Pi}$, 従業員の数 N を固定した上での経営者の意思決定について考察する。均衡条件が要求することは、経営者が選択する昇進ルール ϕ と従業員たちの努力水準 a は当期の企業の期待利益を最大にするように選択されなければいけないことである。従業員たちが $\mathbf{a}$ を選んだ場合の企業の期待利益は

$$\sum_{i=1}^{N} ax^S + (1-a)x^F = Nax^S$$

であり、これを最大にする ϕ と a を選択する。しかし従業員と経営者の間の努力に関する情報の非対称性より、経営者が選択させることのできる努力水準は ϕ を決定することによって定まる昇進競争 $(\phi, N, \hat{\mathbf{\Pi}})$ のナッシュ均衡のみである。したがって経営者の問題は

$$\max_{(\phi,a)} Nax^S \qquad \text{s.t. } (\phi, a) \in \left\{(\bar{\phi}, \bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})), (\underline{\phi}, \underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}))\right\}$$

である。

命題 1. 任意の $\delta \in (0,1)$, $N \in \mathbb{N}$ に対して、

$$\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}) \geqq \underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$$

が成り立つ。

証明 . もし $\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}) < \underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ が成り立つならば、$1 - \bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}) > 1 - \underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ が成り立つ。したがって、

$$\begin{aligned}\frac{\delta\hat{\Pi}}{N}\sum_{k=0}^{N-2}(1-\underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k &< \frac{\delta\hat{\Pi}}{N}\sum_{k=0}^{N-2}(1-\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k \\ &\leqq \frac{\delta\hat{\Pi}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}(1-\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k\end{aligned}$$

が成り立ち、(2) 及び (6) より、これは

$$C'(\underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})) < C'(\bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}))$$

を意味する。$C' > 0$ だから $\underline{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi}) < \bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ を導く。したがって矛盾が生じる。 □

命題 1 より、均衡が存在すれば、任意の $\hat{\Pi}, N, \delta$ に対し均衡経路上で経営者は $\phi = \bar{\phi}$ を選ぶ。命題 1 は直感的な結果である。もし完全な内部昇進であったなら

$(\phi = \underline{\phi})$、従業員は成果が x^F であっても昇進する可能性が存在する。経営者は x^F が実現した場合の従業員の昇進可能性をゼロに設定すれば、彼の努力水準を高めることによる限界効用を大きくすることができる。その結果、一階条件を満たす努力水準を引き上げることができ、経営者の期待利益は大きくなる。

任意の $N, \delta, \hat{\Pi}$ に対して、$a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}) \equiv \bar{a}_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ と書くことにする。関数 $a^*_{N,\delta}$ は定義より

$$\delta\hat{\Pi}\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k}{N}\right] - C'(a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})) = 0 \tag{7}$$

を満たし、陰関数定理より任意の $\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ において微分可能であり、

$$\begin{aligned}\frac{\partial a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{\partial\hat{\Pi}} &= \frac{\delta\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k}{N}\right]}{\delta\hat{\Pi}\left[\frac{\sum_{k=1}^{N-1}k(1-a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^{k-1}}{N}\right] + C''(a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))} \\ &= \frac{\delta\sum_{k=0}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^k}{\delta\hat{\Pi}\sum_{k=1}^{N-1}k(1-a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))^{k-1} + NC''(a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}))}\end{aligned}$$

を満たす。また、全ての $\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ で正値をとることを確認することができる。これは昇進競争の役得に関する期待が大きくなるほど、競争者が選択する努力水準が大きくなることを意味する。

次に期待 $\hat{\Pi}$ と実際の企業の期待利益 Π の関係について考察する。$N \in \mathbb{N}$ と $\delta \in (0,1)$ を任意に固定し、関数 $\Pi_{N,\delta}$ を各 $\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ に対し次のように定義する。

$$\Pi_{N,\delta}(\hat{\Pi}) = \sum_{i=1}^{N} x^S a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}) = Nx^S a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})$$

すなわち $\Pi_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ は、共有する期待が $\hat{\Pi}$ であるとき経営者が昇進ルールを $\bar{\phi}$ に決定し、それに対して従業員たちがナッシュ均衡努力水準 $a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ を選んだ場合の企業の期待利益を表している。

均衡が要請することは、プレイヤー達の期待と実際の期待利益が一致すること、

$$\Pi_{N,\delta}(\hat{\Pi}^*) = \hat{\Pi}^*$$

である。言い換えると、均衡における期待 $\hat{\Pi}^*$ は関数 $\Pi_{N,\delta}$ の不動点にならなければいけないことである。

均衡が存在するかどうかを明らかにするために、この関数に不動点が存在するか検討する。明らかなことだが、この関数には不動点は必ず存在する。なぜならば、$\hat{\Pi}=0$ に対しては $a^*_{N,\delta}(0)=0$ より企業の期待利益は 0 であるためである。すなわち、昇進によって得られる役得は 0 であるという期待を共有するため、従業員たちは全く努力に動機づけられず、実際に企業の期待利益も 0 という不動点である。したがって任意の $N\in\mathbb{N},\delta\in(0,1)$ に対し、$\hat{\Pi}^*=\Pi^*=0$ 及び $a^*_{N,\delta}=0,\phi=\bar{\phi}$ は均衡の要件を全て満たす。

このような努力を引き出すことのできない均衡以外に均衡は存在するのか。この問いに答えるのが次の命題である。

命題 2. 任意の $\delta\in(0,1)$ 及び $N\in\mathbb{N}$ に対し、$\Pi_{N,\delta}$ は $(0,\infty)$ 上に不動点を持つ。

証明．$N\in\mathbb{N},\delta\in(0,1)$ に対し、企業の期待利益と期待の差 $\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ を $\mathbb{R}_+$ 上で定義する。すなわち

$$\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi})\equiv\Pi_{N,\delta}(\hat{\Pi})-\hat{\Pi}=Nx^S a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})-\hat{\Pi}$$

である。$\Pi_{N,\delta}$ の不動点 $\hat{\Pi}^*$ は $\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi}^*)=0$ を満たす。それゆえ $\Delta_{N,\delta}(0)=0$ である。

$N=1$ の場合を考える。(7) より各 $\hat{\Pi}$ に対して $a^*_{1,\delta}$ は

$$a^*_{1,\delta}(\hat{\Pi})=C'^{-1}(\delta\hat{\Pi})$$

であり、

$$\frac{d\Delta_{1,\delta}(\hat{\Pi})}{d\hat{\Pi}}=\frac{\delta x^S}{C''(C'^{-1}(\delta\hat{\Pi}))}-1$$

である。

$$\lim_{\hat{\Pi}\to 0+}C''\left(C'^{-1}\left(\delta\hat{\Pi}\right)\right)=C''(C'^{-1}(0))=0$$

であるので

$$\lim_{\hat{\Pi}\to 0+}\frac{d\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{d\hat{\Pi}}=\infty$$

を満たす。これより、ある正数 $\epsilon > 0$ が存在して

$$0 \leqq \hat{\Pi} < \epsilon \Rightarrow \frac{d\Delta(\hat{\Pi})}{d\hat{\Pi}} > 0$$

が成り立つ。$\Delta(0) = 0$ であるため、これはある $\hat{\Pi}' > 0$ に対して $\Delta(\hat{\Pi}') > 0$ が成り立つことを意味する。

次に $\Delta_{1,\delta}(\hat{\Pi}'') < 0$ となる $\hat{\Pi}'' > \hat{\Pi}'$ の存在を示す。なぜならば、これを示すことにより Δ の $\hat{\Pi}$ に関する連続性と中間値の定理よりある $\hat{\Pi}^* \in (\hat{\Pi}', \hat{\Pi}'')$ が存在し、$\Delta(\hat{\Pi}^*) = 0$ が成立することが導かれるためである。もしこのような $\hat{\Pi}''$ が存在しないと仮定すると、全ての $\hat{\Pi} > \hat{\Pi}'$ に対し $\Delta_{1,\delta}(\hat{\Pi}) \geqq 0$ が成り立つ。したがって

$$\lim_{\hat{\Pi} \to \infty} \Delta_{1,\delta}(\hat{\Pi}) \geqq 0$$

もしくは

$$\lim_{\hat{\Pi} \to \infty} \Pi_{1,\delta}(\hat{\Pi}) \geqq \lim_{\hat{\Pi} \to \infty} \hat{\Pi} = \infty$$

が成立しなければいけない。しかし $a^*_{1,\delta} \in [0,1]$ だから任意の $\hat{\Pi} \in \mathbb{R}_+$ に対し

$$x^S a^*_{1,\delta}(\hat{\Pi}) \leqq x^S < \infty$$

が成り立つ。したがって矛盾が導かれる。

$N \geqq 2$ の場合を考える。$N = 1$ と同じ手順で主張が真であることを示す。

$$\frac{d\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{d\hat{\Pi}} = Nx^S \frac{\partial a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{\partial \hat{\Pi}} - 1$$

であり、

$$\frac{\partial a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{\partial \hat{\Pi}} = -\frac{\delta \left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(1-a^*)^k}{N}\right]}{\delta\hat{\Pi}\left[\frac{-\sum_{k=1}^{N-1}k(1-a^*)^k}{N}\right] - C''(a^*)} \tag{8}$$

である。ただし $a^* = a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})$ である。$\hat{\Pi} = 0$ 周辺の $\partial a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})/\partial\hat{\Pi}$ の値について考える。$\hat{\Pi} \to 0+$ であるとき、$a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi}) \to 0+$ であるから

$$\lim_{\hat{\Pi} \to 0+} \frac{\delta}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (1-a^*)^k = \delta > 0$$

となり、(8) の分子は $\hat{\Pi} \to 0+$ のとき正数に収束する。(8) の分母については

$$\lim_{\hat{\Pi}\to 0+} \frac{-\sum_{k=1}^{N-1} k(1-a^*)^k}{N} = -\frac{N(N-1)}{2N}$$

であるため、$\lim_{\hat{\Pi}\to 0} C''(a^*) = 0$ と併せると、

$$\lim_{\hat{\Pi}\to 0+} \frac{\partial a^*_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{\partial \hat{\Pi}} = \infty$$

を得ることができる。したがって、ある正数 $\epsilon > 0$ に対し、

$$0 \leqq \hat{\Pi} < \epsilon \Rightarrow \frac{d\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi})}{d\hat{\Pi}} > 0$$

が成立する。$\Delta_{N,\delta}(0) = 0$ と併せると、これよりある $\hat{\Pi}' > 0$ に対して $\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi}') > 0$ が成立する。そして $\hat{\Pi}'' > \hat{\Pi}'$ であり $\Delta_{N,\delta}(\hat{\Pi}'') < 0$ を満たす $\hat{\Pi}''$ の存在は $N = 1$ の場合と同様に示すことができる。 □

以上をまとめて、均衡を特徴づけることができる。

命題 3. 任意の $\delta \in (0,1)$, $N \in \mathbb{N}$ に対して、均衡は次のように特徴づけられる。

(*i*) $\hat{\Pi}^* = \Pi^* = 0$、$a^*_{N,\delta} = 0$、$\phi \in \{\bar{\phi}, \underline{\phi}\}$。もしくは

(*ii*) $\phi = \bar{\phi}$ であり $\Pi^*, \hat{\Pi}^*, a^*_{N,\delta}$ は以下を満たす。

$$\Pi^*_{N,\delta} = \hat{\Pi}^* = Nx^S a^*_{N,\delta}, \tag{9}$$

$$\delta x^S a^*_{N,\delta} \sum_{k=0}^{N-1} (1 - a^*_{N,\delta})^k = C'(a^*_{N,\delta}). \tag{10}$$

(10) は次のように書き換えることが可能である。

$$\delta x^S \left[1 - (1 - a^*_{N,\delta})^N\right] = C'(a^*_{N,\delta}). \tag{11}$$

3.2 均衡の性質

本節では、昇進競争が努力インセンティブとして機能する均衡に着目し、その均衡の性質について考察する。

まずは N, δ が変動した場合の均衡の挙動について考察する。

補題 2. 任意の $\delta \in (0,1)$、任意の $N \in \mathbb{N}$ に対し、

1. $a^*_{N+1,\delta} \geqq a^*_{N,\delta}$ を満たす均衡努力水準 $a^*_{N+1,\delta}$ が存在する。

2. $\delta' > \delta$ ならば、$a^*_{N,\delta'} \geqq a^*_{N,\delta}$ を満たす均衡努力水準 $a^*_{N,\delta'}$ が存在する。

証明 . $a^*_{N+1,\delta} < a^*_{N,\delta}$ が成り立つならば、

$$\delta x^S \sum_{k=1}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta})^k < \delta x^S \sum_{k=1}^{N-1}(1-a^*_{N+1,\delta})^k < \delta x^S \sum_{k=1}^{N}(1-a^*_{N+1,\delta})^k$$

が成り立ち、これを (10) を用いて書き換えると、

$$C'(a^*_{N,\delta}) < C'(a^*_{N+1,\delta})$$

であるので $a^*_{N,\delta} < a^*_{N+1,\delta}$ が成り立ち矛盾が生じる。

同様にある $\delta' > \delta$ に対し $a^*_{N,\delta'} < a^*_{N,\delta}$ が成り立つならば、

$$\delta x^S \sum_{k=1}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta})^k < \delta' x^S \sum_{k=1}^{N-1}(1-a^*_{N,\delta'})^k$$

であり、

$$C'(a^*_{N,\delta}) < C'(a^*_{N,\delta'})$$

が導かれるので、$a^*_{N,\delta} < a^*_{N,\delta'}$ が成り立ち矛盾が生じる。　□

補題 2 は、均衡で選択される可能性のある最大の努力水準は N, δ に関して共に非減少であることを意味する。これは均衡で生じる企業の期待利益の最大値が N, δ に関して非減少であることも意味する。

補題 2 は、割引因子が 1 に近い従業員たちであるほど、内部昇進によって動機づけられる努力水準が大きくなる可能性を示唆している。来期に得られる収入を大きく割り引かず高く評価する従業員であるほど、昇進競争に勝つことよる役得を高く評価するため、昇進競争において投入する努力水準は高くなる。また δ を従業員たちの社内キャリアへの関心と解釈することも可能である。すなわち、社内でキャリ

アを築くことに強い関心を持つ従業員たちが集まる企業ほど、昇進競争によって強く動機づけられ、その結果、企業の利益が大きくなる可能性が示唆される。

また、一般に従業員の数が多いほど、従業員の昇進の可能性は小さくなっていくため、補題 2.1 の結果は自明ではない。これは従業員が多い均衡であるほど企業の期待利益が大きくなり、昇進することによって得られる従業員の役得が大きくなることに起因する。企業の利潤が単純に従業員の成果の和として表現されるという仮定がこの結果に影響を与えている。

次に、均衡によって達成可能な企業の従業員一人当たりの期待利益について考察する。そこで 1 つの基準点を定義する。各期の経営者と従業員たちの雇用関係によって生じる余剰を最大にする努力水準をファーストベストの努力水準と呼ぶ。従業員の数が N 人である場合、総余剰は

$$\sum_{i=1}^{N}\left[e_i x^S - C(e_i)\right]$$

であるので、ファーストベストの努力水準を a^{FB} と書くと、これは

$$x^S = C'(a^{FB}) \iff a^{FB} = C'^{-1}(x^S)$$

によって特徴づけられる。このときの企業の従業員一人当たりの期待利益をファーストベストな 1 人当たり期待利益 π^{FB} と定義する。すなわち，

$$\pi^{FB} \equiv x^S a^{FB}$$

である。

命題 4. 従業員たちがファーストベストな努力水準を選択する均衡は存在しない。

証明． 任意の $\delta \in (0,1)$, $N \in \mathbb{N}$ に対して、均衡で従業員に選択される努力水準は

$$\delta x^S a^*_{N,\delta} \sum_{k=0}^{N-1}(1 - a^*_{N,\delta})^k = C'(a^*_{N,\delta})$$

もしくは

$$\delta x^S\left[1-(1-a^*_{N,\delta})^N\right]=C'(a^*_{N,\delta})$$

を満たすため、

$$C'(a^{FB})=x^S>\delta x^S\left[1-(1-a^*_{N,\delta})^N\right]=C'(a^*_{N,\delta})$$

が成立し、$a^{FB}>a^*_{N,\delta}$ が成り立つ。 □

命題4より、内部昇進によって引き出すことのできる努力水準には上限があり、ファーストベストな努力水準は、高い割引因子を持つ従業員を多く雇用している企業であっても引き出すことができない。これは、従業員が努力した結果得られる収入が次期であり、割引いて評価される点、努力し x^S が実現する確率を1単位増加させても、昇進競争で勝利する確率を1単位増加させることができない点に起因する。これは、企業が均衡でファーストベスト水準の1人当たり期待利益を達成することの不可能性も意味する。

しかしながら次の命題より、割引因子 δ 及び従業員数 N が十分大きければ、ファーストベストの水準未満の任意の努力水準に対し、従業員たちがそれを選択する均衡が存在することが示される。これは、ファーストベスト水準未満であれば、あらゆる非負の1人当たり期待利益を均衡によって達成可能であることを意味する。

命題 5. 任意の $\epsilon\in(0,\pi^{FB}]$ に対し、従業員一人当たりの企業の期待利益が $\pi^{FB}-\epsilon$ となる均衡を持つ割引因子と従業員の組 (δ,N) が存在する。

証明． $\epsilon=\pi^{FB}$ の場合は自明である。$\epsilon\in(0,\pi^{FB})$ を任意に固定する。この ϵ に対し、

$$x^S(a^{FB}-\epsilon_a)=\pi^{FB}-\epsilon$$

を満たすように正数 ϵ_a を定める。より具体的には $\epsilon_a=\epsilon/x^S$ である。

中間値の定理より、

$$C'(a^{FB}-\epsilon_a)=C'(a^{FB})-C''(\beta)\epsilon_a=x^S-C''(\beta)\epsilon_a \tag{12}$$

を満たす $\beta \in [a^{FB}-\epsilon_a, a^{FB}]$ が存在する。この β を利用して $\hat{\delta}$ と $\hat{N}$ を次を満たすように定める。$\hat{\delta}$ については次の等式

$$\hat{\delta} = \frac{C'(a^{FB}-\epsilon_a)}{(\pi^{FB}-\epsilon)\left[1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}\right]} \tag{13}$$

を満たし、$\hat{N}$ は不等式

$$\hat{N} > \frac{\log(\frac{C''(\beta)\epsilon_a}{\pi^{FB}-\epsilon})}{log(1-a^{FB}+\epsilon_a)} \tag{14}$$

を満たすように自然数の中から選ぶ。分母、分子ともに負値であるため右辺全体としてはある正の実数である。(13) より、

$$\hat{\delta}(\pi^{FB}-\epsilon)\left[1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}\right] = C'(a^{FB}-\epsilon_a)$$

が成立するため、均衡の条件 (10) を満たす。したがって以上のように定めた $\hat{\delta}$ が $(0,1)$ 内に入ることを示せば証明は完了する。$\hat{\delta}$ は正値であることは明らかであるので *1* 未満であることを示す。(12) より、

$$\begin{aligned}\hat{\delta} &= \frac{C'(a^{FB}-\epsilon_a)}{(\pi^{FB}-\epsilon)\left[1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}\right]} \\ &= \frac{x^S - C''(\beta)\epsilon_a}{(\pi^{FB}-\epsilon)\left[1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}\right]} \\ &= \frac{1-\frac{C''(\beta)\epsilon_a}{x^S}}{\frac{(\pi^{FB}-\epsilon)}{x^S}\left[1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}\right]} \\ &> \frac{1-\frac{C''(\beta)\epsilon_a}{x^S}}{1-(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}}}\end{aligned}$$

が成り立つ。最後の不等式は $x^S > a^{FB}x^S = \pi^{FB}$ による。これより、

$$(1-a^{FB}+\epsilon_a)^{\hat{N}} < \frac{C''(\beta)\epsilon_a}{x^S}$$

が $\hat{\delta} < 1$ であることの十分条件であることが示される。この十分条件は不等式 (14) と同値である。したがって $\hat{\delta}$ は $(0,1)$ 内の値である。 □

直感的にこの結果は、均衡の努力水準を特徴づける等式 (11)

$$\delta x^S\left[1-(1-a^*_{N,\delta})^N\right]=C'(a^*_{N,\delta})$$

を δ を 1 に、N を ∞ に向けて大きくすることによって、ファーストベストな努力水準を特徴づける等式

$$x^S=C(a^{FB})$$

に近づけることが可能であるため導かれる。

最後に、内部昇進で達成できる一人当たり期待利益をもう 1 つの基準点を用いて解釈する。それは有限責任を仮定した場合の賃金契約によって達成できる最大の一人当たり期待利益である。我々のモデルでは従業員たちの成果は独立に決まるので各従業員に対する個別契約のみを考えれば十分である (Green and Stokey, 1983)。成果に応じた賃金契約を $w=(w(x^S),w(x^F))$ とする。第 2 の基準点は次の最適化問題によって得られる。

$$\begin{aligned}\max_{a,w}\quad & a\{x^S-w(x^S)\}-(1-a)w(x^F)\\ \text{s.t.}\quad & a\in\arg\max_e ew(x^S)+(1-e)w(x^F)-C(e),\\ & w(x)\geqq 0\quad \text{for } x=x^S,x^F.\end{aligned}$$

この最適化問題によって得られる目的関数の最大値を π^{SB} と書くことにする。これが、有限責任が課せられた賃金契約による従業員一人当たりの期待利益の最大値である。

命題 6. 従業員一人当たりの期待利益が π^{SB} よりも大きくなる均衡を持つ割引因子と従業員の組 (δ,N) が存在する。

証明 . $\pi^{SB}<\pi^{FB}$ であるため、命題 5 を適用することにより導かれる。 □

情報の非対称性があり、更に有限責任を仮定している場合、賃金契約で達成できる企業の期待利益はファーストベスト水準よりも厳密に小さくなる。従業員たちの割引因子が 1 に近く、その数も十分多く、高い期待を共有する均衡ならば、命題 5 よ

りファーストベスト契約によって引き出すことのできる努力水準とほぼ同水準の努力を昇進競争によって引き出すことができ、ほぼ同水準の期待収益を得ることができる。したがってこの命題が導かれる。

割引因子が１に近く、従業員の数も十分多い状況について考える。この時、昇進競争により従業員からほぼファーストベスト水準の努力を引き出すことが可能である。これは、賃金契約のみを用いた場合に従業員に選択させる努力水準（いわゆるセカンドベスト水準）よりも大きくなる可能性がある。もし経営者が昇進競争に加え賃金契約も利用して従業員を動機づけることができたとしよう。しかし、経営者は均衡で賃金契約を利用しないだろう。なぜならば、賃金契約によって更に高水準の努力を引き出そうとした場合、限界費用は限界収益を上回るためである。この均衡は実証研究の結果によって描写される現実と整合的である。すなわち、成果給は適用されない一方、内部昇進によって従業員を動機づけるという現実である。

4　おわりに

本稿は、実証研究によって描写される現実と理論の乖離を埋めるべく、新たな昇進競争モデルを提示し、そのインセンティブとしての機能について検討した。ここで言う現実とは、多くの企業では成果給があまり利用されず、その代わりに昇進によって従業員を動機づける事が多いというものである。一方、理論の観点ではトーナメント、ひいては相対評価を利用した報酬制度が最適となるのは限られた状況のみであることが先行研究によって明らかにされている。この現実と理論の乖離を埋めるために、従業員が将来に対する期待によって動機づけられるトーナメントモデルを提案した。

より具体的に述べると、本稿にて提示された昇進競争モデルとは次のようなものである。無限期間継続する可能性のある企業を考え、各期１人の経営者と複数人の従業員がこの企業に在籍する。経営者は任期１期間であり、次期の経営者は従業員たちの昇進競争によって決められる。各期の経営者は残余請求権を持ち、その期に

生じた企業の利益を得ることができる。それゆえ、昇進競争における賞金は来期に生じる企業の利益である。競争の段階で従業員は当然来期の利益について知ることができないので、それに関する期待を持つ。この期待により、従業員たちは競争に勝つよう努力する。

従来のトーナメントモデルとの違いは、賞金の資金源と支払われるタイミングである。従来のトーナメントモデルでは、勝者が決まり次第、当期の経営者より賞金が支払われたが、本稿の昇進競争モデルでは、勝者は次期に企業で生じる利益を賞金として得る。それゆえ、当期の経営者は競争者に賃金を支払うことなく従業員を動機づけることができる。

分析の結果明らかになったことは、定常性・対称性を満たす均衡は存在し、割引因子が大きいほど、従業員が多いほど、従業員１人当たりの期待利益が大きくなることである。その結果、有限責任性の仮定を課した賃金契約によって達成できる水準以上の期待利益を内部昇進のみで達成できることが明らかになった。

本稿では経営者が昇進競争のみを利用して従業員を動機づける状況について考察した。もし企業が賃金契約を昇進と併用できる状況を考えたとしても、昇進なしの状況と比較して、賃金によるインセンティブの供与は控えめになることを本稿の結果から推測可能である。つまり、企業はほとんど昇進によって従業員を動機づけるだろう。これは上述の現実と整合的である。

本稿には多くの課題が残されている。第一に、任意の従業員の数に対し対称・定常均衡が存在することが示されたが、会社の従業員数が内生的に決めることができない点である。従業員を雇用することによる何らかの費用が発生するようモデルを拡張すべきである。第二に、階層の数が内生的に決まるようなモデルの拡張を考えるべきだ。本稿のモデルでは会社の階層数を固定して分析を進めたが、現実の企業を見ると、当然会社の規模に応じて階層数も変化しているため、従業員の数に応じて最適な階層数が決まるようなモデルの拡張が必要であろう。例えば、会社の階層数の増加は１人の上司が管理することのできる部下の数に限界があることから生じるため、部下の管理に何らかの費用が生じる拡張を考えるのがひとつの方法である。第三に、従業員の能力に関する異質性も導入したほうがいいだろう。昇進は従業員へのイン

センティブ供与のためだけでなく、従業員の選抜という機能も会社の中で果たしているためだ。以上に挙げた課題は全て分析の簡単化によって捨象された部分であり、これら三つの課題に加え、更に複雑なモデルを検討するのが今後の課題である。

5　付録

従業員 i の成果が x^S の場合の条件付き勝利確率は、

$$
\begin{aligned}
&\sum_{k=0}^{N-1}\binom{N-1}{k}a^k(1-a)^{N-1-k}\frac{1}{k+1}\\
&=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{(N-1)!}{(N-1-k)!k!}a^k(1-a)^{N-1-k}\frac{1}{k+1}\\
&=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{(N-1)!}{(N-1-k)!(k+1)!}a^k(1-a)^{N-1-k}\\
&=\frac{1}{aN}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{N!}{(N-1-k)!(k+1)!}a^{k+1}(1-a)^{N-1-k}.
\end{aligned}
$$

ここで $K=k+1$ とすると、

$$\frac{1}{aN}\sum_{K=1}^{N}\frac{N!}{(N-K)!K!}a^K(1-a)^{N-K}$$

が得られる。ここで二項定理を利用すると次が得られる。

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{aN}\sum_{K=1}^{N}\frac{N!}{(N-K)!K!}a^K(1-a)^{N-K}\\
&=\frac{1}{aN}\left[(a+(1-a))^N-(1-a)^N\right]\\
&=\frac{1}{aN}\left[1-(1-a)^N\right]\\
&=\frac{1}{aN}(1-(1-a))(1+(1-a)+\cdots+(1-a)^{N-1})\\
&=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}(1-a)^k.
\end{aligned}
$$

参考文献

[1] Aoyagi, M. (2010) "Information feedback in a dynamic tournament" *Games and Economic Behavior*, Vol. 70, pp. 242–260.

[2] Baker, G., Gibbs, M. and Holmstrom, B. (1994a) "The Internal Economics of the Firm: Evidence from Personnel Data" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, No. 4, pp. 881–919.

[3] ——. (1994b) "The Wage Policy of a Firm," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, No. 4, pp.921–955.

[4] Brown, C. and Hamilton, J. and Medoff, J.L. (1990) *Employers large and small*, Harvard Univ Pr.

[5] Bhattacharya, S. and Guasch, J. L. (1988) "Heterogeneity, Tournaments, and Hierarchies," *The Journal of Political Economy,* Vol. 96, No. 4, pp. 867–881.

[6] Doeringer, P.B. and Piore, M.J. (1985) *Internal labor markets and man-power analysis*, ME Sharpe Inc.

[7] Ederer, F. (2010) "Feedback and Motivation in Dynamic Tournaments" *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 19, No. 3, pp. 733–769.

[8] Fama, E. F. (1980) "Agency Problems and Theory of the Firm," *The Journal of Political Economy,* Vol. 88, No. 2, pp. 288–307.

[9] Green, J. R. and Storkey, N. L. (1983) "A Comparison of Tournaments and Contracts," *The Journal of Political Economy,* Vol. 91, No. 3, pp. 349–364.

[10] Gibbons, R. and Murphy, K. J. (1992) "Optimal Incentive Contracts in the Presence of Career Concerns: Theory and Evidence", *The Journal of*

Political Economy, Vol. 100, No. 3, pp. 468–505.

[11] Goltsman, M. and Mukherjee, A. (2011) " Interim Performance Feedback in Multistage Tournaments: The Optimality of Partial Disclosure" *Journal of Labor Economics,* Vol. 29, No. 2, pp. 229 –265.

[12] Holmstrom, B. (1999) "Managerial Incentive Problems: A Dynamic Perspective," *Review of Economic Studies,* Vol. 66, pp. 169–182.

[13] Lazear, E. P. and Rosen, S. (1981) "Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts" *The Journal of Political Economy,* Vol. 89, No. 5, pp. 841–864.

[14] MacLeod, W.B. and Parent, D. (1999) "Job characteristics and the form of compensation" *Research in Labor Economics*, Vol. 18, pp. 177-242.

[15] Moldbanu, B. and Sela, A. (2001) "The Optimal Allocation of Prizes in Contests," *The American Economic Review*, Vol. 91, No. 3. pp. 542–558.

[16] ——. (2006) "Contest architecture" *Journal of Economic Theory,* Vol. 126, pp. 70–96.

[17] Nalebuff, B. J. and Stiglitz, J. E. (1983) "Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition" *The Bell Journal of Economics*, Vol.14, No. 1, pp. 21–43.

[18] Rosen, S (1986) "Prizes and Incentives in Elimination Tournaments," *The American Economic Review*, Vol. 76, No. 4, pp. 701–715.

[19] Yun, J. (1997) "On the Efficiency of the Rank-Order Contract under Moral Hazard and Adverse Selection," *Journal of Labor Economics*, Vol. 15, No. 3, pp 466–494.

[20] 伊藤　秀史 (2003)『契約の経済理論』、有斐閣。

[21] 竹内　　洋 (1995)『日本のメリトクラシー: 構造と心性』、東京大学出版会。