三つの構造物の相互連結による減衰性能向上に関する研究

會田忠義(社会建設工学科)・麻生稔彦(社会建設工学科)
森　桂一(山口大学大学院)・藤井俊行(三菱重工業(株))

Improvement of Damping Performance of Three Structures by Interconnecting Method

Tadayoshi AIDA(Civil Engineering)・Toshihiko ASO(Civil Engineering)
Keiichi MORI(Civil Engineering)・Toshiyuki FUJII(Mitsubishi Heavy Industries Ltd.)

The procedure of improving the structural damping performance was proposed by interconnecting three structures with two connecting members consisting of a spring and a damper. The modal equations of the first mode of the interconnected structure were shown using equations for the motion of a three-degrees-of-freedom (3DOF) system with three masses and five springs. And the tuning method of a connecting element in the above 3DOF system to maximize the damping performance of the system was proposed. The approximate tuning method of the connecting member for maximizing the damping performance of the structures was proposed, using the tuning method of the connecting element in the 3DOF system. In numerical investigations for three towers, the usefulness of the approximate tuning method and the effectiveness of the interconnecting member were shown.

Key Words: *Structure, Vibration, Vibration control, Damping, Interconnection*

１．まえがき

構造物に対して減衰性能を向上させるための１手法として、構造物相互を減衰性能を有する部材で連結する方法があり、ケースバイケースで数値実験や模型実験によりこの手法の効果を確認して実構造物に適用されている。著者らはこれまでに、隣接する二つの構造物を連結部材（ばね・ダンパーから構成される部材）で相互に連結することにより、両構造物の減衰性能を向上させるための最適な連結方法を相互連結法として明らかにしてきた 1,2)。

隣接構造物の動特性などにより、三つの構造物を相互連結する場合が、より減衰性能の向上に効果的な場合が想定される。本研究では、三つの構造物を相互に連結して三つの構造物の減衰性能を等しく最大にする手法を提示し、その効果と適用限界などについて明らかにする。

ここで提示する相互連結法では、三つの構造物が並列に配置され連結部材で相互に連結された場合を対象とする。この連結部材の近似調整法は以下の手順で明らかにされた。すなわち、はじめに、相互連結時の三つの構造物の運動方程式から、各構造物単独時の固有マトリックスをもとに相互連結時のモード方程式を示した。三つのそれぞれの構造物の１次モードに注目し、他のモードの影響を削除するとき注目モードに対応したモード方程式が近似的に３質量５ばねからなる３自由度系の運動方程式に相当し、モード座標系で上記の３自由度系にモデル化されることを示した。ついで、この３自由度系における減衰性能は、三つの固有モードに対する固有振動数が一致し、かつ三つのモード減衰比が一致するとき最低次のモード減衰比が極大となることを示し、このモード座標系における条件を物理座標系、すなわち、実構造物に対する減衰効果を極大にする連結部材の調整条件、すなわち調整法としてを明らかにした。この調整法は、三つの構造物の１次モードのみに対する調整条件であり、構造全体の減衰効果を厳密な意味で極大にする方法ではない。従って、本調整法としては近似調整法と位置付ける。本研究では、この近似調整法の各種構造物に対する適用性を明らかにするのを目的とし、三つの連結された塔状構造物について解析例を示し、連結部材の調整法の有効性と減衰性能向上の効果ならびに適用限界を明らかにする。

2．相互連結された構造物の運動方程式とモード方程式

Fig.2.1 に示した連結部材で連結された骨組構造物の運動方程式と各構造物が単独な状態での固有マトリックスをもとに整理されたモード方程式を示す。

2.1 運動方程式

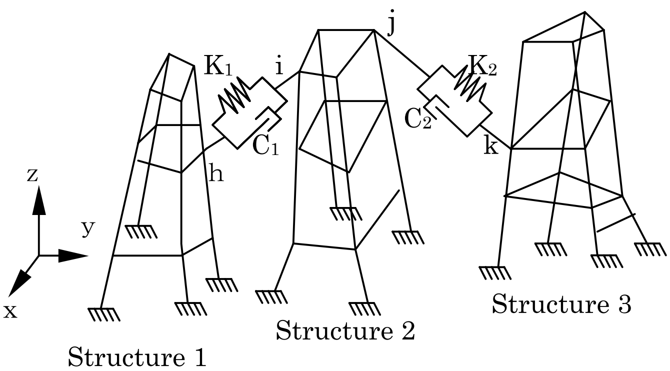

Fig.2.1 Interconnected Framed structures

Fig.2.1 に示した構造物１はＬ自由度、構造物２はＭ自由度、構造物３はＮ自由度とする。連結部材１により構造物１のｈ節点と構造物２のｉ節点が連結され,連結部材 2 により構造物２のｊ節点と構造物３のｋ節点が連結されたとする。連結部材１および２のばね係数をそれぞれK_1およびK_2、減衰係数をそれぞれC_1およびC_2とする。このとき運動方程式は、次式で表される。

構造物１の運動方程式

$$\mathbf{M}_1\ddot{\mathbf{d}}_1+\mathbf{K}_1\mathbf{d}_1+K_1(\mathbf{H}_1\mathbf{d}_1-\mathbf{H}_2\mathbf{d}_2)+C_1(\mathbf{H}_1\dot{\mathbf{d}}_1-\mathbf{H}_2\dot{\mathbf{d}}_2)=\mathbf{0} \tag{2.1}$$

構造物２の運動方程式

$$\mathrm{M}_2\ddot{\mathbf{d}}_2+\mathbf{K}_2\mathbf{d}_2+K_1(\mathbf{H}_3\mathbf{d}_2-\mathbf{H}_4\mathbf{d}_1)+C_1(\mathbf{H}_3\dot{\mathbf{d}}_2-\mathbf{H}_4\dot{\mathbf{d}}_1)+K_2(\mathbf{H}_5\mathbf{d}_2-\mathbf{H}_6\mathbf{d}_3)+C_2(\mathbf{H}_5\dot{\mathbf{d}}_2-\mathbf{H}_6\dot{\mathbf{d}}_3)=\mathbf{0} \tag{2.2}$$

構造物３の運動方程式

$$\mathbf{M}_3\ddot{\mathbf{d}}+\mathbf{K}_3\mathbf{d}_3+K_2(\mathbf{H}_7\mathbf{d}_8-\mathbf{H}_8\mathbf{d}_2)+C_2(\mathbf{H}_7\dot{\mathbf{d}}-\mathbf{H}_8\dot{\mathbf{d}}_2)=\mathbf{0} \tag{2.3}$$

ここで､$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3$：構造物１,2 および３の質量マトリックス、$\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3$:構造物１,2 および３の剛性マトリックス、$\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$: 構造物１, 2 および３の変位ベクトル、$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \mathbf{H}_4$:構造物１と 2 を結ぶ節点の位置と連結要素の影響を示すマトリックスで、$\mathbf{H}_1$は L×L、$\mathbf{H}_2$は L×M、$\mathbf{H}_3$は M×M､$\mathbf{H}_4$は M×L 要素で構成される。$\mathbf{H}_5, \mathbf{H}_6, \mathbf{H}_7, \mathbf{H}_8$:構造２と３を結ぶ節点の位置と連結要素の影響を示すマトリックスで、$\mathbf{H}_5$は M×M、$\mathbf{H}_6$は M×N、$\mathbf{H}_7$は N×N、$\mathbf{H}_8$は N×M 要素で構成される。 $\mathrm{K_i,C_i}$ (i=1,2)： 連結部材のばね係数と減衰係数である。

2.2 モード方程式

モード方程式を導くにあたって､連結部材の剛性は小さく､三つの構造物を連結した場合においても､連結された構造物の固有モードはそれぞれの構造物単独時の固有モードと類似していると想定した。また､連結部材が装着される位置での自由振動変位中､１次モードの占める割合が十分に大きいものとする。

今、構造物１について、１次モードの固有円振動数をω_{11}、固有ベクトルを$\boldsymbol{\phi}_{11}$で表し、構造物２について、１次モードの固有円振動数をω_{21}､固有ベクトルを$\boldsymbol{\phi}_{21}$で､構造物３について１次の固有有円振動数をω_{31}、固有ベクトルを$\boldsymbol{\phi}_{31}$で表す。

このとき、構造物１, 2 および３が相互に連結された状態の振動変位を､各構造物が単独の場合の固有ベクトルを用いて次のように表す。

$$\mathbf{d}_1=\mathbf{\Phi}_1\boldsymbol{\rho}_1(t),\ \mathbf{d}_2=\mathbf{\Phi}_2\boldsymbol{\rho}_2(t),\ \mathbf{d}_3=\mathbf{\Phi}_3\boldsymbol{\rho}_3(t) \tag{2.4}$$

ここで、$\mathbf{\Phi}_1, \mathbf{\Phi}_2, \mathbf{\Phi}_3$は、それぞれ構造物 1, 2 および３の単独時の固有マトリックスで､それぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{\Phi}_1&=[\boldsymbol{\varphi}_{11}, \boldsymbol{\varphi}_{12},\cdots \boldsymbol{\varphi}_{1o},\cdots\boldsymbol{\varphi}_{1L}],\\ \mathbf{\Phi}_2&=[\boldsymbol{\varphi}_{21}, \boldsymbol{\varphi}_{22},\cdots\boldsymbol{\varphi}_{2p},\cdots\boldsymbol{\varphi}_{2M}],\\ \mathbf{\Phi}_3&=[\boldsymbol{\varphi}_{31},\boldsymbol{\varphi}_{32},\cdots\boldsymbol{\varphi}_{3q},\cdots\boldsymbol{\varphi}_{3N}]\end{aligned} \tag{2.5}$$

$\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$および$\boldsymbol{\rho}_3$は時間に関する未知関数でそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho}_1&=\{\rho_{11}(t),\rho_{12}(t),\cdots\rho_{1o},\cdots\rho_{1L}\}^T,\\ \boldsymbol{\rho}_2&=\{\rho_{21}(t),\rho_{22}(t),\cdots\rho_{2p},\cdots\rho_{2M}\}^T,\\ \boldsymbol{\rho}_3&=\{\rho_{31}(t),\rho_{32}(t),\cdots\rho_{3q},\cdots\rho_{3N}\}^T\end{aligned} \tag{2.6}$$

固有ベクトルの直交条件および固有円振動数と固有ベクトルとの関係を用いて､運動方程式を整理すると､それぞれ下記のモード方程式が得られる。

式中、M_{1r}, M_{2s}, M_{3t}は それぞれ“構造物１”のｒ次の、“構造物２”のｓ次の、および “構造物３”のｔ次の一般化質量である。$U_{1hr}, V_{1hr}, W_{1hr}$は“構造物１”のｒ次モード時の節点ｈのｘ、ｙおよびｚ軸方向の変位で、$U_{2is}, V_{2is}, W_{2is}$および$U_{2js}, V_{2js}, W_{2js}$は “構造物２”のｓ次モード時の節点ｉおよびｊにおけるｘ、ｙおよびｚ軸方向の

変位で、$U_{3kt}, V_{3kt}, W_{3kt}$ は "構造物３"の t 次モード時の x 、y および z 軸方向の変位である。また、(l_1, m_1, n_1) および (l_2, m_2, n_2) はそれぞれ連結部材１および２の方向余弦である。

$$
\begin{aligned}
&M_{1r}\ddot{\rho}_{1r} + \omega_{1r}^2 M_{1r}\rho_{1r} + K_1 Z_{1rhi} + C_1 \dot{Z}_{1rhi} = 0 \\
&\quad Z_{1rhi} = (l_1 U_{1hr} + m_1 V_{1hr} + n_1 W_{1hr}) \\
&\qquad \times\{l_1(\sum_{o=1}^{L} U_{1ho}\rho_{1o} - \sum_{p=1}^{M} U_{2ip}\rho_{2p}) \\
&\qquad + m_1(\sum_{o=1}^{L} V_{1ho}\rho_{1o} - \sum_{p=1}^{M} V_{2ip}\rho_{2p}) \\
&\qquad + n_1(\sum_{o=1}^{L} W_{1ho}\rho_{1o} - \sum_{p=1}^{M} W_{2ip}\rho_{2p})\}, \\
&\qquad\qquad r = 1,2,\dots L
\end{aligned} \tag{2.7$_1$}
$$

$$
\begin{aligned}
&M_{2s}\ddot{\rho}_{2s} + \omega_{2s}^2 M_{2s}\rho_{2s} + K_1 Z_{2sih} + C_1 \dot{Z}_{2sih} \\
&\qquad K_2 Z_{2sjk} + C_2 \dot{Z}_{2sjk} = 0 \\
&\quad Z_{2sih} = (l_1 U_{2is} + m_1 V_{2is} + n_1 W_{2is}) \\
&\qquad \times\{l_1(\sum_{p=1}^{M} U_{2ip}\rho_{2p} - \sum_{o=1}^{L} U_{1ho}\rho_{1o}) \\
&\qquad + m_1(\sum_{p=1}^{M} V_{2ip}\rho_{2p} - \sum_{o=1}^{L} V_{1ho}\rho_{1o}) \\
&\qquad + n_1(\sum_{p=1}^{M} W_{2ip}\rho_{2p} - \sum_{o=1}^{L} W_{1ho}\rho_{1o})\}, \\
&\quad Z_{2sjk} = (l_2 U_{2js} + m_2 V_{2js} + n_2 W_{2js}) \\
&\qquad \times\{l_2(\sum_{p=1}^{M} U_{2jp}\rho_{2p} - \sum_{q=1}^{N} U_{3kq}\rho_{3q}) \\
&\qquad + m_2(\sum_{p=1}^{M} V_{2jp}\rho_{2p} - \sum_{q=1}^{N} V_{3kq}\rho_{3q}) \\
&\qquad + n_2(\sum_{p=1}^{M} W_{2jp}\rho_{2p} - \sum_{q=1}^{N} W_{3kq}\rho_{3q})\}, \\
&\qquad\qquad s = 1,2,\dots M
\end{aligned} \tag{2.7$_2$}
$$

$$
\begin{aligned}
&M_{3t}\ddot{\rho}_{3t} + \omega_{3t}^2 M_{3t}\rho_{3t} + K_2 Z_{3tkj} + C_2 \dot{Z}_{3tkj} = 0 \\
&\quad Z_{3tkj} = (l_2 U_{3kt} + m_2 V_{3kt} + n_2 W_{3kt}) \\
&\qquad \times\{l_2(\sum_{q=1}^{N} U_{3kq}\rho_{3q} - \sum_{p=1}^{M} U_{2jp}\rho_{2p}) \\
&\qquad + m_2(\sum_{q=1}^{N} V_{3kq}\rho_{3q} - \sum_{p=1}^{M} V_{2jp}\rho_{2p}) \\
&\qquad + n_2(\sum_{p=1}^{M} W_{3kq}\rho_{3q} - \sum_{p=1}^{M} W_{2jp}\rho_{2p})\} \\
&\qquad\qquad t = 1,2,\dots N
\end{aligned} \tag{2.7$_3$}
$$

３． 連結部材の近似調整法

実構造物では、低次モードの減衰性能、特に１次モードの減衰性能の向上が強く望まれる。これは高次モードの振動変位が、低次モードのそれに比べて小さい上に、比較的速やかに減衰するからである。本論文では、構造物の１次モードの減衰性能の向上を目的とする。したがって、本研究で提示する連結部材の調整法は構造物の１次モードの減衰性能を最大にする方法である。

連結部材の近似調整法は次の仮定の下で誘導した。1)相互連結されていない各構造物の固有円振動数は互いに接近していない。2)各構造物の１次モードにおける連結節点の変位は同じ構造物の他のモードにおける変位と比べてかなり大きい。3)連結部材は１次振動モードの腹の近傍に取り付ける。

上記の仮定の下では、各構造物の１次モード時の連結節点での変位は各構造物の自由振動時の変位の殆どを占め、高次モードの変位の占める割合は低い。したがって、式(2.7)中、次の関係が満たされる。

$$
\begin{aligned}
&U_{1h1} >> U_{1ho}, U_{2i1} >> U_{2ip}, U_{2j1} >> U_{2jp}, U_{3k1} >> U_{3kq} \\
&V_{1h1} >> V_{1ho}, V_{2i1} >> V_{2ip}, V_{2j1} >> V_{2jp}, V_{3k1} >> V_{3kq} \\
&W_{1h1} >> W_{1ho}, W_{2i1} >> W_{2ip}, W_{2j1} >> W_{2jp}, W_{3k1} >> W_{3kq}
\end{aligned} \tag{3.1}
$$

これらの関係から式(2.7)中の 1 次振動モードに関する項のみを取り出すことができる。
以下、三つの構造物の１次振動モードの連成振動状態における三つのモード減衰比が互いに等しく、最大となる連結部材のばね係数と減衰係数の調整法を示す。

3.1 モード方程式と 3 自由度系

式(2.7)中、各構造物の 1 次振動モードにのみ関連する項を取り出すと、モード方程式は次式で表される。

$$
\begin{aligned}
&M_{11}\ddot{\rho}_{11} + \omega_{11}^2 M_{11}\rho_{11} + K_1 Z_{11hi} + C_1 \dot{Z}_{11hi} = 0 \\
&\quad Z_{11hi} = (l_1 U_{1h1} + m_1 V_{1h1} + n_1 W_{1h1})\{(l_1 U_{1h1} + m_1 V_{1h1} \\
&\qquad + n_1 W_{1h1})\rho_{11} - (l_1 U_{2i1} + m_1 V_{2i1} + n_1 W_{2i1})\rho_{21}
\end{aligned} \tag{3.2$_1$}
$$

$$
\begin{aligned}
&M_{21}\ddot{\rho}_{21} + \omega_{21}^2 M_{21}\rho_{21} + K_1 Z_{21ih} + C_1 \dot{Z}_{21ih} \\
&\qquad K_2 Z_{21jk} + C_2 \dot{Z}_{21jk} = 0 \\
&\quad Z_{21ih} = (l_1 U_{2i1} + m_1 V_{2i1} + n_1 W_{2i1})\{(l_1 U_{2i1} + m_1 V_{2i1} \\
&\qquad + n_1 W_{2i1})\rho_{21} - (l_1 U_{1h1} + m_1 V_{1h1} + n_1 W_{1h1})\rho_{11}\} \\
&\quad Z_{2sjk} = (l_2 U_{2j1} + m_2 V_{2j1} + n_2 W_{2j1})\{(l_2 U_{2j1} + m_2 V_{2j1} \\
&\qquad + n_2 W_{2j1})\rho_{21} - (l_2 U_{3k1} + m_2 V_{3k1} + n_2 W_{3k1})\rho_{31}\}
\end{aligned} \tag{3.2$_2$}
$$

$$M_{31}\ddot{\rho}_{31}+\omega_{31}^2 M_{31}\rho_{31}+K_2 Z_{31kj}+C_2\dot{Z}_{31kj}=0$$
$$Z_{31kj}=(l_2U_{3k1}+m_2V_{3k1}+n_2W_{3k1})\{(l_2U_{3k1}+m_2V_{3k1}+n_2W_{3k1})\rho_{31}-(l_2U_{2j1}+m_2V_{2j1}+n_2W_{2j1})\rho_{21}\} \quad (3.2)_3$$

ここで，次の置換をおこなう。

$$\begin{aligned}{}_1D_{1h1}&=l_1U_{1h1}+m_1V_{1h1}+n_1W_{1h1},\\ {}_1D_{2i1}&=l_1U_{2i1}+m_1V_{2i1}+n\ W_{2i1},\\ {}_2D_{2j1}&=l_2U_{2j1}+m_2V_{2j1}+n_2W_{2j1},\\ {}_2D_{3k1}&=l_2U_{3k1}+m_2V_{3k1}+n_2W_{3k1}.\end{aligned} \quad (3.3)$$

さらに、次のように置くと、

$$\alpha_1={}_1D_{1h1}^2,\quad \beta_1=\frac{{}_1D_{2i1}}{{}_1D_{1h1}},$$
$$\alpha_2=\frac{{}_1D_{1h1}^2\cdot{}_1D_{2h1}^2}{{}_1D_{2i1}^2},\quad \beta_2=\frac{{}_1D_{2i1}\cdot{}_2D_{3k1}^2}{{}_1D_{1h1}\cdot{}_2D_{2h1}^2} \quad (3.4)$$

式(3.2)は次式となる。

$$M_{11}\ddot{\rho}_{11}+\omega_{11}^2M_{11}\rho_{11}+\alpha_1K_1(\rho_{11}-\beta_1\rho_{21})+\alpha_1C_1(\dot{\rho}_{11}-\beta_1\dot{\rho}_{11})=0 \quad (3.5)_1$$

$$\frac{M_{21}}{\beta_1^2}(\beta_1\ddot{\rho}_{21})+\frac{\omega_{21}^2M_{21}}{\beta_1^2}(\beta_1\rho_{21})+\alpha_1K_1(\beta_1\rho_{21}-\rho_{11})+\alpha_1C_1(\beta_1\dot{\rho}_{21}-\dot{\rho}_{11})+\alpha_2K_2(\beta_1\rho_{21}-\beta_2\rho_{31})+\alpha_2C_2(\beta_1\dot{\rho}_{21}-\beta_2\dot{\rho}_{31})=0 \quad (3.5)_2$$

$$\frac{M_{31}}{\beta_2^2}(\beta_2\ddot{\rho}_{31})+\frac{\omega_{31}^2M_{31}}{\beta_2^2}(\beta_2\rho_{31})+\alpha_2K_2(\beta_2\rho_{31}-\beta_1\rho_{21})+\alpha_2C_2(\beta_2\dot{\rho}_{31}-\beta_1\dot{\rho}_{21})=0 \quad (3.5)_3$$

上記式(3.5)は Fig.3.1 に示す３自由度系(３質量５ばね系)の運動方程式と等しい。したがって、“構造物１”、“構造物２”および “構造物３”の１次振動モードの減衰性能は，振動変位が式(2.4)で表されることから、Fig.3.1 中

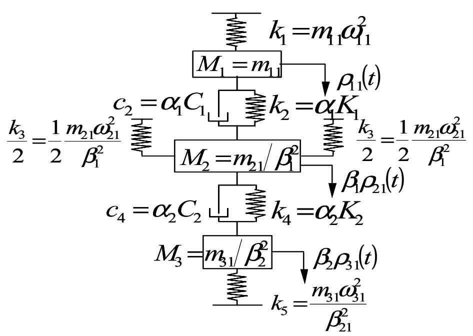

Fig. 3.1 Three-degrees-of-freedom system

の $\rho_{11}(t), \rho_{21}(t)$ および $\rho_{31}(t)$ の減衰性能の最大化により向上される。

以下に Fig.3.1 に示した３自由度系中の連結要素のばね係数と減衰係数の算定方法を記述し、相互連結された構造物の各々の１次モードの減衰性能を最大にする連結部材の調整法を示す。

3.2 ３自由度系の連結要素の調整法

Fig.3.1 中の質量,ばね係数,減衰係数および変位を次のように置換するとき、

$$M_1=m_{11},\ M_2=\frac{m_{21}}{\beta_1^2},\ M_3=\frac{m_{31}}{\beta_2^2},\ k_1=\omega_{11}^2m_{21},$$
$$k_2=\alpha_1K_1,\ k_3=\frac{\omega_{21}^2m_{21}}{\beta_1^2},\ k_4=\alpha_2K_2,\ k_5=\frac{\omega_{31}^2m_{31}}{\beta_2^2},$$
$$c_2=\alpha_1C_1,\ c_4=\alpha_2C_2,\ x_1=\rho_{11}(t),\ x_2=\beta_1\rho_{21}(t),$$
$$x_3=\beta_2\rho_{31}(t) \quad (3.6)$$

式(3.5)は次式に書き直される。

$$\begin{aligned}&M_1\ddot{x}_1+k_1x_1+c_2(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+k_2(x_1-x_2)=0\\ &M_2\ddot{x}_2+k_3x_2+c_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_2(x_2-x_1)+c_4(\dot{x}_2-\dot{x}_3)+k_4(x_2-x_3)=0\\ &M_3\ddot{x}_3+k_5x_3+c_4(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+k_4(x_3-x_2)=0\end{aligned} \quad (3.7)$$

式(3.7)で表される 3 自由度系は三つの固有円振動数 ω_1,ω_2 および ω_3 と三つのモード減衰比 ξ_1,ξ_2 および ξ_3 を有する。これらの値は二つの連結要素のばね係数 k_2 および k_4 と減衰係数 c_2 および c_4 が変化するとき、Fig.3.2~Fig.3.5 に示す挙動と同じ挙動を呈することが明らかになった。

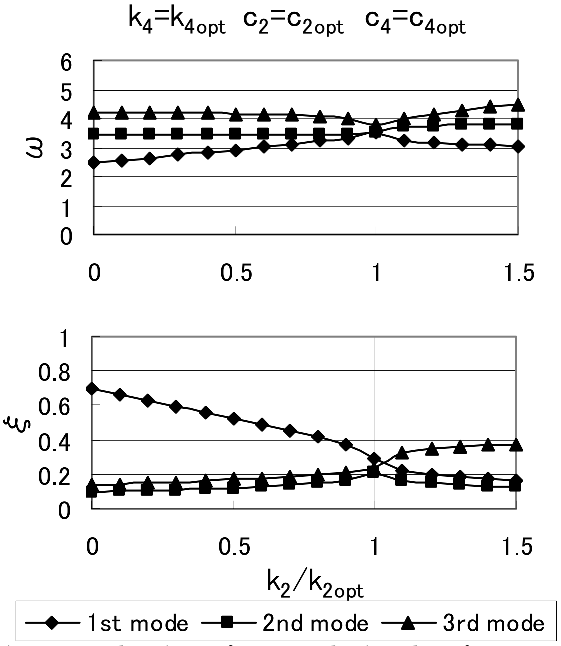

Fig.3.2 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in connecting spring constant k_2

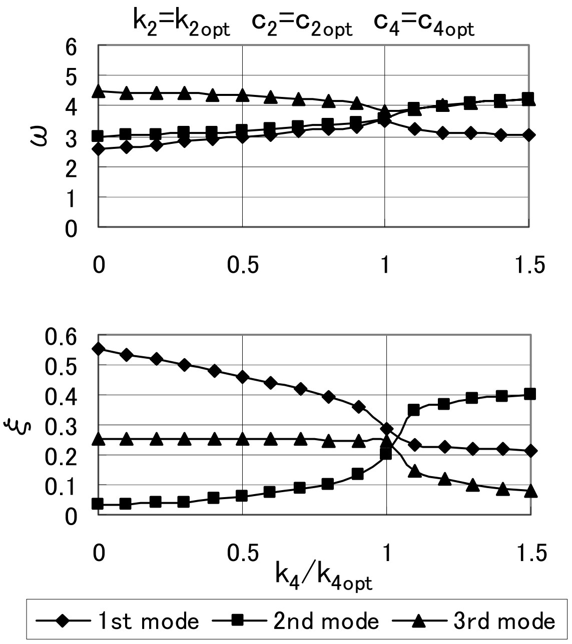

Fig.3.3 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in connecting spring constant k_4

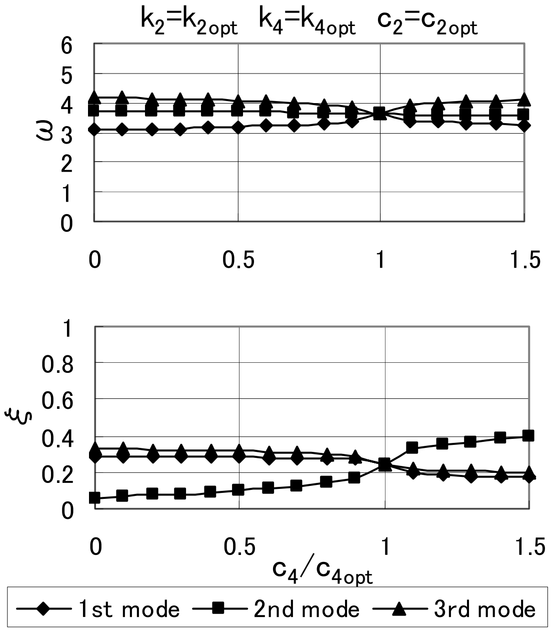

Fig.3.5 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in connecting damping coefficient c_4

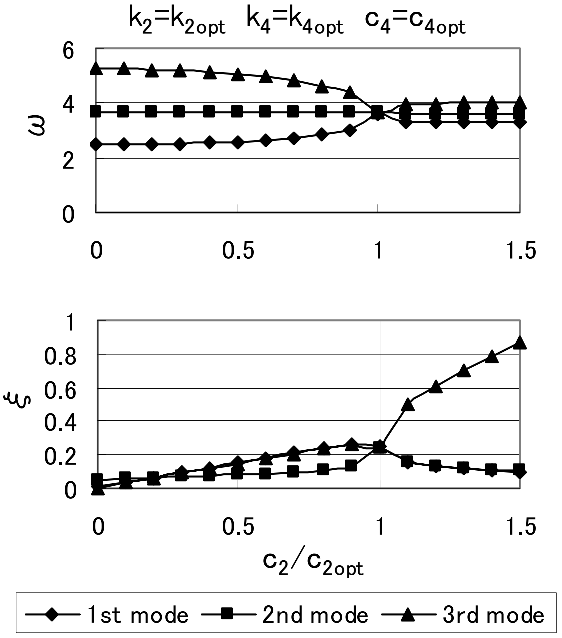

Fig.3.4 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in connecting damping coefficient c_2

これらの図は、$M_1=M_2=M_3=46.58$kg,$k_1=230.20$ N/m, $k_3=69.06$N/m, $k_5=138.12$N/m,のとき、連結ばねのばね係数 k_2 と k_4 および減衰係数 c_2 と c_4 が変動するときの固有円振動数とモード減衰比の挙動を示す。

Fig.3.2 は、減衰係数 c_2 および c_4 がそれぞれある特定の値 c_{2opt} および c_{4opt} をとり、ばね係数 k_4 がある特定の値をとるとき、ばね係数 k_2 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の変化を示している。Fig.3.3 は、減衰係数 c_2 および c_4 がそれぞれある特定の値 c_{2opt} および c_{4opt} をとり、ばね係数 k_2 がある特定の値をとるとき、ばね係数 k_4 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の変化を示している。Fig.3.4 は、ばね係数 k_2 および k_4 がそれぞれある特定の値 k_{2opt} および k_{4opt} をとり、減衰係数 c_4 がある特定の値 c_{4opt} を取るときの c_2 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の変化を示す。横軸は c_2 をある特定値 c_{2opt} で無次元化した値で示している。Fig.3.5 は、ばね係数 k_2 および k_4 がそれぞれある特定の値 k_{2opt} および k_{4opt} をとり、減衰係数 c_2 がある特定の値 c_{2opt} を取るときの c_4 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の変化を示す。横軸は c_4 はある特定値 c_{4opt} で無次元化した値で示している。

これらの図から 3 質量 5 ばね系は次の特性を有することが明らかになった。すなわち、ばね係

数 k2 および k4 がそれぞれ k2opt および k4opt をとり、減衰係数 c2 および c4 がそれぞれ c2opt および c4opt を取るとき、三つの固有円振動数は等しくある値 ω_{opt} なり、三つのモード減衰比は等しく ξ_{opt} なる。k2≠k2opt,k4≠k4opt, c2≠c2opt, c4≠c4opt の場合、モード減衰比 ξ_1,ξ_2,ξ_3 のいずれか一つあるいは二つが ξ_{opt} より小さくなり、最も低いモード減衰比が最大になるのは、k2＝k2opt, k4＝k4opt, c2＝c2opt, c4＝c4opt のときである。このとき、三つの固有円振動数は等しく、かつ三つのモード減衰比も等しい。言い換えれば、3 質量 5 ばねからなる 3 自由度系の減衰性能は $\omega_1=\omega_2=\omega_3$ で、かつ $\xi_1=\xi_2=\xi_3$ のとき最大となる。

以下に、$\omega_1=\omega_2=\omega_3$ でかつ、$\xi_1=\xi_2=\xi_3$ の時の k2opt および k4opt（最適ばね係数）と c2opt および c4opt（最適減衰係数）を算定する。
式(3.7)の解を次式で表すとき、

$$x_1=\bar{x}_1 e^{\lambda t},\ x_2=\bar{x}_2 e^{\lambda t},\ x_3=\bar{x}_3 e^{\lambda t} \tag{3.8}$$

特性方程式は次式で表される。ここで、λ は特性指数である。

$$\begin{vmatrix} M_1\lambda^2+c_2\lambda+(k_1+k_2) & -c_2\lambda-k_2 & 0 \\ -c_2\lambda-k_2 & M_2\lambda^2+(c_2+c_4)\lambda+(k_2+k_3+k_4) & -c_4\lambda-k_4 \\ 0 & -c_4\lambda-k_4 & M_3\lambda^2+c_4\lambda+(k_4+k_5) \end{vmatrix}=0 \tag{3.9}$$

上式は、次の λ に関する 6 次方程式となる。

$$\lambda^6+A\lambda^5+B\lambda^4+C\lambda^3+D\lambda^2+E\lambda+F=0 \tag{3.10}$$

ここで、

$$A=(2h_1\nu_1)(1+\mu_1)+(2h_2\nu_5)(1+\mu_2)$$

$$B=(1+\mu_1+\mu_1\mu_2)(2h_1\nu_1)(2h_2\nu_5)+\nu_1^2\{1+(1+\mu_1)f_2^2+f_3^2+(1+\mu_2)f_4^2+f_5^2\}$$

$$C=(2h_1\nu_1)\nu_1^2\{1-\mu_2 f_2^2+\mu_1(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2)+\mu_2 f_3^2+(1+\mu_1)(f_4^2+f_5^2)+(2h_2\nu_5)\nu_1^2\{(1+\mu_2)(1+\mu_1 f_2^2)+(f_2^2+f_3^2)+\mu_2 f_5^2\}$$

$$D=(2h_1\nu_1)(2h_2\nu_5)\nu_1^2\{1+(\mu_1-\mu_2)f_2^2+\mu_1 f_3^2+\mu_1\mu_2 f_5^2\}+\nu_1^4[-\mu_2(f_2^4+f_4^4)+(1+\mu_1 f_2^2)\times(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2)+\{1+(1+\mu_1)f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2\}(f_4^2+f_5^2)]$$

$$E=(2h_1\nu_1)\nu_1^4[\{1-\mu_2 f_2^2+\mu_1(f_2^2+f_3^2+\mu_1\mu_2 f_4^2)\}\times(f_4^2+f_5^2)-\mu_1\mu_2 f_4^4]+(2h_2\nu_5)\nu_1^4\{(1+\mu_1 f_2^2)\times(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_5^2)-\mu_2 f_2^4\}$$

$$F=\nu_1^6\{(1+\mu_1 f_2^2)(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2)(f_4^2+f_5^2)-\mu_2 f_2^4(f_4^2+f_5^2)-\mu_2 f_4^4(1+\mu_1 f_2^2)\} \tag{3.11}$$

上式中の記号は下記のとおりである。

$$f_2=\frac{\nu_2}{\nu_1},\quad f_3=\frac{\nu_3}{\nu_1},\quad f_4=\frac{\nu_4}{\nu_1},\quad f_5=\frac{\nu_5}{\nu_1} \tag{3.12}$$

$$\mu_1=\frac{M_2}{M_1},\quad \mu_2=\frac{M_3}{M_2},\quad \nu_1^2=\frac{k_1}{M_1},\quad \nu_2^2=\frac{k_2}{M_2},\quad \nu_3^2=\frac{k_3}{M_2},\quad \nu_4^2=\frac{k_4}{M_3},\quad \nu_5^2=\frac{k_5}{M_3},\quad a_2=\frac{c_2}{2M_2},\quad a_4=\frac{c_4}{2M_3},\quad h_1=\frac{a_2}{\nu_1},\quad h_2=\frac{a_4}{\nu_5} \tag{3.13}$$

式(3.10)の根は、一般に次の共役複素数で表される。

$$\lambda_m=a_m\pm ib_m,\qquad (m=1,2,3) \tag{3.14}$$

このとき、1 自由度系の結果を適用して、λ_m は次式で表される。

$$\lambda_m=-\xi_m\omega_m\pm i\omega_m\sqrt{1-\xi_m^2} \tag{3.15}$$

ここで、ω_m は m 次の非減衰固有円振動数、ξ_m は m次のモード減衰比で、それぞれ次式で表される。

$$\omega_m=\sqrt{a_m^2+b_m^2},\quad \xi_m=\frac{-a_m}{\sqrt{a_m^2+b_m^2}} \tag{3.16}$$

連結系の減衰性能が最大(最低次のモード減衰比が最大)となる条件、すなわち、$\omega_1=\omega_2=\omega_3$ でかつ、$\xi_1=\xi_2=\xi_3$ は、式(3.16)より明らかなように $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3$ に相当する。したかった、減衰性能最大のときの k2opt および k4opt（最適ばね係数）と c2opt および c4opt（最適減衰係数）は、式(3.10)が 3 重根を持つと言う条件から求められる。3 重根を次式で表すとき、

$$\lambda=a\pm ib \tag{3.17}$$

3 重根(3.17)を有する特性方程式は次式で表される。

$$\{\lambda-(a+ib)\}^3\{\lambda-(a-ib)\}^3=0 \tag{3.18}$$

上式を展開すると下記の λ に関する代数方程式となる。

$$\lambda^6-6a\lambda^5+3(5a^2+b^2)\lambda^4-4a(5a^2+3b^2)\lambda^3+3(a^2+b^2)(5a^2+b^2)\lambda^2-6a(a^2+b^2)^2\lambda+(a^2+b^2)^3=0 \tag{3.19}$$

特性方程式(3.10)が 3 重根を持つとき、根(3.17)の a および b は式(3.10)と式(3.19)の式中、λ の同じ冪数の係数を等置する関係式(3.20)より得られる。

$$F_1=(2h_1\nu_1)(1+\mu_1)+(2h_2\nu_5)(1+\mu_2)+6a=0$$

$$F_2=(1+\mu_1+\mu_1\mu_2)(2h_1\nu_1)(2h_2\nu_5)+\nu_1^2\{1+(1+\mu_1)f_2^2 + f_3^2+(1+\mu_2)f_4^2+f_5^2\}-3(5a^2+b^2)=0$$

$$F_3=(2h_1\nu_1)\nu_1^2\{1-\mu_2 f_2^2+\mu_1(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2) +\mu_2 f_3^2+(1+\mu_1)(f_4^2+f_5^2)+(2h_2\nu_5)\nu_1^2\{(1 +\mu_2)(1+\mu_1 f_2^2)+(f_2^2+f_3^2)+\mu_2 f_5^2\}+4a(5a^2 +3b^2)=0$$

$$F_4=(2h_1\nu_1)(2h_2\nu_5)\nu_1^2\{1+(\mu_1-\mu_2)f_2^2+\mu_1 f_3^2 +\mu_1\mu_2 f_5^2\}+\nu_1^4[-\mu_2(f_2^4+f_4^4)+(1+\mu_1 f_2^2) \times(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2)+\{1+(1+\mu_1)f_2^2+f_3^2 +\mu_2 f_4^2\}(f_4^2+f_5^2)]-3(a^2+b^2)(5a^2+b^2)=0$$

$$F_3=(2h_1\nu_1)\nu_1^4[\{1-\mu_2 f_2^2+\mu_1(f_2^2+f_3^2+\mu_1\mu_2 f_4^2)\} \times(f_4^2+f_5^2)-\mu_1\mu_2 f_4^4]+(2h_2\nu_5)\nu_1^4\{(1+\mu_1 f_2^2) \times(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_5^2)-\mu_2 f_2^4\}+6a(a^2+b^2)^2=0$$

$$F_6=\nu_1^6\{(1+\mu_1 f_2^2)(f_2^2+f_3^2+\mu_2 f_4^2)(f_4^2+f_5^2) -\mu_2 f_2^4(f_4^2+f_5^2)-\mu_2 f_4^4(1+\mu_1 f_2^2)\} -(a^2+b^2)^3=0 \tag{3.20}$$

すなわち、式(3.20)を a, b, h_1, h_2, f_2^2 および f_4^2 を未知数とする 6 元連立方程式を解くことにより得られる。

連立方程式(3.20)は非線形であるため、解析的に解くことはできないが、数値解析により上記の未知量を求めることができる。ここでは、Newton-Raphson 法による逐次近似計算の手順を示す。

式(3.20)おいて下記の置換を行う。

$$2h_1\nu_1=X_1,\ 2h_2\nu_5=X_2,\ f_2^2=Y_1,\ f_4^2=Y_2 \tag{3.21}$$

このとき式(3.20)は次式で表される。

$$\begin{aligned}
&F_1(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,\\
&F_2(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,\\
&F_3(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,\\
&F_4(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,\\
&F_5(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,\\
&F_6(X_1,X_2,Y_1,Y_2,a,b)=0,
\end{aligned} \tag{3.22}$$

今，変数 X_1, X_2, Y_1, Y_2, a, b の第 n 近似値をそれぞれ $X_{1n}, X_{2n}, Y_{1n}, Y_{2n}, a_n, b_n$ で表し、その補正量をそれぞれ $\Delta X_{1n}, \Delta X_{2n}, \Delta Y_{1n}, \Delta Y_{2n}, \Delta a_n, \Delta b_n$ で表す。このとき第 n 近似値近傍で Taylor 展開し、補正量の 2 次以上の項を無視すると、式(3.22)はそれぞれ次式で表される。

$$F_{N,X_1}\big|_n \Delta X_{1n}+F_{N,X_2}\big|_n \Delta X_{2n}+F_{N,Y_1}\big|_n \Delta Y_{1n} +F_{N,Y_2}\big|_n \Delta Y_{2n}+F_{N,a}\big|_n \Delta a_n+F_{N,b}\big|_n \Delta b_n=-F_N\big|_n$$

$$N=1,2,\cdots 6 \tag{3.23}$$

ここで、

$$F_N\big|_n=F_N(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,X_1}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial X_1}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial X_1}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,X_2}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial X_2}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial X_2}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,Y_1}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial Y_1}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial Y_1}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,Y_2}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial Y_2}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial Y_2}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,a}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial a}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial a}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$F_{N,b}\big|_n=\left.\frac{\partial F_N}{\partial b}\right|_n=\frac{\partial F_N}{\partial b}(X_{1n},X_{2n},Y_{1n},Y_{2n},a_n,b_n)$$

$$N=1,2,\cdots 6 \tag{3.24}$$

式(3.23)の $\Delta X_{1n}, \Delta X_{2n}, \Delta Y_{1n}, \Delta Y_{2n}, \Delta a_n, \Delta b_n$ に関する 6 元連立方程式を解くことにより、第 n 次近似値に関する補正量が求められ、第 n+1 近似値が次式により求められる。

$$\begin{aligned}
&X_{1n+1}=X_{1n}+\Delta X_{1n},\quad X_{2n+1}=X_{2n}+\Delta X_{2n},\\
&Y_{1n+1}=Y_{1n}+\Delta Y_{1n},\quad Y_{2n+1}=Y_{2n}+\Delta Y_{2n},\\
&a_{n+1}=a_n+\Delta a_n,\quad b_{n+1}=b_n+\Delta b_n
\end{aligned} \tag{3.25}$$

同様にして、$X_{1n+1}, X_{2n+1}, Y_{1n+1}, Y_{2n+1}, a_{n+1}, b_{n+1}$ に対する補正量を求め、第 n+1 近似値を求める。

以下、繰り返しにより補正量 $\Delta X_{1n}, \Delta X_{2n}, \Delta Y_{1n}, \Delta Y_{2n}, \Delta a_n, \Delta b_n$ を所定の精度内に入るまで繰り返し計算を行う。最終値として得られた X_1, X_2, Y_1, Y_2 より、式(3.21)、(3.12)および(3.13)を用いて、3 自由度系の連結要素の特性値 c_2、c_4、k_2 および k_4 は次式で与えられる。

$$2h_1\nu_1=2a_2=\frac{c_2}{M_2}=X_1,\quad \therefore c_2=X_1M_2,$$

$$2h_2\nu_5=2a_4=\frac{c_4}{M_3}=X_3,\quad \therefore c_4=X_2M_3,$$

$$f_2^2=\frac{\nu_2^2}{\nu_1^2}=\frac{k_2}{M_2}\times\frac{M_1}{k_1}=Y_1,\quad \therefore k_2=\mu_1k_1Y_1,$$

$$f_4^2=\frac{\nu_4^2}{\nu_1^2}=\frac{k_4}{M_3}\times\frac{M_1}{k_1}=Y_2,\quad \therefore k_4=\mu_2k_1Y_2, \tag{3.26}$$

さらに、系の固有円振動数 ω およびモード減衰比 ξ が重根の実部 a および虚部 b より次式で与えられる。

$$\omega = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \xi = \frac{-a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{3.27}$$

3.3　連結部材の調整法

前項において求められた３自由度系の連結要素のばね係数および減衰係数を用いて、実構造物の連結部材のばね係数と減衰係数の算出方法を以下に示す。

３自由度系における連結要素の特性値 k_2、k_4、c_2 および c_4 と実構造物の連結部材の特性値 K_1、K_2、C_1 および C_2 は次の関係を有する。

$$k_2 = \alpha_1 K_1, \quad k_4 = \alpha_2 K_2, \quad c_2 = \alpha_1 C_1, \quad c_4 = \alpha_2 C_2 \tag{3.28}$$

連結要素の特性値 k_2、k_4、c_2 および c_4 は式(3.26)で与えられることから、実構造物の連結部材の特性値 K_1、K_2、C_1 および C_2 は次式で与えられる。

$$K_1 = \frac{\mu_1 k_1 Y_1}{\alpha_1}, \quad K_2 = \frac{\mu_2 k_1 Y_2}{\alpha_2}, \quad C_1 = \frac{M_2 X_1}{\alpha_1}, \quad C_2 = \frac{M_3 X_2}{\alpha_2} \tag{3.29}$$

相互に連結される各々の構造物の１次モードの減衰性能を等しく最大にする連部材の調整手順を以下に示す。

1) 連結される構造物の材料、構造の幾何学的定数ならびに境界条件が明らかなとき、質量マトリックス（$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3$）と剛性マトリックス（$\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3$）を算定する。
2) 前段で算定された質量マトリックスと剛性マトリックスを用いて各構造物の１次振動の固有円振動数（$\omega_{11}, \omega_{21}, \omega_{31}$），固有ベクトル（$\boldsymbol{\varphi}_{11}, \boldsymbol{\varphi}_{21}, \boldsymbol{\varphi}_{31}$），一般化質量（$M_{11}, M_{21,} M_{31}$）を算定する。
3) 構造物１の連結点 h，構造物２の連結 i と j および構造物３の連結点 k を設定する。これらの連結点の節点座標から連結部材１および２の方向余弦 (l_1, m_1, n_1) および (l_2, m_2, n_2) を算出する。
4) 構造物１の１次モードでの節点 h における変位 $U_{1h1}, V_{1h1}, W_{1h1}$ はモードベクトル $\boldsymbol{\varphi}_{11}$ から、構造物２の１次モードでの節点 i と j の変位 $U_{2i1}, V_{2i1}, W_{2i1}$ および $U_{2j1}, V_{2j1}, W_{2j1}$ はモードベクトル $\boldsymbol{\varphi}_{21}$ から、構造物３の１次モードでの節点における k 変位 $U_{3k1}, V_{3k1}, W_{3k1}$ はモードベクトル $\boldsymbol{\varphi}_{31}$ から決まる。
5) 連結部材の方向余弦と変位を用いて、式(3.4)から $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ を算定する。さらに式(3.6)より３自由度系の $M_1, M_2, M_3, k_1, k_3, k_5$, を算定する。
6) これらの値を用いて、式(3.12)および(3,13)の諸量を計算して連立方程式(3.20)の係数を算定する。
7) $2h_1\nu_1 (= X_1), 2h_2\nu_5 (= X_2), f_2^2 (= Y_1), f_4^2 (= Y_2)$，$a, b$ を未知量として連立方程式(3.20)解き、式(3.26)と(3.29)より連結部材の特性値と、連結時の固有円振動数とモード減衰比が式(3.27)から求められる。

3.4　調整法の適用限界

３自由度系における三つのモード減衰比が等しく最大となる時の連結要素の最適ばね係数と減衰係数,すなわち連結される三つの構造物の１次モードのモード減衰比が等しく最大となる連結部材の最適ばね係数と減衰係数は既述のように、数学的には式(3.22)を解くことにより得られる。しかし、三つの構造物の構造特性(一般化質量、固有円振動数)によっては、連結ばね係数あるいは減衰係数に負の値をとる場合がある。ばね係数と減衰係数が負の値をとることは現実的でない(連結部材にアクチュエーターを用いることにより、ばね係数および減衰係数に負の値をあたえる事は可能であるが)。

ばね係数および減衰係数が負値を取る場合は、三つのモード減衰比を等しく最大にする連結部材を求めるために、ここで提示する調整法は適用できない。どのような構造特性の場合、適用可能であるか、すべての場合を明らかにすることは不可能であるが、１例として構造物１と２の一般化質量の比が $M_2/M_1 = M_{21}/\beta_1^2 M_{11} = 0.8$ の場合について、$M_3/M_1 = M_{31}/\beta_2^2 M_{11}$、固有円振動数比

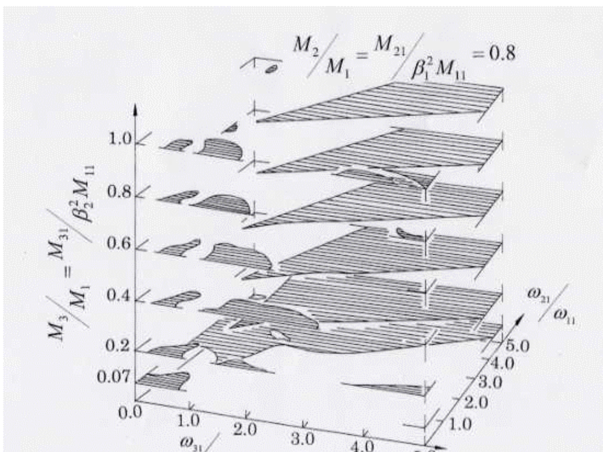

Fig. 3.6 Feasible regions of interconnecting method

ω_{21}/ω_{11}，　ω_{31}/ω_{11} の変動空間での調整法可能な領域を Fig.3.6 に示す。
実際の設計のあたっては、対象とする構造物の一般化質量、固有円振動数、連結部材の取付け位置（β_1^2, β_2^2）により、本研究で提示する調整法が適用可能であるか否か調査し、可能である場合、前述の手順に従った設計すべきである。

4．並立する塔への適用例

数値計算例として並立する三つの塔を連結する場合を採用し、相互連結調整法の妥当性と有効性を検討した。Table 4.1 に示す構造諸元と 1 次の一般化質量と固有円振動数を有する塔を対象とする。連結部材は Fig. 4.1 に示すように、塔の基部から８０％の位置に取り付けた。

Table 4.1 Geometrical constants and dynamic characteristics

諸元　　　　＼Tower	1	2	3
塔高さ(m)	30	30	30
曲げ剛性(Nm^2)　×10^6	2.485	0.2237	0.8946
単位長さ質量(Kg/m)	1.553	1.553	1.553
一般化質量(Kg)	46.58	46.58	46.58
固有振動数(rad/sec)	4.947	1.492	2.983

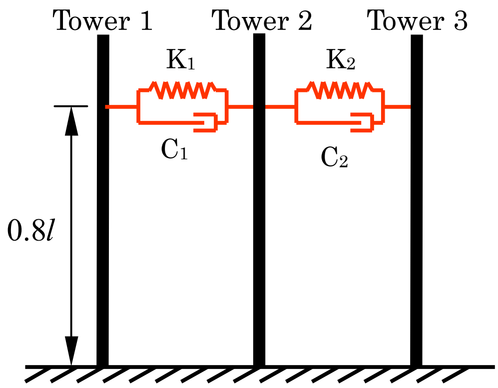

Fig. 4.1 Interconnected towers

この場合、近似調整法により求めた連結部材 1 および 2 の最適ばね係数および最適減衰係数は下記の通りであった。

$$K_{1opt} = 62.66(N/m), \quad K_{2opt} = 66.85(N/m)$$

$$C_{1opt} = 53.95(N \cdot s/m), \quad C_{2opt} = 4.773(N \cdot s/m)$$

また、三つのモード減衰比が等しく最大となるモード減衰比およびこのときの固有円振動数は下記の通りであった。

$$\xi_{\max} = 0.244, \quad \omega_{opt} = 3.620 rad/\sec$$

近似調整法の妥当性を検証するために、連結部材のばね係数と減衰係数を下記のような 4 ケースについて 1 次、2 次および 3 次の固有円振動数とモード減衰比の挙動を調べた。

ケース１：

$K_1: change \qquad K_{2opt} = 66.85(N/m)$

$C_{1opt} = 53.95(N \cdot s/m), \quad C_{2opt} = 4.773(N \cdot s/m)$

ケース２：

$K_{1opt} = 62.66(N/m), \quad K_2: change$

$C_{1opt} = 53.95(N \cdot s/m), \quad C_{2opt} = 4.773(N \cdot s/m)$

ケース 3:

$K_{1opt} = 62.66(N/m), \quad K_{2opt} = 66.85(N/m)$

$C_1: change \qquad C_{2opt} = 4.773(N \cdot s/m)$

ケース 4:

$K_{1opt} = 62.66(N/m), \quad K_{2opt} = 66.85(N/m)$

$C_{1opt} = 53.95(N \cdot s/m), \quad C_2 = change$

ケース 1 の K_1 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の挙動を Fig.4.2 に、ケース２の K_2 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の挙動を Fig.4.3 に、ケース 3 の C_1 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の挙動を Fig.4.4 に、ケース４の C_2 の変動に伴う固有円振動数とモード減衰比の挙動を Fig.4.5 に示した。

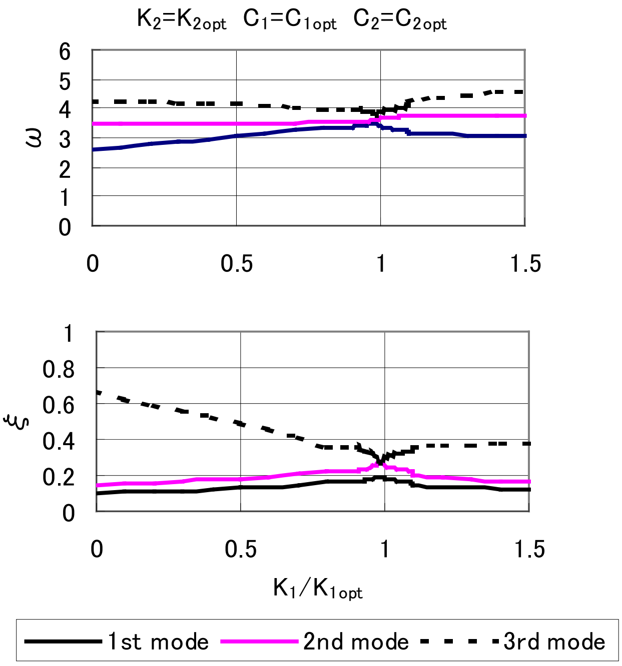

Fig. 4.2 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in spring constant K1 of connecting member

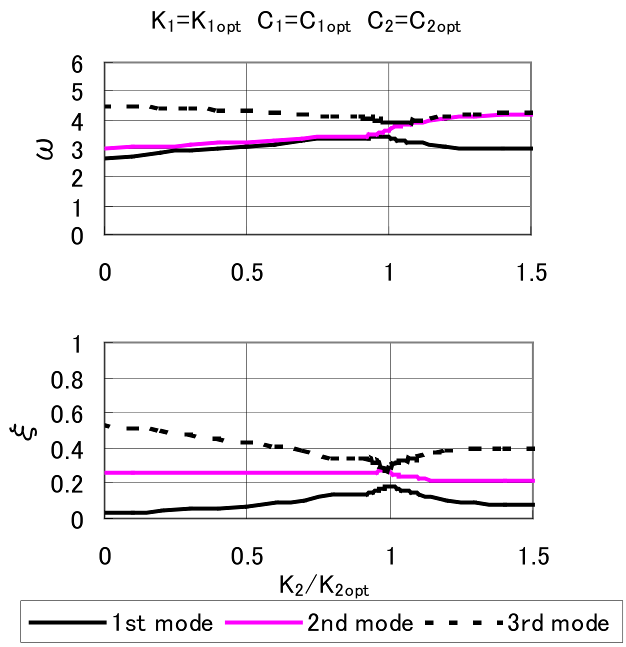

Fig. 4.3 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in spring constant K_2 of connecting member

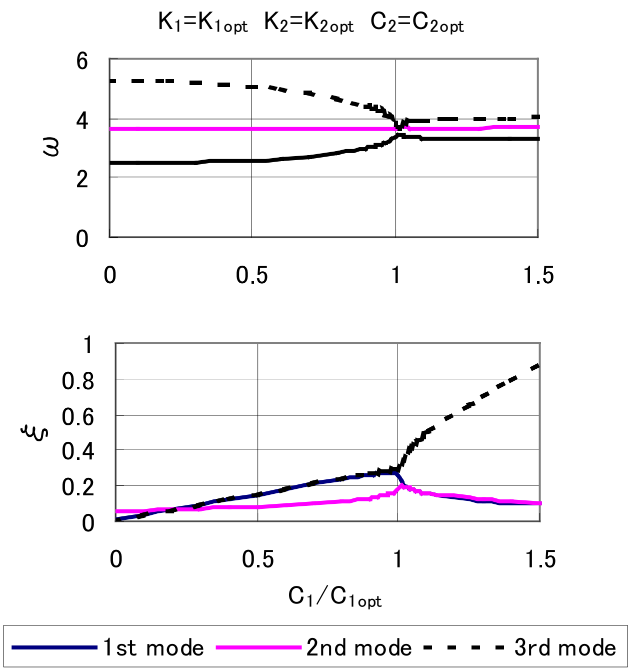

Fig. 4.4 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in damping coefficient C_1 of connecting member

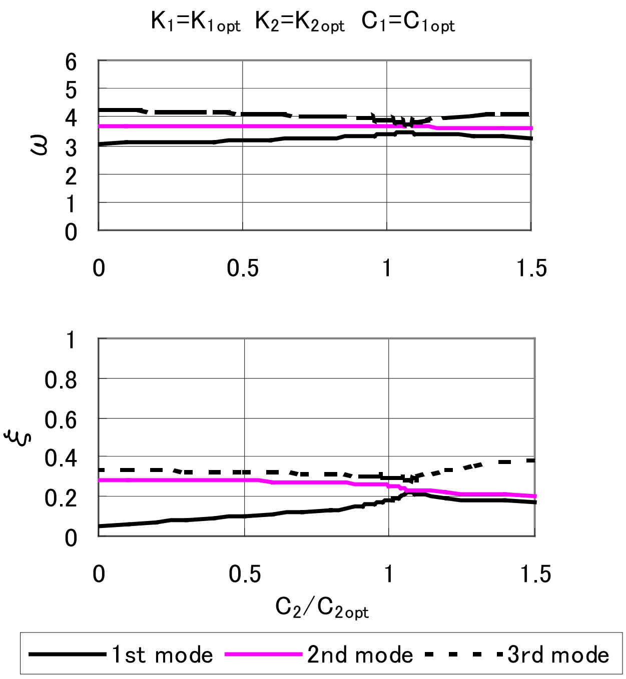

Fig. 4.5 Behavior of natural circular frequencies and modal damping ratios with variation in damping coefficient C_1 of connecting member

ばね係数に対しては、Fig.4.2 および 4.3 より明らかなように、$K_1 = K_{1opt}$ および $K_2 = K_{2opt}$ の近傍における三つのモードの完全な一致は見られなかったが、減衰係数に対しては、Fig.4.4 および 4.5 より明らかなように、$C_1 = C_{1opt}$ および $C_2 = C_{2opt}$ においては三つのモードはほぼ一致した。

このことより面内振動する構造系で、特に本例のような柱状の構造物に対しては、二つの塔を相互連結する場合と同じように本近似調整法は有効であることが明らかになった。

５．結論

本研究では、３質量 5 ばね系のモード減衰比を最大にする中間連結ばねおよびダンパーの調整法を明らかにした。次いで、隣接する三つの構造物を連結してそれぞれの構造物の１次のモード減衰比を等しく最大にする連結部材の近似調整法の概要を示した。本近似調整法を並立する塔構造物の相互連結に適用し、結果から近似調整法の妥当性および連結部材の有効性を明らかにした。

以上の結果から、一般構造物に本近似調整法を適用する場合、連結部材により対象構造物の固有

モードが極端に変わらない程度に柔らかい剛性を有する連結部材であること。また、連結位置が各構造物の 1 次モードの腹に近い位置(自由振動変位中、1 次モードの変位成分が大きい)であることが望ましい。また、立体構造物の相互連結に適用する場合、1 方向曲げ振動のみが誘発される場合のみ近似調整式は良好な精度を有する。本論文では、立体構造物の相互連結に対しては検討していないが、稿を改めて検討結果を報告する。

二つの構造物を相互連結する場合と同様に、良好な精度を有する場合でも、本研究で提示した調整式で最適ばね係数 K_{opt} はおよび減衰係数 C_{opt} を求め、これを有する連結部材で相互連結時について複素固有値解析によりモード減衰比を求め確かめることが望ましい。

謝辞

本研究は文部省科学研究費補助金(基盤研究(C), No.11650487)を受けて実施されたものである。ここに記して謝意を表します。

参考文献

1) 會田忠義、麻生稔彦 : 構造物の相互連結による減衰性能向上に関する研究、Dynamics and Design Conference 2000 講演論文集(CD-ROM 論文集)、2000 年 9 月 (T. Aida, T. Aso, K. Takeshita, T. Takiuchi T. Fujii : Improvement of Structural Damping Performance of Structures by Interconnecting Method, Journal of Sound and Vibration, Vol.241,印刷中)。

2) 會田忠義,麻生稔彦、野島庸一、拝崎晋吾,藤井俊行 : 二つの構造物の相互連結による減衰性能向上に関する研究,山口大学工学部研究報告 Vol.51,No.1,pp.13~23,2000

(平成 12 年 12 月 21 日受理)