消費遺産動機と利子所得税の帰着
－Diamond（1970）の再考－

仲　間　瑞　樹

1．はじめに

Samuelson（1958）の消費貸借モデルに，新古典派型生産技術を取り込んだ２期間世代重複モデルは，Diamond（1965）によって開発された。ただしDiamond（1965）の関心は，２期間世代重複モデルの安定性，定額税を財源とする外国債そして内国債が利子率及び厚生にいかなる経済効果をもたらすかという点にあった。したがってDiamond（1965）の分析で，定額税以外の税財源を考慮した分析がなされなかったことは当然といえよう。その後，Diamond（1965）で編み出された分析手法を踏襲し，Diamond（1970）は利子所得税が利子率，厚生にもたらす影響を定性的に分析した。そこでは，政府が老年期を迎えている個人の貯蓄に対して利子所得税を課し，その利子所得税を老年期の個人に還付する政策が採用されている。そのような利子所得課税政策は，利子率を増加させ（資本蓄積を阻害し），厚生を阻害するといった直観と符合する帰結を得ている。

言うまでもなく，そしてDiamond（1970）でも断り書きがされているように，Diamond（1970）での分析は遺産動機を全く考慮していない。その理由は定かではないが，Diamond（1965）タイプの２期間世代重複モデルに，利他的遺産動機を導入したモデルはBarro（1974）であった。Diamond（1970）の時点では，２期間世代重複モデルに遺産動機を含めたモデルは存在しなかったものと考えられる。遺産動機を明示したモデルとしては，連続型モデルの中にYaari（1964）によって提唱された消費遺産動機を含めるモデルが主であった[1]。このような背景を考慮するならば，Diamond（1970）

1）例えばAtkinson（1971）やIshikawa（1974）では，連続型のモデルにYaari（1964）

のモデルでの遺産動機を考慮しないといった断り書きを取り払い，何らかの遺産動機を踏まえ，利子所得課税の経済効果を分析する余地が生じる。一般に遺産動機は，利己的な遺産動機から利他的な遺産動機まで存在する。Barro（1974）以降，代表的な遺産動機でも戦略的遺産動機，偶然遺産動機と広がりを見せたが，最近では利他的遺産動機の細分化も見られる。例えば自身と共存する子世代の消費だけから満足を得るような家父長型遺産動機，自身と共存する子世代の可処分所得だけから満足を得るLambrecht, Michel and Thibault（2006）らによるFamily Altruism等である。しかし数ある遺産動機のうち本論文では，まず伝統的な利己的な遺産動機に注目し，Yaari（1964）の消費遺産動機をDiamond（1970）のモデルに取り込む。そしてDiamond（1970）と同様の利子所得課税政策を再検討する。消費遺産動機を導入した場合，Diamond（1970）による利子所得課税は，資本蓄積，厚生に対して，どのような経済効果を与えるか？この点を本論文で分析する。なお本論文では一般形の効用関数と生産関数を用いたDiamond（1970）とは異なり，特定化された効用関数と生産関数を仮定し，より具体的な経済環境でDiamond（1970）の利子所得課税政策－政府が老年期の個人に利子所得税を課し，その利子所得税を老年期の個人に一括移転する政策－を再検討する。

本論文は次の節から構成される。第2節では消費遺産動機を対数線形型の効用関数として定式化する。さらに生産関数を新古典派型生産技術に基づくコブ＝ダグラス型生産関数に特定化し，本論文でのモデル構造を提示する。第3節では第2節でのモデルをうけて遷移式を導出する。第4節では第3節で導出した遷移式を利用し，定常均衡を求める。そして第5節では遷移式を用い，定常均衡の安定性を分析し，第6節で定常状態での利子所得課税政策の経済効果を分析する。第7節は全体のまとめである。

の消費遺産動機を加えたモデルが採用されている。なおBarro（1974）の関心は，利他的遺産動機を構築し，その遺産動機の下では，減税政策，公債政策，社会保障政策が無効となることを論証することにあった。このような背景より，Barro（1974）の関心はDiamond（1970）の関心と異なるものと考えられよう。

2. モデル

Diamond (1965) による2期間世代重複モデルを用いる。ただし人口成長率は一定率 n > 0で成長する。t 期の集計化された労働力人口を L_t, $(t+1)$ 期の集計化された労働力人口を L_{t+1}と表すならば, $L_{t+1}=(1+n)L_t$ が成立する。

個人の効用関数は対数線形型の効用関数, 企業の生産関数はコブ＝ダグラス型の生産関数を仮定する。個人は若年期と老年期の2期間必ず生存する。t 世代の個人の効用関数は, (1) の対数線形型効用関数 u_t で表されるものとする。

$$u_t=\varepsilon_1 \log c_{1t}+\varepsilon_2 \log c_{2t+1}+\varepsilon_3 \log b_{t+1} \quad (1)$$

t 期に若年期を迎えている t 世代の個人の消費を c_{1t}, $(t+1)$期に老年期を迎えている t 世代の個人の消費を c_{2t+1},$(t+1)$期 t 世代の個人が$(t+1)$期$(t+1)$世代に与える遺産を b_{t+1}と表す。ε_1は c_{1t} に対する選好度合い, ε_2は c_{2t+1}に対する選好度合い, ε_3は$(t+1)$期 t 世代の個人が与える遺産に対する選好度合いを表し, $\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3=1$をみたしている。

t 期 t 世代の個人は, 労働を供給し労働所得 w_t を得る一方で, 遺産 b_t も受け取る。それらを消費 c_{1t} と貯蓄 s_t に充当する。$(t+1)$期に t 世代は退職し, 貯蓄の元利合計 $(1+r_{t+1})s_t$ を受け取る。ただし利子所得税率を τ_r と表すならば, 政府は利子所得税 $\tau_r r_{t+1} s_t$ を個人に課した後, その利子所得税を政府は$(t+1)$期 t 世代に移転する。もちろん利子所得税引き後の貯蓄の元利合計と政府から移転された利子所得税の合計は, 消費 c_{2t+1}と遺産 b_{t+1}に充当される[2)]。以上から個人の予算制約式は, 下の (2) そして (3) のとおり表される。

---

2) 事後的には (政府からの利子所得税の一括移転がなされた後には), 個人の利子所得税負担は生じていない。Diamond (1970) 及び本論文での利子所得課税政策は, 政府が老年期の個人から利子所得税を徴収し, それを老年期の個人に移転するからである。ただしDiamond (1970) や本論文では, 個人が極度に合理的な場合を想定していない。つまり個人が効用最大化をする際, 自身に課された利子所得税は, すぐに自身に移転されるため, 自身の実質的な利子所得税負担は生じていない, といった認識で効用最大化をしていないものと仮定する。

$$c_{1t}=w_t+b_t-s_t \tag{2}$$

$$c_{2t+1}=[1+(1-\tau_r)r_{t+1}]s_t-b_{t+1}+\Lambda_{t+1} \tag{3}$$

Diamond（1970）と同様，政府は$(t+1)$期ｔ世代の個人に利子所得税を課すものの，その利子所得税は$(t+1)$期ｔ世代の個人に対して一括移転される。一人当たりの利子所得税の移転額をΛ_{t+1}と表すならば，政府の予算制約式は，下の（４）のとおり表される。

$$\Lambda_{t+1}=\tau_r r_{t+1}s_t \tag{4}$$

生産は新古典派型生産技術にしたがってなされ，生産関数はコブ＝ダグラス型の生産関数で特定化されているものとする。ｔ期における集計化された生産量，資本蓄積，労働力人口をY_t，K_t，L_tと表すならば，集計化されたｔ期における生産関数は，下の（５）のとおり表される。

$$Y_t=L_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha} \tag{5}$$

（５）のαは資本の分配率を表すパラメーターであり，$0<\alpha<1$をみたすものとする。さらに（５）を労働力人口１人当たりで表示すると，下の（６）のとおり表される。

$$y_t=k_t^{\alpha} \tag{6}$$

ただし$y_t=\dfrac{Y_t}{L_t}$，$k_t=\dfrac{K_t}{L_t}$である。企業の利潤最大化問題を解くならば，資本の限界生産物条件として$r_t=\alpha k_t^{\alpha-1}$，労働の限界生産物条件として$w_t=(1-\alpha)k_t^{\alpha}$を得る。

資本市場ではｔ期の貯蓄s_tが$(t+1)$期の資本蓄積k_{t+1}に結びつく。したがって１人当たり表示の資本市場の均衡式は，下の（７）のとおり表される。

$$s_t=(1+n)k_{t+1} \tag{7}$$

財市場ではｔ期の労働所得w_t，ｔ期の資本所得r_tk_t，そしてｔ期の資本蓄積k_tが，ｔ期ｔ世代の消費c_{1t}，ｔ期$(t-1)$世代の消費c_{2t}，$(t+1)$期の資本蓄積k_{t+1}に結びつく。したがって１人当たり表示の財市場の均衡式は，下の（８）のとおり表される。

$$c_{1t}+\frac{c_{2t}}{1+n}+(1+n)k_{t+1}=w_t+r_tk_t+k_t \tag{8}$$

3．遷移式の導出

定常均衡の安定性を分析するにあたり，遷移式を導出する必要がある。本論文ではDiamond (1970) と異なり，遺産をモデルに取り込んでいる。しかし，この節で明らかにされるように，遺産は資本蓄積の関数として表されるため，資本蓄積だけから構成される遷移式を導出する。

（1）を目的関数，（2）と（3）から得られる生涯予算制約式を制約条件式として，効用最大化問題を解くことによって，一階条件（9）と（10）を得る。

$$c_{1t}=\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}\right)\left[\frac{1+n}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}\right]b_{t+1} \tag{9}$$

$$c_{2t+1}=\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\right)(1+n)b_{t+1} \tag{10}$$

この（9）と（10）を生涯予算制約式に代入し，整理することによって(11) で表される遺産関数を得る。

$$b_{t+1}=\varepsilon_3\left[\frac{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}{1+n}\right](w_t+b_t)+\varepsilon_3\left(\frac{1}{1+n}\right)\tau_r r_{t+1}s_t \tag{11}$$

この遺産関数（11）を（9）に代入することによって，t期における消費関数（12）を得る。

$$c_{1t}=\varepsilon_1(w_t+b_t)+\varepsilon_1\left[\frac{\tau_r r_{t+1}s_t}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}\right] \tag{12}$$

さらに（7）と（12）を（2）に代入することによって，下の（13）を得る。

$$(1+n)k_{t+1}=(\varepsilon_2+\varepsilon_3)(w_t+b_t)-\varepsilon_1\left[\frac{\tau_r r_{t+1}s_t}{1+(1-\tau_r)r_{t+1}}\right] \tag{13}$$

(13) を (w_t+b_t) について解き，それを（11）に代入し，（7）そして$(t+$

1)期で表示した資本の限界生産物条件 $r_{t+1}=\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}$ を利用して式を整理することによって（14）を得る。

$$b_{t+1}=\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\right](k_{t+1}+\alpha k_{t+1}^{\alpha}) \tag{14}$$

（14）から，遺産関数は資本蓄積の関数として表されることがわかる。（14）をt期で評価，表示するならば，下の（15）のとおり表される。

$$b_t=\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\right](k_t+\alpha k_t^{\alpha}) \tag{15}$$

（7），（15）そして労働の限界生産物条件 $w_t=(1-\alpha)k_t^{\alpha}$ を（13）に代入し，式を整理するならば，t期および $(t+1)$ 期の資本蓄積で表された遷移式（16）を得る。

$$(1+n)k_{t+1}+\varepsilon_1(1+n)\left[\frac{\tau_r\alpha k_{t+1}^{\alpha}}{1+(1-\tau_r)\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}}\right]=[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]k_t^{\alpha}+\varepsilon_3 k_t \tag{16}$$

この（16）が資本蓄積のみで表された遷移式であり，この遷移式から定常均衡の安定性分析が可能となり，もちろん定常均衡も導出できる。本論文では遺産を明示したモデルを扱っている。しかし（14）及び（15）で導出したとおり，遺産関数は資本蓄積の関数として表され，遷移式も（16）のとおり資本蓄積のみで表される。したがって遺産を明示しても，Diamond（1965）と同様の安定性分析が可能となるのである。

4．定常均衡の導出

以下では（16）で表される遷移式を用いて定常均衡を求める。時間を通じて1人当たりの資本蓄積が一定となる定常状態の資本蓄積を $k_t=k_{t+1}=k_*$ と表すならば，（16）は，下の（17）のとおり表される。下の（17）をみたす定常状態の資本蓄積が定常均衡である。

$$\begin{aligned}&(1+n)k_*+\alpha(1+n)(1-\tau_r)k_*^{\alpha}+\varepsilon_1\alpha\tau_r(1+n)k_*^{\alpha}\\&=\varepsilon_3 k_*+\varepsilon_3\alpha(1-\tau_r)k_*^{\alpha}+[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]k_*^{\alpha}+\alpha(1-\tau_r)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]k_*^{2\alpha-1}\end{aligned} \tag{17}$$

（17）の両辺の各項を $k_*^{2\alpha-1}$ で割り，式を整理し，さらに指数法則を踏まえ

て式を書き直すことによって下の（18）を得る。

$$(1+n-\varepsilon_3)(k_*^{1-\alpha})^2-[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]k_*^{1-\alpha}+\varepsilon_1\alpha\tau_r(1+\mathrm{n})k_*^{1-\alpha}$$
$$+\alpha(1-\tau_r)(1+n-\varepsilon_3)k_*^{1-\alpha}-\alpha(1-\tau_r)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]=0 \tag{18}$$

（18）は $k_*^{1-\alpha}$ の２次方程式で表され，（18）を（19）のように書き直す。

$$(1+n-\varepsilon_3)(k_*^{1-\alpha})^2-A_1k_*^{1-\alpha}-A_2=0 \tag{19}$$
$$A_1=\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3-\varepsilon_1\alpha\tau_r(1+n)-\alpha(1-\tau_r)(1+n-\varepsilon_3)$$
$$A_2=\alpha(1-\tau_r)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]$$

A_2は明らかに正。しかしA_1の符号は一意に決定しない。そこで次の仮定１を課すことにする。

仮定 1

A_1の符号を正と仮定する。つまり $\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3>\varepsilon_1\alpha\tau_r(1+n)+\alpha(1-\tau_r)(1+n-\varepsilon_3)$が成立しているものと仮定する。

（19）に対する判別式をＤと表すならば，$\mathrm{D}=A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2$である。判別式の符号は正。したがって（19）は異なる２つの実数解をもつことがわかる。(19）から求められる２つの実数解をA_3そしてA_4と表し，解と係数の関係を適用するならば，下の２つの関係が成立する。

$$A_3+A_4=A_1$$
$$A_3A_4=-A_2$$

仮定１より$A_3+A_4=A_1$は正。そして明らかに$A_3A_4=-A_2$は負。したがって（19）の２つの実数解のうち１つの解は正，もう１つの解は負である。そして負の解の絶対値は，正の解の値よりも小さいことが要請される。もちろん負の解は負の定常均衡，負の資本蓄積を意味することになる。ここではDiamond（1970）と同様，正の定常均衡の一意性を前提とする。そして負の定常均衡を（19）の解として不適切であるものとして扱うことにする[3)]。

3）Diamond（1970）でも，安定的な正の定常均衡（資本労働比率）が仮定されている。言うまでもなくDiamond（1970）では，一般型の効用関数と生産関数を仮定しているため，（21）のような具体的な定常均衡は導出されていない。

（19）より定常均衡を求めるならば，それは下の（20）のとおり求められる。

$$k_*^{1-\alpha}=\left[\frac{A_1\pm\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}{2(1+n-\varepsilon_3)}\right] \tag{20}$$

（20）は下の（21）のとおり書き直すことができる。

$$k_*=\left[\frac{A_1\pm\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}{2(1+n-\varepsilon_3)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{21}$$

（21）から意味ある定常均衡は，正の資本蓄積が保証される定常均衡であり，仮定１が成立する下で，確実に正値が保証される定常均衡は下の（22）である。

$$k_*=\left[\frac{A_1+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}{2(1+n-\varepsilon_3)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{22}$$

５．安定性分析

遷移式を用い，定常均衡が安定であるか否かを見極めるのが，安定性分析の目的である。そこで遷移式（16）から$\frac{dk_{t+1}}{dk_t}$を求め，定常均衡k_*の回りで評価をする。すると下の（23）を得る。

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t}=\frac{[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}][\varepsilon_3+\{\varepsilon_2\ (1-\alpha)+\varepsilon_3\}\alpha k_*^{\alpha-1}]}{A_5} \tag{23}$$

$$A_5=(1+n)+\alpha^2(1+n)[1-\tau_r+\varepsilon_1\tau_r]k_*^{\alpha-1}$$
$$+\alpha(1-\alpha)(1-\tau_r)[\varepsilon_3 k_*+\{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3\}k_*^{\alpha}]k_*^{\alpha-2}$$

なお（23）より$\frac{dk_{t+1}}{dk_t}>0$であることは明らか。また

$$\frac{d^2k_{t+1}}{dk_t^2}=-\frac{\alpha(1-\alpha)[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}][\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]k_*^{\alpha-2}}{A_5}$$

$$-\frac{\alpha(1-\alpha)(1-\tau_r)[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}][\varepsilon_3+\{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3\}\alpha k_*^{\alpha-1}]^2 k_*^{\alpha-2}}{A_5^2}<0$$

である。定常均衡が安定的であるためには，$0<\dfrac{dk_{t+1}}{dk_t}<1$が要請される。これが成立するか否かについては，(23) の分母から分子を引き，その値が確実に正であることが言えればよい。(23) の分母から分子を引いた値は，下の (24) である。

$$(1+n-\varepsilon_3)+2\alpha(1-\tau_r)\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]\left(\frac{1}{k_*^{2(1-\alpha)}}\right)-\alpha A_1\left(\frac{1}{k_*^{1-\alpha}}\right) \tag{24}$$

(22) より

$$\frac{1}{k_*^{1-\alpha}}=\frac{2(1+n-\varepsilon_3)}{A_1+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}$$

$$\frac{1}{k_*^{2(1-\alpha)}}=\frac{4(1+n-\varepsilon_3)^2}{\left[A_1+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}\right]^2}$$

である。これらを (24) に代入し，式を整理するならば，下の (25) を得る。

$$\left[\frac{1+n-\varepsilon_3}{A_1+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}\right]\left[2A_1\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}\right]$$
$$+2\alpha\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)(1-\tau_r)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]\left[\frac{4(1+n-\varepsilon_3)^2}{\left\{A_1+\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}\right\}^2}\right] \tag{25}$$

(25) より$0<\dfrac{dk_{t+1}}{dk_t}<1$が成立するためには，下の仮定２が必要である。

仮定２

資本の分配率を表すパラメーターαは，$\alpha\leq\dfrac{1}{2}$をみたすものと仮定する。

仮定２をみたすならば，縦軸をk_{t+1}，横軸をk_tとする平面図で，$0<\dfrac{dk_{t+1}}{dk_t}$

<1をみたしつつ，上に凸の曲線を描くことができる。

（25）より$0<\dfrac{dk_{t+1}}{dk_t}<1$が成立するためには，資本の分配率を表すパラメーターが０．５と等しいか，それよりも小さい場合に限定される。第２節のモデルでは，資本の分配率は$0<\alpha<1$をみたすものと仮定した。しかし定常均衡が安定的であるためには，資本の分配率を表すパラメーターについて，さらにその範囲を限定した条件が求められる。もし資本の分配率が０．５を上回ると，定常均衡の安定性は保証されなくなる。

この仮定２がもっともらしい仮定であるか否かについては，極めて実証的な問題である。一般的に資本の分配率は０．２から０．３程度とされている。このことを踏まえるならば，仮定２と一般的な資本の分配率の値との間には，大きな乖離は生じていないものと判断される。以上から下の命題１を得る。

命題１

個人が消費遺産動機をもち，効用関数が対数線形型である。生産関数はコブ＝ダグラス型の新古典派型生産関数である。そして政府が老年期の個人に利子所得税を課し，その利子所得税収を老年期の個人に移転する政策を行っている。さらに仮定１および仮定２が成立しているものとする。このとき定常均衡は安定である。

６．利子所得税の帰着と厚生分析

この節では定常状態に集中し，政府が利子所得税率を上げた際，資本蓄積にいかなる経済効果をもたらすかを分析する。その上で厚生に与える効果について分析する。

すでに定常均衡（22）が導出されている。その（22）を用いるならば，利子所得税率の重課が資本蓄積に与える経済効果を求められる。

$$\frac{dk_*}{d\tau_r}=\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)k_*^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left[\frac{(1+n)\ \varepsilon_2+n\varepsilon_3}{\sqrt{A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2}}\right]A_6 \tag{26}$$

$$A_6=[A_1^2+4(1+n-\varepsilon_3)A_2]^{\frac{1}{2}}-\left[\frac{\alpha\{(1+n)\varepsilon_2+n\varepsilon_3\}\{\varepsilon_1\tau_r(1+n)+(1-\tau_r)(1+n-\varepsilon_3)\}}{(1+n)\ \varepsilon_2+n\varepsilon_3}\right]$$

$$-\left[\frac{\{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3\}\{(1+n)\varepsilon_1+(1+n-\varepsilon_3)\}}{(1+n)\varepsilon_2+n\varepsilon_3}\right]$$

上の（26）の符号は，A_6の符号が正か負であるかに依存する。A_6の第２項と第３項の分母が同じ値である。そこでA_6の第２項と第３項を一つにまとめ，その上で第１項と大小比較をする。その大小比較に当たっては，A_6の第１項の平方から，A_6の第２項と第３項を１つにまとめたものの平方を引くといった大小比較する。その結果は下のとおりである。

$$-2\varepsilon_1(1+n)[(1+n)\varepsilon_1+(1+n-\varepsilon_3)]\left[\frac{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3}{(1+n)\varepsilon_2+n\varepsilon_3}\right]^2-2\alpha\varepsilon_1\tau_r(1+n)[\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3]$$

$$-2\alpha\varepsilon_1\tau_r(1+n)[(1+n)\varepsilon_1+(1+n-\varepsilon_3)]\left[\frac{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3}{(1+n)\varepsilon_2+n\varepsilon_3}\right]$$

$$-4\alpha\varepsilon_1(1+n)(1-\tau_r)(1+n-\varepsilon_3)\left[\frac{\varepsilon_2(1-\alpha)+\varepsilon_3}{(1+n)\varepsilon_2+n\varepsilon_3}\right]$$

明らかにA_6の第１項の平方から，A_6の第２項と第３項を１つにまとめたものの平方を引くと，その値は負になる。したがってA_6の符号は負となる。以上から下の命題２得る。

命題２

個人が消費遺産動機をもち，効用関数が対数線形型である。生産関数はコブ＝ダグラス型の新古典派型生産関数である。そして政府が老年期の個人に利子所得税を課し，その利子所得税収を老年期の個人に移転する政策を行っている。さらに仮定１および仮定２が成立しているものとする。このとき政府が利子所得税率を重課するならば，資本蓄積は減少する。

個人が遺産動機としてYaari（1964）の消費遺産動機をもっていようと，Diamond（1970）の利子所得課税政策は，Diamond（1970）の帰結と同様，資本蓄積を減少させる。この命題2は，特定化された効用関数，生産関数および消費遺産動機の下でも，Diamond（1970）の帰結が支持されることに他ならない。

本論文では，個人が効用を最大化する際，政府が老年期に利子所得税を課すことだけを織り込み，今期の消費，来期の消費，遺産を選択している。したがって利子所得税率の重課は，来期と遺産の相対価格を上げることに他ならず，今期の消費が選好されやすくなる。そのため個人は来期の消費，遺産のための貯蓄を減らすため，資本蓄積が減少するものと解釈できる。

一方で，この利子所得課税政策が厚生に与える効果は，（27）のとおりである。

$$\frac{du}{d\tau_r}=\varepsilon_2\alpha k_*^{\alpha-1}(1-\alpha)\left(\frac{1}{c_2}\right)[(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}-n]\frac{dk_*}{d\tau_r}$$

$$+\left(\frac{1}{c_2}\right)\left(\frac{\varepsilon_2\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\right)[1+(1-\tau_r)\alpha k_*^{\alpha-1}](1+\alpha^2 k_*^{\alpha-1})\frac{dk_*}{d\tau_r}+\varepsilon_2\tau_r\alpha k_*^{\alpha-1}(1+n)\left(\frac{1}{c_2}\right)\frac{dk_*}{d\tau_r} \quad (27)$$

ただし（27）の導出にあっては一階条件，そして下の（28）を利用している。

$$\frac{db_*}{d\tau_r}=\left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2+\varepsilon_3}\right)[1+\alpha^2 k_*^{\alpha-1}]\frac{dk_*}{d\tau_r} \quad (28)$$

以上から下の命題3を得る。

命題3

個人が消費遺産動機をもち，効用関数が対数線形型である。生産関数はコブ＝ダグラス型の新古典派型生産関数である。そして政府が老年期の個人に利子所得税を課し，その利子所得税収を老年期の個人に移転する政策を行っている。仮定1および仮定2が成立しているものとする。さらに利子所得税引き後のネットの利子率が人口成長率より大きい。このとき政府が利子所得

税率を重課するならば，厚生は減少する。

個人が遺産動機として消費遺産動機をもっていても，Diamond (1970) と同様，利子所得税引き後のネットの利子率が人口成長率より大きいならば，利子所得税率を重課する政策は個人の厚生を阻害する。効用関数（1）が示しているとおり，消費遺産動機は個人が遺産そのものから効用を得るような遺産動機である。消費遺産動機を含む効用関数（1）は，財が今期の消費，来期の消費，そして遺産といった3財から成る効用関数と評価できる。一方，Diamond (1970) での効用関数は，今期の消費，来期の消費の2財から成る効用関数であった。したがって Diamond (1970) での帰結が，今期の消費，来期の消費そして遺産の3財から成る効用関数を含む消費遺産動機でも再現されることは，もっともらしいといえよう。

しかし政策的な含意を考慮すると，本論文の帰結は悲劇的である。Diamond (1970) では，個人は全く遺産動機をもたない状態にあった。本論文では消費遺産動機による遺産の授受を仮定している。これが Diamond (1970) と本論文の大きな違いである。しかし個人が消費遺産動機をもとうと，そうでなかろうと，老年期の個人に利子所得税収を一括移転する政策は，資本蓄積と厚生を阻害することに変わりがない。個人が遺産動機をもたず，ライフサイクル行動をとろうと，消費遺産動機をもって行動しようと，利子所得課税政策が資本蓄積と厚生に与える経済効果はパラレルなのである。この点から，個人が遺産動機として消費遺産動機をもっていることは，Diamond (1970) の利子所得課税政策を前にして重要ではなくなる。

また消費遺産動機が存在する経済において，政府が老年期の個人に対し利子所得税を課し，それを老年期の個人に移転すること自体，効率性の観点から望ましくないことも重要である。消費遺産動機に基づき個人が遺産を形成するストック経済において，本論文で扱った利子所得課税政策は，資本蓄積と厚生を阻害する政策でしかないためである。

７．おわりに

本論文ではYarri（1964）による消費遺産動機を反映した対数線形型の効用関数，コブ＝ダグラス型生産関数の下で，Diamond（1970）で扱われた利子所得課税政策が，資本蓄積，厚生に与える効果を定性的に分析した。

まず本論文では，消費遺産動機をモデルに取り込んだものの，遺産が資本蓄積の関数形で表される点を利用し，Diamond（1965）での安定性分析とパラレルな安定性分析が展開されることを明らかにした。つまり遺産動機を導入しているものの，あえて資本蓄積と遺産の２変数に分けて，定常均衡の安定性分析を行う必要がなくなるのである。ただし対数線形型の効用関数，コブ＝ダグラス型の生産関数の下では，無条件に定常均衡が（大域的に）安定であるとは言えず，定常均衡が（大域的に）安定であるためには，資本分配率を表すパラメーターが０．５に等しい，あるいはそれよりも小さくなければいけない。

次に個人が消費遺産動機を遺産動機として保有しても，Diamond（1970）の利子所得課税政策は，資本蓄積や厚生を阻害する政策でしかない。この結果より，消費遺産動機が仮定されている経済では，本論文で扱った利子所得課税政策は支持されない。消費遺産動機が成立している経済は，ストック経済と位置づけられよう。しかしそのストック経済下において，本論文で扱った利子所得税政策に対して，資本蓄積を増やし，厚生を高めるような役割は期待できないからである。

ところで本論文では消費遺産動機以外の遺産動機を扱っていない。消費遺産動機以外の遺産動機を扱う余地が生じる。例えば利他的な遺産動機の１つとしてLambrecht，Michel and Thibault（2006）らによるFamily Altruismがある。ただしこのFamily Altruismは，消費遺産動機の延長線上の遺産動機として位置づけられる。そのためFamily Altruismを加えた効用関数で，本論文と同様の分析が容易に展開できるものと考えられる。なぜならばFamily Altruismでは，親世代は自身と共存する次世代（子世代）の可処分所得から効用を得る。その可処分所得に含まれる遺産は，親世代が蓄

積した遺産を子世代が受け取ったものに過ぎないからである。対数線形型の効用関数で Family Altruism を表すならば，以下のような効用関数をとして表される。

$$u_t = \varepsilon_1 \, logc_{1t} + \varepsilon_2 \, logc_{2t+1} + \varepsilon_3 \, log(w_{t+1} + b_{t+1})$$

一方，本論文で扱った消費遺産動機での効用関数は，下のような効用関数であった。

$$u_t = \varepsilon_1 \, logc_{1t} + \varepsilon_2 \, logc_{2t+1} + \varepsilon_3 \, logb_{t+1}$$

両者の差異は何か？親世代が子世代の手にする遺産 b_{t+1}を含む可処分所得から効用を得るか，親世代自身が蓄積した遺産 b_{t+1}から効用を得るかの違いでしかない。言い換えるならば，遺産を受け取り手の側（子世代）から見るか，遺産を与える側（親世代）から見るかの違いでしかない。利己的か利他的かといった違いはあるにせよ，消費遺産動機と Family Altruism の両者には，大差がないものと考えられる。したがって Family Altruism で本論文と同様の分析を行った場合，本論文での帰結とパラレルな帰結が得られるものと推測される。Family Altruism を明示した効用関数でも，本論文と同様の分析を行い，遺産動機の有無，遺産動機の差異があっても，Diamond (1970) の利子所得課税政策が資本蓄積，厚生を阻害する政策か否かを確認する必要があろう。

さらに注意を払うべき点がある。利子所得税そのものが全く資本蓄積，厚生に寄与しない税であるとは言い切れない点である。利子所得課税とその使い道は，Diamond (1970) で扱われた方法だけではない。Atkinson＝Stiglitz (1980) でも示唆されている方法，すなわち再分配的な利子所得課税政策がある。これは親世代に課された利子所得税が，子世代に移転されるといったものである。つまり親世代から子世代への公的世代間移転政策である。この場合 Atkinson＝Stiglitz (1980) では，利子所得税率の重課は，資本蓄積を増やす方向に働くものと示唆されている。もちろん Atkinson＝Stiglitz (1980) らの示唆は，遺産が含まれないライフサイクルモデルの文脈であるものと推測される。本論文で扱った遺産動機の下でも，Atkinson

＝Stiglitz（1980）らの示唆が成立するか否かについて論じる余地が生じる。この点については，この論文とは別の機会で論じることにしたい。

参考文献

Atkinson. A.B.（1971）"Capital Taxes, the Redistribution of Wealth and Individual Savings." Review of Economic Studies, Vol.38, No.2, pp209-227.

Atkinson,A.B. and J.E. Stiglitz（1980）Lectures on Public Economics, London,McGRAW-HILL.

Barro, R.J.（1974）"Are Government Bonds Net Wealth?", Journal of Political Economy, Vol.82. No.6, pp.1095-1117.

Diamond, P.A.（1965）"National Debt in a Neoclassical Growth Model." American Economic Review, Vol.55, No.5, Part 1. pp1126-1150.

Diamond, P.A.（1970）"Incidence of an Interest Income Tax." Journal of Economic Theory, Vol.2, No.3, pp211-224.

Ishikawa, T.（1974）"Imperfection in the Capital Market and the Institutional Arrangement of Inheritance." Review of Economic Studies, Vol.41. No.3, pp383-404.

Lambrecht, S., Michel, P. and E. Thibault.（2006）"Capital Accumulation and Fiscal Policy in an OLG Model with Family Altruism." Journal of Public Economic Theory, Vol.8, No.3, pp465-486.

Yaari, M.（1964）"On the Consumer's Lifetime Allocation Process." International Economic Review, Vol.5, No.3, pp304-317.