

薄い境界層中に設置された円錐体周りの流れ* (頂角による円錐体表面圧力分布の変化)

亀田 孝嗣^{*1}, 望月 信介^{*1}, 大坂 英雄^{*2}

Flow around a Cone in a Thin Boundary Layer (Variation of the Surface Pressure for an Apex Angle)

Takatsugu KAMEDA^{*1}, Shinsuke MOCHIZUKI and Hideo OSAKA

^{*1} Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi 755-8611 Japan

Surface pressure distributions on a cone in a thin boundary layer have been measured to clarify the relation between the distributions and the flow structure formed around the cone. The apex angle 2α of cone is in the range of 15 to 90° and the height is 50mm. The Reynolds number based on the height is 2.31×10^4 , and the relative boundary layer thickness is 0.44. The main directions of limited streamlines on the generatrix at $\theta=0^\circ$ are predicted from pressure gradient forces in height and circumferential directions, and the front stagnation point which the streamline faced on the cone surface bifurcates downward and circumferentially on the generatrix will be determined as the position where the ratio of the pressure gradients forces is order of 1. Then, the height of the point have a peak value around $2\alpha=45^\circ$. The maximum pressure coefficient at $\theta=0^\circ$ can be expressed as the cosine law with respect to α . The surface pressure above the position of the maximum pressure at $\theta=0^\circ$ can be related to 2α as well as the angle which the curved streamline in upstream region faces on the cone surface. The pressure drag coefficient of the cone mainly depends on the surface pressure distribution at $\theta=0^\circ$ varied with 2α .

Key Words : Boundary Layer, Shear Flow, Flow Drag, Pressure Distribution, Cone

1. 緒 言

壁面せん断流中に置かれた物体要素周りの流れは、構造物に作用する流体力・渦励振やその周りの流況状況、および汚染物質(熱・物質等)の拡散問題等の調査に関連して興味を持たれてきた^(1~4)。これらに関する研究では、可視化による運動学的流れパターンや速度および圧力場の計測等が行なわれ、物体要素上流では要素下部領域に形成される首飾り渦の配置や個数(渦系と呼ぶ)、一方物体要素背後でははく離領域の大きさやはく離渦の形態および発生頻度に関心が払われている。

本研究で取り扱う円錐体については、いくつかの研究^(5~11)がなされており、可視化観察や速度および圧力計測によって円錐体上流下部領域に形成される首飾り渦の大きさや強度、円錐体後方のはく離領域については大きさや非定常渦の形態・発生頻度ならびに円錐体に作用する抗力の円錐体頂角に対する依存性が明らかにされてきた。さらに、抗力の予測やその制御で重要となる円錐体表面圧力場と円錐体周りの流れ構造との関係について、岡本ら⁽⁷⁾および八木田⁽⁸⁾は首飾り渦の大きさの尺度である前方岐点位置(図1参照)やはく離領域内の非定常渦の根元位置と円錐体表面圧力場との対応性を推察した。著者ら⁽¹⁰⁾は前方岐点位置を円錐体表面上における圧力勾配力のオーダー解析に基づく力学的考察から評価を試みたが、圧力勾配力の測定による実証はなされていない。また、抗力値と円錐体表面圧力の分布形状や大きさの予測には速度場と関連させた密接な議論が必要であるにも拘らず、

* 原稿受付 2010年9月21日

^{*1} 正員, 山口大学大学院理工学研究科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2-16-1)

^{*2} 正員, フェロー, 広島工業大学工学部機械システム工学科
(〒731-5193 広島県広島市佐伯区三宅 2-1-1)

E-mail: kameda@yamaguchi-u.ac.jp



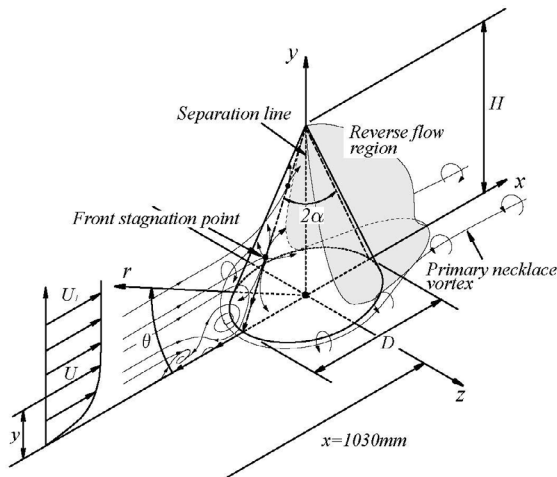


Fig.1 Schematic flow field, nomenclature and coordinate system

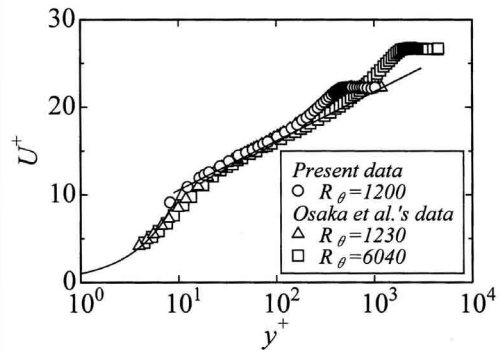


Fig.2 Logarithmic mean velocity profile

Table 1 Size of cone elements and Reynolds number

2α [°]	15	30	45	60	90
H [mm]	50				
D [mm]	13.71	26.79	41.42	57.74	100
δ/H	0.44				
$ReH (=U_1 H/\nu)$	2.31×10^4				

両者に基づく考察は見当たらない。円錐体背後の圧力(背圧)は、はく離領域の非定常渦の形態・大きさ・強さや発生頻度、ならびに渦の変形過程等に依存して変化するため、それを明らかにするためには3次元速度場の時空間同時計測が必要であるが、その実行は極めて困難である。一方、円錐体上流における表面圧力(淀み圧を含む)は乱流場であっても通常の境界層中であれば平均速度に対する変動速度の比が小さい(最大で10%程度)ため、平均速度場と関連させた議論が可能であろう。

そこで、本研究では主として円錐体上流側表面圧力場と流れ構造との定量的関係について明らかにすることを目的とする。そのために、円錐体表面圧力場の詳細な計測を行い、円錐体頂角に対する依存性を調査する。その後、円錐体上流部の平均流線パターンや渦構造と円錐体表面圧力場とを対応付けた議論を行なう。

2. 実験装置および実験条件

実験は、全長12.5mの押し込み式エッフェル型低乱流境界層用風洞で行なわれた。その測定部寸法は長さ4000mm×幅1000mmで、測定部入り口高さ500mmである。測定平板は長さ4000mm×幅1000mm×厚さ10mmのベークライト製である。測定平板上にはその先端から100mm下流位置に乱流遷移促進のため、直径1mmのトリッピングワイヤが設置されている。測定部上壁面は、長さ450mm×幅1000mm×厚さ10mmの亚克力製板9枚で構成された可撓式屋根となっており、圧力勾配の調整が可能である。なお、本実験では円錐体設置前の流れ場がゼロ圧力勾配となるように調整した。

図1に流れ場の概要、座標系および主要記号を示す。座標系は平板先端からの流れ方向距離を x 、高さ方向距離を y およびスパン方向距離を z とした右手直交座標系である。座標原点は測定平板先端スパン中心位置に置かれている。また、円錐体設置位置を原点とした円柱座標系(軸方向を y 、半径方向を r および周方向を θ)を設定した。境界層厚さ δ は、流れ方向平均速度 U が $U=0.995U_1$ (U_1 は主流速度)となる y として定義した。全ての実験は、単位レイノルズ数 $U_1/\nu \approx 4.65 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$ (ν は動粘度)および主流乱れ強さ0.27%のもとで行なわれた。測定平板上に標準的な乱流境界層が発達していることを確認するために、スパン中央 $x=1030\text{mm}$ (円錐体設置位置)において U をI型熱線プローブ(受感部長さ0.62mmおよび受感部直径 $3.1\mu\text{m}$)と熱線流速計により計測した。熱線流速計からの信号はAD変換器(サンプリング周波数10kHz)を介してパソコンに取り込み、10sの平均値として U を

求めた。図2に対数速度分布を示す。図2中、縦軸の U^+ および横軸の y^+ はそれぞれ U および y を摩擦速度 u_τ および粘性長さ ν/u_τ で無次元化した壁変数である。図2中には、大坂らの結果⁽¹²⁾($R_0=1230$ および 6040 , R_0 は運動量厚さ θ に基づくレイノルズ数($=\theta U_1/\nu$)である)も合わせて示している。図2中の実線は壁法則

$$U^+ = y^+ \quad \text{and} \quad U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \tag{1}$$

である。ここで、式(1)中、 $\kappa=0.41$ および $C=4.9$ の値⁽¹²⁾を使用した。壁変数表示する際に使用した局所壁面摩擦抵抗係数 c_f は、大坂らによって提案された半経験抵抗則⁽¹²⁾から評価された。本結果は、大坂らの $R_0=1230$ の結果と良好に一致するが、 $R_0=6040$ の結果とは層内で若干の差異が生じている。これは、 R_0 数の影響によるものである⁽¹²⁾。以上の結果より、本流れ場は低 R_0 数下の標準的な乱流境界層となっていることが確認された。

次に、本実験で使用した円錐体について述べる。表1に円錐体の諸元値を示す。表1中の相対境界層厚さ δ/H は、円錐体設置前の $x=1030\text{mm}$ 位置における δ 値($\delta \approx 22.2\text{mm}$)を用いて算出された。なお、本実験の δ/H 値は既報で行なわれた可視化実験⁽¹⁰⁾およびLDV計測⁽¹¹⁾($\delta/H \approx 0.41$)と概ね一致する条件に設定された。円錐体表面圧力計測のために、円錐体の母線に沿って直径 0.3mm の圧力孔を等間隔に設けた。圧力孔の個数は、頂角 $2\alpha=15, 30, 45, 60$ および 90° に対してそれぞれ24, 25, 26, 27および33個である。円錐体内部は中空構造であり、円錐体表面圧力は座面に設けた圧力タップから取り出すことができる。また、円錐体は回転微動台に備え付けられており、円錐体を回転させることで各 θ 方向における円錐体表面圧力が計測可能である。なお、 θ 方向の円錐体表面圧力は 10° 間隔で $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で計測された。圧力タップからの圧力は、精密微差圧計(SAYAMA, 130-50-P-DC, 測定範囲 $\pm 50\text{Pa}$, 精度 0.20% FS)からの信号をパソコンに取り込み、40sの平均値として求めた。

3. 結果および考察

3・1 円錐体表面圧力分布の特徴

円錐体表面圧力場の全体的特徴を捉えるために、図3に圧力係数 C_p の等圧線図を示す。 C_p は、円錐体表面圧力 P から主流静圧 $P_{s\infty}$ を差し引いた値を主流動圧で無次元化された値である。なお、 C_p 分布は x 軸に対して対称となるので、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲に限定して示す。図3(a)~(e)にはそれぞれ $2\alpha=15\sim 90^\circ$ の結果を示す。図3中の実線と破線はそれぞれ $C_p > 0$ および $C_p \leq 0$ の等圧線群である。また、隣接する等圧線の C_p 差は 0.1 である。

円錐体上流側表面($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$)についてみる。 $\theta=0^\circ$ 上付近に描かれた図3中で最大の C_p 値の等圧線に囲まれた領域は、 $2\alpha=15^\circ$ では y 方向に縦長であるが、 2α の増加に伴い円形に近づく。その領域が形成される高さ位置は $2\alpha=15^\circ$ では主に円錐体上部の境界層外側($y/H > 0.44$)であるが、 2α の増加に伴い境界層内部($y/H < 0.44$)へ移動する。これに関して、岡本ら⁽⁷⁾および八木田⁽⁸⁾は $\theta=0^\circ$ の母線上における最大 C_p 値(これ以後、 $C_p|_{\max}$ とする)の位置 y_{\max} が前方岐点高さとなり、その位置が首飾り渦の渦径の高さ方向寸法と対応することを

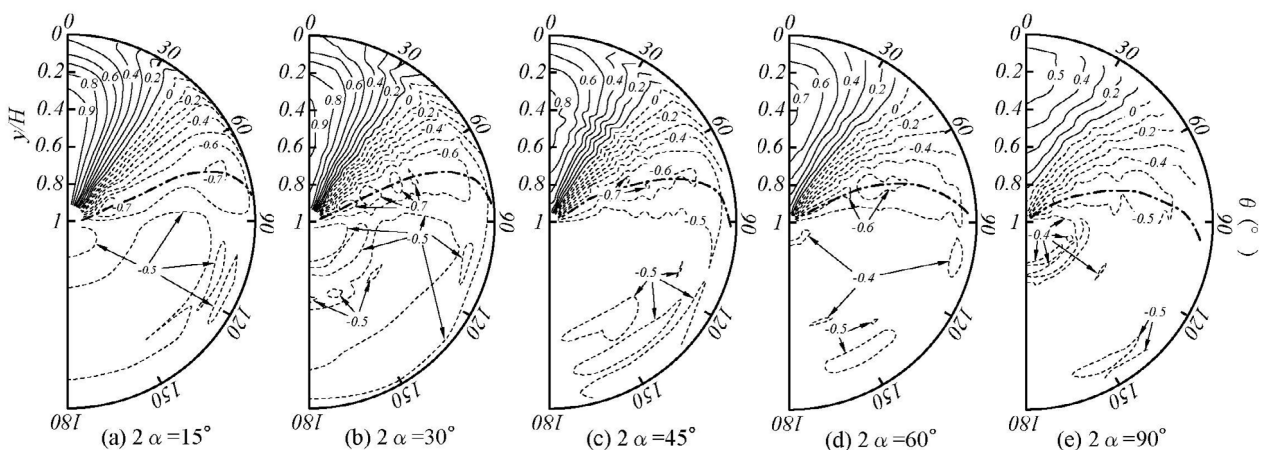


Fig. 3 Iso-surface pressure contours normalized with dynamic pressure in the free stream

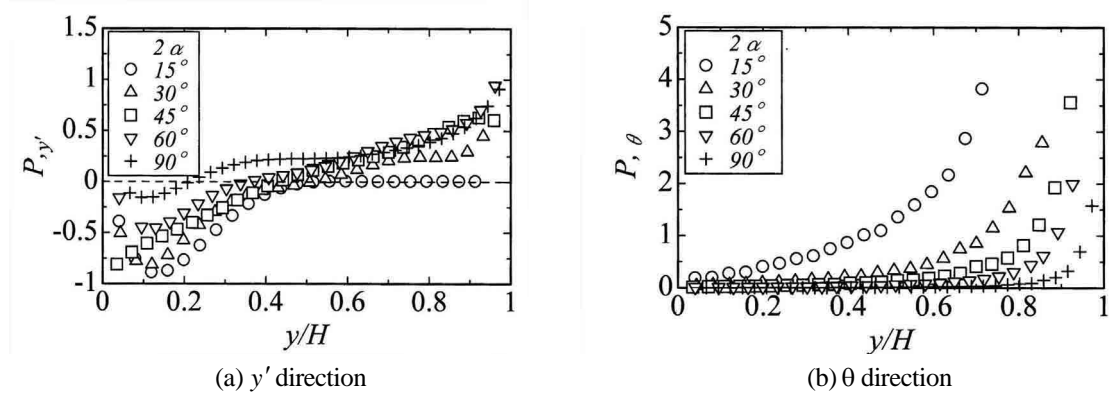


Fig.4 Non-dimensional pressure gradient forces at $\theta = 0^\circ$

報告している。隣接する等圧線の間隔(y 方向の間隔 Δy および θ 方向の間隔 $R_\ell \Delta \theta$, ここで R_ℓ は高さ y における円錐体半径である)は 2α に対して増加しており, それに対応して各座標方向の圧力勾配力は小さくなる。また, 各 y/H 値において C_p 値が最小(負値)となる θ 値(これ以降, θ_{min} とする)を評価(図 3 中, 一点鎖線で示す)したところ, 円錐体下部領域において θ_{min} 値は 2α に対して増加する。 θ_{min} 近傍の $\theta > \theta_{min}$ となる θ の範囲では逆圧力勾配 ($\partial P / \partial \theta > 0$) となり, 円錐体表面上で流れのはく離が生じると予想されるため, 2α に対して $x-z$ 断面内における円錐体下部領域の後方ははく離領域幅が減少すると期待される。

次に, 円錐体下流側表面 ($90^\circ \leq \theta < 180^\circ$) についてみる。 C_p 値は下流側全領域において負であり, その値は 2α によらず同程度 ($C_p = -0.5 \sim -0.4$) である。一方, 等圧線の分布形状についてみると, $C_p = -0.5$ の等圧線は $2\alpha = 15^\circ$ において円錐体下流側全域に広がっているが, 2α が増加すると $\theta = 150^\circ$ 付近の円錐体下部領域に局在化するようになる。これに関して, 岡本ら⁽⁷⁾は $60^\circ \leq 2\alpha \leq 150^\circ$ の範囲において円錐体表面圧力分布計測と可視化観察を併用した結果から, この局在化する負圧領域が円錐体後方はく離領域内の渦の根元にあたることを推察している。

3・2 首飾り渦と円錐体表面圧力場との対応関係

円錐体上流下部領域に形成される首飾り渦の寸法である前方起点高さ Y_s ⁽¹⁰⁾ について考察するために, 円錐体表面上の限界流線(流れ関数 $\Psi = 0$)に着目する。限界流線上の流体運動は, すべり無しの条件から圧力勾配力項とせん断応力項で決定される。限界流線の接線方向と壁面せん断応力の方向は一致するので, 圧力勾配力から円錐体上流表面 $\theta = 0^\circ$ の母線上における限界流線の分岐点(前方分岐点)位置が推察できる。円錐体表面上の微小流体塊に作用する y' ($= y / \cos \alpha$, 円錐体斜面方向座標)および θ 方向の圧力勾配力を, y' および θ に関する円錐体表面圧力 P のテイラー展開によって,

$$y' \text{ 方向} : -\frac{\partial P}{\partial y'} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y'^2} dy'^2 - O(dy')^2, \quad \theta \text{ 方向} : -\frac{1}{R_\ell} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \frac{1}{2} \frac{1}{R_\ell^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} (R_\ell d\theta) - O(R_\ell d\theta)^2$$

と表す。上式中, 記号 O はランダウの記号である。ここで, $\theta = 0^\circ$ の母線上に限定 ($\theta = 0^\circ$ に対して P 分布は対称である)し, y' および θ 方向の主要項(Leading term)のみを取り扱う。また, 微小流体塊の大きさを流れ場の最大寸法である δ (円錐体設置位置における境界層厚さ)の $1/100$ ととると, 各方向の無次元圧力勾配力は,

$$P_{,y'} = -\left. \frac{\partial P}{\partial y'} \right|_{\theta=0^\circ} \times \frac{\delta}{1/2 \cdot \rho U_1^2} \tag{2}$$

$$P_{,\theta} = -\left. \frac{1}{2} \frac{1}{R_\ell^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} (0.01\delta) \right|_{\theta=0^\circ} \times \frac{\delta}{1/2 \cdot \rho U_1^2} \tag{3}$$

と評価できる。ここで, 式(2)および(3)の値は C_p 値を y' 方向および θ 方向にそれぞれ 7 次の多項式に近似して算出された。なお, 多項式近似に伴う不確かさをポテンシャル流中の円柱周りの圧力分布から見積もった結果, $P_{,y'}$

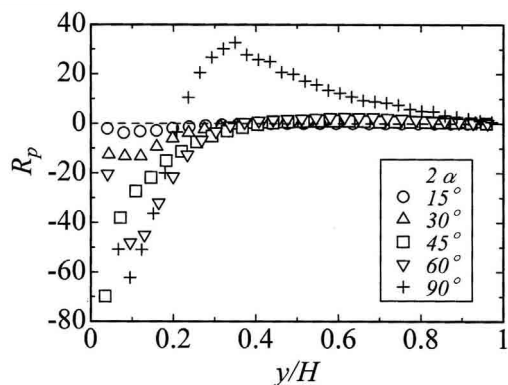


Fig.5 Ratio of non-dimensional pressure gradient forces at $\theta=0^\circ$

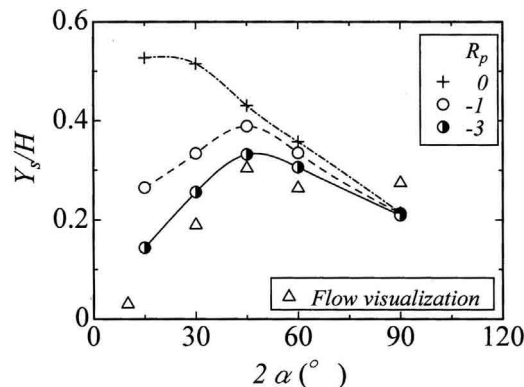


Fig.6 Variation of front stagnation point to apex angle

値および $P_{,\theta}$ 値の不確かさは円錐体頂点付近を除き 3%以下と評価された。図 4 に式(2)および(3)の y/H に対する変化を、 $2\alpha=15\sim 90^\circ$ の場合について示す。図 4(a)は $P_{,y'}$ を、図 4(b)には $P_{,\theta}$ を示す。なお、 $P_{,y'}$ は $x-y$ 断面内において $\theta=0^\circ$ の母線上にある微小流体塊が受ける力の大きさと向き ($P_{,y'}>0$ のとき円錐体頂点方向への力、 $P_{,y'}<0$ のとき円錐体座面方向への力)を表し、 $P_{,\theta}$ は $x-z$ 断面内において微小流体塊が受ける力の大きさと向き ($\theta=0^\circ$ に対して対称となるので、 $P_{,\theta}>0$ のとき微小流体塊は z 方向に引張力、 $P_{,\theta}<0$ のとき z 方向に圧縮力を受ける)を表す。図 4(a)の $P_{,y'}$ 値は、乱流境界層の間欠領域を含む外層領域(本実験条件において $y/H=0.18\sim 0.53$ の範囲に対応する)で符号が異なり、 $P_{,y'}=0$ となる位置は 2α の増加に対して境界層内部へ移動する。境界層外側において、 $2\alpha=15^\circ$ の $P_{,y'}$ 値は y/H に対してほぼゼロで一定であるが、 $2\alpha>15^\circ$ の $P_{,y'}$ 値は y/H に対して正で増加する。また、その大きさは 2α に対して増加するが、 $2\alpha\geq 45^\circ$ においてその増加割合は小さい。一方、境界層内側において、 $P_{,y'}$ 値は全体的な傾向として円錐体座面に向かい負で増加し、 $y/H\approx 0.1$ 付近で負の極小値を取った後、ゼロに向かう。負の大きさは、 2α の増加に対して減少する。図 4(b)の $P_{,\theta}$ 値についてみると、 $P_{,\theta}$ 値は図示した範囲内で $P_{,\theta}>0$ であり、 y/H に対して増加する。 2α が増加すると、 $P_{,\theta}$ 値は円錐体座面から上方方向にゼロに近い値の範囲が広がり、 $2\alpha=90^\circ$ では円錐体頂点付近のみで値が大きい。

次に、 y' および θ 方向圧力勾配力の大きさの比 $R_p (=P_{,y'}/P_{,\theta})$ から、円錐体表面に沿う限界流線が y' あるいは θ 方向のどちらに影響を受け易いかを考察する。なお、 R_p 値の不確かさは $P_{,y'}$ 値および $P_{,\theta}$ 値の不確かさから円錐体頂点付近を除き 4%以下と評価された。図 5 に R_p 値の y/H に対する変化を、 $2\alpha=15\sim 90^\circ$ の場合について示す。全体的な傾向として、 R_p 値は y/H に対して負から正に転じた後、円錐体頂点に向かいゼロとなる。円錐体下部領域における負値の絶対値は 2α に対して増加する一方、円錐体上部領域における正値は $2\alpha=90^\circ$ の結果が $2\alpha\leq 60^\circ$ に対して著しく大きい。これらの結果より、 $\theta=0^\circ$ の母線上を起点とした限界流線の主たる向きは 2α が小さくなると θ の正負方向となり、逆に 2α が大きくなると円錐体下部領域では y' の負方向(円錐体座面方向)に、一方円錐体上部領域では y' の正方向(円錐体頂点方向)になると推測される。図 5 の結果を用いて、前方岐点高さ Y_s と R_p 値の関係を調査する。首飾り渦が形成されるためには、 Y_s 位置における流体に作用する圧力勾配力によって $\theta=0^\circ$ の母線上に沿って y' の負方向に向かう限界流線が形成されなければならない。もちろん、前方岐点は流れの分岐点であるので、 y' の負方向となる限界流線に付随して、 θ の正負方向に向かう複数の限界流線が形成されているものと思われる。そこで、 R_p 値が負で $|R_p|\sim 1$ (記号 \sim は \sim で与えられた関係式の比例係数が $1/5\sim 5$ の大きさであることを意味する⁽¹³⁾)となる位置で y' の負方向および θ の正負方向に向かう複数の限界流線が形成されると仮定し、その位置を前方岐点と再定義する。図 6 に $R_p<0$ で $|R_p|\sim 1$ となる高さをあらためて Y_s とし、結果を 2α に対して示す。図 6 中には、 $R_p=-1$ および -3 の結果を示す。また、図 6 中には $R_p=0$ となる高さ(すなわち、 y_{max})および既報⁽¹⁰⁾の円錐体上流部の染料注入法による可視化画像(後述の図 9 参照)から評価された前方岐点高さ $Y_s|_v$ も合わせて示す。なお、図 6 中の実線、破線および一点鎖線はデータ間を 3 次スプライン近似したものである。まず、 y_{max}/H 値 ($R_p=0$ のとき)についてみると、この値は 2α に対して $y_{max}/H\approx 0.52$ から減少する傾向である。一方、 $R_p=-1$ および -3 で評価された Y_s/H 値は 2α に対して増加し、 $2\alpha\approx 45^\circ$ 付近で最大値をとった後、減少に転じる。この傾向は、 $Y_s|_v/H$ 値(可視化結果)の分布傾向と良好に対応する。これよ

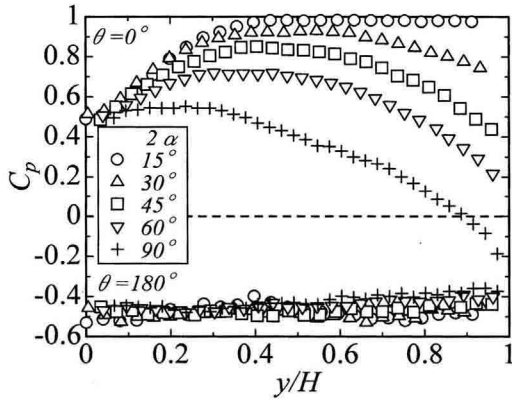


Fig.7 Non-dimensional pressure coefficient at $\theta=0$ and 180°

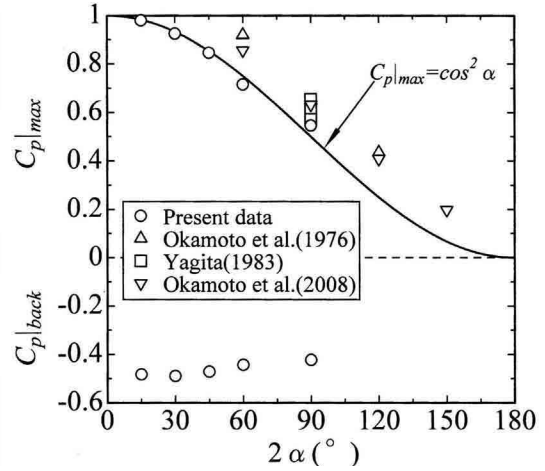
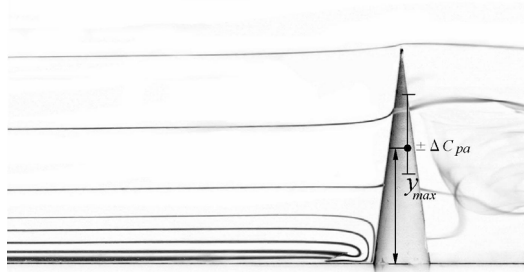
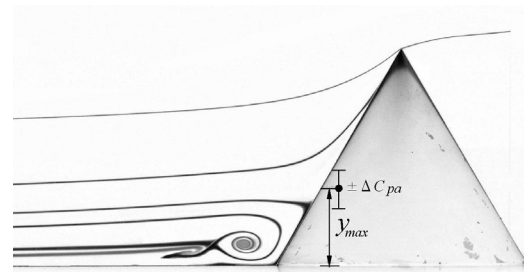


Fig.8 Variation of the maximum surface pressure and the averaged backpressure to apex angle



(a) $2\alpha=15^\circ$ ⁽¹⁰⁾



(b) $2\alpha=60^\circ$ ⁽¹⁰⁾

Fig.9 Flow visualization

り, 前方岐点は $|R_p| \sim 1$ となる位置として定義しても差し支えない. なお, $2\alpha=90^\circ$ における y_s/H 値は y_{max}/H 値とほぼ一致しているため, $\theta=0^\circ$ の母線上の $C_p|_{max}$ 位置として評価できる.

3.3 平均流線パターンと円錐表面圧力場

本節では $\theta=0^\circ$ および 180° の円錐体母線上における C_p 値と平均流線パターンとの関係について議論する.

図7に $\theta=0^\circ$ および 180° における C_p 値の y/H に対する変化を, $2\alpha=15\sim 90^\circ$ の結果について示す. 図7上段は $\theta=0^\circ$, 下段は $\theta=180^\circ$ の結果である. $\theta=0^\circ$ の結果についてみると, $2\alpha=15^\circ$ の C_p 値は境界層外側 ($y/H > 0.44$) において概ね一定であり, 境界層内側 ($y/H < 0.44$) では円錐体座面に向かい減少する. $2\alpha=15^\circ$ の結果を除いて, C_p 値は境界層外側で y/H 値の増加に対して減少し, その減少量は 2α に対して著しくなる. 境界層内側の C_p 値は, $2\alpha=15^\circ$ と同様に円錐体座面に向かい減少するものの, 円錐体座面近傍における C_p 値は 2α によらず $C_p \cong 0.5$ をとる. さらに, 各 2α の分布における $C_p|_{max}$ 値は 2α の増加に対して減少する. 一方, $\theta=180^\circ$ の場合の C_p 分布は $\theta=0^\circ$ の結果とは異なり, y/H および 2α の変化によらず概ね一定である.

図8に $C_p|_{max}$ および $\theta=180^\circ$ における C_p 値の y/H に対する平均値 $C_p|_{back}$ の 2α に対する変化を示す. 図8上段は $C_p|_{max}$ を, 下段は $C_p|_{back}$ の結果である. なお, $C_p|_{max}$ 値は微差圧計の精度から評価された不確かさ $\Delta C_p/C_p$ ($\Delta C_p \cong 0.0035 P_a$) に基づき, $\pm \Delta C_p$ の範囲にある測定値を平均して得られた結果の最大値として算出された. 図8中には, 他研究者らの結果^(7~9)も合わせて示す. 本結果および他研究者らの $C_p|_{max}$ 値は, 2α の増加に対して減少する. この $C_p|_{max}$ と 2α の関係について考察してみる. $\theta=0^\circ$ の母線上の円錐体表面圧力 $P_{\theta=0^\circ}$ が円錐体上流直近における流体の単位時間・単位体積当りの運動エネルギーと圧力エネルギー P_s の和(式(4))で表され, この直近位置まで運動エネルギーは圧力エネルギーに変換されないと仮定する.

$$P_{\theta=0^\circ} = \frac{1}{2} \rho U_n^2 + P_s \tag{4}$$

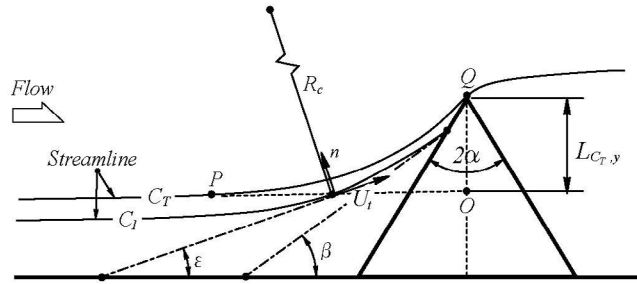


Fig.10 Streamline faced on generatrix at $\theta = 0^\circ$

式(4)中、 U_n は円錐体表面に垂直な速度成分である。 U_n と P_s を適切に選択するために、既報⁽¹⁰⁾で行なった円錐体上流部流れの染料注入法による可視化結果(図9)を参考にする。図9中には代表的に $2\alpha = 15^\circ$ および 60° の結果のみを引用⁽¹⁰⁾している。なお、可視化実験は層流境界層($\delta/H \approx 0.41$ および $Re_H \approx 1010$)で行なわれた。このとき、円錐体上流の流れは層流であり、流脈線は流線と一致する(これ以降、図9中の流脈線を流線と呼ぶ)。なお、本実験は乱流境界層下で行なわれているため、流れ関数の値や円錐体の十分上流における平均流線の底平面壁に対する傾きは可視化結果と異なる。図9中、エラーバーで示された範囲は、 $\theta = 0^\circ$ における C_p 値が $C_p|_{max} \pm \Delta C_{pa}$ の範囲にある y の範囲を意味する。 y_{max} 付近に直面する流線は、ほぼ底平面壁に対して平行である。そこで、 P_s は境界層発達に伴う流線曲率による圧力変化は小さいと仮定し、円錐体から十分離れた位置の静圧 $P_{s\infty}$ (主流静圧)と等しいとする。そのとき、その流線上の円錐体直近における速度は U_1 (本実験範囲内で y_{max} 位置は、境界層外側あるいは外層領域である)となるので、 $U_n = U_1 \cos \alpha$ と表すことができる。これらを式(4)に代入すると、 $C_p|_{max}$ は

$$C_p|_{max} = \frac{P_{\theta=0^\circ} - P_{s\infty}}{1/2 \cdot \rho U_1^2} = \cos^2 \alpha \quad (5)$$

の余弦法則で表される。図8中の実線は式(5)を示しており、本結果と良好に一致している。一方、式(5)は他研究者の結果に対して傾向は同様であるが、過小評価されている。 $C_p|_{back}$ 値は、前述したように本実験範囲内($15^\circ \leq 2\alpha \leq 90^\circ$)で 2α に対する変化は小さい。しかし、 H ＝一定のもとで $2\alpha \rightarrow 0$ および 180° の限界では円錐体は針状および平板状の形状となり、円錐体背後にははく離領域が形成されなくなるため、 $2\alpha \rightarrow 0$ および 180° における $C_p|_{back}$ 値はそれぞれ $C_p|_{back} \rightarrow 1$ および 0 になると期待される。このとき、円錐体に作用する流体力は摩擦抗力のみとなる。

次に、 $\theta = 0^\circ$ の母線上の円錐体上部(境界層外側)における C_p 値(以後、 $C_{p\theta=0^\circ,f}$)に対する影響因子について、 $C_p|_{max}$ 値と同様に式(4)に基づいて考察する(図10参照)。図9の可視化結果から、 $2\alpha = 60^\circ$ の $y > y_{max}$ における流線は円錐体近傍で円錐体頂部へ向かって湾曲する傾向が顕著である。この流線の湾曲は、式(4)中の運動および圧力エネルギーに対して影響を及ぼすことが期待される。図10中の流線 C_1 に着目すると、 C_1 上における流線曲率の定理に基づく圧力変化は、

$$-\frac{\partial P}{\partial n} = \rho \frac{U_t^2}{R_c} \quad (6)$$

と表される。ここで、 n は流線に直交する座標方向、 U_t は流線の接線方向の速度および R_c は流線の曲率半径である。式(6)の x 方向成分は、

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \frac{U_t^2}{R_c} \sin \varepsilon \quad (7)$$

である。 ε は、 C_1 上の任意の点における接線が底平面壁となす角度である。式(7)を円錐体から十分上流の位置 x_∞ から円錐体直近位置 x_i まで積分すると、

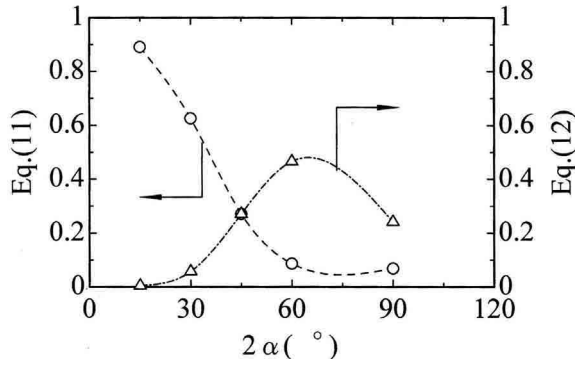


Fig.11 Effect of curvature of streamline

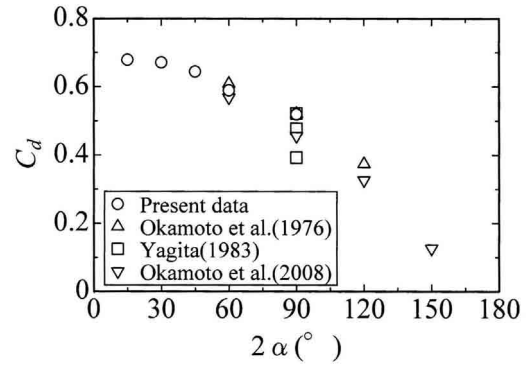


Fig.12 Pressure drag coefficient

$$P_s = P_{s\infty} + \rho \int_{x_\infty}^{x_i} \frac{U_t^2}{R_c} \sin \varepsilon dx \quad (8)$$

となる．次に， C_1 上の x_i 位置における速度 U_{ii} は x_i 位置(圧力は式(8))と x_∞ 位置(速度は U_1 および圧力は $P_{s\infty}$)間とのベルヌーイの定理から，

$$U_{ii} = \sqrt{U_1^2 - 2 \int_{x_\infty}^{x_i} \frac{U_t^2}{R_c} \sin \varepsilon dx} \quad (9)$$

と見積もられる．流線 C_1 が円錐体表面に直面する底平面壁に対する角度を β とすると， $U_n = U_{ii} \cos(\alpha + \beta)$ となる．これらの結果を式(4)に代入すると，圧力係数 $C_{p\theta=0^\circ, f}$ 値として

$$C_{p\theta=0^\circ, f} = \cos^2(\alpha + \beta) + 2(1 - \cos^2(\alpha + \beta)) \int_{x_\infty}^{x_i} \left(\frac{U_t}{U_1} \right)^2 \frac{\sin \varepsilon}{R_c} dx \quad (10)$$

が得られる．実際に式(10)から実験的に $C_{p\theta=0^\circ, f}$ 値を求めることは極めて困難(3次元流場の流線を描くことを要求するので，本論文では式(10)右辺第1項および第2項の大きさをオーダー解析により評価して 2α に対する依存性を調査する．図10の円錐体頂点近傍の流線 C_T に着目し，この C_T の β を β_T とする．さらに，円錐体の影響を受けない上流位置の C_T 上の点 P から円錐体頂点近傍の点 Q までの C_T の形状を円弧とみなし，その弧の長さを L_{C_T} (図10参照)および点 P における接線の底平面壁に対する傾き角を ε_L とする．このとき，円弧半径は $L_{C_T} / (\beta_T - \varepsilon_L)$ で表される．また，点 P における接線と円錐体中心軸との交点を点 O とおく．円錐体設置位置における ε_L は十分小さい(ε_L は，乱流境界層の排除厚さ δ^* の発達から， $\varepsilon_L = d\delta^* / dx \approx 0.0035 \text{ rad}$ と評価された)ので $\triangle OPQ$ は直角三角形で近似でき，線分 PQ の長さ(L_{C_T} の大きさと同オーダーである)は

$$\overline{PQ} = \sqrt{(\overline{OP})^2 + (\overline{OQ})^2}$$

となる．ここで， \overline{OP} および \overline{OQ} の大きさを同程度(その大きさを $L_{C_T, y}$ とする)とすれば， $L_{C_T} \sim L_{C_T, y}$ と評価される．これより， C_T の曲率半径 R_{C_T} は $L_{C_T, y} / \beta_T$ と見積もられる．さらに， ε および U_t の代表値を β_T および U_1 とし，式(10)の積分範囲の大きさが $L_{C_T, y}$ と同程度とすれば，式(10)右辺第1項および第2項のオーダーは，

$$O\{\cos^2(\alpha + \beta)\} = \cos^2(\alpha + \beta_T) \quad (11)$$

$$O\left\{2(1 - \cos^2(\alpha + \beta)) \int_{x_\infty}^{x_i} \left(\frac{U_t}{U_1} \right)^2 \frac{\sin \varepsilon}{R_c} dx\right\} = (1 - \cos^2(\alpha + \beta_T)) \beta_T \sin \beta_T \quad (12)$$

と評価される．

既報の可視化結果⁽¹⁰⁾(図9参照)から得られた β_T (図示していない)を用いて算出された式(11)および(12)の 2α に対する変化を図11に示す．図11中の破線と一点鎖線は，式(11)および式(12)の 2α に対する変化を明示するために，3次スプライン近似したものである．式(11)の値は 2α の増加に対して減少し， $2\alpha \rightarrow 0$ で最大となる．一方，

式(12)の値は 2α に対して増加するが、 $2\alpha=60^\circ$ 付近で最大値を取った後減少する。なお、 $2\alpha \approx 45^\circ$ で式(11)と式(12)の値は同程度である。これらの結果より、 $C_{p\theta=0^\circ,f}$ 値に対して $2\alpha < 45^\circ$ では式(10)右辺第1項の寄与が、 $2\alpha > 45^\circ$ では第2項の寄与が支配的となる。以上より、 $C_{p\theta=0^\circ,f}$ 値を予測するには円錐体頂角に加えて、円錐体頂部へ向かう流線の円錐体表面へ直面する角度を考慮する必要がある。なお、図7の頂点付近における $C_{p\theta=0^\circ,f}$ 値は $2\alpha=90^\circ$ の結果のみ負であるが、図10に描かれたように円錐体上流から流下する流線が円錐体表面へ角度 β をなして直面する本解析式(式(10))を用いてその説明はできない。

図12に円錐体表面圧力分布から求められた圧力抵抗係数 C_d 値の 2α に対する変化を示す。図12中には、他研究者の結果^(7~9)も合わせて示す。本結果および他研究者の結果は、 2α の増加に伴い減少する。本実験範囲内における C_d 値の減少は、円錐体後方は離領域内の C_p 値が 2α および y/H に対してほぼ一定であるので、主として $C_p|_{max}$ 値が $\cos^2 \alpha$ で変化すること、および $C_{p\theta=0^\circ,f}$ 値が 2α に対する流線の湾曲の程度に依存した流体のエネルギー量の変化に起因することに関係付けられる。なお、 $2\alpha < 15^\circ$ および $2\alpha > 90^\circ$ については、円錐体背後のはく離領域の縮小に伴う $C_p|_{back}$ 値の変化も考慮する必要がある。

4. 結 言

薄い境界層に設置された円錐体表面圧力分布を計測し、円錐体上流部の流れ構造と表面圧力分布との関係を調査し、以下の事柄を明らかにした。

- (1) $\theta=0^\circ$ の圧力勾配力から推測された母線上を起点とした限界流線の主たる向きは 2α が小さくなると θ の正負方向となり、逆に 2α が大きくなると円錐体下部領域では y' の負方向(円錐体座面方向)に、一方円錐体上部領域では y' の正方向(円錐体頂点方向)となる。
- (2) 首飾り渦の大きさの尺度である前方岐点高さ Y_s 位置は、 $\theta=0^\circ$ の母線上における円錐体斜面方向と周方向の圧力勾配力の比 R_p が負で $|R_p| \sim 1$ となる位置として決定される。そのとき、 Y_s/H 値は 2α に対して増加して $2\alpha \approx 45^\circ$ 付近で最大値を取った後減少する。
- (3) $\theta=0^\circ$ の母線上における円錐体表面上の最大圧力係数 $C_p|_{max}$ 値の 2α に対する変化は余弦法則で近似できる。一方、円錐体上部表面の圧力係数 $C_{p\theta=0^\circ,f}$ 値の予測には、円錐体頂角 2α に加えて、円錐体頂部へ向かう流線の円錐体表面へ直面する角度を考慮する必要がある。
- (4) 本実験範囲内($2\alpha=15\sim 90^\circ$)における円錐体の圧力抵抗係数 C_d は、主として円錐体上流側表面圧力の 2α に対する変化に対応する。

文 献

- (1) Hunt J.C.R., "The Effect of Single Buildings and Structures", *Philosophical Transactions for the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol.269, Issue 1199(1971), pp.457-467.
- (2) Hunt J.C.R., Abel C.J., Peterka J.A. and Woo H., "Kinematical Studies of the Flows around Free or Surface-Mounted Obstacles; Applying Topology to Flow Visualization", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.86, Part 1 (1978), pp.179-200.
- (3) Chyu M.K. and Natarajan V., "Heat Transfer on the Base Surface of Three-Dimensional Protruding Elements", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No.14 (1996), pp.2925-2935.
- (4) Baker C.J., "The Laminar Horseshoe Vortex", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.95, Part 2(1979), pp.347-367.
- (5) Gaster M., "Vortex Shedding from Slender Cones at Low Reynolds Numbers", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.38, Part 3(1969), pp.565-576.
- (6) 泉耕二, 種子田定俊, "平板上円錐まわりの流れの観察", 九州大学応用力学研究所所報, Vol.42 (1975), pp.63-71.
- (7) 岡本哲史, 八木田幹, 片岡真一, "平板上に置かれた円すいまわりの流れ", 日本機械学会論文集, Vol. 42, No.359 (1976), pp.2107-2115.
- (8) 八木田幹, "平板上に置かれた円すいまわりの流れ(第2報, 境界層厚さの影響)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol.49, No.447 (1983), pp.2537-2543.

- (9) 岡本史紀, 美馬隆志, 梅木優, "平板壁上の円すいまわりの流れおよび渦放出に及ぼす頂角の影響", 日本機械学会論文集 B 編, Vol.74, No.737 (2008), pp.49-57.
 - (10) 亀田孝嗣, 角田哲也, 望月信介, 大坂英雄, "薄い境界層中に設置された円錐体周りの流れ(前方岐点に関する一考察)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol.74, No.740 (2008), pp.803-810.
 - (11) 亀田孝嗣, 角田哲也, 望月信介, 大坂英雄, "薄い境界層中に設置された円錐体周りの流れ(中心断面内の流れ場)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol.76, No.762 (2010), pp.282-290.
 - (12) Osaka H., Kameda T. and Mochizuki S., "Re- examination of the Reynolds-Number-Effect on the Mean Flow Quantities in a Smooth Wall Turbulent Boundary Layer", *JSME International Journal, Series B*, Vol.41, No.1(1998), pp.123-129.
 - (13) Tennekes H. and Lumley J.L., *A First Course in Turbulence*, Fifteen Printing(1994), Brief Guide on the Use of Symbols, The MIT Press.
-