

乱流境界層の局所相似性に対する逆圧力勾配の影響*

中村 高紀^{*1}, 亀田 孝嗣^{*2}, 望月 信介^{*2}Effect of an Adverse Pressure Gradient on the Local Similarity
for a Turbulent Boundary LayerTakanori NAKAMURA, Takatsugu KAMEDA^{*2} and Shinsuke MOCHIZUKI^{*2} Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi 755-8611 Japan

Experiments have been performed to investigate the effect of an adverse pressure gradient to the scaling law of a turbulent boundary layer. An approximate equilibrium boundary layer was achieved using a power law distribution of a free stream velocity with an exponent of -0.188. The wall shear stress was measured with a direct measurement device equipped with a zero displacement floating element mechanism. The scaling law was examined by the use of the friction velocity and a local velocity scale estimated from the shear stress profile. The later scale is derived from the integration of the boundary layer equations in conjunction with the order analysis in the limit of that pressure gradient parameter tends to zero and can be expressed as a function of friction parameter, pressure gradient parameter and height from the wall. The mean velocity gradient normalized with distance from the wall and the friction velocity depends on the height, but with the local velocity scale has a constant value in the layer where the PDF profiles of streamwise and normal fluctuating velocities are similar. The inverse of the constant value that is Kármán constant is 0.45. The modified logarithmic velocity profile is proposed from the local velocity scale and Kármán constant of 0.45 and is well consistent with the present experimental data.

Key Words : Boundary Layer, Shear Layer, Turbulent Flow , Local Similarity, Pressure Gradient

1. 緒 言

本研究の目的は、近似的な平衡境界層となる逆圧力勾配下の乱流境界層について平均速度分布の局所相似性に対する圧力勾配の影響を実験的に明らかにすることである。

逆圧力勾配下で発達する乱流境界層は、水力機械においては圧力回復の機能をもつ吸出し管や流体エネルギーと機械エネルギーの相互変換を担うランナ (羽根車) 周りで形成され、設計上極めて重要な流れ場である。近年、数値計算による最適化手法の進展⁽¹⁾により水力機械の性能は大幅に向上し、その更なる高性能化には逆圧力勾配に起因した境界層流れのはく離による旋回失速やサージングの不安定現象⁽²⁾の予測およびその抑制が要求される。その基礎研究として、乱流境界層の局所相似則である壁法則に対する逆圧力勾配の影響を精査することは重要な課題の1つである。

逆圧力勾配下の乱流境界層に関しては実験および数値計算の立場から精力的に多くの研究が行なわれてきており、本研究で着目する圧力勾配下における壁法則についてはいくつかの提案がなされてきた。Ludwig and Tillmann⁽³⁾や Clauser⁽⁴⁾は逆圧力勾配下においてもゼロ圧力勾配下のものと同様の対数法則が成立することを報告し、抵抗値の評価法を提案した。その後、Townsend⁽⁵⁾や Patel⁽⁶⁾によって圧力勾配によるせん断応力勾配を考慮して修正された対数法則が提案された。一方、Andersen ら⁽⁷⁾や Nagano ら⁽⁸⁾は混合距離に対する圧力勾配パラメータの影響を Van Driest の減衰関数で表し、減衰係数が圧力勾配パラメータの増加により減少することを報告した。

* 原稿受付 2010年12月15日

^{*1} 正員, (株)東芝 電力・社会システム技術開発センター (〒234-0036 神奈川県横浜市鶴見区寛政町 20-1)^{*2} 正員, 山口大学 大学院理工学研究科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2-16-1)

E-mail: kameda@yamaguchi-u.ac.jp



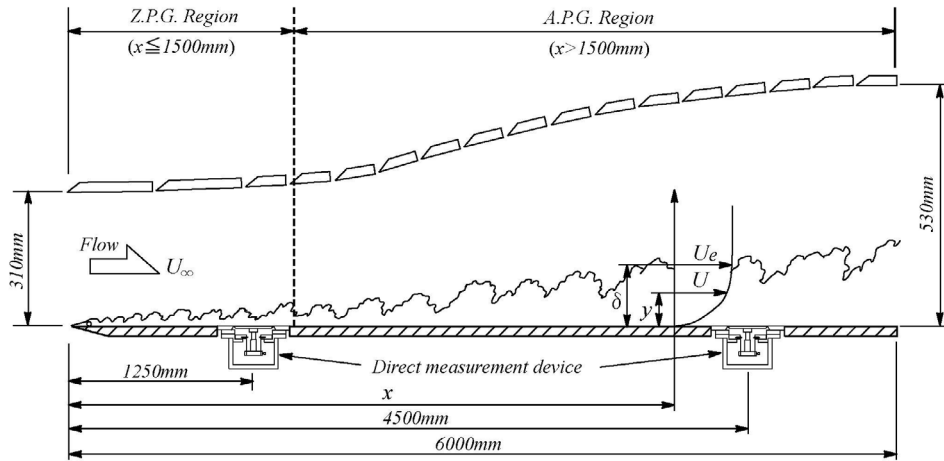


Fig.1 Schematic of flow field, coordinate system and nomenclature

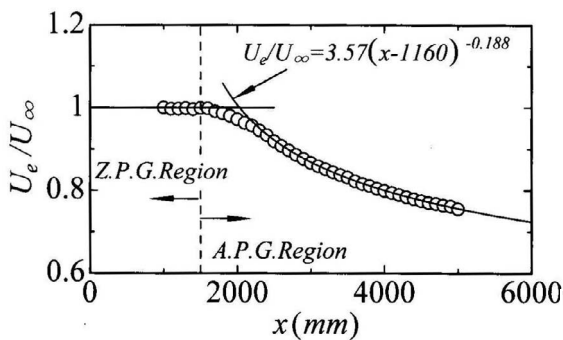


Fig.2 Free stream velocity

Table 1 Evaluation of each term of the momentum integral equation (2)

x [m]	Left side	Right side			Difference
		First term	Second term	Third term	
1.5	3.49×10^{-3}	3.44×10^{-3}	-0.04×10^{-3}	-0.05×10^{-3}	1.1%
4.5	10.00×10^{-3}	1.92×10^{-3}	-7.35×10^{-3}	-0.23×10^{-3}	5.0%

Skare and Krogstad⁹⁾は、混合距離から評価されたカルマン定数が圧力勾配パラメータに対して増加することを示した。最近では、種々の実験データを再整理して対数法則のカルマン定数や付加定数(切片)が圧力勾配パラメータとの関係式で表されている¹⁰⁾。しかしながら、この種の研究は局所の力学量で議論できる流れ場の製作および平均速度分布や壁面せん断応力の高精度な計測によって精査する必要があり、壁法則に対する圧力勾配の修正、カルマン定数および付加定数と圧力勾配パラメータの関係は未だ結論付けられていない。

そこで、本研究では逆圧力勾配下で近似的な平衡境界層を作成することとした。また、壁面せん断応力は、ゼロ変位方式の浮動片要素応力直接測定装置により計測する。平均速度分布に独立して評価された壁面せん断応力値を使用することで、逆圧力勾配下における乱流境界層の局所相似性の検証が可能となる。この結果に基づき、逆圧力勾配下における乱流境界層の対数法則を再吟味する。

2. 実験装置および実験条件

2・1 流れ場の概要

図1に流れ場の概要、座標系および使用記号を示す。全ての実験は、全長12.48mの吹き出し式境界層用風洞において行われた。実験に使用した測定平板は、幅0.91m、長さ6mのベークライト製である。測定部上壁面は可携式屋根となっており、任意の圧力勾配の設定が可能である。平板前縁スパン中心位置に原点が置かれた座標系には、流れ方向、高さ方向およびスパン方向座標をそれぞれx、yおよびzとする右手直交座標系を採用した。境界層厚さδは、主流における局所流れ方向平均速度Uの空間変動値の最大値が0.3%であることおよび境界層外端におけるUの不確かさΔU/U(評価方法は2・2節で述べる)がΔU/U < 0.2%であることを考慮して、U = 0.995U_e(U_eは任意のx位置における主流速度である)となるyとして定義された。乱流遷移を促進するために、x=150mm位置に直径1.2mmのトリッピングワイヤーを設置した。平板上流部(x ≤ 1500mm; Z.P.G. Region)の範囲でゼロ圧力勾配下の乱流境界層を発達させた後、下流部(x > 1500mm; A.P.G. Region)に逆圧力勾配を付加した。

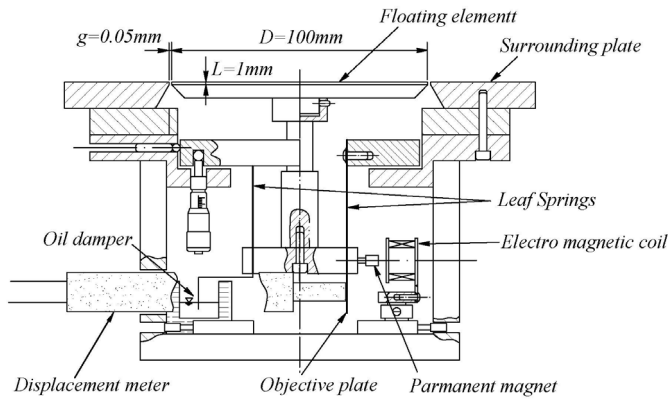


Fig.3 Direct measurement with a floating element device

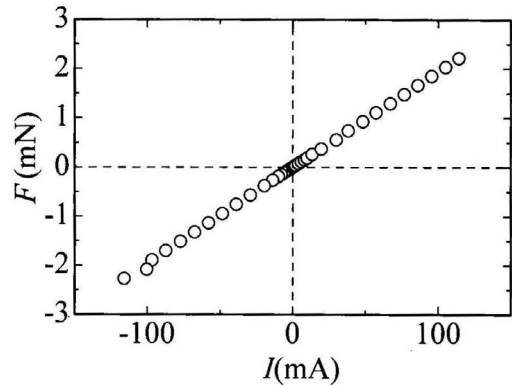


Fig.4 Calibration curve

なお、測定部入り口における主流速度 U_∞ は全ての実験で約 12m/s に設定された。 $x=1500\text{mm}$ 位置における運動量厚さ θ に基づくレイノルズ数 $R_\theta (=U_e \theta / \nu, \nu$ は動粘度である) は約 2200 で、標準的なゼロ圧力勾配下の乱流境界層⁽¹¹⁾となっていることを確認した。

逆圧力勾配は、平衡境界層の成立条件⁽¹²⁾

$$U_e \propto (x - x_0)^m, \quad (-1/3 < m < 0) \quad (1)$$

を満足するように設定した。式(1)中、 x_0 は逆圧力勾配下で発達する乱流境界層の仮想原点である。逆圧力勾配下で厳密な平衡境界層を実現するには、式(1)の条件に加えて表面粗度の高さを $(x - x_0)$ に比例させる必要がある。しかし、本研究では逆圧力勾配の流れ場への影響を調査するために滑面平板とし、近似的な平衡境界層を作成した。図2に U_∞ で無次元化された U_e の流れ方向変化を示す。 $x \leq 1500\text{mm}$ の範囲において U_e / U_∞ 値はほぼ一定であり、ゼロ圧力勾配下の流れ場となっている。 $x > 2500\text{mm}$ の範囲では、 U_e / U_∞ 値は $m = -0.188$ を代入した式(1)に従って x 値に対して減少する。これより、 $x > 2500\text{mm}$ の範囲において近似的な平衡境界層となることが期待される。

流れ場の2次元性は、運動量積分方程式(式(2))の左辺と右辺の不釣り合いの程度から判断された。

$$2 \frac{d\theta}{dx} = C_f - 2(H+2) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} - \frac{2}{U_e^2} \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial x} (\overline{v^2} - \overline{u^2}) dy \quad (2)$$

式(2)中、 C_f は局所壁面摩擦抵抗係数、 $H (= \delta^* / \theta, \delta^*$ は排除厚さである) は形状係数、 $(\overline{v^2} - \overline{u^2})$ はレイノルズ垂直応力差 (u および v はそれぞれ流れ方向および壁面に垂直方向の変動速度である) である。式(2)中、 C_f 値はプレストン管法⁽¹³⁾および他の項は平均速度およびレイノルズ垂直応力の測定から評価された。表1に式(2)の各項の値を示す。表1中には、零圧力勾配領域 ($x = 1500\text{mm}$) と逆圧力勾配領域 ($x = 4500\text{mm}$) の結果を示す。流れ場の2次元性は、零圧力勾配領域において約 1%、逆圧力勾配領域において約 5%の左辺と右辺の不釣り合い(表1中、Differenceの列に記載されている)の程度で確保されていることを確認した。

2・2 計測装置と不確かさ

速度成分の測定には、自作I型およびX型熱線プローブと定温度型熱線流速計システム(日本カノマックス社製 Model 1010, 1008, 1013)を使用した。熱線センサーは直径 $d_w = 2.5 \mu\text{m}$ のタングステン線であり、そのアスペクト比 $l/d_w = 200$ ⁽¹⁴⁾ (l は受感部長さである) および受感部長さに基づくレイノルズ数 $l^+ (= l u_\tau / \nu, u_\tau$ は摩擦速度である) は全ての実験を通じて $9 \sim 16$ ⁽¹⁵⁾ であった。また、X型熱線プローブの熱線2線間の間隔 s_w は 0.2mm であり、コルモゴロフのマイクロスケール η に対する比 s_w / η は 1.3 であった⁽¹⁶⁾。熱線流速計からの信号はA-D変換器(サンプリング周波数 10kHz)を介してパソコンに取り込み、40sのデータを用いて平均速度と乱れ強さが算出された。

壁面せん断応力の測定には、著者ら⁽¹¹⁾が製作したゼロ変位方式の浮動片要素応力直接測定装置を使用した。図3に装置の断面図を示す。浮動片要素は、2本のりん青銅板バネを介したパラレルリンク方式で支持されている。この方式により、計測値に対する浮動片要素上面圧力分布の不均一性による回転モーメントの影響が無視される。

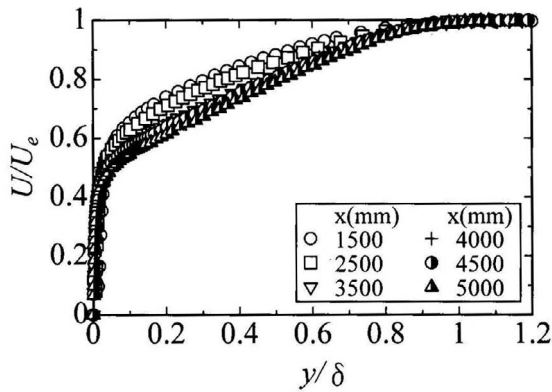


Fig. 5 Streamwise mean velocity profiles

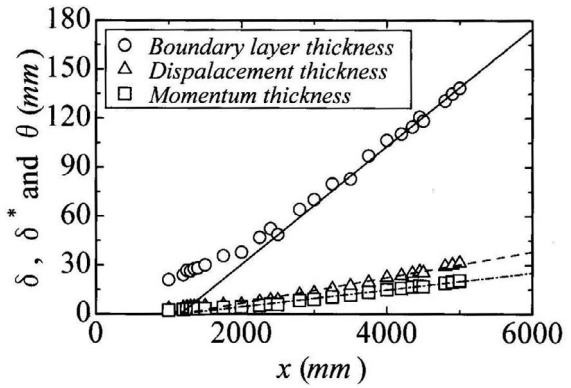


Fig. 6 Boundary layer development

浮動片要素直径 D は 100mm, 浮動片要素と周囲板のギャップ寸法 g は 0.05mm およびリップ寸法 L は 1mm とした. g の大きさは, 測定部と装置内圧力差によってギャップで生じる流れに起因した 2 次的な力を極力抑えるため, 加工精度(0.05mm)と等しい寸法とした. L の大きさは, 浮動片要素側面に圧力孔(0.5mm)を設けるために必要な寸法として決定された. 一方, D の大きさは, 予備実験から浮動片要素に作用する壁面せん断力に対する 2 次的な力(要素側面の圧力分布から評価)の比が 1.5%以下となるように設計された. なお, 浮動片要素のゼロ変位機構は, ギャップ寸法の不均一性による 2 次的な力の影響を抑えるために採用された. 浮動片要素のゼロ変位は, 浮動片要素支持脚下部に備え付けられた永久磁石と自作電磁コイルにより実現された. その手順は以下のとおりである. 浮動片要素に力が作用すると浮動片要素は変位する. その変位量を静電容量式変位計(岩通テクノシステム社製, 分解能 $0.01 \mu\text{m}$)により検出する. その後, 電磁コイルに電流を流して変位計の出力電圧の時間平均値(120[s])がゼロになるまで電流値を増加させる. 図 4 に浮動片要素に加えた力 F mN と電磁コイルに付加した電流 I mA の静的較正結果を示す. F は I に対して直線的に変化する. この関係を利用して, 付加した電流値から浮動片要素に作用した力を求めることができる.

次に, U および壁面せん断応力 τ_w から算出された $u_\tau (= \sqrt{\tau_w / \rho}$, ρ は密度である)の不確かさ $\Delta U / U$ および $\Delta u_\tau / u_\tau$ について述べる. $\Delta U / U$ は, 熱線が感知する有効速度と速度の関係式から生じる不確かさ, U_{eff} と熱線流速計の出力電圧の直線化による不確かさおよび U_∞ の設定に伴う不確かさを考慮した. 一方, $\Delta u_\tau / u_\tau$ は, 壁面せん断力の計測に伴う不確かさ(静的較正および 2 次的な力), 浮動片要素寸法の不確かさ, ρ の不確かさおよび U_∞ の設定に伴う不確かさを考慮して評価された. 逆圧力勾配領域の境界層内において, $\Delta U / U$ および $\Delta u_\tau / u_\tau$ はそれぞれ 0.9% および 1.5% 以下と見積もられた. これらの結果から, 壁変数 $U^+ (= U / u_\tau)$ の不確かさ $\Delta U^+ / U^+$ は 1.8% 以下と評価され, Buchmann ら⁽¹⁷⁾ が局所相似性の議論で推奨した条件(1~2%)を満足する.

3. 結果および考察

3.1 流れ場の基本的特性

図 5 に流れ方向平均速度分布を, $x \geq 1500\text{mm}$ の範囲について示す. 縦軸および横軸は U_e および δ で無次元化された. U / U_e 分布は, ゼロ圧力勾配の結果(図 5 中, ○印)と比較して x 値が増加するに従い逆圧力勾配によって徐々に減速し, $x \geq 4000\text{mm}$ の範囲で減速は同程度である. 図 6 は U / U_e 分布から評価された δ , δ^* および θ の x 値に対する変化を示す. 図 6 中, 実線, 破線および一点鎖線は U / U_e 分布の変化が小さい x 範囲($x \geq 4000\text{mm}$)で δ , δ^* および θ 値をそれぞれ最小 2 乗法で一次関数近似して得られた. 逆圧力勾配によって, δ , δ^* および θ 値は急激に増加し, $x \geq 4000\text{mm}$ の範囲においてほぼ $(x - x_0)^{1/2}$ に比例して発達している. これより, 平衡境界層の条件の 1 つ ($d\delta / dx = \text{const.}$) が成立する.

図 7 に C_f の R_0 数に対する変化を示す. 図 7 中, ■印は本直接測定装置により計測された結果, ○印および△印はそれぞれプレストン管法および Ludwig-Tillmann の式⁽³⁾(以後, L-T 式と表記する)から評価された結果である. 図 7 中の実線(K-S formula)と破線(O-K-M formula)は, それぞれゼロ圧力勾配下の乱流境界層で得られた Kármán-Schoenher の式および大坂ら⁽¹¹⁾によって提案された実験式である. $x = 1250\text{mm}$ 位置で計測されたゼロ圧力勾配下

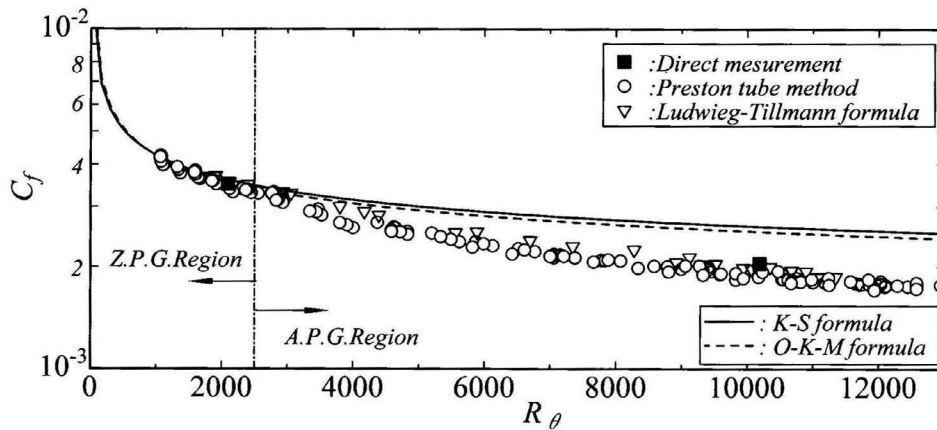


Fig.7 Local skin friction coefficient

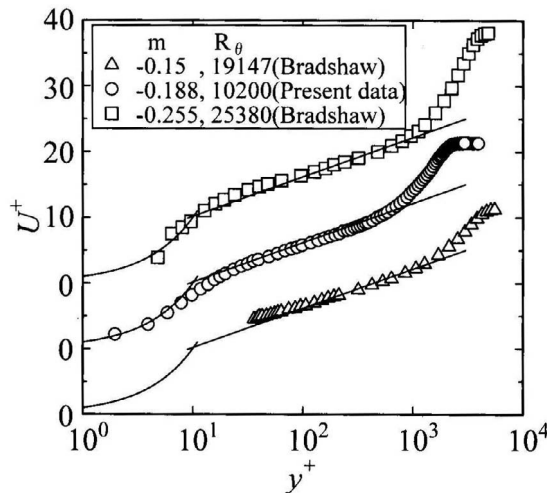


Fig.8 Logarithmic velocity profiles

における直接測定の結果($R_\theta \approx 2200$)は $C_f \approx 0.00348$ であり,他の方法による結果と2.2%以内で一致する.一方, $d\delta/dx = \text{const.}$ および $R_\theta > 10000$ ⁽¹⁷⁾となる $x=4500\text{mm}$ 位置における直接測定の結果($R_\theta \approx 10200$)は $C_f \approx 0.00204$ であり,ゼロ圧力勾配下の結果である実線および破線に比べ低い値(22%)である.これは,逆圧力勾配により層内の U/U_e 値が減速し,平均速度勾配が減少したためである.なお,直接測定の結果とプレストン管法およびL-T式による結果との差異は5.5%以内であった.この x 位置における圧力勾配パラメータ $\beta = (\delta^*/\tau_w) dP_e/dx$, P_e は壁面静圧である)と $P^+ (=v/(\rho u_\tau^3) dP_e/dx)$ はそれぞれ1.32および 2.74×10^{-3} であった.これ以降, $x=4500\text{mm}$ 位置の測定値を代表として結果の考察を行なう.

3・2 対数速度分布

図8に対数速度分布を示す.縦軸の U^+ および横軸の y^+ は,それぞれ U および y を u_τ および v/u_τ で無次元化された壁変数である(これ以降,上付きの+は u_τ および v/u_τ による無次元化を意味する).図8中には,近似的な平衡境界層で実験を行ったBradshaw⁽¹⁸⁾の $m=-0.15$ ($\beta=0.86$ および $P^+=1.01 \times 10^{-3}$)および $m=-0.255$ ($\beta=5.14$ および $P^+=4.84 \times 10^{-3}$)の結果を合わせて示す.図8中の実線は壁法則式(3)である.

$$U^+ = y^+ \quad \text{and} \quad U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (3)$$

式(3)中, κ および C はそれぞれカルマン定数および付加定数であり,実線の描画にはNagibら⁽¹⁹⁾の再吟味によって得られたゼロ圧力勾配下の $\kappa_0=0.384$ および $C_0=4.17$ (下付きの添え字"0"はゼロ圧力勾配を指す)を使用した.本結果およびBradshawの U^+ 分布は, m 値によらず $y^+=100 \sim 400$ において実線で示す対数法則とほぼ一致しているようである.ここで,逆圧力勾配下の乱流境界層における κ および C の圧力勾配パラメータに対する依存性につ

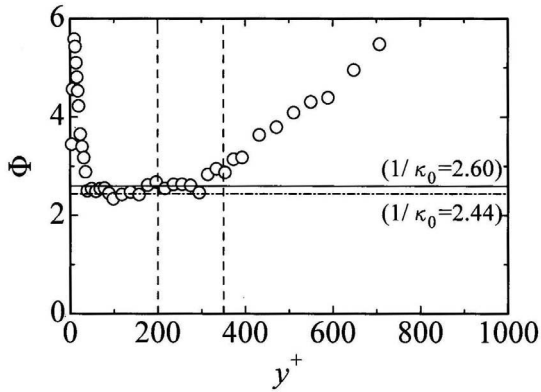


Fig.9 Non-dimensional mean velocity gradient

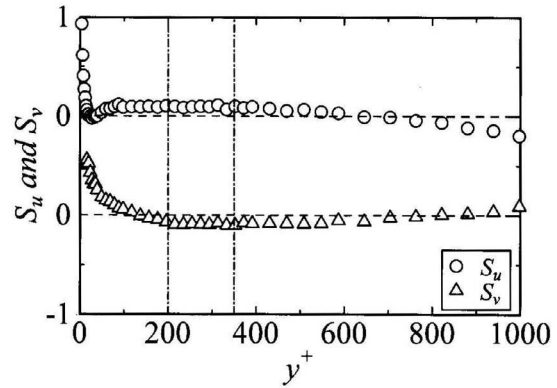


Fig.10 Skewness profiles of streamwise and normal fluctuating velocity

いていくつかの研究結果を簡単に述べておく. Nagano ら⁽⁸⁾は, $P^+ = 8.98 \times 10^{-3}$ ($R_\theta = 1290$) $\sim 2.51 \times 10^{-2}$ ($R_\theta = 3550$) において $\kappa \approx 0.4$ であるが, C 値は P^+ 値に対して減少する結果を得ている. Skare and Krogstad⁽⁹⁾は, $\beta = 12.2$ ($R_\theta = 25400$) ~ 21.4 ($R_\theta = 53970$) において混合距離から算出された κ 値が β に対して増加することを報告している. また, Lee and Sung⁽²⁰⁾による DNS (Direct Numerical Simulations)の結果($\beta = 0$ ($R_\theta = 900$) ~ 1.68 ($R_\theta = 1350$))では, β に対して U^+ 分布がゼロ圧力勾配下の対数法則に対して下方に移動し, それに対応して κ 値の減少が示されている. 最近では, Dixit and Ramesh⁽¹⁰⁾が κ および C を P^+ の関数として取り扱い, 強い圧力勾配下の流れでも使用できるクラウザー線図法を提案した. このように, 近年の研究から κ および C は R_θ や P^+ あるいは β に対して依存性を有すると考えられる. しかし, 局所相似性に基づく詳細な実験的議論はゼロ圧力勾配下の流れを除いて少ない. 本研究では高 R_θ 数に限定して, 次節において局所相似性の議論を行なう.

3.3 局所相似性

局所相似性を議論する上で重要な無次元平均速度勾配

$$\Phi = \frac{\partial U}{\partial y} \times \frac{y}{u_\tau} \quad (4)$$

の y^+ に対する変化を図 9 に示す. 縦軸の Φ は, ゼロ圧力勾配下の乱流境界層における局所相似性の議論で使用される u_τ と y で無次元化された値である. 本研究では, 局所相似性が期待される y^+ の範囲を Tsuji ら⁽²¹⁾がゼロ圧力勾配下の乱流境界層において対数速度分布の導出に用いた変動速度の PDF(確率密度関数)の普遍性に基づき決定する. 図 10 に u および v のスキューネス $S_u (=u^3/u_{rms}^3)$ および $S_v (=v^3/v_{rms}^3)$ の y^+ に対する変化を示す. S_u 値は $y^+ = 80 \sim 350$ および S_v 値は $y^+ = 200 \sim 550$ の範囲においてそれぞれほぼ一定であり, 両者の値がほぼ一定となる範囲は $y^+ = 200 \sim 350$ と決定できる. これに関して, Tsuji ら⁽²¹⁾は PDF が相似分布となる範囲として $y^+ = 180 \sim 0.049 \Delta^+$ ($\Delta^+ = \Delta u_\tau / \nu$, Δ は Rotta の規格化の長さ尺度⁽¹²⁾である)となることを報告している. 本結果の下限値 ($y^+ = 200$)は Tsuji らの値⁽²¹⁾と良好に対応しているが, 上限値 ($y^+ = 350$)は約半分程度であった(本流れ場の Δ^+ は $\Delta^+ = 15600$ である). これ以降, $y^+ = 200 \sim 350$ の範囲を局所相似領域(Local-similarity region)と呼ぶ. 図 9 中の破線で示された 2 本の縦線はそれぞれ $y^+ = 200$ および 350 であり, 実線と一点鎖線で示された 2 本の横線はそれぞれゼロ圧力勾配下の乱流境界層におけるカルマン定数 $\kappa_0 = 0.384$ と 0.41 ⁽¹¹⁾の逆数である. 本結果の Φ 値は, 局所相似領域で $\kappa_0 = 0.384$ の実線に近い値であるが, 緩やかに y^+ に対して増加する. これは, 逆圧力勾配下の乱流境界層では対数法則(式(3))が成立しないか, それとも u_τ あるいは y が平均速度勾配の無次元化の尺度として適切でないことを意味する. 流体塊の歪み速度である平均速度勾配はせん断応力 τ と密接な関係がある. 局所相似領域における τ は, 高レイノルズ数のゼロ圧力勾配下のもとで τ_w と等しくなり, 速度尺度として u_τ が選ばれる. 一方, 本研究の対象である逆圧力勾配下の流れでは, 局所相似領域を含む壁近傍領域で平行流近似が成立する場合に τ は圧力勾配を比例係数として y に対して直線的に増加する⁽⁵⁾. しかし, 有限のレイノルズ数のもとでは壁近傍領域においても逆圧力勾配による平均流線の拡がりや影響して平行流近似の妥当性に疑問が残る. そこで, 以下では τ に対する影響因子を境界層近似されたレイノルズ方程式に基づいて実験的および解析的に評価する.

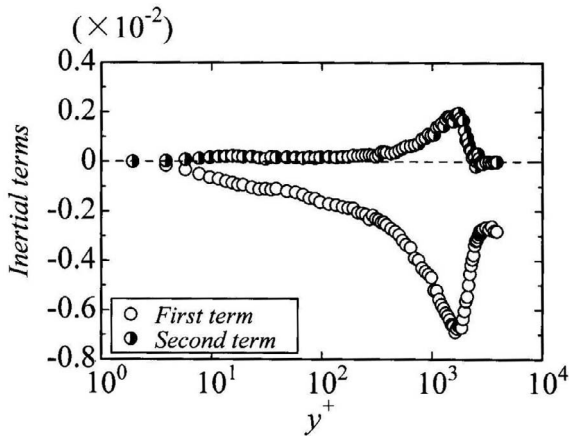


Fig. 11 Inertial terms throughout the layer subjected with an adverse pressure gradient

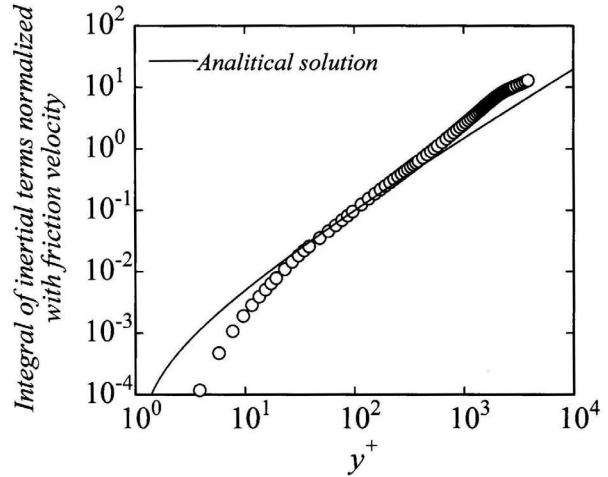


Fig. 12 Effect of the inertial terms to the shear stress profile

境界層近似されたレイノルズ方程式は,

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{v^2} - u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{uv}) + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (5)$$

と表され, 右辺第2項は逆圧力勾配下の乱流境界層では τ_w に対して数%の寄与をなす(表1参照)が, ここでの取り扱いでは無視する. 式(5)中, V は壁面に垂直方向の平均速度および $-\overline{uv}$ はレイノルズせん断応力である. 式(5)を y について積分($0 \sim y$ の範囲)して整理すると,

$$\frac{\tau}{\tau_w} = 1 + P^+ y^+ + \int_0^{y^+} \left\{ U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right\} dy^+, \quad \tau = -\rho \overline{uv} + \mu \frac{\partial U}{\partial y} \quad (6)$$

と表される. なお, $y^+ \gg 1$ のとき, $\tau \cong -\rho \overline{uv}$ となる. 式(6)中右辺第3項の被積分項(慣性項)を U の測定値から評価した結果を図11に示す. 被積分項第1項($U^+ \partial U^+ / \partial x^+$)は層内で負値であり, その値は直線底層($y^+ < 5$)内ではほぼゼロで, $y^+ > 5$ の範囲では y^+ に対して減少し, 外層領域で最小値をとった後, 主流領域において一定(-2.74×10^{-3})となる. 一方, 被積分項第2項($V^+ \partial U^+ / \partial y^+$)は内層領域ではほぼゼロであるが, 外層領域では y^+ に対して正(第1項とは逆符号)で増加し, 第1項が最小となる y^+ 値付近で最大となった後, 主流領域でゼロとなる. 図11の結果をもとに計算された式(6)右辺第3項(負値)の絶対値を図12に示す. 第3項の絶対値は y^+ に対して増加し, 局所相似領域における値は τ_w に対して30~50%である. 従って, 局所相似領域において式(6)中右辺第3項の τ に対する影響は無視できない.

次に, 慣性項に対する圧力勾配の影響を定式化することを試みる. 慣性項中の U^+ と $\partial U^+ / \partial y^+$ は慣習的に使用される対数法則(式(3))で第一近似する. $\partial U / \partial x$ は粘性底層を除く領域で $O.(U - U_e) = u_\tau$ ($O.$ は大きさのオーダーを意味する⁽²²⁾)であることを考慮すれば,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (U - U_e) + \frac{dU_e}{dx} \cong \frac{dU_e}{dx} \quad (7)$$

と近似される. V は連続の式を y に関して積分すると,

$$V = V_\delta - \frac{d}{dx} \int_y^\delta (U_e - U) dy + \frac{dU_e}{dx} (\delta - y), \quad \text{where } V_\delta = \frac{d}{dx} \int_0^\delta (U_e - U) dy - \frac{dU_e}{dx} \delta \quad (8)$$

が導かれる. 局所相似領域の成立範囲が $O.y^+ = 100$ で $O.(y / \delta) = 0.1$ であること, および V_δ 式の積分項に対する粘性底層からの寄与が小さいことを考慮して, V 式の各項のオーダーを比較すると,

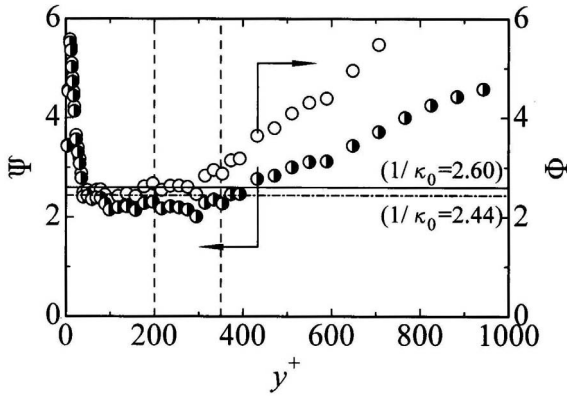


Fig.13 Modified non-dimensional mean velocity gradient

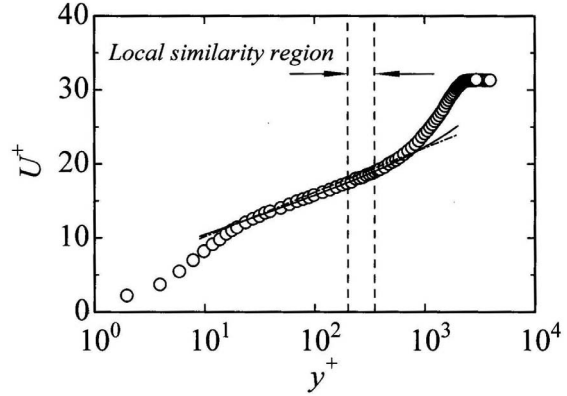


Fig.14 Modified log law profile

$$V \cong -\frac{dU_e}{dx} y \tag{9}$$

と近似される。以上の結果から慣性項は、

$$\int_0^{y^+} \left\{ U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right\} dy^+ \cong \left(-\frac{1}{\kappa_0} \ln y^+ + \frac{2}{\kappa_0} - C_0 \right) \omega P^+ y^+ \tag{10}$$

となる。式(10)中、 $\omega (=u_\tau / U_e = \sqrt{C_f / 2})$ は摩擦パラメータである。図 12 中に式(10)の絶対値を実線で示す。式(10)は式(6)中右辺第 3 項とそれに影響するパラメータとの関係を与え、局所相似領域において実験結果(○印)と 10%以内で一致する。そこで、式(6)および式(10)を利用して、局所相似領域の速度尺度 u_s を定義(式(11))する。

$$u_s \equiv \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = u_\tau \sqrt{1 + \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\kappa_0} \ln y^+ + C_0 - \frac{2}{\kappa_0} \right) \omega \right\} P^+ y^+} \tag{11}$$

本論文で取り扱う近似的な平衡境界層の流れ場において、 ω は Coles の後流法則⁽²³⁾から導かれる抵抗法則や実験結果⁽⁴⁾から P^+ に独立で β に依存すると仮定しても差し支えない。そこで、関数 $g(y^+, P^+)$ を

$$g(y^+, P^+) = \sqrt{1 + \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\kappa_0} \ln y^+ + C_0 - \frac{2}{\kappa_0} \right) \omega \right\} P^+ y^+} \tag{12}$$

とし、 $P^+ \rightarrow 0$ において P^+ に関するマクローリン展開を行なうと、

$$g(y^+, P^+) \cong g(y^+, 0) + \frac{\partial g}{\partial P^+} \Big|_{P^+=0} P^+ = 1 + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\kappa_0} \ln y^+ + C_0 - \frac{2}{\kappa_0} \right) \omega \right\} P^+ y^+ \tag{13}$$

が得られる。式(13)の結果を式(11)に代入すれば、 $P^+ \rightarrow 0$ における乱流境界層の速度尺度として

$$u_s = u_\tau \left[1 + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\kappa_0} \ln y^+ + C_0 - \frac{2}{\kappa_0} \right) \omega \right\} P^+ y^+ \right] \tag{14}$$

が導かれ、 u_s / u_τ は ω 、 P^+ および y^+ に依存して変化する。本研究では、慣性項の影響を考慮した速度尺度 u_s (式(14))を平均速度勾配の無次元化の尺度として局所相似性を再検討する。その結果を図 13 に示す。縦軸は

$$\Psi = \frac{\partial U}{\partial y} \times \frac{y}{u_s} \tag{15}$$

である。図 13 中には図 9 の結果(○印で示す)を合わせて示す。局所相似性が期待される $y^+ = 200 \sim 350$ の範囲において、 Ψ 値は 2.23 で概ね一定である。その一定値は、実線および破線で示されるゼロ圧力勾配下のそれに比べ小さい。このとき、 Ψ 値の逆数である κ 値(0.45)は κ_0 値(0.384 および 0.41)に比べ大きくなる。局所相似領域において運動量輸送に寄与する流体塊の高さ方向寸法(混合距離) l_i は高さ y に比例し、その比例係数が κ となる。従

って、逆圧力勾配での κ 値の増加は、付加された歪み速度(流れ方向への圧縮作用と高さ方向への伸張作用 $\partial V/\partial y > 0$)による流体塊の伸張によって ℓ_i が増加したことによるものであろう。以上より、式(14)は $P^+ \rightarrow 0$ の乱流境界層の局所相似領域における平均速度勾配の速度尺度として有用である。

3・4 修正対数速度分布

図 13 から得られた局所相似領域における式(15)値の逆数を κ とし、式(14)を式(15)に代入すると、 u_τ および v/u_τ で無次元化された平均速度勾配 $\partial U^+/\partial y^+$ は、

$$\frac{\partial U^+}{\partial y^+} = \frac{1}{\kappa y^+} + \frac{1}{2\kappa} \left(1 - C_0 \omega + 2 \frac{\omega}{\kappa_0} \right) P^+ - \frac{1}{2\kappa} \frac{\omega P^+}{\kappa_0} \ln y^+ \quad (16)$$

と表される。式(16)を y^+ に関して積分すると、

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + \frac{1}{2\kappa} \left\{ (1 - C_0 \omega) + 3 \frac{\omega}{\kappa_0} \right\} P^+ y^+ - \frac{1}{2\kappa} \frac{\omega}{\kappa_0} P^+ y^+ \ln y^+ + C_{AP} \quad (17)$$

として、局所相似領域における U^+ 分布が導かれる。式(17)中、 C_{AP} は積分定数であり、実験的に決定される。図 14 に修正対数速度分布を示す。図 14 中の実線は式(17)であり、 C_{AP} は局所相似領域において最小 2 乗法により決定 ($C_{AP} = 5.3$) した。図 14 中には式(3)を比較のために一点鎖線で示す。局所相似領域において、実験結果と式(17)との差の標準偏差は 0.08、式(3)では 0.52 であり、式(17)は式(3)に比べ実験結果と良好に一致する。また、 C_{AP} 値は C_0 値 ($\kappa_0 = 0.384$ のとき $C_0 = 4.17$ である) に比べ大きい。通常、この増加は粘性底層と対応させて議論される。そこで、粘性底層内の U^+ 分布が Van Driest の減衰関数

$$U^+ = 2 \int_0^{y^+} \frac{1}{1 + (1 + 4\ell_i^{+2})^{1/2}} dy^+, \quad \text{where } \ell_i^+ = \kappa y^+ [1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad (18)$$

に従うものとして減衰係数 A^+ を求めた。 A^+ は、式(18)と式(17)および式(18)と式(3)をそれぞれ局所相似領域の下限值 $y^+ = 200$ における接合により算出された。式(18)中の κ は、式(3)と接合させる場合には $\kappa (= \kappa_0) = 0.384$ を使用した。本逆圧力勾配下では $A^+ = 27.2$ 、一方ゼロ圧力勾配下では $A^+ = 21.5$ が得られ、 A^+ 値は逆圧力勾配によって増加する結果となった。

4. 結 言

逆圧力勾配下における近似的な平衡境界層の平均速度勾配の局所相似性について、ゼロ変位方式の浮動片要素応力直接測定装置により計測した壁面せん断応力値をもとに検討を行った。その結果をもとに、逆圧力勾配下における乱流境界層の対数法則の再吟味を行い、以下の結論を得た。

- (1) u_τ と y で無次元化された平均速度勾配値は、変動速度の PDF の分布形状が相似となる局所相似領域 ($y^+ = 200 \sim 350$) において一定とならない。
- (2) $P^+ \rightarrow 0$ の乱流境界層の局所相似領域における平均速度勾配の速度尺度(式(14))をレイノルズ方程式に基づき提案した。提案された速度尺度は、摩擦パラメータ ω 、圧力勾配パラメータ P^+ および無次元高さ y^+ に依存する。また、その尺度で無次元化された平均速度勾配は局所相似領域でほぼ一定となる。
- (3) 提案された速度尺度による無次元平均速度勾配(式(15))から平均速度分布(式(17))を導出した。また、 $P^+ = 2.74 \times 10^{-3}$ においてカルマン定数 κ および積分定数 C_{AP} はそれぞれ 0.45 および 5.3 となる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、広島工業大学の太田英雄教授には実験装置の改良および実験データの整理の際に貴重な助言を頂いた。ここに深く感謝の意を表す。

文 献

- (1) Nakamura, K., Kurosawa, S., "Design Optimization of a High Specific Speed Francis Turbine Using Multi-Objective Genetic Algorithm", *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, Vol. 2, No. 2, (2009), pp. 102-109
- (2) 西道弘, 岡本実, 王新明他, "キャビテーションらせん渦心に起因した曲がり吸出し管不規則水圧脈動の分析", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 60, No. 573 (1994), pp. 1532-1537.
- (3) Ludwig H. and Tillmann W., "Investigations of The Wall-Shearing Stress in Turbulent Boundary Layers", *National Advisory Committee for Aeronautics*, TM1285 (1950).
- (4) Clauser F.H., "Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients", *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol.21 (1950), pp.91-108.
- (5) Townsend A.A., "Equilibrium Layers and Wall Turbulence", *Journal of Fluid Mechanics*, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.11 (1961), pp.97-120.
- (6) Patel V.C., "A Unified View of the Law of the Wall Using Mixing-Length Theory", *Aeronautical Quarterly*, Vol.24 (1973), pp.55-70.
- (7) Andersen P.S., Kays W.M. and Moffat R.J., "Experimental Results for the Transpired Turbulent Boundary Layer in an Adverse Pressure Gradient", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.69 (1975), pp.353-375.
- (8) Nagano Y., Tagawa M. and Tsuji T., "Effects of Adverse Pressure Gradients on Mean Flows and Turbulence Statistics in a Boundary Layer", *Turbulent Shear Flows*, Vol.8 (1991), pp.7-21, Springer-Verlag.
- (9) Skare P.E. and Krogstad P-A., "A Turbulent Equilibrium Boundary Layer near Separation", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.272(1994), pp.319-348.
- (10) Dixit S.A. and Ramesh O.N., "Determination of Skin Friction in Strong Pressure-Gradient Equilibrium and near-Equilibrium Turbulent Boundary Layers", *Experiments in Fluids*, Vol.47 (2009), pp.1045-1058.
- (11) Osaka H., Kameda T. and Mochizuki S., "Re- examination of the Reynolds-Number-Effect on the Mean Flow Quantities in a Smooth Wall Turbulent Boundary Layer", *JSME International Journal*, Series B, Vol.41, No.1 (1998), pp.123-129.
- (12) Rotta J.C., "Turbulent Boundary Layers in Incompressible Flow", *Progress in Aeronautical Science*, Vol.2 (1962), Pergamon.
- (13) Patel V.C., "Calibration of the Preston Tube and Limitations on its Use in Pressure Gradients", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.23 (1965), pp.185-208.
- (14) Azad R.S., "Effect of Hot-Wire Length and Length-Diameter Ratio on Spectral Energy of Turbulence", *Measurement Science and Technology*, Vol.4, Issue 3(1993), pp.405-410.
- (15) Ligrani P.M. and Bradshaw P., "Spatial Resolution and Measurement of Turbulence in the Viscous Sublayer Using Subminiature Hot-Wire Probes", *Experiments in Fluids*, Vol.5 (1987), pp.407-417.
- (16) Zhu Y. and Antonia R.A., "Effect of wire Separation on X-Probe Measurements in Turbulent Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.287 (1995), pp.199-223.
- (17) Buschmann F.H. and Gad-el-Hak M., "Debate Concerning the Mean-Velocity Profile of a Turbulent Boundary Layer", *AIAA Journal*, Vol.41, Issue 4(2003), pp.565-572.
- (18) Bradshaw P., "The Turbulence Structure of Equilibrium Boundary Layers", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.29, Issue4 (1967), pp.625-645.
- (19) Nagib H.M. and Chauhan K.A., "Variation of von Kármán Coefficient in Canonical Flows", *Physics of Fluids*, Vol.20 (2008), No.101518.
- (20) Lee J.-H. and Sung H.J., "Effects of an Adverse Pressure Gradient on a Turbulent Boundary Layer", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.29 (2008), pp.568-578.
- (21) Tsuji Y., Lindgren B., Johansson S.V., "Self-Similar profile of Probability Density Functions in Zero-Pressure Gradient Turbulent Boundary Layers", *Fluid Dynamics Research*, Vol.37 (2005), pp.293-316.
- (22) Tennekes H. and Lumley J.L., *A First Course in Turbulence*, The MIT Press, (1994)
- (23) 中村育雄, 大坂英雄, 工科系流体力学(1985), p.167, 共立出版