

逆余弦関数による干渉じま解析法の提案

岡田 耕一[†] 横山 悦郎^{††} 三池 秀敏^{†††}

Interference Fringe Pattern Analysis Using Inverse Cosine Function

Koichi OKADA[†], Etsuro YOKOYAMA^{††}, and Hidetoshi MIIKE^{†††}

あらまし 干渉じま解析は、干渉じま画像から物体形状や溶液中の屈折率分布等を得るためになくはならない技術である。しかし、これまで提案されてきた手法では、画面上のしま本数が少ない場合や、計測対象が滑らかでない場合、また計測対象が時間的に絶えず変形している等の条件下では十分な解析が困難であった。本論文では、輝度値の規格化を施した干渉じま画像に対して逆余弦関数 (arccos 関数) を用いるとともに、位相の単調増加を仮定することで位相の反転を推定する解析手法を提案する。この手法は干渉じまの原理から導かれる単純なアイデアの組合せにすぎないが、単一の干渉じま画像から、ピクセルごとに位相を算出することが可能であるため、条件次第ではフーリエ変換法を上回る時間的、空間的な解像度での解析が可能となる。

キーワード 干渉じま解析, しま画像解析, 逆余弦関数, フーリエ変換法, 画像処理

1. ま え が き

干渉計は光の波長レベルの物体表面の凹凸や溶液の屈折率等の時間的・空間的変化量を計測する目的でしばしば利用される。この際、観測した干渉じまの濃淡画像から位相を算出する干渉じま解析の手法が必要となる。干渉じまを連続的に走査した複数枚の干渉じま画像を用いるしま走査法[1]、位相を $\pi/4$ ずつずらした3枚または4枚の干渉じま画像を用いる位相シフト法[2]等は実用的に申し分ない空間解像度及び精度を提供している。しかし、干渉計に干渉じまの位相を制御する機構を必要とするため装置の費用がかさむ。また、単一枚数の干渉じま画像からだけでは位相を解析することができない。このため変化の早い対象を計測するには不向きである。このような問題点を容易に解決できる手段として、リアルタイム位相シフト干渉計[3]~[5]が存在する。しかし光路を三つもたせた専

用の装置が必要であり、価格はより高価になる。

単一枚数の干渉じま画像から位相を解析する手法としては、空間的しま走査法[6]や、Sinusoid-Fitting法[7]、フーリエ変換法[7]~[9]等の手法が有効である。中でもフーリエ変換法は、適切なしま間隔の干渉じま画像を与えることで高精度な解析が可能となる。反面、干渉じまの間隔が大きすぎる場合、空間解像度の悪化を招く^(注1)。また、画像の一部にでも干渉じまを遮へいする物があると、画像全体の解析結果をひずめるおそれがある^(注2)。しかし実際の干渉じま計測では、これらのフーリエ変換法に不利な条件下で計測を行わなければならない状況にしばしば遭遇する。

本論文では、干渉じま原理式の簡単な変形と、いくつかの単純なアイデアの組合せにより、単一の干渉じま画像から各画素ごとに位相を算出する手法を提案する。提案手法はフーリエ変換法と同程度に高精度な解析が可能であるとともに、フーリエ変換法で不利なくつかの条件下(主にしま間隔が疎である場合)において解析結果が改善できることを示す。

[†] 山口大学大学院理工学研究科, 宇都市
Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University, 16-1 Tokiwadai 2-chome, Ube-shi, 755-8611 Japan

^{††} 学習院大学計算機センター, 東京都
Computer Center, Gakushuin University, 1-5-1 Mejiro, Toshima-ku, Tokyo, 171-8588 Japan

^{†††} 山口大学工学部, 宇都市
Faculty of Engineering, Yamaguchi University, 16-1 Tokiwadai 2-chome, Ube-shi, 755-8611 Japan

(注1): スペクトル切出しの際、帯域が不足したりエイリアシングによる誤差を生じるため。

(注2): 切り出したスペクトルに遮へい物による(干渉じま以外の)スペクトルが混入するため。

2. 干渉じまの解析法

2.1 干渉じま画像の数式

まず一般的な2光束干渉計（例えばマッハツェンダ干渉計やFizeau干渉計）を想定する。2光束干渉計では、ビームスプリッタにより光を試験光と参照光に分ける。試験光は、測定対象に透過または反射させることで高さや屈折率の情報を光路長に反映させる。これを参照光と合成することで試験光と参照光に生じた光路差を干渉じまとして観測する。光路差が光の波長と同じ長さであれば干渉じまには 2π の位相差が生じ、1本の干渉じまの明暗として観測される。試験光と参照光の位相差を $\phi(x, y)$ とおくと、観測される干渉じまの観測光輝度値分布 $I(x, y)$ は次式で表すことができる。

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos\{\phi(x, y)\} \quad (1)$$

輝度値分布 $I(x, y)$ から位相 $\phi(x, y)$ を求め、光源の波長 λ を乗ずることで、干渉じま画像から測定対象の高さ分布や屈折率分布等の物理量を算出することが可能となる。

2.2 逆余弦関数による位相の復元

位相 $\phi(x, y)$ を求めるための干渉じま解析手順を以下に示す。式(1)を直接的かつ最もシンプルに考えて次式のように変形する。

$$\phi_{arc}(x, y) = \arccos \frac{I(x, y) - A(x, y)}{B(x, y)} \quad (2)$$

ここで $\phi_{arc}(x, y)$ は \arccos による $\phi(x, y)$ の主値である。したがって、

$$\phi_{mod}(x, y) = \phi(x, y) \bmod 2\pi \quad (3)$$

(\bmod は剰余演算子)としたとき、

$$\phi(x, y)_{arc} = \begin{cases} \phi_{mod}(x, y) & : (\phi_{mod}(x, y) < \pi) \\ 2\pi - \phi_{mod}(x, y) & : (\phi_{mod}(x, y) \geq \pi) \end{cases} \quad (4)$$

のように $\phi_{mod}(x, y)$ の $[\pi : 2\pi]$ が π で反転した値となる。

以上が本提案による位相復元の基本的な考え方である。しかし、単に上記式(2)をとるだけでは位相の算出を精度良く行うことができない。その主な理由は、 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ が不明のままでは式(2)を適用できないこと、一般に ϕ_{arc} から ϕ_{mod} を一意に決定する

ことはできないこと、エラーを含んだ ϕ_{mod} を接続する際には矛盾が生じる場合があることの3点である。以降、本提案における解決法を詳しく述べる。

また、議論の単純化のため、特に断りがない限り干渉じまは縦じまとして現れていることを想定する。干渉じまが横じまの場合、 x 、 y 軸を交換して画像を回転させれば対処可能である^(注3)。

2.3 輝度値規格化と位相の算出

一般に、観測で得た $I(x, y)$ に対しては、 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ の値が未知であるため、そのままでは式(2)を適用できない。そこで本提案では、輝度値を $[0 : 1]$ に規格化することで $A(x, y) = B(x, y) = 0.5$ のような定数とみなせる画像に変換することを考えた。輝度値の規格化は、着目点 (x, y) の近傍の最大輝度 $max(x, y)$ と最小輝度 $min(x, y)$ を用いると、次のように書ける。

$$I_{std}(x, y) = \frac{I(x, y) - min(x, y)}{max(x, y) - min(x, y)} \quad (5)$$

この際、 $max(x, y)$ 、 $min(x, y)$ は、各着目点 (x, y) を中心に x 方向に $\pm w_x$ 、 y 方向に $\pm w_y$ の方形窓の中から検索した。 w_x 、 w_y は経験的に決定しており、 w_x は $2w_x + 1$ が画面上のしま間隔よりも数ピクセル大きくなる程度に設定するとよいようである。これより大きいと隣のしまの輝度値の最大最小値を拾ってしまったり、小さいと最大最小値を拾い損ねてしまう可能性が高くなる。また w_y は0と置き y 方向の広がりをもたせない方がよい解析結果を得やすいようである。

規格化した輝度値 I_{std} を用いると $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ は0.5と置けるため式(2)は

$$\phi'_{arc}(x, y) = \arccos \frac{I_{std}(x, y) - 0.5}{0.5} \quad (6)$$

となる。ここで $\phi'_{arc}(x, y)$ は式(3)、(4)によって与えられるが、規格化により $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ が完全に除去できるわけではないため誤差が含まれ $\phi'_{arc}(x, y) \simeq \phi_{arc}(x, y)$ となる。

2.4 位相反転

一般に、 ϕ_{arc} から ϕ_{mod} を一意に決定することはできない。そこで本提案では、

$$\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} > 0 \quad (7)$$

つまり位相 ϕ は x に対して単調増加であるという仮

(注3)：縦じまとは $\cos(x)$ のように横方向に輝度に変化するもの、横じまとは $\cos(y)$ のように縦方向に輝度に変化するものを指すこととする。

定を設ける．すると次の処理が可能となる．

$$\phi_{mod}(x, y) = \begin{cases} \phi_{arc}(x, y) & : \left(\frac{\partial \phi_{arc}(x, y)}{\partial x} > 0 \right) \\ 2\pi - \phi_{arc}(x, y) & : \left(\frac{\partial \phi_{arc}(x, y)}{\partial x} < 0 \right) \end{cases} \quad (8)$$

一般に、 ϕ は観測により求めたい（形状や屈折率分布等の）情報^(注4)と途中光路に配置されたミラーの形状^(注5)情報を含んでおり、

$$\phi(x, y) = \varphi(x, y) + R_x x + R_y y + R_z \quad (9)$$

と表すことができる．ミラーの傾きを調整することで $|\partial\varphi(x, y)/\partial x| < R_x$ とすれば式 (7) の条件は容易に満たすことが可能である．大まかにいうと、この条件は画面上にリング状の干渉じまが現れていない場合には満たされていると考えて差し支えない．ただし、ノイズがなければ式 (7) を満たしている条件下にある場合も、実際の干渉じま画像ではノイズが加わる限り式 (7) は成り立たなくなる．全体の大まかな形状は、単調増加の傾向にあることが期待できるものの、数ピクセル単位の局所領域を見るとノイズにより上下に変動していると考えられる．そこで、 x 軸の正方向に $\phi_{arc}(x, y)$ を順次走査する際、 ϕ_{arc} がとり得る値域の上端 (π) と下端 (0) に位相反転を許容するためのしきい値 δ を設け、しきい値内におけるこう配の符号の変化のみに注目することでノイズの影響をしきい値内に限定させる．画像上に現れた干渉じまの間隔を d pixels とすると、1 pixel 当りの位相のこう配はおよそ π/d となる．このためしきい値 δ をこう配の2倍程度 ($\delta = 2\pi/d$) にとっておけば、干渉じま輝度の極大値極小値がほぼ確実に上端下端のしきい値内にサンプリングされることが期待できる．具体的なアルゴリズムを以下に示す．

(1) 0 と π に対するしきい値 δ を決め上端のしきい値 ($\delta_{\uparrow} = \pi - \delta$)、下端のしきい値 ($\delta_{\downarrow} = \delta$) と設定する．

(2) 以下の処理を画像 $\phi_{arc}(x, y)$ の各ラインごとに x 軸に沿って順次繰り返す．

(3) 上端下端の判定

(a) $\phi_{arc}(x, y) <$ 下端しきい値 (δ_{\downarrow}) ならば上端フラグをオフ、下端フラグをオンにする．

(b) $\phi_{arc}(x, y) >$ 上端しきい値 (δ_{\uparrow}) ならば上端フラグをオン、下端フラグをオフにする．

(4) 位相反転/非反転の判定

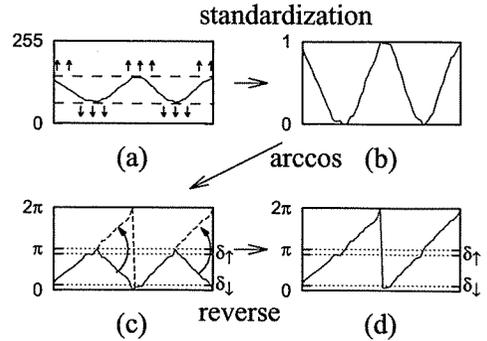


図1 処理手順の概要:(a)は I , (b)は I_{std} , (c)は ϕ'_{arc} , (d)は ϕ'_{mod}

Fig.1 An outline of the processing : (a) is I , (b) is I_{std} , (c) is ϕ'_{arc} , (d) is ϕ'_{mod} .

(a) 上端フラグがオンで、 $\frac{\partial \phi_{arc}(x, y)}{\partial x} < 0$ なら、位相反転フラグをオンにする．

(b) 下端フラグがオンで、 $\frac{\partial \phi_{arc}(x, y)}{\partial x} > 0$ なら、位相反転フラグをオフにする．

(5) $\phi'_{mod}(x, y)$ の推定結果として以下の値を得る

(a) 位相反転フラグがオフのとき

$$\phi'_{mod}(x, y) = \phi_{arc}(x, y)$$

(b) 位相反転フラグがオンのとき

$$\phi'_{mod}(x, y) = 2\pi - \phi_{arc}(x, y)$$

以上が、本提案に特有の処理にあたる．概要を図1に示す．図中 (a) (b) が輝度値の規格化、(b) (c) が位相の算出、(c) (d) が位相の反転を表す．

2.5 位相接続

さて、 $\phi_{mod}(x, y)$ の不連続部分を接続して $\phi(x, y)$ を求める必要がある．この問題は phase unwrapping の問題として多くの干渉じま解析手法において共通の問題である．このため、位相接続の手法は既にいくつもの提案がなされている [10]~[14]．今回は、以下に解説する独自の方法を用いた．

$\phi_{mod}(x, y)$ から $\phi(x, y)$ を求めるには、位相のギャップが π よりも大きい部分に $2n\pi$ を加算することでギャップが π 以下になるようにしていけばよい．しかし、 $\phi_{mod}(x, y)$ がノイズを含む $\phi'_{mod}(x, y)$ であった場合には、単純に接続したのでは接続に矛盾が生じてしまう．このため、周囲の画素の位相も考慮しながら全体で滑らかになるように接続しなければならない．

(注4) : $\varphi(x, y)$ とおく．

(注5) : オプティカルフラットであったと仮定すれば R_x, R_y, R_z をパラメータとした平面 $R_x x + R_y y + R_z$ で表すことができる．

ここでは、画像を順次走査して位相を接続しつつ接続済みのライン^(注6)となるべく滑らかにつながるように、次のような処理を行った。

(1) 適当な位置に基準となるラインを定める。この際なるべくノイズや遮へい物等の少ない位置を選ぶ。

(2) 基準に定めたラインに沿って、順次位相を走査していき、位相に $2\pi n$ (n は任意の整数) を加算することで、位相が連続になるように接続する。

(3) 基準となるラインに隣接する未処理のラインについて、位相に $2\pi n$ (n は整数) を加算することで基準ラインと連続になるように位相を接続する。

(4) 処理を済ませたラインを新たな基準ラインに設定する。

(5) 未処理ラインがなくなるまで (3) 以下の処理を繰り返す。ただし、接続しようとしている点の近辺で基準となるライン上にライン方向で位相の不連続が生じている場合、不連続部分が存在しないラインまで基準ラインを戻す。また、基準ラインの後退処理は各点ごとに行う。

2.6 キャリヤの除去

式 (9) で示したように ϕ には途中経路のミラーの傾きの情報が含まれている。干渉じま計測ではこのミラーを意図的に傾けることで、位相差の正負を判断するためのキャリヤとして用いる。キャリヤが既知の場合、解析により算出した $\phi(x, y)$ からこれを単純に差し引くことでキャリヤを除去できる。未知の場合、傾斜を推定するため解析により算出した $\phi(x, y)$ を用いて最小 2 乗法により

$$S = \sum (R_x x + R_y y + R_z - \phi(x, y))^2 \quad (10)$$

を最小とする R_x, R_y, R_z を推定することで式 (9) より $\varphi(x, y)$ を得る。

2.7 ノイズの除去

実際の計測では、干渉じまは光学系の汚れや画像記録に際するノイズを含んでいる。本提案では、観測画像 $I(x, y)$ に対して単純平均フィルタを適用する前処理フィルタと、解析により算出した $\phi(x, y)$ に対してメジアンフィルタを適用する後処理フィルタを使用することでノイズの影響の低減を図る。前処理フィルタは、主に光学系や画像取込み装置によるノイズの除去を目的に行う。後処理フィルタは、主に提案手法における推定誤り等に起因するノイズの除去を目的とするとともに、前処理フィルタで取り去れなかった光学系等に起因するノイズをエッジを保存しつつ滑らかに

する。

3. 解析結果

3.1 シミュレーション画像の解析

3.1.1 ガウス形状の解析

提案方法とフーリエ変換法についてシミュレーションにより比較検討を行う。サンプルデータは、形状分布をガウス関数

$$g(x, y) = a \exp \left\{ \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{b^2} \right\} + c \quad (11)$$

で与え、干渉じまのシミュレーションは

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos \left\{ 2\pi \frac{g(x, y) - Rx}{\lambda} \right\} \quad (12)$$

として行った。ここでは式 (1) の ϕ にあたる部分は、与えたガウス形状 g に対して、傾き R のキャリヤを x 方向に加えている。また、 λ は干渉光光源の波長である。

位相分布のサンプルデータとして画像サイズ 512×512 pixel, ガウス関数 $g(x, y)$ のパラメータ $x_0 = 255, y_0 = 255, a = 1024, b = 128, c = 0$ を与えた。図 2 の干渉じまは、上記の位相分布に基づき $A(x, y) = B(x, y) = 127, R = 32, \lambda = 1024$, 量子化ビット数 8 ビットとして作成した。この干渉じま画像の提案手法による解析結果を図 3 に、フーリエ変換法による解析結果を図 4 に示す。フーリエ変換法では 2 次元フーリエ変換後の波数空間 k_x, k_y において干渉じまのキャリヤスペクトル (F_c とおく^(注7)) が原点となるようにスペクトル全体をシフトし、窓枠サイズ $2w_h + 1$ のハニング窓

$$h(x, y) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}{w_h} \\ \cdots (\sqrt{x^2 + y^2} \leq w_h \text{ のとき}) \\ 0 \\ \cdots (\sqrt{x^2 + y^2} > w_h \text{ のとき}) \end{cases} \quad (13)$$

によりスペクトルの切出しを行った。この際 F_c の

(注6)：ここでいうラインとは画像を走査する際に走査線に沿った一連の画素を指す。

(注7)：解像度が $X_L \times Y_L$ pixels であった場合 $F_c = \left(\frac{R_x}{2\pi X_L}, \frac{R_y}{2\pi Y_L} \right)$ に位置する。これは画面上でキャリヤによる干渉じまが x 方向に $\frac{R_x}{2\pi X_L}$ 本、 y 方向に $\frac{R_y}{2\pi Y_L}$ 本であることを意味する。

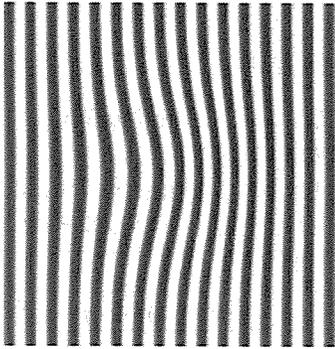


図 2 ガウス関数による形状の干渉じま
Fig. 2 A test fringe image for imposed Gaussian phase.

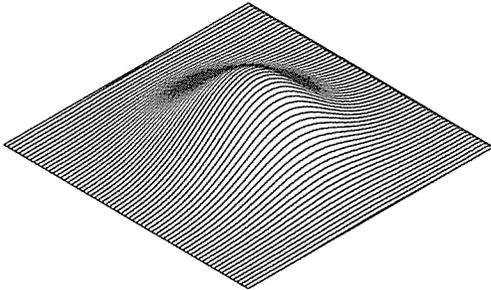


図 3 図 2 の提案手法による解析結果
Fig. 3 The calculated phase distribution from Fig. 2 with proposed method.

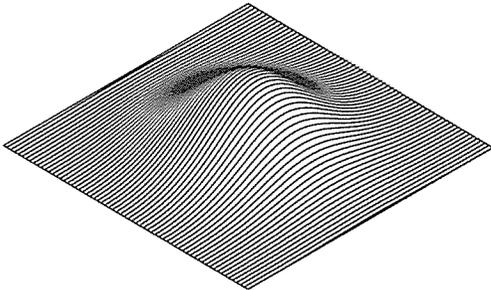


図 4 図 2 のフーリエ変換法による解析結果
Fig. 4 The calculated phase distribution from Fig. 2 with Fourier transform method.

決定はシミュレーションによる理論値を用い、 w_h は直流成分を含まない最大の大きさとなるように決定した。以降、解析に用いたパラメータは表 1, 表 2 に示す。ノイズを含まない干渉じま画像のシミュレーションでは、いずれの方法でもほぼ良好に復元が行われている。元画像と比較した際、誤差の標準偏差は表 3 のとおりで、提案手法での誤差が若干小さくなっている

表 1 解析パラメータ (提案手法)

前処理の s は単純平均フィルタ, 後処理の m はメジアンフィルタを表す

Table 1 Parameters for analyzing. (Proposed method)

解析対象	前処理	w_x, w_y	δ	後処理
図 2	—	18, 0	2	$m 3 \times 3$
図 5	—	18, 0	4	$m 3 \times 3$
図 8	—	18, 0	4	$m 19 \times 19$
図 13	—	128, 0	32	$m 3 \times 3$
図 16	$s 3 \times 3$	3, 0	16	$m 19 \times 19$
図 20	$s 3 \times 3$	4, 0	16	$m 19 \times 19$

表 2 解析パラメータ (フーリエ変換法)

Table 2 Parameters for analyzing. (Fourier transform method)

解析対象	F_c	w_h
図 2	(16, 0)	15
図 5	(16, 0)	15
図 8	(16, 0)	15
図 13	(8, 0)	7
図 16	(8, 47)	46
図 20	(-30, 60)	60

表 3 図 2 の解析結果における誤差の標準偏差

Table 3 Comparison of both methods for the standard deviation of error in the result of Fig. 2.

画像	誤差の標準偏差
提案手法	$2.692541 \approx 1/380 \lambda$
フーリエ変換法	$3.771228 \approx 1/272 \lambda$

が、量子化レベルを考慮すると無視できる程度の差である。したがってこの例では両手法の解析能力は同等とみなせる。

3.1.2 ステップ形状の解析

次に、フーリエ変換法では解析の困難な高周波成分を含む位相分布として $g(x, y)' = g(x, y) - (g(x, y) \bmod 128)$ とおきステップ状の形状とした。これを図 2 と同様のパラメータを用い、図 5 の干渉じま画像を生成した。図 5 の干渉じま画像の提案手法による解析結果が図 6, フーリエ変換法による解析結果が図 7 である。

ノイズがない場合でも、フーリエ変換法ではスペクトル切出しの際の帯域が不足しているため位相のステップ形状が再現できていない。対して、提案手法ではステップ形状が明確に再現されている。与えた位相分布と比較した際、誤差の標準偏差は表 4 のとおりであり、提案手法における誤差の標準偏差は大きく下回っている。

更に、式 (12) の $A(x, y), B(x, y)$ に光学系のノイ

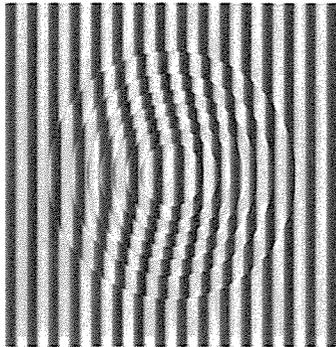


図5 ステップ関数による形状の干渉じま (ノイズがない場合)
Fig.5 A test fringe image for imposed step shape phase.

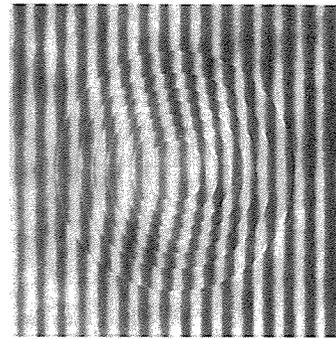


図8 ステップ関数による形状の干渉じま (ノイズを含む場合)
Fig.8 A test fringe image for imposed step shape phase including noise.

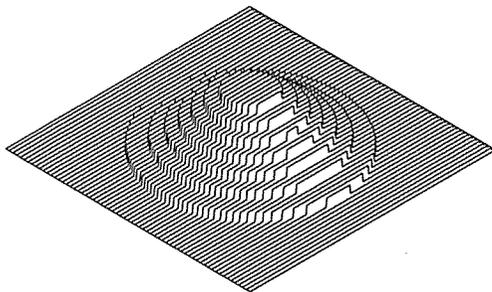


図6 図5の提案手法による解析結果
Fig.6 The calculated phase distribution from Fig.5 with proposed method.

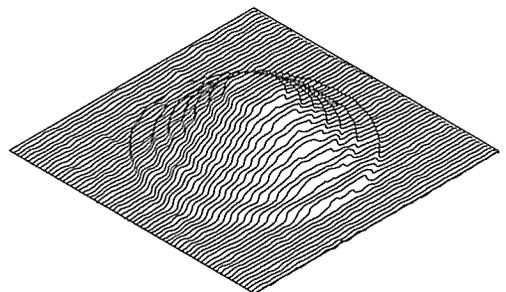


図9 図8の提案手法による解析結果
Fig.9 The calculated phase distribution from Fig.8 with proposed method.

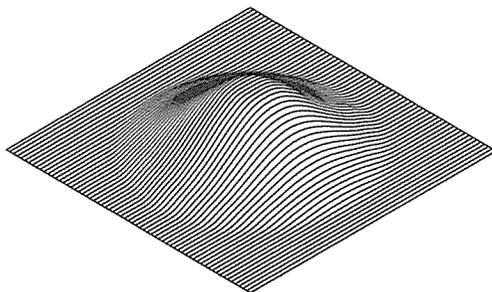


図7 図5のフーリエ変換法による解析結果
Fig.7 The calculated phase distribution from Fig.5 with Fourier transform method.

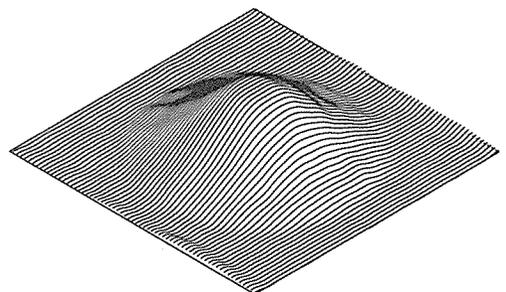


図10 図8のフーリエ変換法による解析結果
Fig.10 The calculated phase distribution from Fig.8 with Fourier transform method.

表4 図5の解析結果における誤差の標準偏差

Table 4 Comparison of both methods for the standard deviation of error in the result of Fig. 5.

画像	誤差の標準偏差
提案手法	$4.975779 \approx 1/206 \lambda$
フーリエ変換法	$25.723542 \approx 1/40 \lambda$

ズに見立ててランダムフラクタルによるノイズ^(注8)を加えることで、図8の干渉じま画像を作成した。図8

の干渉じま画像の提案手法による解析結果が図9、フー

(注8):ここで用いたノイズは、中点変位法をもとにしたランダムフラクタルによって作成した。Aには中点変動幅の初期値を256とし、中点ごとに変動幅を0.75倍した結果、値の範囲が[-51:125]となったノイズ画像を用いた。Bには中点変動幅の初期値を6.5とし、中点ごとに変動幅を0.75倍した結果、値の範囲が[0.32:0.9125]となったノイズ画像を用いた。

表 5 図 8 の解析結果における誤差の標準偏差

Table 5 Comparison of both methods for the standard deviation of error in the result of Fig. 8.

画像	誤差の標準偏差
提案手法	$17.240847 \approx 1/59 \lambda$
フーリエ変換法	$27.968541 \approx 1/37 \lambda$

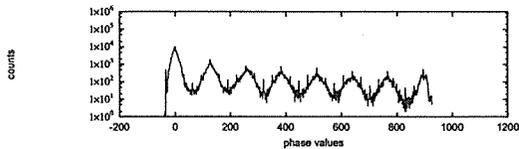


図 11 図 8 の提案手法による解析結果 (ヒストグラム)
Fig. 11 Histogram of phase from Fig. 8 with proposed method.

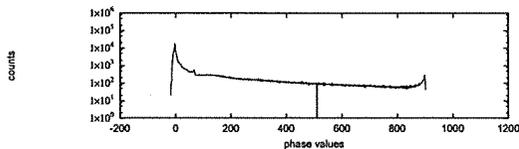


図 12 図 8 のフーリエ変換法による解析結果 (ヒストグラム)
Fig. 12 Histogram of phase from Fig. 8 with Fourier transform method.

リエ変換法による解析結果が図 10 である。フーリエ変換法では、ノイズのない場合と同様に位相分布のステップ形状が再現できない。提案手法では、ノイズを加えてもなおステップ形状の構造が再現できている(図 9)。与えた位相分布と比較した場合、誤差の標準偏差は表 5 のとおりである。ノイズのない場合に比べて数値は悪化しているが、誤差の標準偏差による比較ではステップ形状の再現性がどの程度かはっきりしない。そこでヒストグラムにより比較する。提案手法による解析結果が図 11、フーリエ変換法による解析結果が図 12 である。提案手法ではステップ形状が明確に現れるが、フーリエ変換法ではその形状が完全につぶれてしまっていることが確認できる。

3.1.3 干渉じまの間隔が疎な場合の形状

更に、位相反転を行う際仮定している位相の単調増加が崩れた場合の解析能力を確認するため、干渉じまの間隔を疎にした画像の解析を行った。干渉じまの間隔を疎にするために、 $\lambda = 256$, $R = 4$ のパラメータを用いたこと以外は先ほどと同じ条件を用い、式 (12) から図 13 の画像を作成した。リング状の干渉じまが

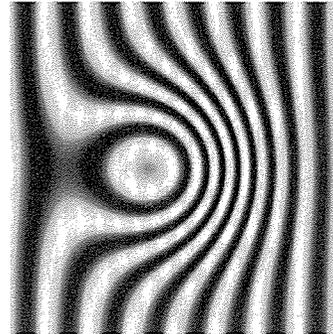


図 13 ガウス関数による形状の疎な干渉じま
Fig. 13 A test fringe image for imposed Gaussian phase. (the number of fringe is shortage)

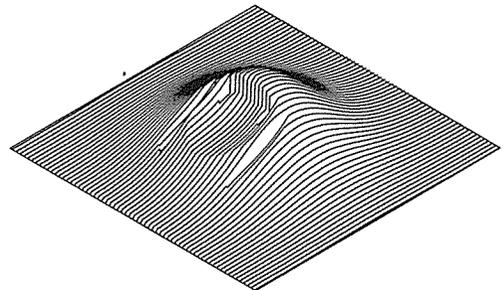


図 14 図 13 の提案手法による解析結果
Fig. 14 The calculated phase distribution from Fig. 13 with proposed method.

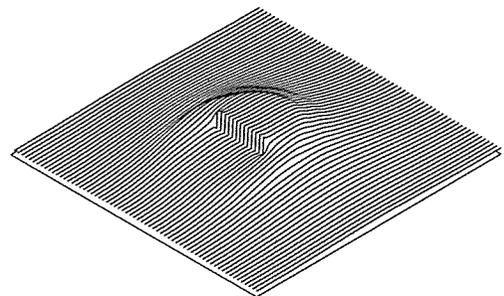


図 15 図 13 のフーリエ変換法による解析結果
Fig. 15 The calculated phase distribution from Fig. 13 with Fourier transform method.

現れているが、これは位相の単調増加が仮定できない条件下における干渉じま画像の特徴である。このような場合には、フーリエ変換法でも直流成分をまたいでエイリアシング誤差が発生するため、正しい解析結果を得ることが困難となる。提案手法による解析結果が図 14、フーリエ変換法による解析結果が図 15 であ

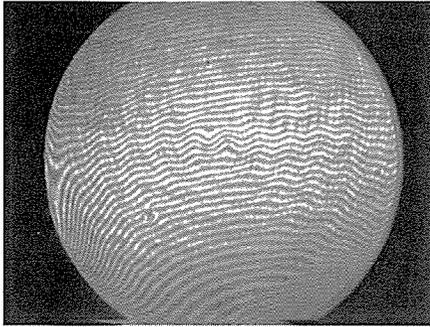


図 16 撥水ペトリ皿による水表面の干渉じま画像
Fig.16 A real fringe image of the surface deformation with water repellent petri dish.

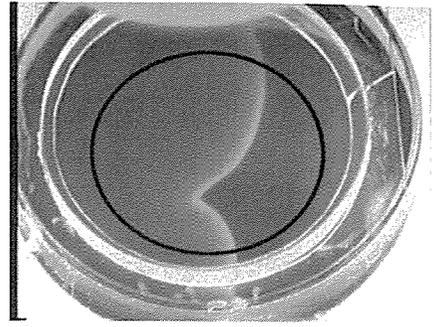


図 19 BZ 反応における化学反応波
Fig.19 An image of the reaction wave of BZ-reaction.

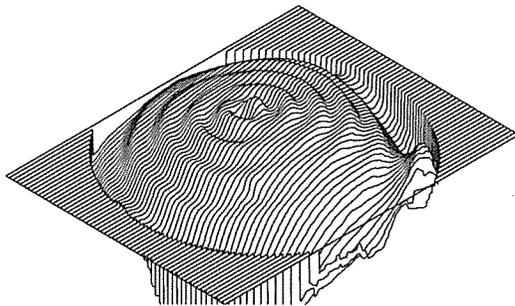


図 17 図 16 の提案手法による解析結果
Fig.17 The calculated phase distribution from Fig.16 with proposed method.

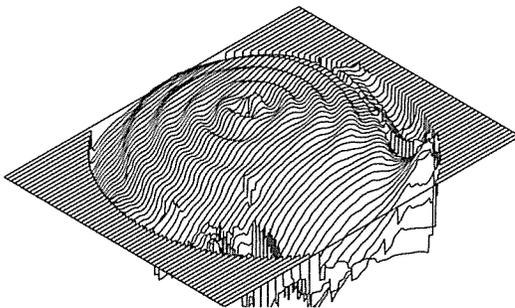


図 18 図 16 のフーリエ変換法による解析結果
Fig.18 The calculated phase distribution from Fig.16 with Fourier transform method.

る。フーリエ変換法では、エイリアシングに起因して解析結果全体に大きなひずみを生じている。これに対して提案手法では、式 (7) による位相の単調増加の仮定が成り立たない部分では位相の反転処理を失敗しているものの、凹凸の反転にとどまっている。位相の単調増加を仮定せずに済む新たなアルゴリズムを開発し

て改良することで、正しく解析できる可能性を残している。

3.2 干渉計による実画像の解析

3.2.1 水表面変形の解析例

ここでは、実際の干渉じま画像の解析例を示す。図 16 は、^{はっ}撥水性をもつテフロン製、直径約 8 cm のペトリ皿に約 1 cm 程度の深さに水を張り、水の表面形状を Fizeau 干渉計^(注9)により観察して得た干渉じま画像である。これを提案手法を用いて解析した結果を図 17 に、フーリエ変換法を用いて解析した結果を図 18 に示す^(注10)。どちらの手法からも表面張力による水表面の凸形状と、建物等の振動による同心円状の定在波を把握できる解析結果が得られている。

しかし、このように視野領域内外の境界において急しゅんな輝度の変化をもつようなデータでは、フーリエ変換法では解析結果全体に境界による悪影響が出ていないか不安が残る。実際に図 18 の干渉じま領域とデータのない領域の境界部分では解析結果に乱れが認められる (図 17 との比較)。

3.2.2 反応溶液表面の解析例

反応拡散現象の一つとして知られている Belousov-Zhabotinsky (BZ) 反応 [15] は、振動性の反応に伴い動的な対流波が発生 [16] し、溶液表面の変形を引き起こすことが知られている。これは、化学反応波の波頭において溶液の表面張力が変化していることが原因ではないかと推測される。図 19 は、直径 10 cm のペ

(注9)：(株) 溝尻光学工業所平面度検査器 FT-60LD 型。光源には半導体レーザー (波長 $\lambda = 650$ [nm]) を使用している。

(注10)：この画像の解析では、干渉じまが横方向に走っているため、提案手法では画像の x, y 軸を交換することで対処した。またフーリエ変換法における F_c はスペクトルの最大位置周辺で解析結果が最も水平になる位置に調整した。

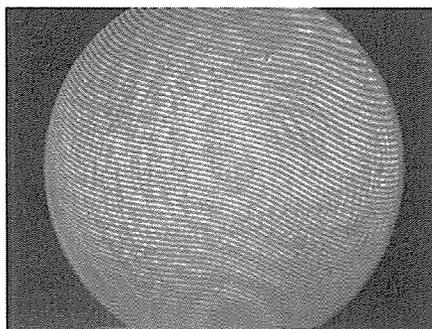


図 20 BZ 反応における化学反応波による表面変形の干渉じま画像

Fig. 20 A real fringe image of the surface deformation with reaction wave of BZ-reaction.

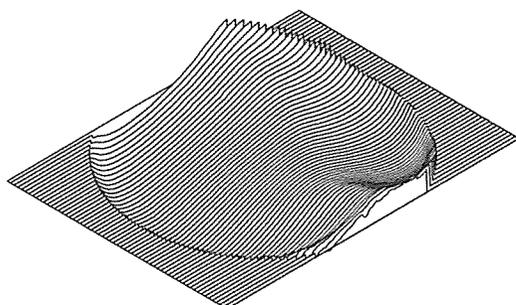


図 21 図 20 の提案手法による解析結果

Fig. 21 The calculated phase distribution from Fig. 20 with proposed method.

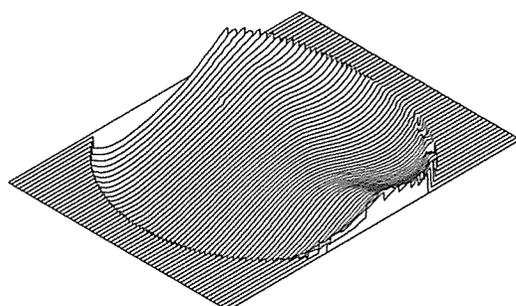


図 22 図 20 のフーリエ変換法による解析結果

Fig. 22 The calculated phase distribution from Fig. 20 with Fourier transform method.

リ皿に約 1 mm の深さで BZ 反応溶液を張り、化学反応波をトリガした際に観測される進行波パターンである。化学反応波は、図中右向きに約 0.1 mm/s の一定速度で伝搬している。図 20 は、図 19 の黒円で示した領域（直径 6 cm）における溶液の表面変形を、Fizeau

干渉計により観察した画像である。図 20 を提案手法を用いて解析した結果を図 21 に、フーリエ変換法を用いて解析した結果を図 22 に示す^(注11)。

どちらの手法でも、化学反応波の波頭付近において、溶液表面が変形している様子がとらえられている。両者の解析結果には、わずかに表面の傾きに違いが見られる。これは、フーリエ変換法でキャリヤとして用いたスペクトルと、提案手法でキャリヤ除去に用いた最小 2 乗法による推定平面の間に違いがあるためと考えられる。この場合、計測対象が液面であり、表面は重力と表面張力による変形をもっている。しかし、干渉計が固定された防振台は、上に載せた試料等のわずかな重みでも傾斜が変化してしまう。このため光の波長レベルで水平を保つことは困難である。したがって、このような条件ではキャリヤの基準をとることが難しい。キャリヤの基準がとれない場合、キャリヤは幾通りにもとり得る。このため、キャリヤの取り方次第で解析結果全体の傾きが変化してしまう。撥水ペトリ皿における水の表面変形（図 16）では、計測対象に対称性があったため、解析結果からキャリヤを調整することが可能であった。しかし、ここで取り上げた例（図 20）のような場合、水平面をどこにとるかは実験結果の解釈にもかかわる微妙な問題となる。

なお二つの解析法の違いはあまり大きくないが、やはり干渉じま境界域での乱れはフーリエ変換法により多く見受けられる。

4. 考 察

以上、解析結果を見ると、提案手法ではフーリエ変換法と同程度の解析を可能としている。また、条件次第ではフーリエ変換法を上回る解析結果が得られているのがわかる。

まず、はじめに断っておくと、今回シミュレーションで用いた条件はフーリエ変換法で扱うには少々しま間隔が広すぎる。このような条件下においてもガウシアン形状のような滑らかな形状であれば問題なく解析が可能である。しかし、ステップ形状のように、画像をフーリエ変換した際に高周波成分が意味をもつような計測対象では十分な解析ができない。これは、フーリエ変換法の原理に関係している。フーリエ変換法は

(注11)：この画像の解析でも、干渉じまが横方向に走っているため、提案手法では画像の x, y 軸を交換することで対処した。またフーリエ変換法における F_0 もスペクトルの最大位置周辺で解析結果が最も水平になる位置に調整した。

干渉じま画像をフーリエ変換した後、キャリアを中心とした領域を切り出し原点へシフト、逆フーリエ変換を経ることで複素対数の虚部に計測対象の位相を得る。その際、スペクトルの切り出し領域の大きさは、キャリアを中心として直流成分を含まない大きさに制限され、解析結果に低域フィルタの効果をもたらす。ステップ形状の解析を例にとると、画面上のしまが16本であるためキャリアの位置は波数16の位置にあることになり、切出し領域の大きさはキャリアを中心に±15が限度となる。したがって、解析結果の実質的な解像度は、 31×31 pixels程度である。これは、ステップ形状を再現するには解像度が不足している。対して、提案手法では画素ごとに位相の算出を行うため解析結果は干渉じま画像の解像度と同一である。このためステップ形状も良好に再現できる。

干渉じまの間隔を更に疎にした場合、画像上にリング状の干渉じまが現れる。この場合、干渉じま画像をフーリエ変換すると直流成分をまたいでエイリアシングを生じている。このため、フーリエ変換法では切出し領域に複素共役なキャリア周辺の成分が混入してしまい、解析結果全体をひずめてしまう。対して、提案手法では、画素ごとに位相の算出を行うため位相の単調増加の仮定が破綻した部分では位相反転の処理を失敗するものの、仮定が成り立っている領域ではおおむね正しい解析結果を得られることとなる。

なお、フーリエ変換法に対して提案手法と同様の後処理フィルタリング処理を加えてもフーリエ変換法の解析結果にほとんど変化は見られなかった。これは、今回例に挙げた解析においてフーリエ変換法における問題は、上述のように過度の低域フィルタによる解析結果の劣化であるため、既にノイズらしいノイズは残っていないことが主な理由であると考えられる。

しま間隔や不連続形状への適性を考えると、しま間隔が広く画像上のしま本数が十数本に満たない場合はフーリエ変換法に比べ提案手法は良い解析結果を提供できる。しま間隔が密になっていくに従い両者の差は少なくなる。最終的にしま間隔が4画素になるとフーリエ変換法では理論上最大の帯域がとれることになる。ただし、ここまでしま間隔が密になるとNTSCのような画像信号を使っている場合、映像の劣化が著しくなる。このため、しまがつぶれてしまうなどして、良好な解析結果を得ることは難しくなる。また、ステップ形状のような不連続形状を扱う場合、フーリエ変換法では、スペクトルを切り出す領域の大きさに応じて

低域フィルタの効果が生じるため、滑らかな形状しか得られない。提案手法では位相の不連続量が $\lambda/4$ 以下であれば、おおむね正しく再現できるが、 $\lambda/4$ 以上になると位相の不連続量を一意に決定できない。

5. む す び

本論文では、近傍領域における輝度値の最大値最小値を用いて着目点輝度値を規格化すること、位相の単調増加を仮定することで、各画素ごとの位相を \arccos 関数により逆算する干渉じま解析手法を提案した。まず、滑らかなガウス形状の干渉じま計測をシミュレーションにより検証した結果、フーリエ変換法と同等またはそれ以上の結果が得られた。次に、不連続なステップ形状の干渉じま計測をシミュレーションにより検証した。フーリエ変換法では、不連続形状を再現することが困難であったが、提案手法では、ステップ形状を再現することができた。ノイズを付加した場合、フーリエ変換法において解析が困難であることは同様だった。一方、提案手法では、ノイズやノイズ除去の処理が原因となり階段状の形状にひずみが生じるものの、ステップ形状として認識できるレベルで解析が可能であった。更に、ガウス形状において干渉じま間隔を疎にして、位相の単調増加が破綻している場合をシミュレーションにより検証した。フーリエ変換法では、解析結果全体の形状が大きくひずんでしまったが、提案手法では、全体的な形状としてはほぼ正しい結果が得られた。ただし、位相反転の処理で用いている仮定が破綻している一部の領域で、位相反転の処理が失敗していた。最後に、Fizeau干渉計による干渉じま画像を解析することで、現実の干渉じま画像に対しても提案手法が有効に機能することを示した。

以上、本論文では主に干渉じま間隔が疎である場合を中心に、フーリエ変換法に対する提案手法の有効性を提示した。今回、例を挙げなかった遮へい領域が存在する場合についても、フーリエ変換法ではスペクトル切出しの際に遮へい物がもたらす不要なスペクトルが画面全体にひずみをもたらすことを確認している。対して、提案手法では、遮へい物近傍（輝度値規格化の際の窓枠サイズ程度の範囲）への影響にとどまる。

今後の課題として、1) 輝度値の規格化手法の改良、及び2) 位相の反転処理法の改良が挙げられる。輝度値の規格化では、現在、単純に局所窓内から局所領域における輝度の最大値、最小値を検索しているため、領域の境界において輝度値にひずみが生ずる。また、輝

度値規格化を行う際用いる輝度値の最大値・最小値を検索するための窓の大きさを画面内で一定としているため、干渉じまの変形が大きいと正しく輝度値のピークを検出できないことがある。位相の反転では、式(7)による位相の単調増加の仮定が成り立たない部分で位相の反転を誤って推定してしまうため、正しい解析結果を得られない。これらの処理を改良することにより、より多くの場面で、単一枚数の画像から高精度に干渉じま解析を行うことが可能となると期待している。

謝辞 本研究を行うにあたり、長篤志助手には多くの貴重な助言を頂きました。また、干渉計による画像の作成にあたっては櫻井建成博士と真原仁博士が実験に協力して下さいました。この場を借りて感謝の意を表します。

なお、本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金(課題番号 13881009)の支援を受けています。

文 献

- [1] J.H. Bruning, D.R. Herriott, J.E. Gallagher, D.P. Rosenfeld, A.D. White, and D.J. Brangaccio, "Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses," *App. Opt.*, vol.13, pp.2693-2703, 1974.
- [2] K. Creath, "Phase-measurement interferometry techniques," *Progress in Optics*, vol.26, pp.349-393, 1988.
- [3] K. Onuma, K. Tsukamoto, and S. Nakadate, "Application of real time phase shift interferometer to the mesurement of concentration field," *J. Crystal Growth*, vol.129, pp.706-718, 1993.
- [4] K. Onuma, T. Kameyama, and K. Tsukamoto, "In situ study of phenomena by real time phase shift interferometry," *J. Crystal Growth*, vol.137, pp.610-622, 1994.
- [5] 塚本勝男, "リアルタイム位相シフト干渉計を用いた溶液成長界面の動的観察," *応用物理*, vol.63, pp.713-716, 1994.
- [6] S. Toyooka and M. Tominaga, "Spatial fringe scanning for optical phase measurement," *Opt. Commun.*, vol.51, pp.68-70, 1984.
- [7] W.W. Macy, Jr., "Two-dimensional fringe-pattern analysis," *Appl. Opt.*, vol.22, pp.3898-3901, 1983.
- [8] M. Takeda and K. Mutoh, "Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes," *Appl. Opt.*, vol.22, pp.3977-3982 1983.
- [9] 武田光夫, "フーリエ変換法によるし画像解析とその応用," *応用物理*, vol.62, pp.579-583, 1993.
- [10] K. Itoh, "Analysis of the phase unwrapping algorithm," *Appl. Opt.*, vol.21, p.2470, 1982.
- [11] D.G. Ghiglia, G.A. Mastin, and L.A. Romero, "Cellular-automata method for phase unwrapping," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.4, pp.267-280, 1987.
- [12] J.M. Huntley, R. Cusack, and H. Saldner, "New

phase unwrapping algorithms," *Proc. FRINGE 93*, eds. W. Jüptner and W. Osten, pp.148-153, Akademie, Berlin, 1993, 1993.

- [13] J.A. Quiroga and E. Bernabeu, "Phase-unwrapping algorithm for noisy phase-map processing," *Appl. Opt.*, vol.33, pp.6725-6731, 1994.
- [14] D.J. Bone, "Fourier fringe analysis: The two-dimensional phase unwrapping problem," *Appl. Opt.*, vol.30, pp.3627-3632, 1991.
- [15] 三池秀敏, "BZ 反応系の画像処理と流体現象," *Science on Form*, vol.3, pp.155-184, 1988.
- [16] H. Miike, K. Okada, and T. Sakurai, "Hierarchical self organization in reaction diffusion-convection system during Belousov-Zhabotinsky reaction," *Proc. Fundamental Physics and Chemical Physics under Microgravity, NASDA (ISSN1345-790X)*, pp.43-50, 2000.

(平成 14 年 9 月 17 日受付, 15 年 3 月 28 日再受付)

岡田 耕一 (学生員)



1997 山口大・工学卒。1999 同大学院理工学研究科博士前期課程了。現在、同大学院理工学研究科博士後期課程に在学中。画像処理に関する研究に従事。日本結晶成長学会会員。

横山 悦郎



1984 学習院大・理・物理卒。1989 北海道大学院理学研究科博士課程了。日本学術振興会特別研究員, アメリカ・カーネギーメロン大学博士研究員, 九州工業大学情報工学部助手, 山口大学工学部電気電子工学科助教授, 同・感性デザイン工学科助教授を経て, 2002 学習院大学計算機センター助教授。理博。日本物理学会, 日本結晶成長学会, SIAM, 日本気象学会, 形の科学会各会員。

三池 秀敏 (正員)



1971 九大・工・電子卒。1976 同大学院工学研究科博士課程了。同年山口大学工学部電気工学科助手, 1987 ドイツ・マクスプランク研究所博士研究員等を経て現在, 山口大学工学部感性デザイン工学科教授。工博。情報処理学会, 日本物理学会, 形の科学会, IEEE Computer Society 各会員。