

フーリエ解析を用いたデジタル画像処理による粒径解析

正 員 百田 正広<sup>†</sup>      正 員 橋本 基<sup>††</sup>

准 員 多田 伸行<sup>†††</sup>      正 員 三池 秀敏<sup>†††</sup>

Digital Image Processing for Particle Sizing Utilizing a Fourier Analysis

Masahiro MOMOTA<sup>†</sup>, Hajime HASHIMOTO<sup>††</sup>, Members, Nobuyuki TADA<sup>†††</sup>, Associate Member and Hidetoshi MIIKE<sup>†††</sup>, Member

あらかし 画像の2次元フーリエ変換処理に基づく解析法で、円形粒子が複数個分布する場合の粒径分布計測を試みた。この方法は、円形開口における光散乱パターンを解析する手法と原理的には同じである。しかしデジタル画像を対象とするため、画像データの回転、2次元フーリエ変換、スムージング等のデジタル信号処理を行うことにより、散乱パターンに相当する平滑化パワースペクトルを得ている。この平滑化パワースペクトルを光散乱理論における逆散乱手法を用いることにより粒径分布解析を行う。またこの方法により、可視化された円形粒子の粒子数計測も可能であることを示す。

キーワード デジタル画像処理、粒径分布解析、フーリエ変換、光散乱理論、逆散乱手法

1. ま え が き

近年、粒子径を非接触で計測する種々の手法が試みられてきた。これらは、画像処理による方法<sup>(1)~(5)</sup>と、レーザ光のコヒーレンスを利用した光学的な方法<sup>(6)~(14)</sup>の二つに大きく分類される。可視化された粒子像に対しては、デジタル画像処理による方法が通常用いられる。画像処理による解析は、画像入力装置により取り込まれた画像の2値化を行い、次に、微分演算操作などを通してエッジまたは輪郭を抽出し、これを円、だ円あるいは多角形で近似して、個別粒子に分解した後、粒子群の粒径分布や粒子数を計測する手順となる。しかし、上記の方法は、コンピュータ科学の分野における困難な問題の一つである画像のパターン認識やパターン理解と同様の問題を含んでいる。既に実用的な

方法が提案されてはいるが<sup>(1)~(3)</sup>、方法としての限界、解析精度、完全自動化などいくつかの問題が指摘されており、まだ十分に確立されているとは言いがたい。

一方、可視化を要しない手法としては、光学的な方法が粒径計測に有用な方法である。この方法では、観測領域において同時に解析可能な粒子数によって二つの方法に分けられる。静的光散乱法<sup>(9)~(13)</sup>や動的光散乱法<sup>(14),(23)</sup>においては、同時に多数の粒子が存在する場合を取り扱うことが可能である。これらの手法においては、信頼性の高い結果を得るためには、信号の統計平均処理が不可欠である。例えば流体中に浮遊している粒子が存在する場合、粒子間距離のランダムな変動がブラウン運動によって生じ、統計的平均操作に重要な寄与を行っている。一方、空間的に格子間隔が変化する空間フィルタ<sup>(15)</sup>や、レーザドブbler計測法に基づく干渉縞を用いる方法<sup>(6)~(8)</sup>などが粒子サイズをリアルタイムで決定する方法として知られている。これらの方法は、ある観測領域における空間フィルタの波長と粒子径の比によって決まる visibility<sup>(9)</sup> 関数から、一粒子の粒径評価を可能にするものである。

前述の光学的な方法は、非接触、無侵襲での計測が可能であるという優れた特徴をもっている。しかし、

† 徳山工業高等専門学校情報電子工学科, 徳山市  
Tokuyama College of Technology, Tokuyama-shi, 745 Japan  
†† 大島商船高等専門学校情報工学科, 山口県  
Oshima National College of Maritime Technology, Yamaguchi-ken, 742-21 Japan  
††† 山口大学工学部電気電子工学科, 宇部市  
Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube-shi, 755 Japan

これらの方法にも、光学系の調整が煩雑である<sup>(16),(17)</sup>、観測領域における散乱粒子の濃度の調整<sup>(6)</sup>など、いくつかの問題点がある。また、アナログ装置を用いた信号処理系においては、光学レンズの特性の問題や空間フィルタがハードウェアで構成されているため解析精度に限界がある<sup>(18)</sup>などの問題点も指摘されている。

本論文では、デジタル画像処理に基づき、可視化された粒子像から粒径分布計測を行う新しい手法を提案する。すなわち、通常の画像処理手法を用いる代わりに、画像の2次元フーリエ変換像を基本とし、光散乱理論における逆散乱手法を用いることにより粒径分布計測が可能であることを示す。

## 2. 解析原理

### 2.1 粒径分布解析の原理

画面上に円形粒子が1個存在するデジタル画像(256×256 [pixel]の画像中に直径11 [pixel]の粒子)を2次元離散フーリエ変換すると、図1(a)に示すようなパワースペクトル像を得ることができる。この像の中心(波数 $k_x=k_y=0$  [radian/pixel])を通る任意の断面で切り、片側のみを描くと図1(b)の○印で示す曲線が得られる(図では実際に得られたデータの一つおきにプロット

している)。この曲線は、光散乱理論では2次元円形開口の散乱パターン<sup>†</sup>に相当し、その理論曲線 $I(k_s)$ は次式で与えられ<sup>(19)</sup>、これを図1(b)中に実線で示す。

$$I(k_s) = \left| \frac{2J_1\{k_s(\rho/2)\}}{k_s(\rho/2)} \right|^2 \quad (1)$$

ここで、 $J_1$ は第1種円柱ベッセル関数を表し、 $\rho/2$ は円形開口の半径を表す。また、入射光の波数ベクトル $\vec{k}_i$ と散乱光の波数ベクトル $\vec{k}_f$ の差のベクトルとして定義される散乱ベクトル $\vec{k}_s (= \vec{k}_i - \vec{k}_f)$ の大きさ $k_s$ は、レーザ光の波長を $\lambda$ 、散乱角を $\theta$ とすると2次元散乱体では

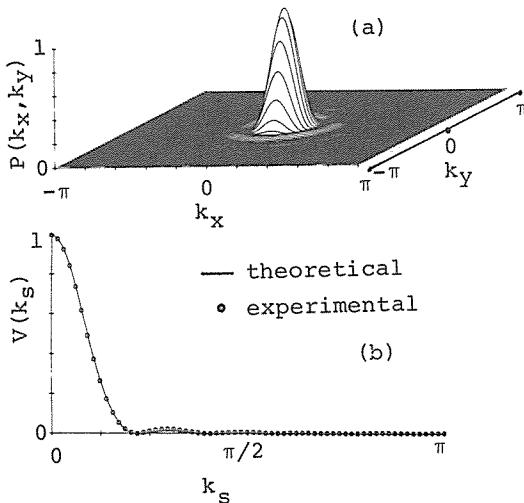
$$k_s = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda} \quad (2)$$

で与えられる<sup>(23)</sup>( $|\vec{k}_i| = |\vec{k}_f| = 2\pi/\lambda$ の条件下で)。図1(b)からデジタル画像のパワースペクトルは散乱パターンの理論曲線にほぼ一致していることがわかる。理論曲線との誤差は、作成した粒子像がデジタル画像であることより、完全な円ではないことによるものと考えられる。一方、式(1)は、画像に正弦波状の空間フィルタを乗算したときのvisibilityの式<sup>(15)</sup>とも形式的に一致する。画像に正弦波状の空間フィルタを乗算することは、画像のサイン変換と考えられ、画像の2次元空間フーリエ変換によって得られるパワースペクトルの波数 $k_s$ のパワーも式(1)で表現されることになる。但し、このときの空間フィルタの波数 $k_s$ は

$$k_s = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \frac{2\pi}{\lambda_s} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $\lambda_s$ は空間フィルタの波長である。画像中に粒子が1個存在する場合は、式(1)の右辺の第1極小点が $k_s \rho/2 = 3.83$ で与えられることより、第1極小を与える空間フィルタの波数 $k_s$ を測定することで粒径 $\rho$ の評価が可能である。

画像中に多粒子が存在する場合、後に図4(a)に示すようにフーリエスペクトルに粒子間距離の情報が反映されるため空間パワースペクトルが大きく乱れ、このままでは解析が不可能となる。ところで、静的光散乱においては溶液中の微粒子のランダム運動(ブラウン運動)<sup>‡</sup>が、この粒子間距離の情報を取り除く役割を果たしている。すなわち、ブラウン運動では一般に粒子がガウス分布に従うランダムな動きをするため、同一散乱角での散乱光強度の長時間平均(平均散乱パターン



(a) A Fourier spectrum image for a circular particle.  
(b) A comparison between a scattering pattern for a circular aperture and a Fourier spectrum image for a circular particle.

図1 円形粒子像(粒径11[pixel])の2次元フーリエスペクトルと円形開口の散乱パターン

Fig. 1 2D-Fourier spectrum for a circular particle image (diameter : 11[pixel]) and a scattering pattern for a circular aperture.

† ここで散乱パターン $I(k_s)$ とは、散乱光強度の散乱角( $\theta$ )依存性を示す。円形開口の場合、その中心対称性より散乱ベクトル $\vec{k}_s$ の方向によらずその大きさ $k_s$ で決定される。

$\bar{I}(k_s)$ を測定することで、粒子間距離の影響が統計的に平均化(相殺)されていると考えることができる。そこで、画像のフーリエ変換像に対しても粒子間距離の影響を相殺できるような、何らかの統計的平均操作を行う必要がある。

一方清水らは<sup>(10)</sup>、フーリエ・ベッセル逆変換を用いて平均散乱パターン  $\bar{I}(k_s)$  から粒径分布  $n(\rho/2)$  を評価する一解法を与えており、2次元散乱体(円形開口)の

場合次式によって表される。

$$n\left(\frac{\rho}{2}\right) \propto \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} B^{-1}[\bar{I}(k_s)] \Big|_{\rho>0} \quad (4)$$

ここで  $\rho$  は円形開口の直径を示し、 $B^{-1}$  は0次の円柱ベッセル逆変換を示す。橋本<sup>(11),(12)</sup>は、散乱パターンにハニング窓をかけるなどの補正を行うと共に、式(4)のより厳密な解として次式を提案し粒径評価を行っている(付録参照)。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} B^{-1}[\bar{I}(k_s)] \\ &= n\left(\frac{\rho}{2}\right) + \int_{\rho/2+0}^{\infty} \frac{1}{2a\sqrt{1-(\rho/2a)^2}} n(a) da \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 $n(a)$  は粒径分布、 $a$  は2次元散乱体(円形開口)の半径であり、 $0 \leq \rho \leq 2a$  とする。この逆散乱手法の基本原理をわかりやすく説明するために1次元散乱体の場合について手順を示すと図2のようになる。大きさ1の方形波が入力波形として与えられたとする( $a$ )。この波形をフーリエ変換し、パワースペクトルを求めると散乱パターンに相当する信号が得られる( $b$ )。このパワースペクトルを逆フーリエ変換すると自己相関関数が得られ(ウィナー・ヒンチンの定理)( $c$ )、この自己相関関数に対し2次微分操作を行うことにより粒径を表す位置にデルタ関数を得ることができる( $d$ )。これを2次元に拡張すると、逆フーリエ変換の部分が逆円柱ベッセル変換となり粒径分布の評価が可能となる。この説明に対応する操作をデジタル画像処理で実現することにより、多粒子を含む画像より粒径分布情報が解析できることが期待される。

## 2.2 デジタル画像処理による粒径評価

2.1での、逆散乱手法の考え方をもとに次のようなデジタル画像処理手法を提案する。解析手順を図3に示す。まず1枚の  $M \times M$  画素の2次元原画像を考える(これは、動画像中の1枚の代表画像と考えてもよい)。この画像を2次元フーリエ変換しパワースペクトルを求めることで、散乱パターン  $I(k_s)$  に対応する  $V(k_s)$  を求める。しかし、画像中に粒子が複数存在すると、単に原画像の空間パワースペクトルを求めただけでは図4(a)(直径5 [pixel]の粒子が2個の場合)に示すように粒子間距離(約40 [pixel])の影響により、パワースペクトルが大きく乱れる。そこで、この乱れを除くために以下に示す処理を順次実行する。

1) 原画像を一定間隔  $\theta_0$  ずつ回転させた  $N$  枚の変換画像を作る。すなわち、原画像の画像関数を  $f(x, y)$  とすると  $n \cdot \theta_0$  回転した画像の画像関数  $g_n(x, y)$  は

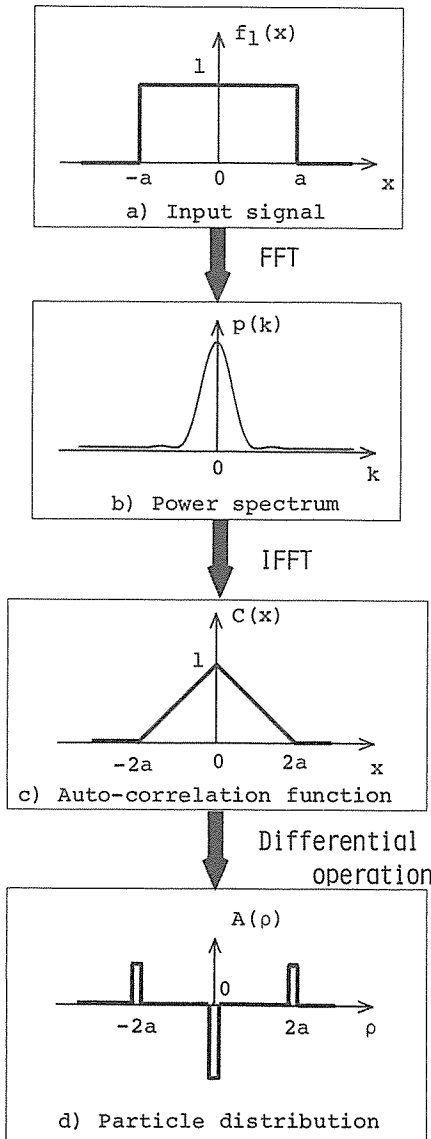


図2 1次元散乱体の粒径評価手順

Fig.2 A schematic procedure of particle sizing for 1D-scatterer.

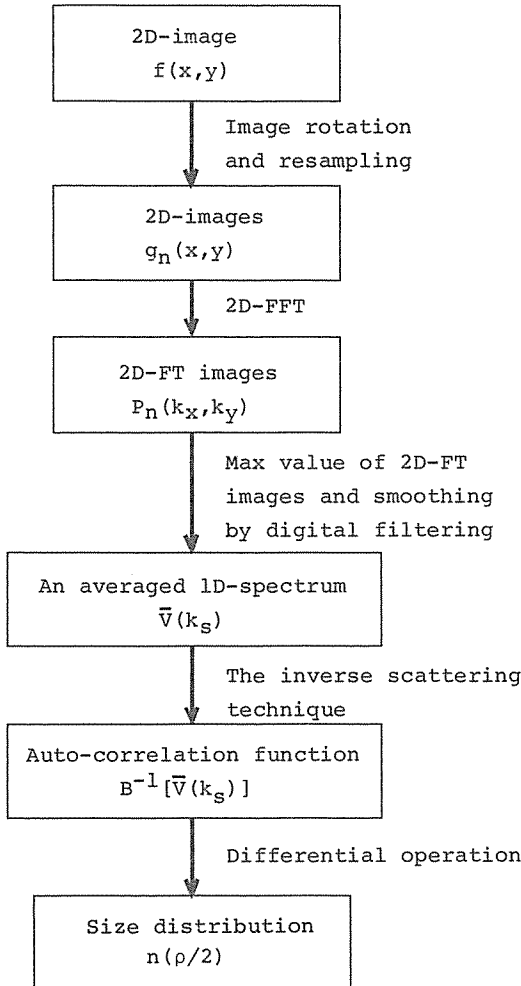


図3 逆散乱手法に基づく画像処理による粒径分布評価手順  
Fig. 3 Particle size evaluation by digital image processing based on the inverse scattering technique.

$$g_n(x, y) = f(\Lambda_n^{-1}(x, y)) \quad (6)$$

で与えられる。ここに

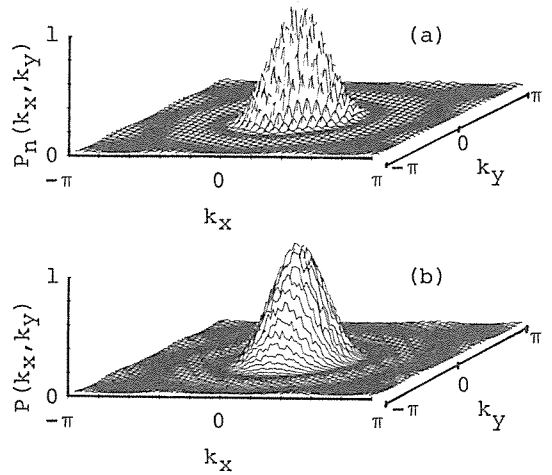
$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \cos(n \cdot \theta_0) & \sin(n \cdot \theta_0) \\ -\sin(n \cdot \theta_0) & \cos(n \cdot \theta_0) \end{pmatrix} \quad (7)$$

(但し,  $n=1, 2, \dots, N$ )

である。但し回転後の計算したい画素での輝度値は、原画像の近傍4点をもとにバイリニア法でリサンプリングして求めている。

II)  $N$  枚の画像各々をフーリエ変換し、パワースペクトルを求めることで  $N$  枚のフーリエ変換像  $P_n(k_x, k_y)$  を作る。すなわち、

$$G_n(k_x, k_y)$$



(a) A Fourier spectrum for the original image.  
(b) A smoothed image through digital processings including image rotation.

図4 円形多粒子画像の2次元フーリエスペクトル像  
Fig. 4 2D-Fourier spectrum image for circular particles.

$$= \iint_{-\infty}^{+\infty} g_n(x, y) e^{-jk_x x} \cdot e^{-jk_y y} dx dy$$

$$= A_n(k_x, k_y) + jB_n(k_x, k_y) \quad (8)$$

$$P_n(k_x, k_y) = A_n(k_x, k_y)^2 + B_n(k_x, k_y)^2 \quad (9)$$

III) II)で得られた  $N$  枚の  $P_n(k_x, k_y)$  変換像から各画素において最大値を求め一つの変換像  $\hat{P}(k_x, k_y)$  を得る。

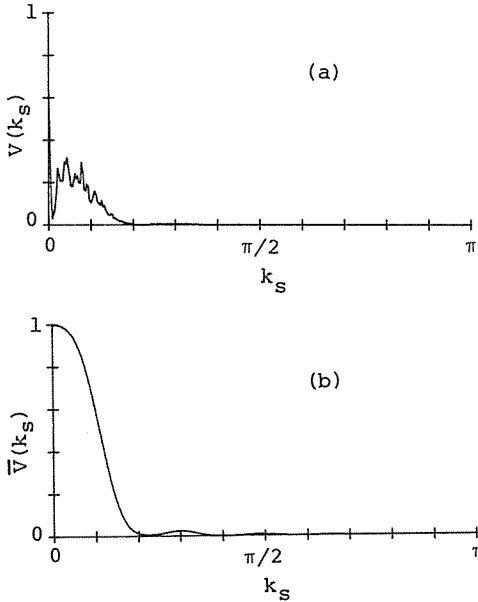
$$\hat{P}(k_x, k_y) = \max_n P_n(k_x, k_y) \quad (10)$$

(但し,  $n=1, 2, \dots, N$ )

IV) 円形粒子の対称性を考慮し、等しい波数ベクトル  $P(k_s)$  の絶対値  $k_s (= \sqrt{k_x^2 + k_y^2})$  に対する最大のパワースペクトル値  $V(k_s)$  を選ぶ。すなわち、

$$V(k_s) = \max_{k_s} \hat{P}(k_s) \quad (11)$$

アナログ画像では、フーリエスペクトルは画像の回転に影響されないが、デジタル画像では計算できる点が離散的であり、スペクトル像もサンプリングした形となっている。従って、少しずつ角度を変えて近傍の値を調べ、この中から最大値を選ぶことで粒子間距離の影響を少なくすることが可能となる。すなわち、回転操作により求めた  $N$  枚の離散フーリエ変換像  $P_n(k_x, k_y)$  の各画素における最大値を選び、1枚のパワースペクトル像を求め、更にそのパワースペクトル像の中心から等距離の部分での最大値を選びだし、散乱パターンに相当する1次元スペクトル  $V(k_s)$  を得る。



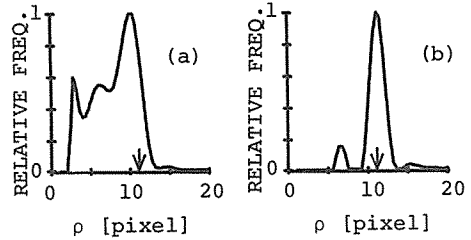
(a) A smoothed spectrum  $V(k_s)$  obtained by the procedures I)-IV) in section 2. 2.  
 (b) A smoothed spectrum  $V(k_s)$  obtained by the digital low-pass filtering of  $V(k_s)$ .

図5 多粒子画像から抽出した平滑化パワースペクトル  
 Fig. 5 A smoothed power spectrum obtained from a circular particles image.

平均値でなく最大値を選ぶ理由は、粒子間距離（一般には粒径より大きい）の影響が、1粒子のみの場合のパワースペクトルの包絡線に対して余分の周期性を発生し、規格化されたパワースペクトルで考えた場合、常に包絡線より小さな値をとるように働くためである。この処理を実行することで、図4(b)に示すように、より滑らかなパワースペクトル像  $P(k_x, k_y)$  を得ることができる。また図5(a)は別の例として、直径11 [pixel]の粒子が11個存在する場合について、IVまでの手順を通して得られた1次元パワースペクトル  $V(k_s)$  を示す。また、かなりの変動を含んでおり、フーリエ変換を用いたデジタルフィルタリング処理により高調波を除き、平滑化し、再規格化することで図5(b)に示すような平滑化パワースペクトル  $\bar{V}(k_s)$  が得られる。このようにして得られたスペクトル  $\bar{V}(k_s)$  (平均散乱パターン  $\bar{I}(k_s)$  に対応) をもとに、今回我々は、式(4)、(5)に示した逆散乱理論に基づくデジタル画像処理による粒径分布解析を試みた。

### 3. 計算機シミュレーションによる検討

原画像は、2値化された円形粒子画像を用いた。今



(a) Particle sizing by Shimizu method (eq. (4)).  
 (b) Particle sizing by Hashimoto method (eq. (5)).

図6 多粒子画像の粒径解析例  
 Fig. 6 Example of the particle size evaluation for an image including 15 particles with diameter of 11 pixel.

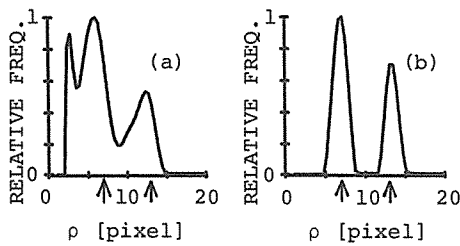
回、回転操作の回数は  $N=12$ (枚)、 $\theta_0=15^\circ$  ( $0^\circ$  から  $165^\circ$ ) として実験を行った。なお、回転ステップ角度  $\theta_0$  については  $1^\circ$  ( $N=180$  枚) から  $15^\circ$  ( $N=12$  枚) の範囲で変化させて、各々のフーリエ変換像を求めたが、得られるフーリエ変換像には大差なく、 $N < 12$ (枚) 以下では、回転による平滑効果が十分でなく、処理時間を考慮して今回は  $N=12$ (枚) とした。また、式(4)、(5)で解析を行う前に、平滑化パワースペクトル  $\bar{V}(k_s)$  にハニング窓をかけ、前処理を行っている。

#### 3.1 多粒子、同一粒径の場合

まず  $256 \times 256$  [pixel] の画像中に粒径 11 [pixel] の粒子が 15 個ランダムな位置に配置されたシミュレーション画像を作成し、提案した方法を取り入れて解析を試みた。2.2でも説明したが、図5(a)は、2.2で述べた処理のI)~IV)を行いパワースペクトル  $V(k_s)$  を得たものを示している。更にフーリエ変換によるデジタルフィルタリングの処理を行い、図5(b)の平滑化パワースペクトル  $\bar{V}(k_s)$  を得た。この結果に逆散乱手法を用いて粒径解析を実行する手順となる。図6(a)、(b)に各々式(4)、(5)による解析結果を示した。ほぼ与えた粒径の位置(↓印)にピークが得られ、粒径評価が基本的に可能であることがわかる。特に式(4)に比べ式(5)では、求めたいピークがよりシャープになっており、更に粒径  $\rho$  の小さい領域で大幅に改善されている。ただ、式(5)による解析結果も完全とは言えず、実際の粒径以外の位置にも小さなピークが現れるなどの問題がある。

#### 3.2 2粒子、異粒径の場合

次に  $256 \times 256$  [pixel] の画像中に粒径 7 [pixel] と 13 [pixel] の粒子が各々 1 個存在する場合について検討した。前章で提案した手法に従い、散乱パターンに相当する平滑化パワースペクトル  $\bar{V}(k_s)$  を求め、逆散乱理



(a) Particle size distribution by Shimizu method (Eq. (4)).  
 (b) Particle size distribution by Hashimoto method (Eq. (5)).

図7 粒径が分布している場合の解析例  
 Fig. 7 Evaluation of particle size distribution for an image including 2 particles with different diameter (7 pixel and 13 pixel).

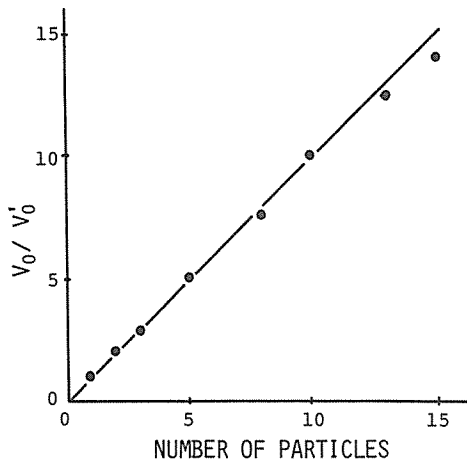


図8 パワースペクトルの直流分を用いた粒子数評価  
 Fig. 8 Evaluation of number of particles utilizing DC-component of the power spectrum  $V(k_s)$ .

論を用いて解析を行うと、求めたい粒径分布が評価できる。図7(a),(b)に式(4),(5)による解析結果を示した。ピークの高さがわずかに異なるものの、ほぼ与えた粒径の位置(↑印)にピークが得られ、基本的に粒径分布評価が可能であることがわかる。

### 3.3 粒子数の評価

一方、パワースペクトル  $V(k_s)$  の直流分 ( $k_s=0$  の振幅値) は2値化画像における明るい部分の画素数に比例することになり、粒子数の計測に応用できる。まず、粒子が複数個存在する画像から提案した方法により平均粒径とパワースペクトルの直流分  $V_0$  を求める。得られた粒径が  $\rho$  [pixel] とすると  $128 \times 128$  [pixel] 中に粒

径  $\rho$  [pixel] の粒子が1個存在するシミュレーション画像を作り、2次元フーリエ変換を行いパワースペクトルの直流分  $V_0'$  を求める。 $V_0$  と  $V_0'$  との比 ( $m = V_0/V_0'$ ) を求めることにより、粒子数の計測が行える。シミュレーションによる結果を図8に示す。確かに  $V_0$  は粒子の個数に比例して増加しており、粒子の自動計測も基本的に可能であることがわかる。もちろんこの精度は、平均粒径の測定精度に依存する。

## 4. むすび

本論文では、可視化された粒子画像に対して、通常のデジタル画像処理とは全く異なるアプローチによる粒径分布評価法を提案した。すなわち、複数粒子が存在する画像に対し、画像を一定間隔の角度で回転し、各々の画像に対する2次元フーリエ変換を行って、静的光散乱での散乱パターンに相当する平均パワースペクトルを得る。次に、この平均パワースペクトルに光散乱理論における逆散乱手法の一解法として知られる式(4),(5)を適用することで、基本的に粒径分布を計測できる可能性があることを示した。従来法と比較して計算時間も長くかかるなど改良すべき点は多くあるが、アルゴリズムの単純さのほか、逆散乱問題ではだ円体の長軸、短軸各々の分布が計測可能であることが知られていること、粒子数の自動計測の可能性もあり従来法にないメリットも期待できる。なお、計測できる粒子の大きさ、数および密度については、取り扱う画像の大きさによるが、 $128 \times 128$  [pixel] の画像中に粒径15 [pixel] の粒子が20個存在する場合までは計測可能なことを確認している。

以上のように、粒子群の粒速分布については前回まで提案してきた空間フィルタ法<sup>(20)~(22)</sup>を用い、粒径分布については今回提案した逆散乱手法を用いるという画像処理により粒子像解析の新しいアプローチが可能であることが確かめられた。近年の画像処理技術の発達を考えると、将来幅広い分野に適用可能な解析法として期待できる。実画像で2値化を行わずに、粒径分布を得る解析法の確立、粒子に重なりがある場合の解析法の確立、円形でない粒子での解析や、動画画像処理への応用、粒径  $\rho$  の小さいところでの誤差の問題の解決などが今後の課題である。

謝辞 本研究を進める上で有用な助言を頂いた山口大学工学部知能情報システム工学科古賀和利氏、および卒業研究で協力頂いた中島浩一氏(現:(株)松下ソフトリサーチ)に謝意を表します。

## 文 献

- (1) 田辺寛一郎, 木村 淳: “画像特徴の定量化および解析・計測の実験”, *O plus E*, 104, pp. 150-164 (1988).
- (2) 堀越 力, 南谷晴之, 湯澤史佳, 大塩 力, 土屋雅春: “動画像処理によるリンパ流速の自動計測”, *信学論(D)*, **J71-D**, 5, pp. 917-925 (1988-05).
- (3) 久保文雄: “輪郭情報を利用した重なりあう粒子の円形分離”, 第19回画像工学コンファレンス論文集, pp. 107-110 (1988).
- (4) 三池秀敏, 中島浩一, 百田正広, 古賀和利: “動画像の時空間多次元スペクトル解析”, 第20回画像工学コンファレンス論文集, pp. 129-132 (1988).
- (5) 百田正広, 三池秀敏, 中島浩一, 多田伸行, 古賀和利: “空間フィルタ法および光散乱理論に基づく動画像処理による粒子像の解析”, *信学技法*, **IE90-89** (1991-01).
- (6) Ritonga J., Ushizaka T. and Asakura Y.: “Grating velocimeter signals: Visibility characteristics and application to the particle sizing”, *J. Optics*, **21**, 1, pp. 9-18 (1989).
- (7) Saffmann M.: “Phasen-Doppler-Methode zur optischen Partikelgrößenmessung”, *Tech. Messen* **tm**, 56, pp. 298-303 (1989).
- (8) Bates C. J., Hadded O., Yeoman M. L. and White H. J.: “Dual Wavelength LDA with Extended Dynamic Range for Simultaneous of Particle Size and Velocity”, *ICIASF '83*, pp. 183-190 (1983).
- (9) Durst F., Melling A. and Whitlaw J. H.: “Principles and practice of Laser-Doppler Anemometry”, Academic Press (1979).
- (10) 清水孝一, 石丸 昭: “フーリエ変換による逆散乱問題の一解法(低濃度散乱体粒径分布の決定)”, *応用物理*, **52**, 4, pp. 354-360 (1983).
- (11) 橋本 基, 清水孝一, 松本伍良: “二次元散乱体の粒径分布解析法”, *応用物理*, **54**, 7, pp. 721-725 (1985).
- (12) 橋本 基: “光散乱を利用した生体微粒子の粒径分布計測に関する研究”, 学位論文(北海道大学)(1986).
- (13) 田村誠也, 斉藤紘史, 西端 健: “光散乱法によるポリスチレン粒子の直径の精密測定”, *計測制御*, **25**, 9, pp. 962-968 (1989).
- (14) Ohsawa T., Kobayashi E. and Ozaki T.: “FFT Method of Dynamic Light Scattering for Particle Size Diagnostics in Luminous Flames”, *Combustion & Flame*, **53**, pp. 135-139 (1983).
- (15) Wang J. C. F. and Tichenor D. A.: “Particle size measurements using an optical variable-frequency-grid technique”, *Appl. Opt.*, **20**, 8, pp. 1367-1373 (1981).
- (16) 相津佳永, 牛坂 健, 朝倉利光: “レーザードップラー法および空間フィルタ法による速度勾配測定”, *応用物理*, **54**, 3, pp. 269-277 (1985).
- (17) Aizu Y. and Asakura T.: “Principles and Development of Spatial Filtering Velocimetry”, *Appl. Phys. B*, **43**, pp. 209-224 (1987).
- (18) 小林 彬: “計測用空間フィルタ法の進展”, *応用物理*, **52**, 12, pp. 1007-1014 (1983).
- (19) Max Born and Emil Wolf (草川 徹, 横田英嗣訳) “光学

の原理II—干渉および回折—”, 東海大学出版会(1976).

- (20) 三池秀敏, 古賀和利, 橋本 基, 百田正広: “最大エントロピー法による動画像のスペクトル解析(イメージ・ドップラ計測)”, *信学技法*, **IE86-109** (1987-02).
- (21) Miike H., Koga K., Momota M. and Hashimoto H.: “Spatial Filtering Velocimetry by Dynamic Image Processing”, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **26**, 9, pp. L1431-L1434 (1987).
- (22) 三池秀敏, 古賀和利: “動画像処理による空間フィルタ速度計測法”, 第19回画像工学コンファレンス論文集, pp. 111-114 (1988).
- (23) Berne B. J. and Pecora R.: “Dynamic Light Scattering”, Jhon Wiley & Sons, New York (1976).

## 付 録

半径  $a$  の円形開口を考えると, 散乱体位置での電界の規格化した自己相関関数は次式で与えられる.

$$R(\rho, a) = \begin{cases} 2a^2 [\cos^{-1}(\rho/2a) - (\rho/2a)\sqrt{1-(\rho/2a)^2}] & (0 \leq \rho \leq 2a) \\ 0 & (2a < \rho) \end{cases} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

前述したように, 円形開口が粒径分布  $n(a)$  をもつとき, 光散乱パターン  $\bar{I}(k_s)$  と自己相関関数  $R_c(\rho, a)$  は次式で結ばれる.

$$B^{-1}[\bar{I}(k_s)] = \int_0^\infty R_c(\rho, a)n(a)da \quad (\text{A} \cdot 2)$$

式(A・2)に微分演算子を作用させ, これに(A・1)式の2次微分したものを代入すると, 次式すなわち式(5)が得られる.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} B^{-1}[\bar{I}(k_s)] = n\left(\frac{\rho}{2}\right) + \int_{\rho/2+0}^\infty \frac{1}{2a\sqrt{1-(\rho/2a)^2}} n(a)da \quad (5)$$

実際に計算機で解析する場合, 式(5)の左辺を  $n_0(\rho/2)$  とし離散式で書き換えると式(A・3)となる.

$$n_0(\rho_i/2) = n(\rho_i/2) + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{1}{2a_j\sqrt{1-(\rho_i/2a_j)^2}} n(a_j) \quad (\text{A} \cdot 3)$$

但し, 式(5)と式(A・3)の間では

$$\begin{aligned} \rho/2 &= \rho_i/2 \quad (i=1, 2, 3, \dots) \\ a &= a_j \quad (j=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

この式は, 粒径分布が有限範囲であるとする, 粒径分布関数が0となる十分大きい  $\rho_i/2$  から出発し, 順次粒径の小さい方へ計算すると正しい粒径分布が得られる. しかし, 式(A・3)で粒径分布解析を行うと, 第2項の分母の影響から  $j$  が  $i$  に近い所でデジタル誤差が大

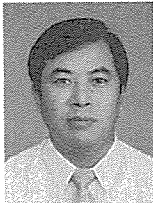
きくなる。そこで、実際には式(A・2)により自己相関関数を先に計算し、これに微分演算子を作用させ、式(A・3)に代入することにより粒径解析を行っている。

(平成3年8月28日受付, 4年1月16日再受付)



百田 正広

昭54山口大・工・電気卒, 同年徳山工業高等専門学校・情報電子工学科助手, 昭62講師, 平1助教授, 現在に至る。画像計測に関する研究に従事。情報処理学会, 日本ME学会会員。



橋本 基

昭52山口大・工・電気卒, 昭54同大学院修士課程了, 同年山口大・工・電気助手, 昭63から, 大島商船高専・情報助教授, 工博。光応用計測, 画像処理などの研究に従事。応用物理, 日本ME学会会員。



多田 伸行

平3山口大・工・電気卒, 平3同大学院博士前期課程入学。画像計測に関する研究に従事。



三池 秀敏

昭46九大・工・電子卒, 昭51同大学院博士課程了。同年5月山口大学工学部助手, 昭62マックスプランク研究所博士研究員, 平3同大電気電子工学科教授。動画像計測処理および非平衡非線形現象の研究に従事。工博, 電気学会, 日本物理学会, 情報処理学会, 形の科学会各会員。