

異方性 Single-Negative 媒質からなる平行二線スラブの固有モード

Modal Analysis of Parallel Coupled-Slab Composed of Anisotropic Single-Negative Medium

齋藤 宏典, 堀田 昌志, 羽野 光夫

Hironori Saito, Masashi Hotta, and Mitsuo Hano

山口大学大学院理工学研究科

Graduate School of Science & Engineering, Yamaguchi University

1. まえがき

誘導性や容量性を適切に調整した微小セルを電磁波の波長よりも短い周期で積み重ねることで、従来、自然界では存在しえなかったような特性を構成できる。このような媒質を人工媒質またはメタマテリアルと呼ぶ。メタマテリアルの性質は構成するセルの性質及びその周期性によって決定され、適切な設計を行えば媒質の誘電率 ϵ や透磁率 μ を共に負の値とすることもできる。また、同様に、透磁率あるいは誘電率のどちらか一方のみが負の値をとる Single-Negative (SNG) 媒質も構成することができる。SNG 媒質中では、これまで体積波モードは存在できないと考えられてきた。しかし、近年、異方性を持つ SNG スラブ状媒質中において、左手系電磁界則に従う体積波モードが伝搬可能である事が明らかとなった[1]。そこで、本稿では、SNG 媒質中における電磁波の特性を詳細に調べることで、そのデバイスなどへの応用の可能性について考察する。

ここで、SNG 媒質を含む導波系では、導波領域にどのようにして伝搬モードを励振するかが一つの問題となっており、導波系を用いた励振法も一つの有効な手段であると思われる。そこで、当研究室では、SNG 媒質を含む平行二線結合系の特性を詳細に検討している。これまでに、異方性 SNG と等方性 Double-Positive (DPS) 媒質からなる平行二線結合系の固有モードに関する検討を行っている[2]。本稿では、原点に立ち戻り、二本の平行な異方性 SNG スラブ状媒質を含む構造の固有モードと結合特性を検討する。

2. 平行二線スラブ

2.1 二線結合系

等方性 DPS 媒質からなる平行二線導波系の場合、分散特性は全てのモードで前進波の特性を示す。また、結合内の電力分布を調べると、二本の導波領域間を周期的に往復移行する。この現象を踏まえて異方性 SNG スラブ状媒質を含む結合系における特性を固有モードの観点から考察することにする。

2.2 解析構造

図1に示すように二本の平行な異方性 SNG スラブ状媒質（領域IIおよびIV）を含む構造について検討する。なお、構造は y 軸方向に均一とする。また、SNG 媒質のテンソル型材料定数は、文献[1]と同じ一軸異方性を持ち、その誘電率 $\hat{\epsilon}$ および透磁率 $\hat{\mu}$ は、次式の形であると仮定する。

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

なお、文献[1]の SRC 構造では透磁率テンソルの x 成



図1 解析構造

分 μ_x は分散性を持ち、周波数帯 $f=8.50\sim 9.81\text{GHz}$ では負の値となる。そこで、本稿ではこの周波数帯を解析周波数とする。ただし、領域IIおよびIVにおける他のテンソル成分は $\varepsilon_x=2.011$, $\varepsilon_y=\varepsilon_z=\varepsilon_0$, $\mu_y=\mu_z=\mu_0$ とする。

2.3 固有値方程式

Maxwell の方程式より波動方程式を導出し、各領域で解くと、次式のような TE 体積モードについての電磁界表現式が得られる。

$$H_z = A_1 e^{-\delta_0 x}, E_y = \frac{j\omega\mu_0}{\delta_0} A_1 e^{-\delta_0 x}, H_x = -\frac{j\beta}{\delta_0} A_1 e^{-\delta_0 x}$$

領域 I: $x > T$ (2)

$$\begin{cases} H_z = C_2 \cos \delta x + D_2 \sin \delta x \\ E_y = \frac{j\omega\mu_z}{\delta} (-C_2 \sin \delta x + D_2 \cos \delta x) \\ H_x = -\frac{j\beta\mu_z}{\delta\mu_x} (-C_2 \sin \delta x + D_2 \cos \delta x) \end{cases}$$

領域 II: $0 < x \leq T$ (3)

$$\begin{cases} H_z = A_3 e^{-\delta_0 x} + B_3 e^{\delta_0 x} \\ E_y = \frac{j\omega\mu_0}{\delta_0} (A_3 e^{-\delta_0 x} - B_3 e^{\delta_0 x}) \\ H_x = -\frac{j\beta}{\delta_0} (A_3 e^{-\delta_0 x} - B_3 e^{\delta_0 x}) \end{cases}$$

領域 III: $-T_g < x \leq 0$ (4)

$$\begin{cases} H_z = C_4 \cos \delta x + D_4 \sin \delta x \\ E_y = \frac{j\omega\mu_z}{\delta} (-C_4 \sin \delta x + D_4 \cos \delta x) \\ H_x = -\frac{j\beta\mu_z}{\delta\mu_x} (-C_4 \sin \delta x + D_4 \cos \delta x) \end{cases}$$

領域 IV: $-(T_g + T) < x \leq -T_g$ (5)

$$H_z = B_5 e^{\delta_0 x}, E_y = -\frac{j\omega\mu_0}{\delta_0} B_5 e^{\delta_0 x}, H_x = \frac{j\beta}{\delta_0} B_5 e^{\delta_0 x}$$

領域 V: $-(T_g + T) \geq x$ (6)

ただし、

$$\delta = \sqrt{\frac{\mu_z}{\mu_x} (\omega^2 \varepsilon_y \mu_x - \beta^2)}, \quad \delta_0 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$$

であり、 $A_1, C_2, D_2, A_3, B_3, C_4, D_4$ および B_5 は任意定数である。上記の電磁界表現式に境界面 $x=T$, $x=0$, $x=-T_g$ および $x=-(T_g+T)$ における境界条件を適用すると、式(7)のような固有値方程式が導出できる。

3. 解析結果

3.1 分散特性

各領域の厚さ $T=T_g=2\text{mm}$ とし、式(7)の固有値方程式を数値的に解くことにより、 TE 体積モードの分散特性を求めると図2のようになった。なお、図2の縦軸は真空中の波数 k_0 で規格化した伝搬定数である。また、図中には TE_2^o モードより高次のモード ($TE_2^o, TE_3^e, TE_3^o \dots$) は省略している。上付き添え字の e および o はそれぞれ電界分布が偶および奇対称モードを表し、(i) および (ii) はそれぞれ前進波お

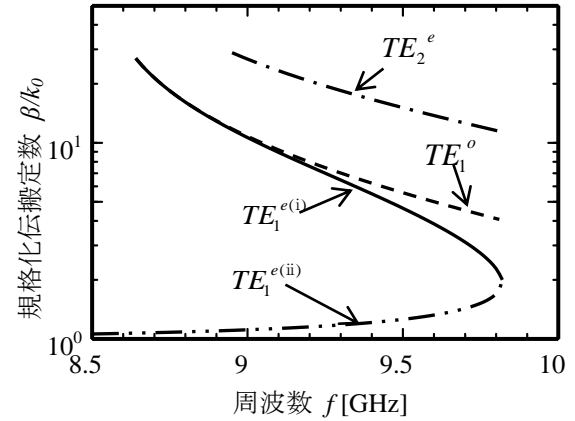


図2 分散特性

$$\begin{aligned} & \left[\left(\mu_z \delta_0 \sin \delta T_g + \mu_0 \delta \cos \delta T_g \right) \left(\mu_0 \delta \sin \delta (T_g + T) - \mu_z \delta_0 \cos \delta (T_g + T) \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\mu_z \delta_0 \cos \delta T_g - \mu_0 \delta \sin \delta T_g \right) \left(\mu_z \delta_0 \sin \delta (T_g + T) + \mu_0 \delta \cos \delta (T_g + T) \right) \right] \\ & \cdot \left\{ \mu_0 \delta \left(\mu_0 \delta \cos \delta T + \mu_z \delta_0 \sin \delta T \right) - \mu_z \delta_0 \left(\mu_z \delta_0 \cos \delta T - \mu_0 \delta \sin \delta T \right) \right\} \\ & = \left[\left(\mu_z \delta_0 \sin \delta T_g - \mu_0 \delta \cos \delta T_g \right) \left(\mu_0 \delta \sin \delta (T_g + T) - \mu_z \delta_0 \cos \delta (T_g + T) \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\mu_z \delta_0 \cos \delta T_g + \mu_0 \delta \sin \delta T_g \right) \left(\mu_z \delta_0 \sin \delta (T_g + T) + \mu_0 \delta \cos \delta (T_g + T) \right) \right] \\ & \cdot \left\{ \mu_0 \delta \left(\mu_0 \delta \cos \delta T + \mu_z \delta_0 \sin \delta T \right) + \mu_z \delta_0 \left(\mu_z \delta_0 \cos \delta T - \mu_0 \delta \sin \delta T \right) \right\} e^{2\delta_0 T_g} \end{aligned} \quad (7)$$

よび後進波であることを示している。本結合系のモード特性として大きく二つ特徴がある。まず、 TE_1^e モードで分散曲線に大きな湾曲が観測できる。また、位相速度 $v_p = \beta/\omega$ および群速度 $v_g = (d\beta/d\omega)^{-1}$ と定義すると、 v_p は全てのモードで正である。これに対して、 v_g は $TE_1^{e(ii)}$ モードで正であるが、それ以外のモードはすべて負となっている。つまり、 $TE_1^{e(ii)}$ モードのみが前進波であり、それ以外はすべて後進波の性質を示している。

3.2 電磁界分布

一般に、伝搬定数差が小さくなると電磁エネルギーは、二つの導波路間を大きく移行する。周波数9.0GHz付近の分散特性に着目する。前進波の特性を示す $TE_1^{e(ii)}$ と後進波の性質を示す $TE_1^{e(i)}$ モードでは伝搬定数の差が大きいため、二つのモードが同時に存在してもモード間の結合は極めて小さいものと考えられる。それに対し、 $TE_1^{e(i)}$ および TE_1^o モードでは伝搬定数はごくわずかな差しかないため、大きな

結合が起こる可能性がある。そこで、 $TE_1^{e(i)}$ および TE_1^o モードの電磁界分布を求めた結果を図3に示す。なお、同図は電磁界の振幅の最大値が1をとるように正規化している。同図より、電界分布は $TE_1^{e(i)}$ での電界分布は領域IIIの中心軸に対して偶対称となっており、 TE_1^o では奇対称となっている。これに対して、 $TE_1^{e(i)}$ の磁界分布は領域IIIの中心軸に対して奇対称となっており、 TE_1^o では偶対称となっている。

3.3 エネルギー分布

図2中の $TE_1^{e(i)}$ と TE_1^o モードのように、同一周波数で後進波の性質をもった伝搬定数の近い偶奇モードが存在しているとき、周波数を定めた時の電界と磁界は偶対称モードと奇対称モードに分けられることがわかった。次に、偶対称モードの電磁界ベクトルをそれぞれ \mathbf{E}^e および \mathbf{H}^e 、奇対称モードの電磁界ベクトルをそれぞれ \mathbf{E}^o および \mathbf{H}^o 、偶対称モードと奇対称モードの伝搬定数をそれぞれ β_e および β_o と表す。電磁界の式は次式で得られる。

$$\mathbf{E}(x, z) = \mathbf{E}^e(x, z)\exp(-j\beta_e z) + \mathbf{E}^o(x, z)\exp(-j\beta_o z) \quad (8)$$

$$\mathbf{H}(x, z) = \mathbf{H}^e(x, z)\exp(-j\beta_e z) + \mathbf{H}^o(x, z)\exp(-j\beta_o z) \quad (9)$$

ここで、式(2)~(6)より、 \mathbf{E} はy成分のみを持つ。そこで、 $|E_y|$ の分布を求めると図4のようなになった。

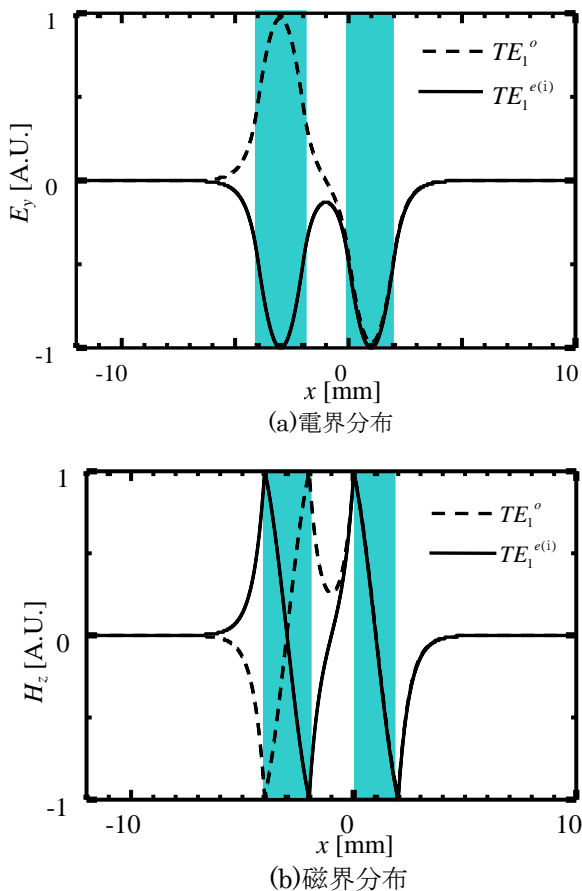


図3 電磁界分布

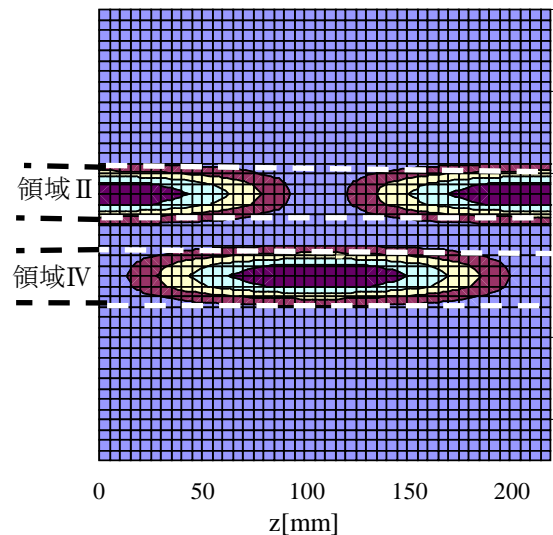


図4 $|E_y|$ の分布図

また、式(8)および(9)を用いてポインティングベクトル $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ のx成分およびz成分を求め、その実部を図示すると図5のような分布が得られた。図

5 より、ポインティングベクトルの x 成分は、スラブ内に二つの山を持ち、エッジ付近に極大値がある。また z 成分は複数の山を持ち、スラブ中心軸付近に極大値、エッジ付近に山がある。そして、全体的に見ると、電磁エネルギーは、二本の SNG スラブ状媒質間を周期的に往復移行している。

4. あとがき

本稿では、二本の平行な異方性 SNG スラブ状媒質を含む構造の固有モードと結合特性を検討した。分散特性は大きな湾曲が生じる。後進波の性質を持った場合の電力エネルギーは、DPS 媒質を用いた場合と同様に媒質間を往復移行する。今後は領域 II の幅

を z 方向に変化させテーパ構造における固有モードについて検討し、SNG 媒質の励振法やデバイスへの応用について考察する予定である。

参考文献

- [1] M.Hotta, M.Hano, and I.Awai, "Modal Analysis of Finite-Thickness Slab with Single-Negative Tensor Material Parameters", *IEICE Trans. Electron*, vol.E89-C, no.9, pp.1283-1290,2006-09.
- [2] 河埜, 富田, 堀田, 羽野, "異方性 Single-Negative 媒質を含む平行二線分布結合系のモード解析", *第11回IEEE広島支部学生シンポジウム予稿集*, no.C-15, pp.220-223, 2009.

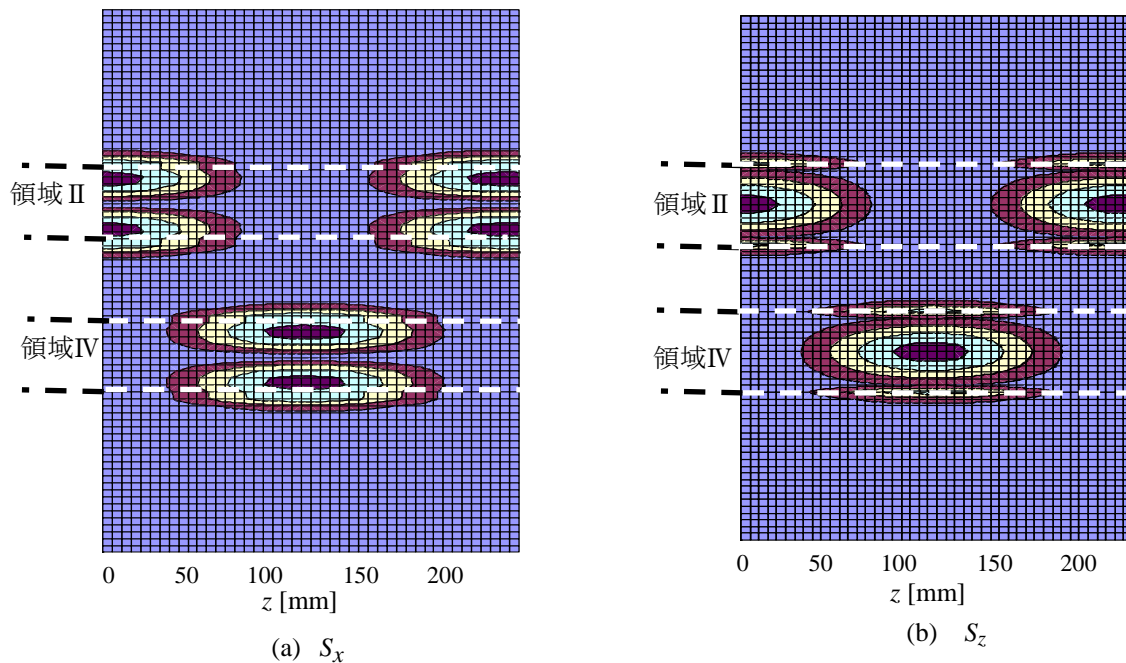


図 5 電力分布