

## お詫び

下記の表のとおり、一部訂正箇所がありますのでご注意願います。

### 正誤表

頁	行	誤	正
6(270)	2	<i>Qij</i>	<i>Q</i>

# 最適化パッケージを用いて構築された 線形計画問題の2つのモデルと2次計画問題の 1つのモデルのパフォーマンスについて

渋谷綾子

## 1. はじめに

本稿は、確率ネットワークによって定式化されたポートフォリオ選択のための3つのモデルのパフォーマンスを測定した結果を報告するものである。これらのモデルは投資対象を34資産と限定しているため、いずれもそれほど大規模ではないが、それでも、最適化のためには数理計画問題に特化された最適化パッケージが必要であった。本稿でパフォーマンスを測定したのは、線形計画問題の連続量モデルおよび離散値モデルと2次計画問題の離散値モデルである。シミュレーションは2005年1月から2010年7月までの5年7か月（67か月）にわたって行った。これら3つのモデルは、同一のデータ、同一の条件のもとに、毎月初にそれぞれの意思決定を行い、月末には、現実の株価データによる現金換算総額を計算し、各資産の保有状況はそのまま翌月に引き継がれるとした。問題の定式化においては、株式の取引の最小単位（株価と単元株数の積）に配慮している。線形計画問題の連続量モデルは各銘柄への投資金額が求められ、その解に最小取引単位に応じた丸め処理を手動でほどこした。また、それ以外の2つの離散値モデルでは直接取引単位に応じた投資単位数が求められ、その投資単位数には整数制約が課されている。

使用した最適化パッケージは、LINDO JAPAN社から購入したLINGO<sup>1)</sup>であり、本稿のシミュレーションは、Hyperクラス<sup>2)</sup>にBarrierと非線形のオブ

1) LINDO JAPAN社のサイト (<http://www.lindo.jp/index.html>) を参照のこと。米国 Lindo System IncのサイトからはTrial Versionが入手できる

2) LINGOには変数や制約式の数に対応した、Super, Hyper, Industrial, Extendedの4つのクラスがある

ションを付加したもので、8,000変数（うち、800整数変数、800非線形変数）、4,000制約式が扱えるものである。このソフトウェアにおける確率ネットワークを使用した34資産<sup>3)</sup>の1期間モデルの定式化では線形丸めモデルで、102変数、35制約式、混合整数計画問題として定式化された線形離散値モデルで、136変数（うち、非線形変数68、整数変数34）、103制約式（うち、非線形制約式34）、2次計画離散値モデルで、171変数（うち、非線形変数137、整数変数34）、138制約式（うち、非線形制約式69）の規模が示された。

3つのモデルを定式化するのに用いた1期間の確率ネットワーク<sup>4)</sup>は図1に示すように34資産と最終節点の計35個の節点と、それらの節点をそれぞれの取引（株式銘柄への投資、売却、購入および現金保有）に対応して結ぶ134本の枝によって構成されている。各株式の売却は資産の節点から現金の節点に向かう枝、株式の購入は現金の節点から資産の節点へ向かう枝で表現される。株式売買の際に生じる取引手数料はこれらの枝に付される乗数に反映される。その乗数の値 =  $(1 - \text{取引手数料率})$  によって、枝の終点での金額が枝の始点での金額より手数料率分小さくなる。この確率ネットワークによる定式化の例として以下に、最終節点での現金換算総額最大化問題として定式化した線形計画問題の連続量モデルの例を示す<sup>5)</sup>。この定式化では確率ネットワークの枝と変数が1対1に対応していることを利用して問題構造を理解しやすいように記述している。なお、本稿での定式化においてはどのモデルにおいても

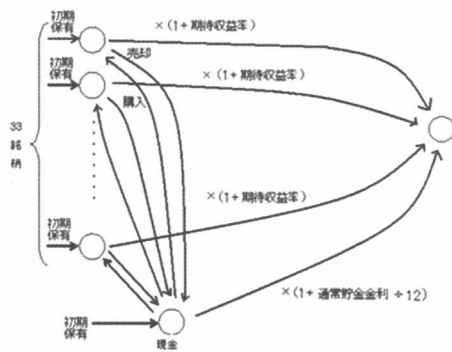


図1 1期間確率ネットワーク

う枝、株式の購入は現金の節点から資産の節点へ向かう枝で表現される。株式売買の際に生じる取引手数料はこれらの枝に付される乗数に反映される。その乗数の値 =  $(1 - \text{取引手数料率})$  によって、枝の終点での金額が枝の始点での金額より手数料率分小さくなる。この確率ネットワークによる定式化の例として以下に、最終節点での現金換算総額最大化問題として定式化した線形計画問題の連続量モデルの例を示す<sup>5)</sup>。この定式化では確率ネットワークの枝と変数が1対1に対応していることを利用して問題構造を理解しやすいように記述している。なお、本稿での定式化においてはどのモデルにおいても

3) 33の株式銘柄と現金  
 4) 1987年, Mulvey, 参考文献2  
 5) 詳しくは参考文献6.7を参照のこと

空売りと負債は考慮しない。

※使用した変数の意味

$i_1 \sim i_{34}$  . . . 各資産の初期保有 (所与)

$x_1, x_4, x_7, x_{10}, x_{13}, x_{16}, x_{19}, x_{22}, x_{25}, x_{28}, x_{31}, x_{34}, x_{37}, x_{40}, x_{43}, x_{46}, x_{49}, x_{52}, x_{55}, x_{58}, x_{61}, x_{64}, x_{67}, x_{70}, x_{73}, x_{76}, x_{79},$

$x_{82}, x_{85}, x_{88}, x_{91}, x_{94}, x_{97}$  . . . 各銘柄への投資額 (意思決定変数)

$x_2, x_5, x_8, x_{11}, x_{14}, x_{17}, x_{20}, x_{23}, x_{26}, x_{29}, x_{32}, x_{35}, x_{38}, x_{41}, x_{44}, x_{47}, x_{50}, x_{53}, x_{56}, x_{59}, x_{62}, x_{65}, x_{68}, x_{71}, x_{74}, x_{77}, x_{80},$

$x_{83}, x_{86}, x_{89}, x_{92}, x_{95}, x_{98}$  . . . 各銘柄の売却額 (意思決定変数)

$x_3, x_6, x_9, x_{12}, x_{15}, x_{18}, x_{21}, x_{24}, x_{27}, x_{30}, x_{33}, x_{36}, x_{39}, x_{42}, x_{45}, x_{48}, x_{51}, x_{54}, x_{57}, x_{60}, x_{63}, x_{66}, x_{69}, x_{72}, x_{75}, x_{78}, x_{81},$

$x_{84}, x_{87}, x_{90}, x_{93}, x_{96}, x_{99}$  . . . 各銘柄の購入額 (意思決定変数)

$x_{100}$  . . . 現金への投資額 (意思決定変数)

$r_1 \sim r_{33}$  . . . 各銘柄の期待収益率 (所与)

$r_{34}$  . . . (ゆうちょ銀行通常貯金の金利 ÷ 12) (所与)

$t$  . . . 株式の売却と購入にかかる取引手数料率 (所与)

$u$  . . . 株式銘柄への投資上限額 (所与)

目的関数

$$\begin{aligned} & (1+r_1)x_1 + (1+r_2)x_4 + (1+r_3)x_7 + (1+r_4)x_{10} + (1+r_5)x_{13} + (1+r_6)x_{16} \\ & + (1+r_7)x_{19} + (1+r_8)x_{22} + (1+r_9)x_{25} + (1+r_{10})x_{28} + (1+r_{11})x_{31} + (1+r_{12})x_{34} \\ & + (1+r_{13})x_{37} + (1+r_{14})x_{40} + (1+r_{15})x_{43} + (1+r_{16})x_{46} + (1+r_{17})x_{49} + (1+r_{18})x_{52} \\ & + (1+r_{19})x_{55} + (1+r_{20})x_{58} + (1+r_{21})x_{61} + (1+r_{22})x_{64} + (1+r_{23})x_{67} + (1+r_{24})x_{70} \\ & + (1+r_{25})x_{73} + (1+r_{26})x_{76} + (1+r_{27})x_{79} + (1+r_{28})x_{82} + (1+r_{29})x_{85} + (1+r_{30})x_{88} \\ & + (1+r_{31})x_{91} + (1+r_{32})x_{94} + (1+r_{33})x_{97} + (1+r_{34})x_{100} \rightarrow \text{最大化} \end{aligned}$$

制約条件

$$\begin{array}{lll} i_1 + (1-t)x_3 = x_1 + x_2 & i_2 + (1-t)x_6 = x_4 + x_5 & i_3 + (1-t)x_9 = x_7 + x_8 \\ i_4 + (1-t)x_{12} = x_{10} + x_{11} & i_5 + (1-t)x_{15} = x_{13} + x_{14} & i_6 + (1-t)x_{18} = x_{16} + x_{17} \\ i_7 + (1-t)x_{21} = x_{19} + x_{20} & i_8 + (1-t)x_{24} = x_{22} + x_{23} & i_9 + (1-t)x_{27} = x_{25} + x_{26} \\ i_{10} + (1-t)x_{30} = x_{28} + x_{29} & i_{11} + (1-t)x_{33} = x_{31} + x_{32} & i_{12} + (1-t)x_{36} = x_{34} + x_{35} \\ i_{13} + (1-t)x_{39} = x_{37} + x_{38} & i_{14} + (1-t)x_{42} = x_{40} + x_{41} & i_{15} + (1-t)x_{45} = x_{43} + x_{44} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 i_{16} + (1-t)x_{48} = x_{46} + x_{47} & i_{17} + (1-t)x_{51} = x_{49} + x_{50} & i_{18} + (1-t)x_{54} = x_{52} + x_{53} \\
 i_{19} + (1-t)x_{57} = x_{55} + x_{56} & i_{20} + (1-t)x_{60} = x_{58} + x_{59} & i_{21} + (1-t)x_{63} = x_{61} + x_{62} \\
 i_{22} + (1-t)x_{66} = x_{64} + x_{65} & i_{23} + (1-t)x_{69} = x_{67} + x_{68} & i_{24} + (1-t)x_{72} = x_{70} + x_{71} \\
 i_{25} + (1-t)x_{75} = x_{73} + x_{74} & i_{26} + (1-t)x_{78} = x_{76} + x_{77} & i_{27} + (1-t)x_{81} = x_{79} + x_{80} \\
 i_{28} + (1-t)x_{84} = x_{82} + x_{83} & i_{29} + (1-t)x_{87} = x_{85} + x_{86} & i_{30} + (1-t)x_{90} = x_{88} + x_{89} \\
 i_{31} + (1-t)x_{93} = x_{91} + x_{92} & i_{32} + (1-t)x_{96} = x_{94} + x_{95} & i_{33} + (1-t)x_{99} = x_{97} + x_{98}
 \end{array}$$

(以上株式銘柄節点制約)

$$i_{34} + (1-t) \times \left( \begin{array}{l} x_2 + x_5 + x_8 + x_{11} + x_{14} + x_{17} + x_{20} + x_{23} + x_{26} + x_{29} + x_{32} + x_{35} + x_{38} + x_{41} \\ + x_{44} + x_{47} + x_{50} + x_{53} + x_{56} + x_{59} + x_{62} + x_{65} + x_{68} + x_{71} + x_{74} + x_{77} + x_{80} \\ + x_{83} + x_{86} + x_{89} + x_{92} + x_{95} + x_{98} \end{array} \right)$$

$$= x_3 + x_6 + x_9 + x_{12} + x_{15} + x_{18} + x_{21} + x_{24} + x_{27} + x_{30} + x_{33} + x_{36} + x_{39} + x_{42} + x_{45} + x_{48}$$

$$+ x_{51} + x_{54} + x_{57} + x_{60} + x_{63} + x_{66} + x_{69} + x_{72} + x_{75} + x_{78} + x_{81} + x_{84} + x_{87} + x_{90} + x_{93} + x_{96}$$

$$+ x_{99} + x_{100}$$

(現金節点制約)

$$0 \leq x_1, x_4, x_7 \sim x_{91}, x_{94}, x_{97} \leq u$$

(空売りの排除と株式銘柄に対する投資上限額の設定)

$$x_{100} \geq 0 \quad (\text{負債の排除})$$

上記の連続量モデルからは各銘柄と現金への投資額が求められるが、その額は株価と単元株数の積で除されることによって投資単位数となる。投資単位数は整数でなければならぬので、その値の小数点以下は四捨五入する。本稿のシミュレーションではこの丸め処理は、LINGOの解が出力されるExcelのSheet上で手動で行った。

線形計画問題の離散値モデルは原理的には上記の定式化の条件に、

$x_1, x_4, x_7, x_{10}, x_{13}, x_{16}, x_{19}, x_{22}, x_{25}, x_{28}, x_{31}, x_{34}, x_{37}, x_{40}, x_{43}, x_{46}, x_{49}, x_{52}, x_{55}, x_{58}, x_{61}, x_{64}, x_{67}, x_{70}, x_{73}, x_{76}, x_{79}, x_{82}, x_{85}, x_{88}, x_{91}, x_{94}, x_{97}$  に対する整数制約を加えて、これらの変数を線形モデルの投資金額から投資単位数になるように書き換えたものである。

2次計画問題は、「平均分散モデル<sup>6)</sup>」の、ポートフォリオの期待収益に下

6) 1952年, Markowitz, 参考文献1

制約を課した“リスク最小化問題”として以下のように定式化した。先述の線形計画問題とは各変数の添え字の意味が異なることおよび同じ変数名でも異なる意味になっている場合があることに注意されたい。ここで整数制約は投資単位数 ( $x_1 \sim x_{34}$ ) に課され、購入額 ( $b_1 \sim b_{33}$ ) や売却額 ( $s_1 \sim s_{33}$ ) は取引手数料率を反映するために連続量として、金額として扱われている。現金については投資単位数を金額そのものとし、単元株数と株価に対応する変数の値は1とする。

また、本稿のシミュレーションにおいてはすべてのモデルにおいて各銘柄への投資額に上限を設けている。

※使用した変数の意味

- $x_1 \sim x_{34}$  . . . 各資産への投資単位数<sup>7)</sup> (意思決定変数)。整数制約が課される
- $b_1 \sim b_{33}$  . . . 各銘柄の購入額 (意思決定変数)
- $s_1 \sim s_{33}$  . . . 各銘柄の売却額 (意思決定変数)
- $ra_1 \sim ra_{34}$  . . . 各資産への投資割合 (意思決定変数の値を使用してプログラム内で生成される)
- $Q$  . . . 34資産の直近36カ月の収益率の分散共分散行列。 $Q_{ij}$ は資産*i*の収益率と資産*j*の収益率の共分散 (所与)
- $in_1 \sim in_{34}$  . . . 各資産の初期保有単位数 (前月の意思決定にもとづいて所与)
- $ta_1 \sim ta_{34}$  . . . 各銘柄の単元株数
- $p_1 \sim p_{34}$  . . . 各銘柄の初期株価 (= 前月末の株価) (所与)
- $r_1 \sim r_{33}$  . . . 各銘柄の期待収益率 (所与)
- $r_{34}$  . . . (ゆうちよ銀行通常貯金の金利 ÷ 12) (所与)
- $t$  . . . 株式の売却と購入にかかる取引手数料率 (所与)
- $w$  . . . 期待収益額の下限

7) これを用いた投資額の算出方法は、投資額 = 投資単位数 × 単元株数 × 株価

目的関数	$\sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} ra_i Q_{ij} ra_j \rightarrow \text{最小化}$
制約条件	$\sum_{i=1}^{34} (1+r_i) (x_i \cdot ta_i \cdot p_i) \geq w$ $in_i \cdot ta_i \cdot p_i + (1-t) b_i = x_i \cdot ta_i \cdot p_i + s_i \quad (i=1, \dots, 33)$ <p style="text-align: right;">(株式銘柄節点制約)</p> $in_{34} + \sum_{i=1}^{33} (1-t) s_i = \sum_{i=1}^{33} b_i + x_{34} \quad (\text{現金節点制約})$

2次計画問題として定式化されたモデルを上のように記述すると、問題構造が単純なように見えるが、目的関数に分散共分散行列 $Q_{ij}$ が含まれるので、線形計画問題のモデルと比するとその問題規模はかなり大きい。

## 2. データと条件について

本稿でのシミュレーションに採用した株式銘柄は東京証券取引所の業種分類による33の各業種において、2001年12月～2010年7月までの株価データが入手可能な銘柄のうち時価総額が最も大きいもの<sup>9)</sup>である。以下に採用銘柄と業種を記す。

- 1.日本たばこ産業 (本稿の図表においてJTと表記されることもある) (食料品),
- 2.東レ (繊維製品),
- 3.王子製紙 (パルプ・紙),
- 4.武田薬品 (医薬品),
- 5.JXホールディングス (2010年3月までは新日本石油の株価データを使用) (石油・石炭製品),
- 6.信越化学工業 (化学),
- 7.ブリヂストン (ゴム製品),
- 8.旭硝子 (ガラス・土石製品),
- 9.新日本製鐵 (鉄鋼),
- 10.住友電気工業 (非鉄金属),
- 11.東洋製罐 (金属製品),
- 12.コマツ (機械),
- 13.キャノン (電気機器),
- 14.トヨタ (輸送用機器),
- 15.テルモ (精密機器),
- 16.大日本印刷 (その他製品),
- 17.日本水産 (水産・農林業),
- 18.大和ハウス工業 (建設業),
- 19.三菱商事 (卸売業),
- 20.ファーストリテイリング (小売業),
- 21.三菱UFJフィナンシャ

9) 2009年12月時点

ルグループ（銀行業）、22.野村ホールディングス（証券業）、23.NKSJホールディングス（2010年3月までは損保ジャパンの株価データを使用）（保険業）、24.三菱地所（不動産業）、25.東日本旅客鉄道（陸運業）、26.商船三井（海運業）、27.全日空（空運業）、28.上組（倉庫・運輸関連業）、29.日本電信電話（情報・通信）、30.東京電力（電気・ガス業）、31.セコム（サービス業）、32.オリックス（その他金融業）、33.日鉄鉱業（鉱業）

本稿におけるシミュレーションは、毎月初に前月までの株価データから算出された期待収益率にもとづいてモデルが最適化した結果にしたがって投資し、月末に現実の株価変動を反映した資産保有状態となり、その状態が翌月の初期状態として使用される、というサイクルを67回繰り返したものである。

これらの銘柄の単元株数と月間株価を表1に、表1から生成された収益率<sup>10)</sup> データを表2に示す（それぞれ紙幅に合せて一部を掲載）。

表1 各銘柄の単元株数と月間株価

	単元株数	2001/12	2002/01	2002/02	2002/03	2002/04	2002/05	2002/06	2002/07	2002/08	2002/09	2002/10	2002/11	2003/01	2003/02	2003/03	2003/04	2003/05	2003/06	2003/07	2003/08	2003/09	2003/10	2003/11	2003/12	
日本たばこ産業	1	169000	142900	150000	159800	156800	169000	160800	156200	~	~	~	~	322500	348000	327000	285600	277700	278000	~	~	~	~	~	~	~
丸1	1,000	317	315	323	352	371	362	321	304	~	~	~	~	400	546	643	474	429	463	~	~	~	~	~	~	~
王子製紙	1,000	521	546	643	615	628	642	685	550	~	~	~	~	360	410	444	441	437	416	~	~	~	~	~	~	~
本田商品工業	100	5930	5310	5430	5220	5620	5590	5260	4990	~	~	~	~	4025	4115	4050	3795	3820	3965	~	~	~	~	~	~	~
新日本石油ホールディングス	100	500	527	570	612	552	569	620	535	~	~	~	~	476	471	524	497	437	468	~	~	~	~	~	~	~
住友化学工業	100	4710	4420	5080	5430	5290	5000	5150	4160	~	~	~	~	4780	5430	5574	1476	1414	1547	~	~	~	~	~	~	~
ブリヂストン	100	1387	1450	1685	1762	1811	1802	1650	1690	~	~	~	~	1558	1596	1574	1476	1414	1547	~	~	~	~	~	~	~
旭硝子	1,000	775	632	744	806	911	826	767	730	~	~	~	~	857	1053	1122	964	843	880	~	~	~	~	~	~	~
新日本製鐵	1,000	189	186	202	190	196	202	187	173	~	~	~	~	332	367	336	319	296	295	~	~	~	~	~	~	~
住友電気工業	100	915	830	850	870	915	981	931	756	~	~	~	~	1059	1146	1156	1075	1047	1010	~	~	~	~	~	~	~
東洋造船	100	1674	1513	1222	1551	1707	1791	1578	1375	~	~	~	~	1452	1656	1632	1427	1359	1367	~	~	~	~	~	~	~
コナツ	100	469	408	438	457	455	445	429	396	~	~	~	~	1784	1960	1906	1709	1618	1816	~	~	~	~	~	~	~
キヤノン	100	3007	2927	3127	3147	3280	3187	3020	2707	~	~	~	~	3695	4330	4395	3745	3330	3785	~	~	~	~	~	~	~
トヨタ自動車	100	3320	3450	3420	3650	3800	3390	3180	2895	~	~	~	~	3330	3745	3695	3280	3080	3050	~	~	~	~	~	~	~
サルモ	100	1699	1504	1627	1660	1899	1856	1602	1495	~	~	~	~	4820	4980	4905	4385	4280	4535	~	~	~	~	~	~	~
大日本印刷	1,000	1310	1207	1287	1421	1618	1721	1597	1358	~	~	~	~	1175	1263	1305	1115	1033	1045	~	~	~	~	~	~	~
住友金属工業	100	162	180	173	181	174	195	184	192	~	~	~	~	251	271	279	270	287	294	~	~	~	~	~	~	~
日本たばこ	1,000	748	703	661	815	820	870	723	721	~	~	~	~	982	1055	1013	870	825	852	~	~	~	~	~	~	~
三陽商事	100	851	840	929	941	953	948	857	741	~	~	~	~	2220	2450	2244	2052	1854	1869	~	~	~	~	~	~	~
フーストリディング	100	5830	3170	2380	3200	3420	3350	2600	3150	~	~	~	~	15000	16250	14370	12800	13620	12930	~	~	~	~	~	~	~
三菱UFJフィナンシャル・グループ	100	879	756	808	792	879	965	808	812	~	~	~	~	449	490	494	441	405	429	~	~	~	~	~	~	~
野村ホールディングス	100	1680	1467	1530	1700	1790	2000	1760	1601	~	~	~	~	656	689	655	566	499	481	~	~	~	~	~	~	~
損保ジャパンホールディングス	100	570	575	623	682	715	820	734	715	~	~	~	~	615	658	682	567	529	505	~	~	~	~	~	~	~
三菱商事	1,000	659	620	526	622	620	1130	980	955	~	~	~	~	1395	1530	1704	1391	1247	1219	~	~	~	~	~	~	~
東日本旅客鉄道	100	6330	5800	5100	5490	5430	5810	5610	5700	~	~	~	~	6120	6500	6300	5980	5930	5570	~	~	~	~	~	~	~
商船三井	1,000	264	274	258	289	282	286	252	245	~	~	~	~	573	671	709	648	594	585	~	~	~	~	~	~	~
全日本空輸	1,000	304	317	344	342	364	353	310	309	~	~	~	~	269	267	298	274	283	293	~	~	~	~	~	~	~
上組	1,000	538	485	501	471	498	520	501	491	~	~	~	~	693	752	779	691	684	678	~	~	~	~	~	~	~
日本電信電話	100	4270	4040	4270	5040	5050	5670	4930	4900	~	~	~	~	3870	3940	3825	3685	3640	3500	~	~	~	~	~	~	~
東京電力	100	2790	2635	2530	2480	2340	2650	2495	2435	~	~	~	~	2439	2492	2357	2257	2411	2373	~	~	~	~	~	~	~
セコム	100	6580	6060	6950	5730	6230	6370	5890	5720	~	~	~	~	4090	4090	4090	3900	3900	3965	~	~	~	~	~	~	~
オリックス	10	11740	10960	10210	9800	10650	10960	9670	8270	~	~	~	~	6820	8290	8650	6940	6500	6800	~	~	~	~	~	~	~
日鉄鉱業	1,000	226	217	239	230	225	232	207	221	~	~	~	~	384	413	420	339	304	296	~	~	~	~	~	~	~

10) (当該月の月間株価 - 前月の月間株価) / (前月の月間株価)



表2 各銘柄の収益率

	日本たばこ 産業	東レ	王子製紙	武田薬品 工業	新日本石 油→JXホ ルディングス	信越化学 工業	パナソニック	旭硝子	新日本製 鉄	住友電気 工業	...
0112-0201	-0.134545	-0.006309	0.047985	-0.104553	0.054000	-0.061571	0.045422	-0.184516	-0.015873	-0.092896	...
0201-0202	0.064426	0.025397	0.177656	0.022599	0.081594	0.149321	0.162069	0.177215	0.086022	0.024096	...
0202-0203	0.051316	0.089783	-0.043546	-0.038674	0.073684	0.068898	0.045697	0.083333	-0.059406	0.023529	...
0203-0204	-0.025031	0.053977	0.017886	0.076628	-0.081699	-0.025783	0.027809	0.130273	0.031579	0.051724	...
0204-0205	0.078306	-0.024259	0.025559	-0.005338	0.190391	-0.054820	-0.004970	-0.093304	0.030612	0.072131	...
0205-0206	-0.042857	-0.113260	0.066978	-0.059034	-0.073244	0.030000	-0.084351	-0.071429	-0.074257	-0.152905	...
0206-0207	-0.028607	-0.062960	-0.148905	-0.053232	-0.137097	-0.192233	0.024242	-0.048240	-0.074866	-0.090253	...
0207-0208	0.030730	-0.003289	-0.058319	0.060624	-0.020561	0.028846	-0.097633	-0.019178	-0.034682	0.009259	...
0208-0209	-0.045963	-0.023102	0.047359	-0.019960	0.000000	-0.058411	-0.050492	0.044693	-0.041916	-0.085190	...
0209-0210	0.024740	-0.111486	-0.080000	0.036660	-0.097328	-0.062035	0.054558	-0.020053	-0.125000	-0.108883	...
0210-0211	-0.034307	0.057034	-0.011342	0.011788	0.035941	0.153439	0.073346	0.080491	0.064286	0.252412	...
0211-0212	0.044737	-0.093525	-0.024857	-0.036893	0.097959	-0.107798	-0.103112	-0.082071	-0.067114	-0.012837	...
0212-0301	-0.046599	0.011905	0.066667	-0.080645	-0.122677	0.007712	-0.094558	-0.037139	0.014388	0.059818	...
0301-0302	-0.068692	0.011765	-0.099265	-0.043860	0.065678	-0.012755	0.003005	0.067143	0.148936	-0.067485	...
0302-0303	0.002837	0.019380	-0.024490	0.016055	-0.007952	-0.051680	0.043446	-0.148594	-0.123457	-0.026316	...
0303-0304	-0.016973	0.095057	-0.056485	-0.013544	-0.048096	-0.027248	-0.028715	-0.001572	-0.063380	-0.098649	...
0304-0305	0.033094	-0.090278	0.064302	0.073227	-0.040000	0.025210	0.145602	0.025197	0.022556	0.136432	...
0305-0306	-0.096100	0.064885	0.093750	-0.055437	0.142544	0.120219	0.051613	0.144393	0.213235	0.156992	...
0306-0307	0.104777	0.014337	0.059048	-0.029345	-0.055662	0.024390	0.009202	0.100671	0.115152	0.009122	...
0307-0308	-0.048815	0.448763	0.165468	-0.018605	-0.063008	0.090476	-0.012158	0.000000	0.135870	0.150282	...
0308-0309	0.070381	-0.021951	-0.038580	-0.035545	0.067245	-0.082969	-0.080000	-0.062195	-0.047847	-0.086444	...
0309-0310	0.005479	0.139651	-0.060995	-0.044226	0.103659	-0.026190	-0.036789	0.128739	0.135678	0.016129	...
0310-0311	0.001362	-0.067834	0.092308	0.079692	-0.003683	-0.012225	-0.010417	-0.071429	-0.070796	-0.051852	...
0311-0312	0.068027	0.051643	0.082942	0.011905	0.009242	0.084158	-0.009622	0.091811	0.095238	0.069196	...
0312-0401	-0.045860	-0.071429	-0.026012	0.035294	0.045788	-0.011416	0.065232	0.073864	-0.052174	-0.031315	...
0401-0402	0.044059	0.000000	-0.043027	0.022727	0.000000	-0.018476	0.050814	0.064550	-0.018349	0.009698	...
0402-0403	-0.026854	0.161058	0.120930	0.031111	0.043783	0.030588	0.012399	0.117296	0.135514	0.010672	...
0403-0404	0.159001	0.045549	-0.047026	-0.040948	0.020134	0.018265	0.143907	0.039146	-0.049383	0.077086	...
0404-0405	-0.009070	-0.015842	0.037736	0.026966	0.062500	-0.134529	0.008030	0.017123	-0.024632	0.028431	...
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	...
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	...
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	...

これらのデータは、(1)「期待収益率」、(2)初期保有状況と最小取引単位の計算に必要な「初期株価」、(3)2次計画問題の「分散共分散行列」の生成に使用される。

(1)「期待収益率」の算出方法

期待収益率は、意思決定時点（モデル実行時点）直前から3年さかのぼった月間収益率の算術平均とする。したがって2005年1月の意思決定のためには2002年1月から2004年12月までの36個の月間収益率の算術平均を期待収益率としている。

(2)「初期株価」について

本稿のモデルにおける初期株価とは前月の最終株価とする。

(3) 「分散共分散行列」の生成

2次計画モデルで使用する収益率の分散共分散行列は、収益率データからExcelの「データ分析」を用いて生成される。その分散共分散行列にExcel上でQという名前を定義してLINGOの@OLE関数によってLINGOシステムへ入力する。2005年1月の意思決定に使用された分散共分散行列を付録に挙げる。

以下に本稿のシミュレーションに課される条件を記す。このうち、特に、(9)の条件はシミュレーションの結果に大きな影響を与える。

- (1) 個人投資家を想定し、2005年1月初の1,000万円の現金のみの保有を初期状態とする
- (2) 負債と空売りはしない
- (3) モデルの適用、つまり、投資ポジションの変更は毎月初に1回行う
- (4) 2005年2月以降は、前月の投資ポジションを引き継いだ初期状態に対してモデルが適用される。
- (5) シミュレーションの結果を示すグラフの収益率は以下の数式で求められたものである。  
$$(\text{その月の資産の現金換算総額} - 10,000,000) / 10,000,000$$
- (6) 資産の売買の取引手数料は近年のインターネット取引の相場に準じて、取引額の0.1%とする
- (7) 期待収益率は、各銘柄の、各月に対して過去3年間の月間株価データの収益率の算術平均とする
- (8) 現金の期待収益率は当該月当時のゆうちょ銀行通常貯金の年利を12で除したものを適用する。
- (9) 1つの株式銘柄に対する投資上限額は250万円とする

### 3. 線形計画問題

#### 3.1 線形計画問題連続量丸めモデル

LINGOでのコーディングに使用した変数名を用いた問題を以下のように定式化する。

$$\text{目的関数} \quad \sum_{i=1}^{34} \{(1 + \textit{kitai}_i) \cdot \textit{inv}_i\} \rightarrow \max$$

$$\text{制約条件} \quad \textit{ini}_i + (1 - t) \textit{buy}_i = \textit{inv}_i + \textit{sell}_i \quad (i = 1, \dots, 33)$$

$$\textit{ini}_{34} + \sum_{i=1}^{33} (1 - t) \textit{sell}_i = \sum_{i=1}^{33} \textit{buy}_i + \textit{inv}_{34}$$

$$0 \leq \textit{inv}_i \leq u \quad (i = 1, \dots, 33)$$

$$\textit{buy}_i \geq 0, \quad \textit{sell}_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, 33)$$

※*kitai*…各銘柄の期待収益率, *inv*…各資産への投資額,

*ini*…各資産の初期保有額, *buy*…株式の購入額,

*sell*…株式の売却額, *u*…投資上限額, *t*…取引手数料率

以下に示すLINGOのコードにおいて, !で始まり;で終わる部分はコメントである。またExcelシートから受け取っているini, kitaiなどはExcelシート上で名前がそのように定義されている。u丸ren0501in.xlsxは2005年1月のモデルへの入力データが格納されている。u丸ren0501out.xlsxには2005年1月の最適解が出力される。

LINGOのコード

Sets:

Asset /1..34/ ;!1~33株式銘柄, 34現金;

Asset\_arc(Asset):ini, Sell, Buy, inv, tangen, p\_ini, matsu;!初期保有

額, 売却額, 購入額, 投資額, 単元株数, 初期株価, 月末株価;

Multiplier(Asset) : kitai , real; !期待収益率, 現実の収益率;

endsets

data:

! 投資限度額及び売買限度額;

u = 2500000;

!t→取引コスト, RF→金利;

ini, kitai, t, RF,real,tangen,p\_ini, matsu

= @OLE('u丸ren0501in.xlsx','ini','kitai','t','RF','real','tangen','p\_ini','matsu');

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','B2') = @writefor(Asset(i):inv(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','C2') = @writefor(Asset(i):Sell(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','D2') = @writefor(Asset(i):Buy(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','E2') = @writefor(Asset(i):kitai(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','H2') = @writefor(Asset(i):real(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','j2') = @write(t);

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','k2') = @write(RF);

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','c41') = @writefor(Asset(i):tangen(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','d41') = @writefor(Asset(i):p\_ini(i));

@OLE('u丸ren0501out.xlsx','b78') = @writefor(Asset(i):matsu(i));

enddata

!銘柄節点制約;

@for(Asset(i) | i #le# 33:[Asset\_node]

$$\text{ini}(i) + (1-t) * \text{buy}(i) = \text{inv}(i) + \text{Sell}(i);$$

!現金節点制約;

```
[cash_node](ini(34)+@sum(Asset(i)|i #le# 33:(1-t)*Sell(i))
              =(@sum(Asset(i) | i #le# 33 :buy(i))+inv(34));
```

!投資限度額;

```
@for(Asset(i) :
      @bnd(0,inv(i), u));
```

!目的関数;

```
[objective] max = @sum(Asset(i):inv(i)*(1+kitai(i));
```

このモデルの解は連続量としての金額なので、解を出力したExcelシート上で最小取引単位へ丸める必要がある。その丸め作業を含まないLINGOでの実行時間の平均は0.2秒であった。連続量の線形計画問題なのですべての月でGlobal Opt(大域的最適解)に達する。確率ネットワークを用いた線形計画問題の最適化の原理は期待収益率の大きい銘柄に投資上限額まで投資していくというシンプルなものである。したがって、投資上限額を設定しないと期待収益率が最大の銘柄に全財産を投資するという不都合が生じる。表3にこのモデルの入力シートの例としてu丸ren050lin.xlsxを、表4に出力シートの例としてu丸ren050lout.xlsxの一部(1行目~35行目)を挙げる。

表3 u丸ren0501in.xlsx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		in(初期保有額) ↓	k(期待期収益率)		(取引コスト)	RF(金利)		real(現実の収益率) ↓	単元株数	初期株価	当該月末株価	
2	JT	0	0	0.0118	0.001	0.000004		-0.0568206	1	234000	220,000	
3	東レ	0	0	0.0158				0.00625	1000	480	468	
4	王子製紙	0	0	0.0358				-0.009682721	1000	598	584	
5	武田薬品	0	0	-0.0028				-0.046511628	100	5160	4,920	
6	新日本石油	0	0	0.0101				0.080669711	1000	657	710	
7	住友化学工業	0	0	-0.0006				-0.023803624	100	4200	4,100	
8	フジダストン	0	0	0.0129				-0.020453986	100	2340	2,085	
9	旭硝子	0	0	0.0144				-0.033628319	1000	1130	1,082	
10	新日本製鐵	0	0	0.0112				0.003984064	1000	251	252	
11	住友電気工業	0	0	0.0369				0.015246637	100	1115	1,182	
12	東洋電機	0	0	0.0077				0.056201698	100	1980	2,000	
13	コマン	0	0	0.0148				0.072524407	100	717	769	
14	キヤノン	0	0	0.0073				-0.023331625	100	3686	3,600	
15	トヨタ	0	0	0.0079				-0.033573141	100	4170	4,030	
16	アルモ	0	0	0.0162				0.085144928	100	2760	2,995	
17	大日本印刷	0	0	0.0090				-0.003082725	1000	1544	1,584	
18	日本水産	0	0	0.0190				0.005930004	100	943	945	
19	大和ハウス工業	0	0	0.0160				0.027467811	1000	1165	1,197	
20	三菱商事	0	0	0.0155				-0.081570997	100	1324	1,216	
21	ファーストリテイリング	0	0	0.0221				-0.026153846	100	7800	7,350	
22	三菱UFJ	0	0	0.0100				-0.060576823	100	1040	977	
23	野村HD	0	0	0.0001				-0.089022759	100	1494	1,361	
24	NKSJ	0	0	0.0133				-0.026819923	1000	1044	1,016	
25	三井物産	0	0	0.0096				0.090833533	1000	1200	1,309	
26	東日本旅客鉄道	0	0	-0.0116				-0.019292464	100	5700	5,580	
27	商船三井	0	0	0.0273				0.05203232	1000	615	647	
28	全日空	0	0	0.0071				0.092436975	1000	357	390	
29	上組	0	0	0.0133				0.035482323	1000	818	847	
30	日本電信電話	0	0	0.0063				-0.05	100	4600	4,370	
31	東電電力	0	0	-0.0118				-0.017892844	100	2515	2,470	
32	セコム	0	0	-0.0097				0.004878049	100	4100	4,120	
33	オリックス	0	0	0.0089				-0.016522899	10	13920	13,660	
34	日鉄鉱業	0	0	0.0230				0.118387919	1000	397	444	
35	現金	10,000,000	0	0.0005				0.00005	1	1	1	

表4 u丸ren0501out.xlsx(1行目~35行目)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	10,189,417	投資額	売却額	購入額	期待収益	期末の額		現実の収益	現実の期末の額			
2	JT	0	0	0	0.011822	0		-0.0568206	0	0.001000	0.000004	
3	東レ	0	0	0	0.01576173	0		0.00625	0			
4	王子製紙	0	0	0	0.00584757	0		-0.009682721	0			
5	武田薬品	0	0	0	-0.0028949	0		-0.0465116	0			
6	新日本石油	0	0	0	0.01028576	0		0.080669711	0			
7	住友化学工業	0	0	0	-0.0005847	0		-0.023803606	0			
8	フジダストン	0	0	0	0.01293148	0		-0.0204531	0			
9	旭硝子	0	0	0	0.01442995	0		-0.033628293	0			
10	新日本製鐵	0	0	0	0.01119807	0		0.00398406	0			
11	住友電気工業	0	0	0	0.00892411	0		0.01524664	-0.05			
12	東洋電機	0	0	0	0.00778196	0		0.05620106	0			
13	コマン	0	0	0	0.01476701	0		0.07252441	0			
14	キヤノン	0	0	0	0.00732582	0		-0.0233315	0			
15	トヨタ	0	0	0	0.00798986	0		-0.0335731	0			
16	アルモ	0	0	0	0.01620395	0		0.08514493	0			
17	大日本印刷	0	0	0	0.00904342	0		-0.0030827	0			
18	日本水産	2,490,000	0	2,492,492	0.01903312	2,537,392		0.0059300	2,504,519			
19	大和ハウス工業	0	0	0	0.01595098	0		0.02746781	0			
20	三菱商事	0	0	0	0.01546743	0		-0.081571	0			
21	ファーストリテイリング	2,500,000	0	2,502,503	0.02207702	2,556,193		-0.0261538	2,259,615			
22	三菱UFJ	0	0	0	0.01000681	0		-0.0605769	0			
23	野村HD	0	0	0	0.00013928	0		-0.0890228	0			
24	NKSJ	0	0	0	0.01332136	0		-0.0268199	0			
25	三井物産	0	0	0	0.00969171	0		0.09083353	0			
26	東日本旅客鉄道	0	0	0	-0.0115804	0		-0.0192928	0			
27	商船三井	2,500,000	0	2,502,503	0.02725559	2,568,139		0.0520323	2,630,081			
28	全日空	0	0	0	0.007059	0		0.09243697	0			
29	上組	0	0	0	0.01332934	0		0.0354823	0			
30	日本電信電話	0	0	0	0.00623659	0		-0.05	0			
31	東電電力	0	0	0	-0.011928	0		-0.0178928	0			
32	セコム	0	0	0	-0.009728	0		0.00487805	0			
33	オリックス	0	0	0	0.00886197	0		-0.016523	0			
34	日鉄鉱業	2,500,000	0	2,502,503	0.02296452	2,557,411		0.11838791	2,795,970			
35	現金	0.0000	0	0	0.000000	0		0.000000	0			
36												
37					合計→	10,218,135		合計→	10,190,185			

表4に示されているように、B列の投資額の欄には期待収益率の良い順に投資上限の250万円を超えない額が出力されている。表5に、u丸ren0501out.xlsx上でなされる丸め処理を挙げる。

表5 u丸ren0501out.xlsx (40行目~76行目)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
39										
40		投資単元数	単元株数	初期株価	投資額			上の解との 差額	現実の収益率	現実の期末 の額
41	JT	0	1	234000	0			0	-0.059829	0
42	東レ	0	1000	480	0			0	0.006250	0
43	王子製紙	0	1000	598	0			0	-0.006803	0
44	武田薬品	0	100	5180	0			0	-0.046812	0
45	新日本石油	0	1000	657	0			0	0.060670	0
46	信越化学工業	0	100	4200	0			0	-0.023810	0
47	フジストン	0	100	2040	0			0	-0.002451	0
48	旭硝子	0	1000	1130	0			0	-0.033628	0
49	新日本製鐵	0	1000	251	0			0	0.003984	0
50	住友電気工業	0	100	1115	0			0	0.015247	0
51	東洋紡織	0	100	1890	0			0	0.058201	0
52	コカ-Cola	0	100	717	0			0	0.072524	0
53	キヤノン	0	100	9686	0			0	-0.023332	0
54	トヨタ	0	100	4170	0			0	-0.033573	0
55	テルモ	0	100	2780	0			0	0.085145	0
56	大日本印刷	0	1000	1644	0			0	-0.006083	0
57	日本水産	72	100	343	2,469,600		20,400	0.005831	2,484,000	0
58	大和ハウス工業	0	1000	1165	0			0	0.027468	0
59	三統商事	0	100	1324	0			0	-0.081571	0
60	ファーストリテイリング	3	100	7800	2,340,000		160,000	-0.096154	2,115,000	0
61	三菱UFJ	0	100	1040	0			0	-0.050577	0
62	野村HD	0	100	1494	0			0	-0.089023	0
63	NKSJ	0	1000	1044	0			0	-0.026820	0
64	三菱地所	0	1000	1200	0			0	0.090833	0
65	東日本旅客鉄道	0	100	5700	0			0	-0.019298	0
66	商船三井	4	1000	615	2,460,000		40,000	0.052033	2,588,000	0
67	全日空	0	1000	357	0			0	0.082437	0
68	上尾	0	1000	818	0			0	0.035452	0
69	日本電信電話	0	100	4600	0			0	-0.050000	0
70	東京電力	0	100	2515	0			0	-0.017893	0
71	セコム	0	100	4100	0			0	0.004878	0
72	オリックス	0	10	13920	0			0	-0.016523	0
73	日鉄鉱業	6	1000	397	2,382,000		118,000	0.118388	2,664,000	0
74	現金	338,400	1	338,400	0		-338,400	0.000050	338,417	0
75										
76						差額計→	-0	合計→	10,189,417	
79										

日本水産の投資株数72のセルが四角で囲われているのは、投資額を単元株数と株価で除した値を四捨五入して整数値としたとき切り上げによって投資上限額を上回ってしまった銘柄に対して手動で投資単元数を1単位減じた処理を施したことを表す。この最適化によって2005年2月の初期状態の現金換算総額は10,189,417円となった。表6にこのモデルで求めた解の一部を示す。

表6 線形計画連続量丸めモデルで求めた各銘柄への投資単位数

	2005年1月	2005年2月	2005年3月	2005年4月	2005年5月	...	2010年5月	2010年6月	2010年7月
JT	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東レ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
王子製紙	0	0	0	0	0	...	0	3	5
武田薬品	0	0	0	0	0	...	0	0	0
新日本石油	0	0	0	0	0	...	0	0	0
信越化学工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
ブリヂストン	0	0	0	0	0	...	0	0	0
旭硝子	0	0	0	0	0	...	0	0	0
新日本製鐵	0	0	0	0	0	...	0	0	0
住友電気工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東洋製罐	0	0	0	0	0	...	0	0	0
コマツ	0	0	0	0	0	...	12	0	0
キヤノン	0	0	0	0	0	...	0	0	0
トヨタ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
デルモ	0	8	7	7	1	...	5	5	5
大日本印刷	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日本水産	72	5	19	17	68	...	0	0	0
大和ハウス工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
三菱商事	0	0	0	0	0	...	11	12	7
ファーストリテイリング	3	3	3	3	4	...	1	1	1
三菱UFJ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
野村HD	0	0	0	0	0	...	0	0	0
NKSJ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
三菱地所	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東日本旅客鉄道	0	0	0	0	0	...	0	0	0
商船三井	4	3	3	3	3	...	0	0	0
全日空	0	0	0	0	0	...	0	0	0
上組	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日本電信電話	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東京電力	0	0	0	0	0	...	0	0	0
セコム	0	0	0	0	0	...	0	0	0
オリックス	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日鉄鉱業	6	5	5	5	5	...	0	0	0
現金	338,400	1,339,477	1,176,373	1,247,683	642,156	...	3,701,517	4,218,972	4,273,468

### 3.2 線形計画問題離散値モデル

整数制約を課した投資単位数を意思決定変数とするモデルの、LINGOでのコーディングに使用した変数名を用いた定式化は以下のとおり。問題の収束のために同一銘柄の購入と売却が同時に発生することを排除するための条件を付加している。



目的関数 
$$\sum_{i=1}^{34} \{(1 + kitai) (inv\_tangen_i \times tangen_i \times p\_ini_i)\} \rightarrow \max$$

制約条件 
$$ini_i \times tangen_i \times p\_ini_i + (1 - t) buy_i$$

$$= inv\_tangen_i \times tangen_i \times p\_ini_i + sell_i \quad (i = 1, \dots, 33)$$

$$ini_{34} + \sum_{i=1}^{33} (1 - t) sell_i = \sum_{i=1}^{33} buy_i + inv\_tangen_{34}$$

$$0 \leq (inv\_tangen_i \times tangen_i \times p\_ini_i) \leq u$$

$$sell_i \times buy_i = 0 \quad (i = 1, \dots, 33)$$

$$buy_i \geq 0, \quad sell_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, 33)$$

$$inv\_tangen_i \in Z, \quad (i = 1, \dots, 34)$$

※連続モデルと共通の変数のほかは、 *ini*・・・初期保有単位数,  
*inv\_tangen*・・・各資産への投資単位数, *tangen*・・・単元株数,  
*p\_ini*・・・月初の株価, *Z*・・・非負の整数

LINGOのコードは以下のとおり。なお, risan0501in.xlsxは入力ファイル名, risan0501out.xlsxは出力ファイル名である。

Sets:

Asset /1.34/ ;!1~33株式銘柄, 34現金;

Asset\_arc(Asset):ini, Sell, Buy, inv\_tangen;!初期保有額, 売却額,  
 購入額, 投資単位数;

Multiplier(Asset) : kitai , tangen, real, gaku, p\_ini; !期待収益率,  
 単元株数, 現実の収益率, 投資額, 初期株価;

endsets

data:

! 投資限度額及び売買限度額;

u = 2500000;

lt→取引コスト, RF→金利;

ini, tangen, kitai, t, RF,real, p\_ini

= @OLE('risan0501in.xlsx','ini','tangen','kitai',t,RF,real,p\_ini);

@OLE('risan0501out.xlsx','B2') = @writefor(Asset(i):inv\_tangen(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','C2') = @writefor(Asset(i):p\_ini(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','d2') = @writefor(Asset(i):Sell(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','e2') = @writefor(Asset(i):Buy(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','f2') = @writefor(Asset(i):kitai(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','i2') = @writefor(Asset(i):real(i));

@OLE('risan0501out.xlsx','k2') = @write(t);

@OLE('risan0501out.xlsx','l2') = @write(RF);

@OLE('risan0501out.xlsx','m2') = @writefor(Asset(i) :tangen(i));

enddata

!銘柄節点制約;

@for(Asset(i) | i #le# 33:[Asset\_node]

ini(i) \* tangen \* P\_ini(i) + (1-t) \* buy(i) = inv\_tangen(i) \* tangen  
 (i) \* p\_ini(i) + Sell(i));

!現金節点制約;

[cash\_node]ini(34)+@sum(Asset(i)|i #le# 33:(1-t)\*Sell(i)

=@sum(Asset(i) | i #le# 33 :buy(i))+inv\_  
 tangen(34);

! 投資額の計算と投資限度額の指定;

```
@for(asset(i): gaku(i) = inv_tangen(i) * tangen * p_ini(i));
```

```
@for(Asset(i) :
```

```
    @bnd(0,gaku(i), u));
```

!売買制約;

```
@for(asset(i):
```

```
    sell(i) * buy(i) =0);
```

!目的関数;

```
[objective] max = @sum(Asset(i)|i #le# 33:
```

```
    inv_tangen(i) * tangen * p_ini(i) * (1+kitai(i))) + inv_tangen(34)
```

```
*(1+RF);
```

!整数制約;

```
@for(asset(i) : @gin(inv_tangen(i)));
```

このモデルのLINGOでの実行時間の平均は5.4秒であった。計算結果はLocal Opt(局所的最適解)なので同じデータに対してもモデル実行ごとに最適解が異なる可能性はあるが、その影響は微々たるものと考えられる。離散値の線形計画問題は、期待収益率の大きい順に投資上限額を超えない単位数に投資していくが、あとのほうに投資される銘柄については、期待収益率が劣っていても、最小取引単位の金額の小さい銘柄が採用されることがある。これは最小取引金額の大きい銘柄に投資して、現金を多く余らせてしまうより、複数の小規模な銘柄へ投資して現金保有を小さくした方がポートフォリオ全体の収益率が大きくなる時に起こる。表7にこのモデルの入力シートの例としてrisan0501in.xlsxを、表8に出力シートの例としてrisan0501out.xlsxを挙げる。なお、表7, 8, 10, 11のセルB1の“単元”の文字は“単位”に置き換えて見てほしい。

表7 risan0501in.xlsx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		initial初期保有株元数↓	target目標株元数↓	2005年1月平均	(取引コスト)	RF(金利)			real現実の収益率↓	sp_in初期株持数	
2	JT	0	0	1	0.0119		0.001	0.000004		-0.09829	234000
3	東レ	0	0	1000	0.0198				0.00290	490	
4	王子製紙	0	0	1000	0.0099				-0.09803	698	
5	武田薬品	0	100		-0.0028				-0.046512	5160	
6	新日本石油	0	1000		0.0101				0.08070	667	
7	住友化学工業	0	100		-0.0036				-0.023910	4200	
8	フジファイン	0	0	100	0.0129				-0.02461	2040	
9	旭硝子	0	1000		0.0144				-0.093029		
10	新日本製鐵	0	1000		0.0112				0.003984	261	
11	住友電気工業	0	100		0.0089				0.015247	1115	
12	東洋鋼板	0	100		0.0077				0.09201	1890	
13	コマン	0	100		0.0146				0.072624	717	
14	キヤノン	0	100		0.0073				-0.02332	3696	
15	トヨタ	0	100		0.0079				-0.09373	4170	
16	パルモ	0	200		0.0162				0.08145	2780	
17	大日本印刷	0	1000		0.0090				-0.09083	1644	
18	日本水産	0	100		0.0190				0.005931	343	
19	三菱電機	0	1000		0.0160				0.027498	1195	
20	三菱重機	0	100		0.0165				-0.01671	1824	
21	ファーストリテイリング	0	100		0.0221				-0.06164	7800	
22	三菱UFJ	0	100		0.0100				-0.060577	1040	
23	野村HD	0	100		0.0001				-0.09023	1494	
24	NISJ	0	1000		0.0133				-0.026920	1044	
25	三菱地所	0	1000		0.0096				0.009033	1200	
26	東日本旅客鉄道	0	100		-0.0016				-0.019298	5700	
27	麻績三井	0	1000		0.0273				0.002093	615	
28	森田豆	0	1000		0.0071				0.092417	867	
29	上組	0	1,000		0.0133				0.005462	918	
30	日本電信電話	0	100		0.0058				-0.000000	4600	
31	東京電力	0	100		-0.0019				-0.017893	2615	
32	ニコム	0	400		-0.0097				0.004678	4100	
33	オリックス	0	10		0.0069				-0.016523	19200	
34	日鉄鉱業	0	1,000		0.0230				0.118398	397	
35	現金	10,000,000		1	0.00006				0.000005		1

表8 risan0501out.xlsx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	10173.002	投資株元数	売却株元	売却額	期待収益率	期末の額	現実の収益率	現実の期末の額	投資株元数	投資株元数	投資株元数	投資株元数	投資株元数	投資株元数
2	JT	0	234000	0	0.011922	0	-0.09829	0	0.001000	0.000004				0
3	東レ	0	690	0	0.01767379	0	0.00265	0						0
4	王子製紙	0	598	0	0.00594757	0	-0.0090272	0						0
5	武田薬品	0	5160	0	-0.0028049	0	-0.04651163	0						0
6	新日本石油	0	667	0	0.01009576	0	0.08066711	0						0
7	住友化学工業	0	4200	0	-0.0035947	0	-0.02390962	0						0
8	フジファイン	0	2040	0	0.01293148	0	-0.02460598	0						0
9	旭硝子	0	1130	0	0.01442395	0	-0.03362832	0						0
10	新日本製鐵	0	261	0	0.01119807	0	0.003994064	0						0
11	住友電気工業	0	1115	0	0.00892611	0	0.01524697	0						0
12	東洋鋼板	0	1890	0	0.00773196	0	0.09201099	0						0
13	コマン	1	717	0	71,772.01476701	72,768	0.072624407	76,900						0
14	キヤノン	0	3696	0	0.00732662	0	-0.02339192	0						0
15	トヨタ	0	4170	0	0.00793698	0	-0.09387314	0						0
16	パルモ	0	2780	0	0.01620965	0	0.08144928	0						0
17	大日本印刷	0	1644	0	0.00904342	0	-0.0908273	0						0
18	日本水産	72	343	0	2,472,072.01903812	2,516,604	0.005930904	2,484,000						0
19	三菱電機	0	1195	0	0.01650098	0	0.02749811	0						0
20	三菱重機	2	1824	0	268,096.01944743	268,896	-0.016711	243,200						0
21	ファーストリテイリング	3	7800	0	2,342,342.002207702	2,391,660	-0.0915385	2,115,000						0
22	三菱UFJ	0	1040	0	0.01000881	0	-0.06057692	0						0
23	野村HD	0	1494	0	0.00013629	0	-0.0902276	0						0
24	NISJ	0	1044	0	0.01332136	0	-0.02691992	0						0
25	三菱地所	0	1200	0	0.00900111	0	0.00903393	0						0
26	東日本旅客鉄道	0	5700	0	-0.0015804	0	-0.01929825	0						0
27	麻績三井	4	615	0	2,462,462.002729598	2,627,049	0.00209302	2,588,000						0
28	森田豆	0	867	0	0.00767959	0	0.09243975	0						0
29	上組	0	918	0	0.01332934	0	0.00546233	0						0
30	日本電信電話	0	4600	0	0.00629959	0	-0.05	0						0
31	東京電力	0	2615	0	-0.001928	0	-0.01789294	0						0
32	ニコム	0	4100	0	-0.009729	0	0.004678049	0						0
33	オリックス	0	19200	0	0.00698197	0	-0.01652289	0						0
34	日鉄鉱業	6	397	0	2,884,384.002296452	2,436,701	0.11839709	2,664,000						0
35	現金	1,902	1	0	0.000060	1,902	0.000005	1,902						0
36	現金				合計→	10215570.99	合計→	10173.002						

この最適化によって2005年2月の初期状態の現金換算総額は10,173,002円と  
なった。表9にこのモデルで求めた解の一部を示す。

表9 線形計画問題の離散値モデルで求めた各銘柄への投資単位数

	2005年1月	2005年2月	2005年3月	2005年4月	2005年5月	...	2010年5月	2010年6月	2010年7月
JT	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東レ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
王子製紙	0	0	0	0	0	...	1	5	5
武田薬品	0	0	0	0	0	...	0	0	0
新日本石油	0	0	0	0	0	...	0	0	0
信越化学工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
ブリヂストン	0	0	0	0	0	...	0	2	0
旭硝子	0	0	0	0	0	...	0	0	0
新日本製鐵	0	0	0	0	0	...	0	0	0
住友電気工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東洋製罐	0	0	0	0	0	...	0	1	1
コマツ	1	0	1	1	1	...	11	0	0
キヤノン	0	0	0	0	0	...	0	0	0
トヨタ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
テルモ	0	8	7	7	3	...	5	5	5
大日本印刷	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日本水産	72	44	51	51	68	...	0	0	0
大和ハウス工業	0	0	0	0	0	...	0	0	0
三菱商事	2	0	0	0	0	...	11	12	0
ファーストリテイリング	3	3	3	3	4	...	1	1	1
三菱UFJ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
野村HD	0	0	0	0	0	...	0	0	0
NKSJ	0	0	0	0	0	...	0	0	0
三菱地所	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東日本旅客鉄道	0	0	0	0	0	...	0	0	0
商船三井	4	3	3	3	3	...	0	0	0
全日空	0	0	0	0	0	...	0	0	0
上組	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日本電信電話	0	0	0	0	0	...	0	0	0
東京電力	0	0	0	0	0	...	0	0	0
セコム	0	0	0	0	0	...	0	0	5
オリックス	0	0	0	0	0	...	0	0	0
日鉄鉱業	6	5	5	5	5	...	0	0	0
現金	1,902	158	3,808	3,808	11,221	...	2,481,325	1,950,540	2,488,223

#### 4. 2次計画問題 (平均分散モデル)

2次計画問題のモデルは投資単位数に整数制約を課した離散値モデルとして、LINGOでのコーディングに使用した変数名を用いて以下のように定式化された。

目的関数	$\sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} ratio_i \cdot Q_{i,j} \cdot ratio_j \rightarrow \min$
制約条件	$ini_i \times tangen_i \times p\_ini_i + (1-t) buy$ $= inv\_tangen_i \times tangen_i \times p\_ini_i + sell_i \quad (i=1, \dots, 33)$ $ini_{34} + \sum_{i=1}^{33} (1-t) sell_i = \sum_{i=1}^{33} buy_i + inv\_tangen_{34}$ $0 \leq (inv\_tangen_i \times tangen_i \times p\_ini_i) \leq u$ $\sum_{i=1}^{34} gaku_i (1 + kitai_i) \geq w$ <p>(↑本稿でのシミュレーションではこの条件は設定せず)</p> $inv_{34} \leq w/10 \quad (\leftarrow \text{本稿でのシミュレーションではこの条件は設定せず})$ $sell_i \times buy_i = 0 \quad (i=1, \dots, 33)$ $buy_i \geq 0, \quad sell_i \geq 0 \quad (i=1, \dots, 33)$ $inv\_tangen_i \in Z. \quad (i=1, \dots, 34)$
	※ratio・・・その資産への投資割合, $gaku$ ・・・ $inv\_tangen \times tangen \times p\_ini$

LINGOのコードは以下のとおり。なお、LINGOのオプション設定においてNonlinear SolverパネルのStrategiesの"Quadratic Recognition"と"SLP Directions"にチェックを入れ、Integer SolverパネルのOptimalityのRelativeを0.001、Time to Relativeを180に設定している。また、目標額の下限制約と現金保有制約はコメント行に変換してモデルから排除している。その理由は、これらの条件を設定すると全く異なった意思決定がなされ、それらは現実的でないものであることが多いためである。なお、050lin.xlsxは入力ファイル名、050lout.xlsxは出力ファイル名である。

Sets:

Asset /1..34/ ;!1~33株式銘柄, 34現金;

Asset\_arc(Asset):ini, Sell, Buy, inv\_tangen, ratio;!初期保有額, 売却額, 購入額, 投資単位数, 投資割合;

Multiplier(Asset) : kitai , tangen, real, gaku, p\_ini, matsu;!期待収益率, 単元株数, 現実の収益率, 投資額, 初期株価, 当該月末株価;

covmat(Asset,Asset) : Q;

endsets

data:

!投資限度額及び売買限度額;

u = 2500000;

lt→取引コスト, RF→金利;

ini, tangen, kitai, t, RF,real, p\_ini, Q, matsu

= @OLE('0501in.xlsx','ini','tangen','kitai',t,RF,real,p\_ini,Q,matsu);

@OLE('0501out.xlsx','B2') = @writefor(Asset(i):inv\_tangen(i));

@OLE('0501out.xlsx','C2') = @writefor(Asset(i):p\_ini(i));

@OLE('0501out.xlsx','d2') = @writefor(Asset(i):Sell(i));

@OLE('0501out.xlsx','e2') = @writefor(Asset(i):Buy(i));

@OLE('0501out.xlsx','f2') = @writefor(Asset(i):kitai(i));

@OLE('0501out.xlsx','i2') = @writefor(Asset(i):real(i));

@OLE('0501out.xlsx','k2') = @write(t);

@OLE('0501out.xlsx','l2') = @write(RF);

@OLE('0501out.xlsx','m2') = @writefor(Asset(i):tangen(i));

@OLE('0501out.xlsx','b38')=@writefor(Asset(i):matsu(i));

enddata

!銘柄節点制約;

```
@for (Asset(i) | i #le# 33:[Asset_node]
      ini(i) * tangen * P_ini(i) + (1-t) * buy(i) = inv_tangen(i) * tangen
      (i) * p_ini(i) + Sell(i));
```

!現金節点制約;

```
[cash_node]ini(34)+@sum(Asset(i)|i #le# 33:(1-t)*Sell(i))
      =@sum(Asset(i) | i #le# 33 :buy(i))+inv_
tangen(34);
```

!投資額の計算と投資限度額の指定;

```
@for (asset(i): gaku(i) = inv_tangen(i) * tangen(i) * p_ini(i));
@for (Asset(i) :
      @bnd(0,gaku(i), u));
```

!目標額の下限制約;

```
!@sum(asset(i): gaku(i) * (1+kitai(i))) >= w ;
```

!現金保有制約;

```
linv_tangen(34) <= w/10;
```

!ratioの計算;

```
total = @sum(asset(i):inv_tangen(i) * tangen(i) * p_ini(i));
@for(asset(i) : ratio(i) = (inv_tangen(i) * tangen(i) * p_ini(i) )/total);
```

!購入売却不整合制約;

```
@for(asset(i):
```



```
sell(i) * buy(i) = 0);
```

!目的関数;

```
[objective] min = @sum(covmat(i,j):Q(i,j)*ratio(i)*ratio(j));
```

!整数制約;

```
@for(asset(i) : @gin(inv_tangen(i)));
```

このモデルに対してはLINGOのMultistart Option(別売り)がないため、大域的最適解が得られず、すべてLocal Opt(局所的最適解)であり、同一データに対してもモデル実行ごとの最適解が異なる。その差異は線形計画問題の離散値モデルのような微々たるものではないと考えられるので、本稿では67カ月のシミュレーションを同一初期状態から5回実行して最適解が異なることを確認した。LINGOでの実行時間の平均は1回目は109秒、2回目は94秒、3回目は86秒、4回目は1,467秒、5回目は92秒であり、4回目を除けば、線形計画問題の離散値モデルのほぼ20倍の時間がかかっている。4回目は2005年6月の計算時間が9時間49分7秒、2009年10月の計算時間が15時間53分47秒の異常値を示したが、この異常値以外の計算時間の平均は87秒という正常な値であった。なぜ、異常な計算時間がかかるか、また、なぜ、4回目だけに2回も起こったかの理由は今のところ不明である。表10にこのモデルの入力シートの例として0501in.xlsxを、表11に出力シートの例として0501out.xlsxを挙げる。

表10 0501in.xlsx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
		追加投資単 元数↓	target(単元 持数)↓	初期持数 (1)	2005年1月 期末持数	当該月末持 数	real(現実の 収益率)↓	(1回目)コ スト	RF(平均)	分散共分散行列					
1															
2	日本たばこ産業	0	0	234,000	0.0118	220,000	-0.0598	0.001	0.000004						
3	東レ	0	1,000	480	0.0719	480	0.0063								
4	王子製紙	0	1,000	998	0.0292	894	-0.0369								
5	住友化学	0	100	5,160	-0.0028	4,920	-0.0465								
6	新日本製薬-MD&ヘルスケア	0	100	657	0.0101	710	0.0807								
7	住友化学工業	0	100	4,200	-0.0036	4,100	-0.0239								
8	フタバパルプ	0	100	2,040	0.0129	2,035	-0.0025								
9	旭硝子	0	1,000	1,130	0.0144	1,092	-0.0338								
10	新日本製薬	0	1,000	251	0.0112	252	0.0040								
11	住友化学工業	0	100	1,115	0.0069	1,132	0.0152								
12	東海物産	0	100	1,990	0.0077	2,000	0.0582								
13	コダック	0	100	717	0.0148	769	0.0725								
14	キヤノン	0	100	3,995	0.0073	3,600	-0.0233								
15	住友化学工業	0	100	4,170	0.0079	4,030	-0.0336								
16	アールエ	0	100	2,760	0.0162	2,995	0.0861								
17	大日本印刷	0	1,000	1,644	0.0090	1,634	-0.0061								
18	日本電産	0	100	340	0.0110	345	0.0059								
19	大同パルプ工業	0	1,000	1,165	0.0160	1,197	0.0275								
20	三菱商事	0	100	1,324	0.0155	1,216	-0.0816								
21	ファーストリテイリング	0	100	7,800	0.0221	7,350	-0.0962								
22	三菱化学インフラシステムズ	0	100	1,940	0.0100	977	-0.0566								
23	野村ホールディングス	0	100	1,494	0.0001	1,361	-0.0980								
24	住友化学インフラシステムズ	0	1,000	1,044	0.0133	1,016	-0.0268								
25	三井物産	0	1,000	1,200	0.0096	1,209	0.0098								
26	新日本製薬	0	100	9,700	-0.0116	9,560	-0.0193								
27	豊田組	0	1,000	615	0.0273	647	0.0520								
28	新日本製薬	0	1,000	357	0.0071	390	0.0924								
29	上越	0	1,000	918	0.0159	847	-0.0355								
30	日本電信電話	0	100	4,600	0.0093	4,370	-0.0500								
31	東京電力	0	100	2,515	-0.0019	2,470	-0.0179								
32	セコム	0	100	4,100	-0.0097	4,120	0.0049								
33	オリエント	0	100	19,000	0.0069	19,690	0.0165								
34	日本郵船	0	1,000	397	0.0230	444	0.1194								
35	現金	10,000,000	1	1	0.0001	1	0.000004								

表11 0501out.xlsx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	10181.388	投資単元数	初期持数	売却額	購入額	期待収益率	期末の額	現実の収益率	現実の期末の額			単元持数	投資額	
1														
2	JT	0	234000	0	0	0.011822	0	-0.059629	0	0.001000	0.000004	1	0	0
3	東レ	0	480	0	0	0.015761728	0	0.00625	0			1000	0	0
4	王子製紙	0	598	0	0	0.00694767	0	-0.00680272	0			1000	0	0
5	住友化学	0	5160	0	0	-0.00280496	0	-0.04651163	0			100	0	0
6	新日本製薬	0	657	0	0	0.010095759	0	0.080690711	0			100	0	0
7	住友化学工業	0	4200	0	0	-0.00059469	0	-0.02390562	0			100	0	0
8	フタバパルプ	0	2040	0	0	0.012931479	0	-0.00245098	0			100	0	0
9	旭硝子	1	1130	0	1,131,131	0.014425965	1,146,306	-0.03926232	1,092,000			100	1,130,000	0
10	新日本製薬	0	251	0	0	0.011198071	0	0.003964064	0			100	0	0
11	住友化学工業	0	1115	0	0	0.006924112	0	0.015246657	0			1000	0	0
12	東海物産	0	1990	0	0	0.007731964	0	0.066201968	0			100	0	0
13	コダック	0	717	0	0	0.014757005	0	0.072924407	0			100	0	0
14	キヤノン	0	3995	0	0	0.007325518	0	-0.02333192	0			100	0	0
15	トヨタ	0	4170	0	0	0.007939865	0	-0.03353714	0			100	0	0
16	アールエ	0	2760	0	0	0.016209849	0	0.085144628	0			100	0	0
17	大日本印刷	1	1644	0	1,645,646	0.009034325	1,659,967	-0.00606273	1,634,000			1000	1,644,000	0
18	日本電産	1	340	0	34,334	0.019033121	34,953	0.005530004	34,500			100	34,300	0
19	大同パルプ工業	2	1165	0	2,322,332	0.019596884	2,367,165	0.027467611	2,394,000			1000	2,330,000	0
20	三菱商事	0	1324	0	0	0.015467427	0	-0.081571	0			100	0	0
21	ファーストリテイ	0	7800	0	0	0.022077022	0	-0.09615395	0			100	0	0
22	三菱化学	0	1040	0	0	0.010069509	0	-0.06057692	0			100	0	0
23	野村HD	0	1494	0	0	0.000139293	0	-0.08902276	0			100	0	0
24	NKSP	0	1044	0	0	0.013321359	0	-0.02681992	0			1000	0	0
25	三菱地所	0	1200	0	0	0.009601097	0	0.090833333	0			1000	0	0
26	新日本製薬	1	5700	0	570,571	-0.00158044	569,099	-0.01929626	559,000			100	570,000	0
27	豊田組	4	615	0	2,462,462	0.027265579	2,527,049	0.05203262	2,688,000			1000	2,460,000	0
28	新日本製	0	357	0	0	0.007659005	0	0.062436976	0			100	0	0
29	上越	2	918	0	1,637,638	0.01323042	1,657,807	0.036462922	1,694,000			1000	1,638,000	0
30	日本電信電話	0	4600	0	0	0.002395986	0	-0.05	0			100	0	0
31	東京電力	0	2515	0	0	-0.00192801	0	-0.01789264	0			100	0	0
32	セコム	0	4100	0	0	-0.009729005	0	0.004878049	0			100	0	0
33	オリエント	0	19200	0	0	0.006861968	0	-0.01352259	0			10	0	0
34	日本郵船	0	397	0	0	0.022964522	0	0.118367909	0			1000	0	0
35	現金	195,685	1	0	0	0.0000910	195,894	0.000004	195,896			1	195,896	0

この最適化によって2005年2月の初期状態の現金換算総額は1回目9,964,435円、2回目10,148,585円、3回目10,169,402円、4回目9,890,503円、5回目10,027,259円になり、5回の平均は10,040,037円となった。表12にこのモデルで求めた1回目の解の一部を示す。

表12 2次計画問題の離散値モデルで求めた各銘柄への投資単位数

	2005年1月	2005年2月	2005年3月	2005年4月	2005年5月	・・・	2010年5月	2010年6月	2010年7月
JT	0	0	2	0	0	・・・	0	0	0
東レ	0	0	0	1	0	・・・	0	0	0
王子製紙	1	1	1	0	2	・・・	0	0	0
武田薬品	4	4	4	1	0	・・・	4	4	0
新日本石油	0	0	0	4	0	・・・	0	0	0
信越化学工業	0	0	0	1	1	・・・	1	0	0
ブリヂストン	0	0	2	6	3	・・・	6	6	6
旭硝子	1	0	1	0	1	・・・	0	0	0
新日本製鐵	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
住友電気工業	0	0	0	1	0	・・・	0	5	0
東洋製罐	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
コマツ	17	12	12	9	0	・・・	0	0	0
キヤノン	0	0	0	1	0	・・・	0	0	0
トヨタ	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
テルモ	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
大日本印刷	0	1	0	0	0	・・・	0	0	0
日本水産	0	24	63	55	0	・・・	4	5	1
大和ハウス工業	0	0	0	0	1	・・・	0	0	0
三菱商事	0	0	0	1	0	・・・	0	0	0
ファーストリテイリング	0	0	0	0	0	・・・	1	0	0
三菱UFJ	0	0	0	0	0	・・・	2	7	2
野村HD	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
NKSJ	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
三菱地所	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
東日本旅客鉄道	2	2	0	1	2	・・・	0	3	4
商船三井	3	0	0	0	1	・・・	0	0	0
全日空	0	0	0	0	0	・・・	8	9	8
上組	0	0	0	1	0	・・・	1	0	2
日本電信電話	1	0	0	0	0	・・・	0	0	0
東京電力	6	10	9	9	6	・・・	5	5	5
セコム	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
オリックス	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
日鉄鉱業	0	0	0	0	0	・・・	0	0	0
現金	35,135	432,327	188,525	460,482	2,457,699	・・・	1,268,411	869,156	1,555,341

## 5. 結果の分析

### 5.1 2つの線形計画問題モデルと2次計画問題モデルの現金換算総額の相似性について

図2に3つのモデルの2005年1月から2010年7月までのシミュレーション結果および2005年1月時点の1千万円にTOPIXの変動を適用した変動を示す。TOPIXの変動は株価の水準をみるためにグラフに含んだ。グラフの縦軸は現金換算総額を表し、2005年1月の1千万円がどのように増減していったかを

表している。

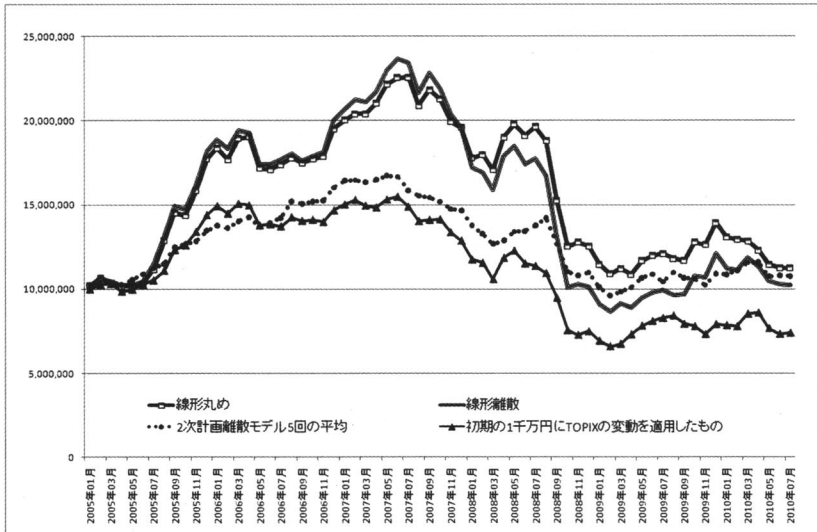


図2 「線形丸めモデル」「線形離散モデル」「2次計画離散モデル (5回の平均)」の現金換算総額の推移と2005年1月の1千万円にTOPIXの変動を適用したグラフ

図2からは、線形計画問題のモデルの方が2次計画問題のモデルよりも良いパフォーマンスを示していることがわかる。特に2006年初から2008年秋までの株価が高い水準を保っていた期間での線形計画問題モデルの優位性が目立つ。しかし、株価が低迷し始める2008年秋から2009年秋までの1年間は2次計画離散値モデルが線形計画離散値モデルを追い抜いており、それ以降はこの3つのモデルのパフォーマンスの差異は小さくなっている。

線形計画連続量丸めモデルと離散値モデルを比較したとき、株価高め安定期には離散値モデルが優位で、低迷期には連続量の丸めモデルが優位である。それは人為的な丸め作業による次のような理由によると考えられる。株価高め安定期において、本稿の連続量丸めモデルでは丸め処理の切り捨てによって発生した現金が再投資されるようにはなっていない。株価高め安定期は現金よりも株式の保有の方が有利であるが、この期間、連続量丸めモデル

は切り捨て処理によって発生した現金を現金のまま保有した状態になっているのに対し、離散値モデルでは、現金の金利より良い収益率を示す株式に限界まで投資するようになっている（図3参照）。このことは株価低迷期は逆に作用し、多くの（一時期はほとんどすべての）株式銘柄の収益率が現金の金利を下回ったときは、現金保有の多い連続量丸め処理モデルの方が良いパフォーマンスを示している。

3つのモデルがシミュレーションにおけるほとんど全期間でTOPIXの変動率よりも良いパフォーマンスを示しているように見えることに関しては、単純な比較によって結論を出すことはできない。TOPIXは100%株式で構成されているのに対して、本稿の各モデルは現金という投資対象を有しているという大きな違いがある。しかし、各モデルの期待収益率のような何らかの過去データの分析はたとえそれが過去数年のデータの算術平均を求めるという単純なものであってもした方が有利であることや、単純であっても、数理計画的な処理を行ってポートフォリオを組む方がより良いパフォーマンスを得ることができることを示唆している。

ここで、図2に示されたシミュレーションの結果の分析において以下に示す現金保有量以外に忘れてはならない要因は、モデルの条件の影響である。特に特定銘柄への投資上限額を250万円とした制約に対しては、株価上昇局面では、月初に250万円を超えない投資額の意味決定をしたのち、月末株価値上がりによって250万円を超えたときは、翌月の意思決定でわざわざその銘柄を売却してまで上限制約に縛られるという不合理な事態が頻発した。また、三菱地所などは1時期最小取引単位が250万円を超えたために、どんなに良い期待収益率を示していても投資されなかった。投資額の上限設定は株価上昇局面で特に有利な銘柄への投資を制限することがある。したがって、条件設定を工夫することによって株価上昇時の各モデルのTOPIXに対する優位性は図2に示されるよりも大きくなる可能性が高い。

各モデルにおける現金保有量の推移を図3に示す。線形連続量丸めモデル

は株価が高値であった時期に現金保有が多い。これは上記の理由のためパフォーマンスには不利に働くと考えられるが、それでもその時期でも良好なパフォーマンスを示している。線形離散値モデルは各株式銘柄の収益率が現金に対する金利よりも良い時には現金保有量が少なく、逆の時期になると現金を保有するという最も理にかなった現金保有量を示している。2次計画問題の現金保有量は多くても200万強であり、シミュレーション期間中の変動は最も小さい。

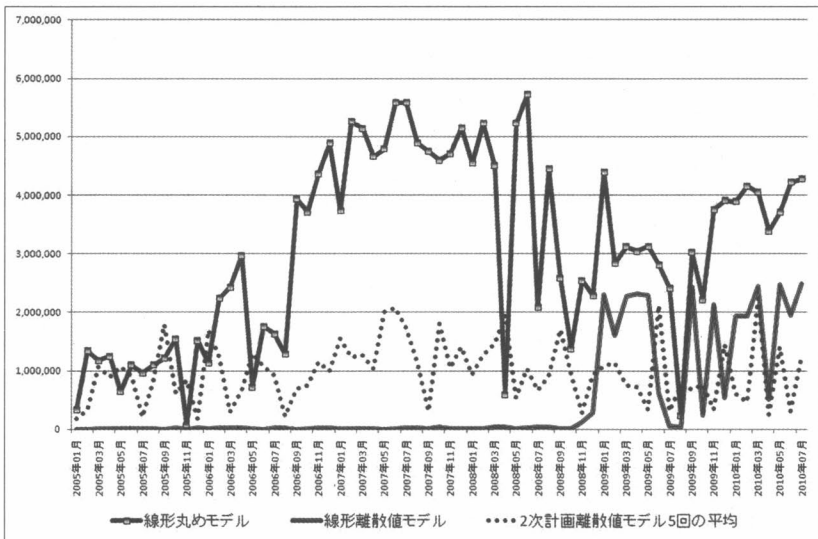


図3 各のモデルの現金保有量の推移

なお、各モデルの67カ月の資金総額とTOPIXの月間データ67カ月分の一覧表の相関行列を表13に挙げる。TOPIXを除いては相関係数は0.9以上である。

表13 各モデルおよびTOPIXの月末の資金総額の相関行列

	線形連続丸め	線形離散	2次計画離散 1回目	2次計画離散 2回目	2次計画離散 3回目	2次計画離散 4回目	2次計画離散 5回目	TOPIX
線形連続丸め	1.000							
線形離散	0.978	1.000						
2次計画離散 1回目	0.942	0.949	1.000					
2次計画離散 2回目	0.900	0.952	0.964	1.000				
2次計画離散 3回目	0.944	0.951	0.960	0.940	1.000			
2次計画離散 4回目	0.927	0.954	0.966	0.972	0.977	1.000		
2次計画離散 5回目	0.936	0.934	0.935	0.911	0.988	0.964	1.000	
TOPIX	0.848	0.927	0.892	0.962	0.859	0.917	0.817	1.000

ただし、表13に表れている強い正の相関関係は変動の類似性を示しているものであり、図2で示されているように現金換算総額そのものの差は大きいことを忘れてはならない。

### 5.2 2つの線形計画問題モデルと2次計画問題モデルの投資銘柄の相似性について

図4と図5に2つの線形計画問題のモデルの各銘柄への67カ月間の投資総額のグラフを示した。前節で述べたこととも関連するが、線形連続丸めモデルで最も多く投資されているのは現金である。

表14はこの2つのモデルでの投資総額上位10資産を挙げている。現金以外の銘柄の保有割合はよく似ている。これは2つの線形計画問題のモデルが期待収益率の高い順への投資上限を超えない投資を行うためである。このことは現金を多く保有しながらも、高株価安定局面で連続丸めモデルが離散値モデルに迫るパフォーマンスを示していることの原因でもある。また、安定した金利の現金の保有は収益率の変動の大きい株式保有と比べてそれほど悪くないといえる可能性もある。

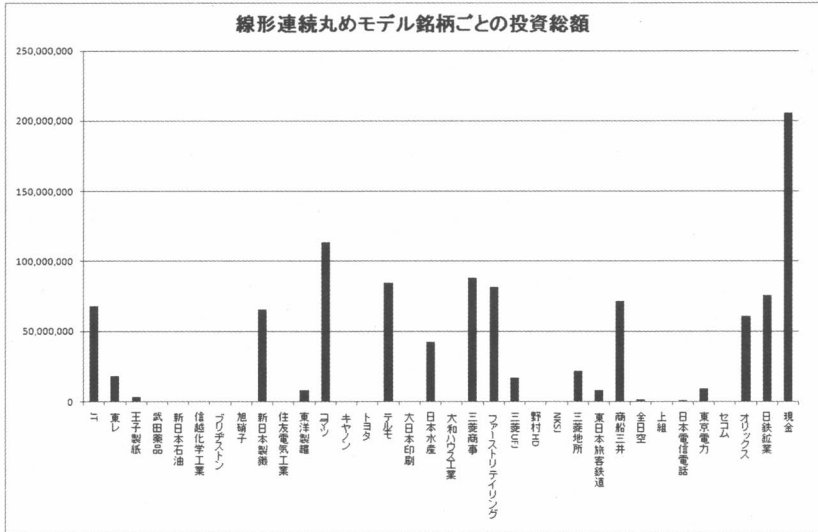


図4 線形連続丸めモデルの各銘柄への67カ月間の投資総額

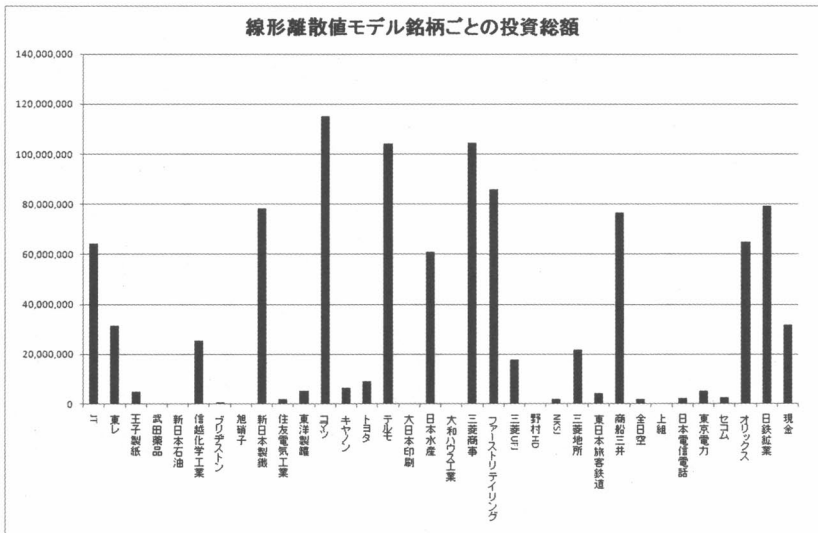


図5 線形離散値モデルの各銘柄への67カ月間の投資総額



表14 線形連続丸めモデルと線形離散値モデルの投資額上位10資産

線形連続丸めモデル上位10資産		合計	線形離散値モデル上位10資産		合計
1	現金	205,525,661	1	コマツ	115,054,800
2	コマツ	113,883,700	2	三菱商事	104,609,800
3	三菱商事	88,054,800	3	テルモ	104,247,000
4	テルモ	84,539,000	4	ファーストリテイリング	85,830,995
5	ファーストリテイリング	81,425,000	5	日鉄鉱業	79,322,997
6	日鉄鉱業	75,912,000	6	新日本製鐵	78,176,000
7	商船三井	71,513,000	7	商船三井	76,483,997
8	JT	67,718,000	8	オリックス	64,923,700
9	新日本製鐵	65,727,000	9	JT	64,339,000
10	オリックス	60,733,300	10	日本水産	60,803,500

また、2次計画離散値モデルは5回の実行における投資銘柄はよく似ている。図6～図10に2次計画離散値モデルの5回の67カ月間の投資総額のグラフを示した。

表15に2次計画離散値モデル1回目～5回目目の投資額上位10資産を示した。これにより、2次計画離散値モデルの意思決定が似ており、MultiStartオプションがない状態での解、すなわち、厳密な最適解ではないが、それに近い解も、現実の投資にはそれぞれの効力をもつ可能性がある。しかし、本稿の2次計画問題の解は線形計画問題の2つのモデルとはかなり違う銘柄を選択していることに留意されたい。

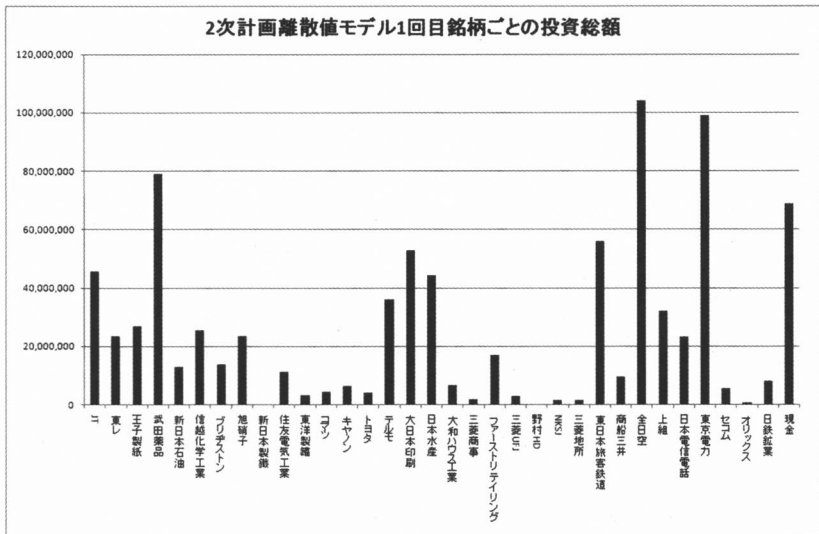


図6 2次計画離散値モデル1回目目の各銘柄への67カ月間の投資総額

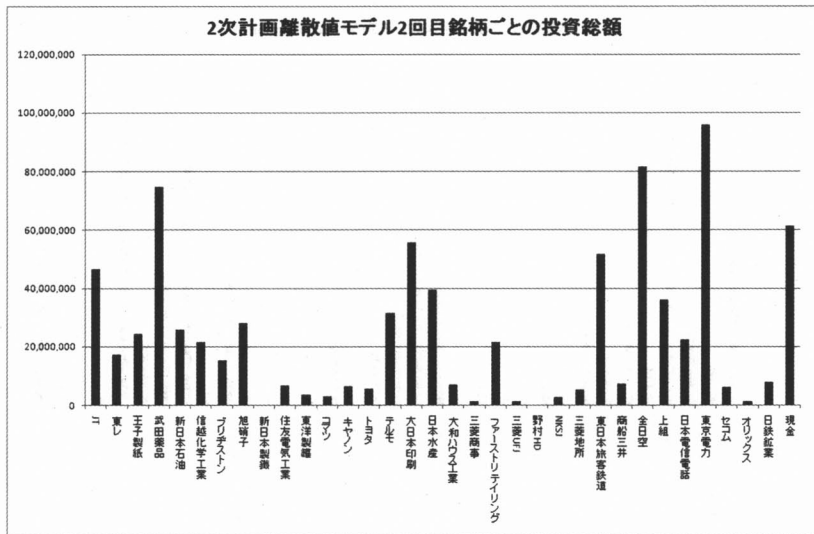


図7 2次計画離散値モデル2回目の各銘柄への67カ月間の投資総額

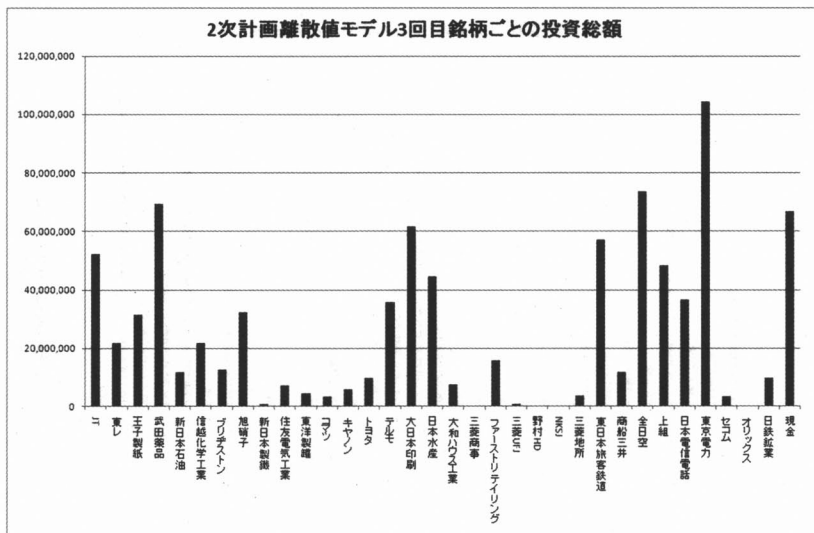


図8 2次計画離散値モデル3回目の各銘柄への67カ月間の投資総額

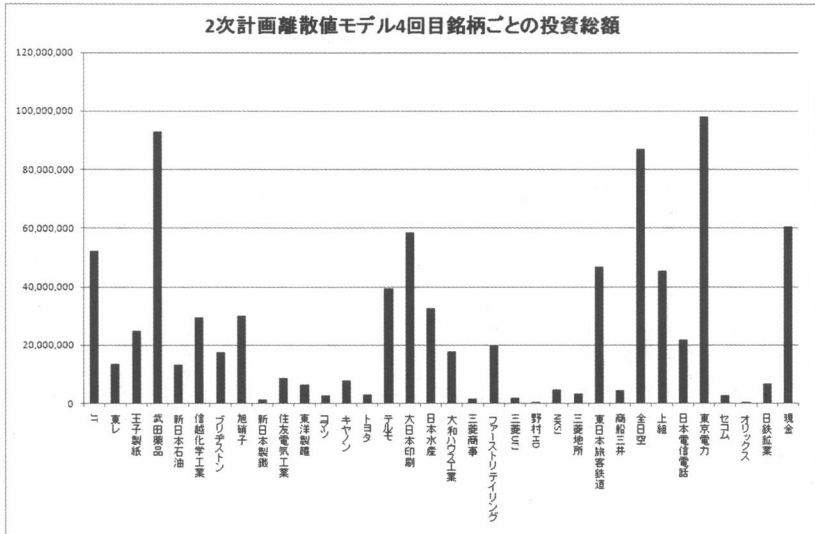


図9 2次計画離散値モデル4回目の各銘柄への67カ月間の投資総額

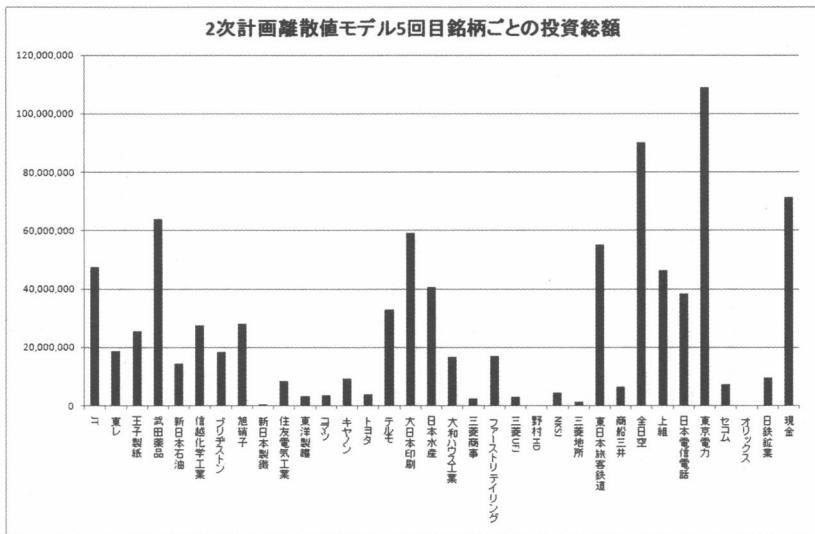


図10 2次計画離散値モデル5回目の各銘柄への67カ月間の投資総額

表15 2次計画離散値モデル1回目～5回目の投資額上位10資産

2次計画離散値モデル1回目上位10資産		合計	2次計画離散値モデル2回目上位10資産		合計
1	全日空	104,150,000	1	東京電力	95,921,100
2	東京電力	98,826,000	2	全日空	81,502,000
3	武田薬品	78,981,999	3	武田薬品	74,668,002
4	現金	68,693,933	4	現金	61,319,286
5	東日本旅客鉄道	55,833,000	5	大日本印刷	55,707,999
6	大日本印刷	52,821,002	6	東日本旅客鉄道	51,710,000
7	JT	45,602,999	7	JT	46,487,000
8	日本水産	44,265,500	8	日本水産	39,522,500
9	テルモ	36,001,500	9	上組	36,118,999
10	上組	31,898,001	10	テルモ	31,378,000
2次計画離散値モデル3回目上位10資産		合計	2次計画離散値モデル4回目上位10資産		合計
1	東京電力	104,341,800	1	東京電力	98,213,200
2	全日空	73,526,000	2	武田薬品	93,006,999
3	武田薬品	69,436,002	3	全日空	86,945,000
4	現金	66,715,059	4	現金	60,453,016
5	大日本印刷	61,678,000	5	大日本印刷	58,502,000
6	東日本旅客鉄道	57,051,999	6	JT	52,198,000
7	JT	52,281,000	7	東日本旅客鉄道	46,801,000
8	上組	48,311,002	8	上組	45,345,000
9	日本水産	44,682,900	9	テルモ	39,380,500
10	日本電信電話	36,588,999	10	日本水産	32,685,500
2次計画離散値モデル5回目上位10資産		合計			
1	東京電力	108,907,800			
2	全日空	90,188,000			
3	現金	71,181,742			
4	武田薬品	63,915,001			
5	大日本印刷	59,115,000			
6	東日本旅客鉄道	55,004,000			
7	JT	47,472,000			
8	上組	46,313,000			
9	日本水産	40,718,200			
10	日本電信電話	38,352,500			

## 6. 今後の展望とまとめ

線形計画法や2次計画法に基づくモデルは数理計画法のなかでも最も容易にモデル構築できるのでプログラムのコーディングに難しさはなかった。線形計画問題のパフォーマンスが2次計画問題のパフォーマンスを大きく上回ったことは、複雑なアルゴリズムの長所を生かしきれていない可能性が考えられる。同時に、平均分散モデルが、そのままでは欠点の多いモデルであることも実感させられた。平均分散モデルの改良は20世紀の後半に数多く試みられてきたが、現在ではヴァリュアットリスクモデル (VaR) や条件付きヴァリュアットリスクモデル (C-VaR, またはショートフォールモデル

とも呼ばれる) などの平均分散モデルとは別のアイデアによるアルゴリズムが実用化されているので、今後は、平均分散モデルを改良していくよりも新しいアルゴリズムを研究していきたいと考えている。

本稿の線形モデルの意思決定が期待収益率の高い順というシンプルな法則にのっっていることや、連続量モデルと離散値モデルの違いなどは実際にシミュレーション結果を見ていく過程でよりはっきりと認識できるようになった。このように、経験から知見を得ることができることは最適化ソフトウェアを使用することの効用の一つである。線形連続量モデルのパフォーマンスをみたときはその結果を疑うほどに予想より良いものだったが、このことはごく単純なアルゴリズムでも数理計画法を適用する効果が個人投資家に対しても十分に期待されることを表している。2次計画モデルのパフォーマンスとの比較では、適用されるモデルは単純な方が良いのではないかと時間と思考力を費やして難解なアルゴリズムに付き合う必要はないのではないかと考えられたが、このことに対しては、新しく提案されている様々な複雑なアルゴリズムを実行するまで結論を控えたほうがよい。

線形計画問題に対しては、連続量丸めモデルでの丸め処理で発生した現金を再投資するアルゴリズムについても考えたが、それを実現するとそのモデルは本稿の線形離散値モデルとほぼ同等になってしまう。また、投資上限額によって投資が制限されることについてはその評価に二面性があると思われる。一つは良好な期待収益率をもつ銘柄への投資が制限されるという最適化と逆の方向を目指してしまうという欠点であり、もう一つの面は、どんなに期待収益率がよくてもその銘柄特有のさまざまなリスクを含むものであるから、リスク回避の分散効果がより発揮されるという点である。

2次計画問題では、期待収益額の下限制約という平均分散モデルの重要な条件と現金保有に対する制約条件を無視するシミュレーションとなっている。これらの条件を排除する前に異なる期待収益額を設定して何度か問題を最適化してみたが、その結果はこれらの条件によって全く異なった不安定な結果がでてくるという厳しいものだった。これらの条件の排除は、排除すべ

き確たる理由があったためではなく、試行錯誤の末、2つの条件を2つとも排除した方が好ましい結果が出てくるという経験にもとづくものであった。今後さらに複雑なモデルを扱うにあたっては、このような問題に対しては考察を深めて確信を持って条件の排除や付加ができるようにしたい。

#### [参考文献]

1. Markowitz, H. M., "Portfolio selection," Journal of Finance, 7, 77-91, 1952
2. Mulvey, J.M., "Nonlinear Network Models in Finance," Advances in Mathematical Programming and Financial Planning, pp.253-271, Vol.1, 1987
3. Mulvey, J.M., and H. Vladimirov, "Stochastic Network Optimization Models for Investment Planning," Annals of Operations Research, pp.187-217, Vol.20, 1989
4. 渋谷綾子, 確率ネットワークによるポートフォリオ選択に関する研究, 専修大学経営学研究科, 1997
5. 渋谷綾子, シナリオと確率ネットワークを使用した資産配分問題に関する研究, 専修大学経営学研究科, 2000
6. 渋谷綾子, 確率ネットワークを使用した個人投資家の株式投資問題について, 山口経済学雑誌第56巻第3号, 2007年9月
7. 渋谷綾子, 株式市場低迷局面での個人投資家向け線形計画モデルのパフォーマンスについて, 山口経済学雑誌第57巻第2号, 2008年7月
8. 渋谷綾子, 業種別の33銘柄と現金に対するポートフォリオ選択問題における線形計画法と二次計画法の比較について, 日本経営数学会誌投稿中, 2010年
9. 新村秀一, ExcelとLINGOで学ぶ数値計画法, 丸善株式会社, 2008年
10. LINGO User's Manual

なお、株価情報はYahoo!ファイナンスと、NEEDS-FinancialQUEST2.0（日本経済新聞デジタルメディア）から得た。

