

# 構造部材の複数のTMDおよびはり・平板タイプ動吸振システムによる振動制御(第一報 単一TMDとしての近似調整法)

川添 啓示<sup>\*)</sup>・河野 嶽<sup>\*)</sup>・會田 忠義<sup>\*\*)</sup>・麻生 稔彦<sup>\*\*\*</sup>

Vibration Control of Structural Members by Multiple TMDs and Multiple Beam- and Plate-types Dynamic Absorbing System

(1st Report, Approximate Tuning Method as a Single TMD)

Keiji KAWAZOE, Iwao KONO, Tadayoshi AIDA and Toshihiko ASO

## Abstract

In this paper, tuning method of several sets of TMDs and dynamic absorbing systems attached to the arbitrary positions of the main member(beam or plate) subjected to the harmonic excitation are considered. TMD is consisted of a mass, a spring and a damper and dynamic absorbing system is consisted of the dynamic absorbing member( beam or plate ) with completely free boundary and connecting spring and damper distributed uniformly.

Under the assumptions that natural frequencies of the main member are not very close to each other and flexural rigidity of the dynamic absorbing member is so small that it may be neglected, approximate modal equation of the main member with multiple TMDs or multiple dynamic absorbing systems have shown the equivalents to the equations of motion of the main system with multiple subsystem. When natural frequencies and damping ratios of subsystems are equal to each other, it has shown modal equations for above system to the equivalent to those of a two-degrees-of-freedom(TDOF)system. The approximate tuning method of the multiple TMDs and multiple dynamic absorbing systems was presented as a single TMD by applying the tuning method of an absorber in the TDOF system. Effectiveness of this method will be shown by numerical investigations in the second report.

## 1. はじめに

TMDは最も簡便で効率の高い振動制御の方法の一つであり、その質量比が数%であっても高い制振効果を示す。1自由度系に取り付けられたTMDの調整法はDen Hartogによって導かれ<sup>1)</sup>、分布質量系に作用する色々な外力に対する調整法も提案されている<sup>2),3),4)</sup>。TMDを制振対象モードの最大振幅点に装着することで

その質量の最大の効果を得ることが出来ることは広く知られている。しかし、TMDはその効果の反面、調整誤差等に対して敏感であること(ロバスト性)が指摘されており、同調比に対するロバスト性は特に悪い<sup>5)</sup>。また大規模な構造に対するTMDは、TMDの構造物全体に対する質量比が数%程度といえどもかなりの大きさになり、スペースの問題や施工性の問題もでてくる。こういった問題を改良するためにMultiple Tuned mass Damper(MTMD)を一つのTMDの代わりに用いることも提案され<sup>6),7)</sup>、その実用例も報告されている<sup>8)</sup>。

また、複数のモードの制振を目的として、対象構造と同じ境界条件を持つ分布質量を動吸振部材として用いる方法<sup>9),10)</sup>、自由境界を持つ分布質量を有する部材を

<sup>\*)</sup>日本鉄塔工業(株)

<sup>\*\*) 社会建設工学科教授</sup>

<sup>\*\*\*</sup>社会建設工学科助手

動吸振部材として用いる方法<sup>11)</sup>が提案されている。これらはいずれも等しく分布した連結ばね、ダンパーによって対象部材と動吸振部材が連結されたモデルを想定しており、その調整理論は前者が2自由度3バネモデル、後者は2自由度2バネモデルにおいて展開されている。特に後者の方において、動吸振部材の剛性は対象部材の応答に対して、対象部材と動吸振部材の固有振動数と外力の振動数が近い特別な場合を除いてはほとんど影響しないことが明らかにされている<sup>11)</sup>。

本論文では、複数のTMDを対象構造の任意の位置に取り付けた場合と、複数の自由ばりまたは周辺自由板(動吸振部材)を等しく分布した連結ばねとダンパーにより対象部材に取り付けたシステム(動吸振システム)を想定する。これらの近似的な系がMTMDモデルと等価であることを指摘し、さらに複数のTMDを装着した場合は、各TMDのばね定数、減衰係数の分布がTMDの質量分布と相似の場合、動吸振システムの場合は、基準の質量に対する各動吸振システムの質量の比によって、それらのバネ係数と減衰係数が決められる時には、これらは近似的であるが2自由度系に置換され、定点理論により調整が可能になることを示す。

なお、本報を第一報として、複数のTMDと動吸振システムの調整法について述べ、第二報においてこれらの数値実験によりその効果について言及する。

## 2 運動方程式と振動解析

### 2.1 複数のTMDを装着する場合

#### 2.1.1 はりモデル

Fig. 1に示すように対象ばり(Main Beam)に合計R

個のTMDを任意の位置に装着した場合を想定する。この場合、Fig. 1に示す座標系と荷重を用いると運動方程式は次式で示される。

(対象ばり)

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{w}_1(x_1, t) + EI_1 w_1'''(x_1, t) + c_1^* \dot{w}_1(x_1, t) \\ + \sum_{r=1}^R \delta(x_1 - \alpha^{(r)}) c^{(r)} (\dot{w}_1(x_1, t) - \dot{w}_2^{(r)}(t)) \\ + \sum_{r=1}^R \delta(x_1 - \alpha^{(r)}) k^{(r)} (w_1(x_1, t) - w_2^{(r)}(t)) \\ = \delta(x_1 - u) F \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (1)$$

(TMD)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(t) + c^{(r)} (\dot{w}_2^{(r)}(t) - \dot{w}_1(\alpha^{(r)}, t)) \\ + k^{(r)} (w_2^{(r)}(t) - w_1(\alpha^{(r)}, t)) = 0 \end{aligned} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (2)$$

ここで、 $w_1(x_1, t), w_2^{(r)}(t)$ : 対象ばり、r番目のTMDの振動変位、 $m_1$ : 対象ばりの単位長さ当たり質量、 $m_2^{(r)}$ : r番目のTMDの質量、 $EI_1$ : 対象ばりの曲げ剛性、 $k^{(r)}$ :  $c^{(r)}$ : r番目のTMDのバネ定数、減衰係数、 $c_1^*$ : 対象ばりの減衰係数、 $\delta$ : Diracのデルタ関数、 $(\cdot)' = \partial / \partial t$ 、 $(\cdot)' = \partial / \partial x$ である。

対象ばりの振動変位をはり単独の固有関数 $\Phi_{1i}(x_1)$ と未知の時間関数 $\rho_{1i}(t)$ の積の和で表す。

$$w_1(x_1, t) = \sum_{i=1}^M \Phi_{1i}(x_1) \rho_{1i}(t) \quad (3)$$

また対象ばり単独の固有関数には次の関係がある。

$$\int_0^{\ell} m_1 \Phi_{1i}(x_1) \Phi_{1p}(x_1) dx_1 = \begin{cases} m_{1p} & (i=p) \\ 0 & (i \neq p) \end{cases} \quad (4)$$

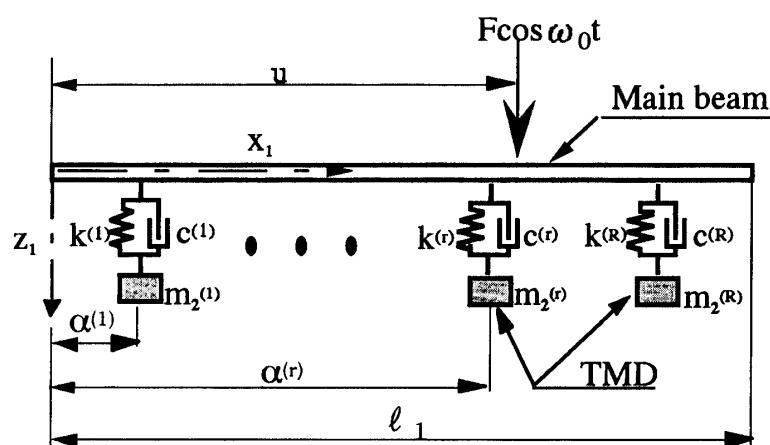


Fig. 1 Coordinate of main beam with several sets of TMD

$$\Phi_{11}'''(x_1) - \frac{m_1 \omega_{11}^2}{EI_1} \Phi_{11}(x_1) = 0 \quad (5)$$

$\omega_{11}$ は対象ばかり  $i$  次の固有円振動数である。また減衰は比例減衰を想定すれば次の様になる。

$$c_i^* = 2m_1 \omega_{11} h_{11}^* \quad (6)$$

ここで、 $h_{11}^*$ は対象ばかり  $i$  次モードの減衰定数である。式(3)を運動方程式(1), (2)に代入して式(4)~(6)の関係を用いて整理すると、次のモード方程式が得られる。  
(対象ばかり)

$$\begin{aligned} m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) + 2m_1 \omega_{1p} h_{1p}^* \dot{\rho}_{1p}(t) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \dot{\rho}_{1i}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} \dot{w}_2^{(r)}(t) \right) \\ + \sum_{r=1}^R k^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \rho_{1i}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} w_2^{(r)}(t) \right) = F_p \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (p=1, 2, \dots, M) \quad (7)$$

(TMD)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(t) + c^{(r)} \left( \dot{w}_2^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{d}_i^{(r)} \dot{\rho}_{1i}(t) \right) \\ + k^{(r)} \left( w_2^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{d}_i^{(r)} \rho_{1i}(t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (8)$$

上式中、

$$D_{pi}^{(r)} = \Phi_{1p}(\alpha_x^{(r)}) \Phi_{1i}(\alpha_y^{(r)}) \quad (9)$$

$$\tilde{d}_p^{(r)} = \Phi_{1p}(\alpha^{(r)}) \quad (10)$$

$$F_p = F \Phi_{1p}(u) \quad (11)$$

$(r=1, 2, \dots, R), (i, p=1, 2, \dots, M)$

## 2. 1. 2 平板モデル

Fig. 2に示すように対象平板(Main Plate)に合計  $R$  個のTMDを、それぞれ任意の位置に装着させた場合を想定する。この場合の運動方程式は Fig. 2に示す座標系と荷重を用いると次式となる。

(対象平板)

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{w}_1(x_1, y_1, t) + D_1 \Delta \Delta_1 w_1(x_1, y_1, t) + c_1^* \dot{w}_1(x_1, y_1, t) \\ + \sum_{r=1}^R \delta(x_1 - \alpha_x^{(r)}) \delta(y_1 - \alpha_y^{(r)}) c^{(r)} \dot{w}_1(x_1, y_1, t) - \dot{w}_2^{(r)}(t) \\ + \sum_{r=1}^R \delta(x_1 - \alpha_x^{(r)}) \delta(y_1 - \alpha_y^{(r)}) k^{(r)} (w_1(x_1, y_1, t) - w_2^{(r)}(t)) \\ = \delta(x_1 - u_x) \delta(y_1 - u_y) F \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (12)$$

(TMD)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(t) + c^{(r)} (\dot{w}_2^{(r)}(t) - \dot{w}_1(\alpha_x^{(r)}, \alpha_y^{(r)}, t)) \\ + k^{(r)} (w_2^{(r)}(t) - w_1(\alpha_x^{(r)}, \alpha_y^{(r)}, t)) = 0 \end{aligned} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (13)$$

ここで、 $w_1(x_1, y_1, t)$ ,  $w_2^{(r)}(t)$ :対象平板,  $r$  番目のTMDの振動変位,  $m_1$ :対象平板の単位面積当たり質量,  $m_2^{(r)}$ : $r$  番目のTMDの質量,  $D_1$ :対象平板の板剛度,  $k^{(r)}$ ,  $c^{(r)}$ : $r$  番目のTMDのバネ定数, 減衰係数,  $c_1^*$ :対象平板の減衰係数,  $\omega_0$ :荷重円振動数,  $(u_x, u_y)$ :荷重作用位置,  $\Delta \Delta_1 = \partial / \partial x_1^4 + 2\partial / \partial x_1^2 \partial y_1^2 + \partial / \partial y_1^4$ , その他の記号ははりモデルの記号と同じである。

対象平板の振動変位を平板単独の固有関数  $\Phi_{1i}(x_1, y_1)$  と未知の時間関数  $\rho_{1i}(t)$  の積の和で表す。

$$w_1(x_1, y_1, t) = \sum_{i=1}^M \Phi_{1i}(x_1, y_1) \rho_{1i}(t) \quad (14)$$

また、対象平板の面積を  $A_1$ 、対象平板  $i$  次の固有円振動数  $\omega_{1i}$  とすれば、はりと同様に対象平板の固有関数は次の関係を有する。

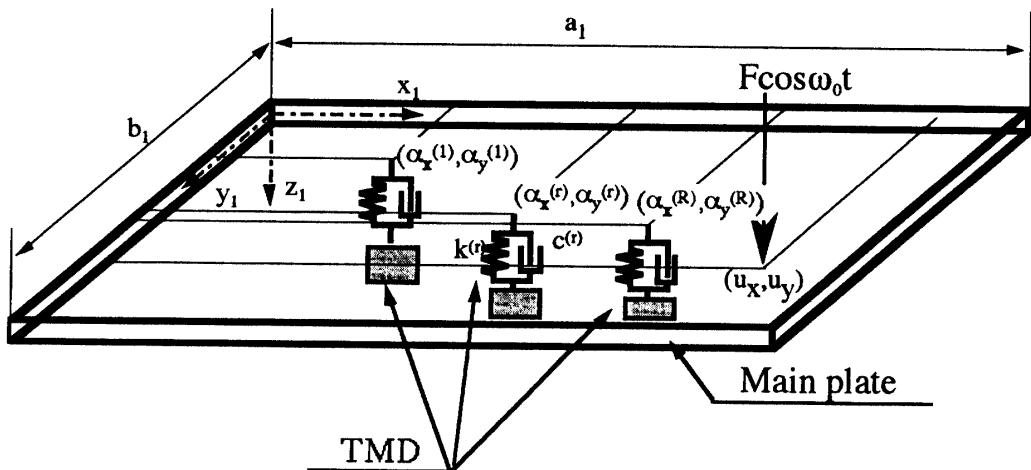


Fig. 2 Coordinate of main plate with several sets of TMD

$$\int A_1 m_i \Phi_{11}(x_1, y_1) \Phi_{1p}(x_1, y_1) dA_1 = \begin{cases} m_{1p} & (i=p) \\ 0 & (i \neq p) \end{cases} \quad (15)$$

$$\Delta \Delta_1 \Phi_1(x_1, y_1) - \frac{m_1 \omega_{11}^2}{D_1} \Phi_{11}(x_1, y_1) = 0 \quad (16)$$

また、対象平板の減衰ははりモデルと同様に比例減衰を想定して式(6)により表す。

式(14)を運動方程式(12), (13)に代入して式(6), (15), (16)の関係を用いて整理すると、次のモード方程式が得られる。

(対象平板)

$$\begin{aligned} m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) + 2m_{1p} \omega_{1p} h_{1p}^* \dot{\rho}_{1p}(t) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \dot{\rho}_{ii}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} \dot{w}_2^{(r)}(t) \right) \\ + \sum_{r=1}^R k^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \rho_{ii}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} w_2^{(r)}(t) \right) = F_p \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (p = 1, 2, \dots, M) \quad (17)$$

(TMD)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(t) + c^{(r)} \left( \dot{w}_2^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{d}_i^{(r)} \dot{\rho}_{ii}(t) \right) \\ + k^{(r)} \left( w_2^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{d}_i^{(r)} \rho_{ii}(t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (18)$$

上式中、

$$D_{pi}^{(r)} = \Phi_{1p}(\alpha_x^{(r)}, \alpha_y^{(r)}) \Phi_{11}(\alpha_x^{(r)}, \alpha_y^{(r)}) \quad (19)$$

$$\tilde{d}_p^{(r)} = \Phi_{1p}(\alpha_x^{(r)}, \alpha_y^{(r)}) \quad (20)$$

$$F_p = F \Phi_{1p}(u_x, u_y) \quad (21)$$

$$(r = 1, 2, \dots, R), (i, p = 1, 2, \dots, M)$$

## 2. 2 複数の動吸振システムを装着する場合

### 2. 2. 1 はりタイプ動吸振システム

Fig. 3に示すように対象ばり(Main Beam)に合計R個の自由ばり(Beam-type Dynamic absorber)をそれぞれ等しく分布した連結バネ、ダンパーによって装着させ。はりタイプ動吸振システムとして用いる場合に注目する。この場合、Fig. 3に示す座標系と荷重を想定すると両はりの運動方程式は次式で表される。

(対象ばり)

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{w}_1(x_1, t) + EI_1 \ddot{w}_1''(x_1, t) + c_1^* \dot{w}_1(x_1, t) \\ + \sum_{r=1}^R \{ H(x_1 - \alpha^{(r)}) - H(x_1 - \beta^{(r)}) \} \\ \times c^{(r)} (w_1(x_1, t) - \dot{w}_2^{(r)}(x_1 - \alpha^{(r)}, t)) \\ + \sum_{r=1}^R \{ H(x_1 - \alpha^{(r)}) - H(x_1 - \beta^{(r)}) \} \\ \times k^{(r)} (w_1(x_1, t) - w_2^{(r)}(x_1 - \alpha^{(r)}, t)) \\ = \delta(x_1 - u) F \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (22)$$

(動吸振ばり)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t) + EI_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)'''}(x_2^{(r)}, t) + c_2^{(r)*} \dot{w}_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t) \\ + c^{(r)} (w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t) - w_1(x_2^{(r)} + \alpha^{(r)}, t)) \\ + k^{(r)} (w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t) - w_1(x_2^{(r)} + \alpha^{(r)}, t)) = 0 \end{aligned} \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (23)$$

ここで、 $w_1(x_1, t)$ ,  $w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t)$ :対象ばりとr番目の動吸振ばりの振動変位、 $m_1$ ,  $m_2^{(r)}$ :対象ばり、r番目の動吸振ばりの単位長さ当たり質量、 $EI_1$ ,  $EI_2^{(r)}$ :対象ばり、r番目の動吸振ばりの曲げ剛性、 $k^{(r)}$ ,  $c^{(r)}$ :r番目の動吸振ばりの連結バネの単位長さ当たりバネ定数、単位長

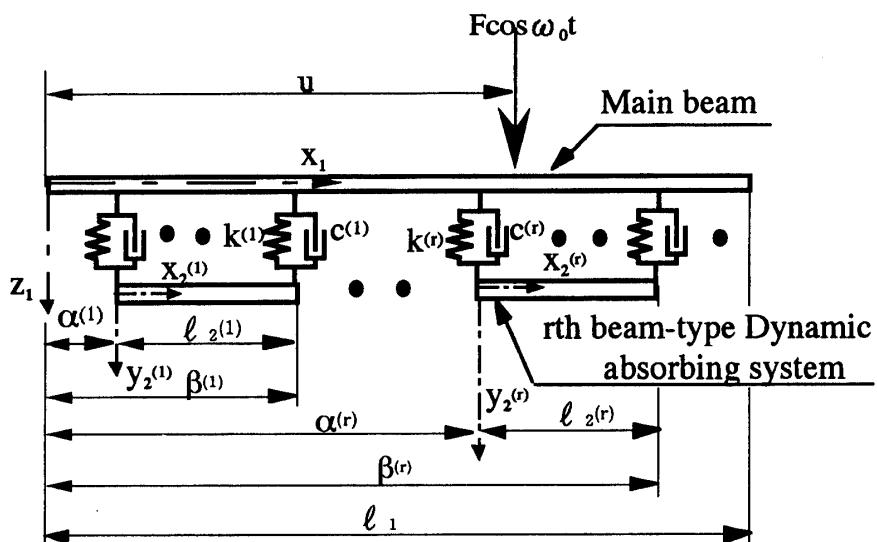


Fig. 3 Coordinate of main beam with several sets of beam-type dynamic absorbing system

き当たりダンパー減衰係数,  $c_2^{(r)*}$ : r 番目動吸振部材の減衰係数, F:荷重振幅,  $\omega_0$ :荷重円振動数, u:荷重作用位置, H:Heaviside のステップ関数, その他の記号は前出と同じである。

式(3)のように, 両はりの振動変位をはり単独の固有関数と未知の時間関数の積の和で表す。動吸振ばり(自由ばり)は剛体並進(-1次), 剛体回転(0次)の2つの剛体モードも考慮する。

$$\begin{aligned} w_1(x_1, t) &= \sum_{i=1}^M \Phi_{1i}(x_1) \rho_{1i}(t) \\ w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, t) &= \sum_{j=1}^N \Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}) \rho_{2j}^{(r)}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

自由ばりの剛体モードを以下に示す。

$$\Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}) = \begin{cases} 1 & (j = -1) \\ \frac{x_2^{(r)}}{\ell_2^{(r)}} - \frac{1}{2} & (j = 0) \end{cases} \quad (25)$$

$\Phi_{1i}(x_1)$ ,  $\Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)})$ : 対象ばりの i 次, r 番目の動吸振ばり j 次の固有関数,  $\rho_{1i}(t)$ ,  $\rho_{2j}^{(r)}(t)$ : 対象ばりの i 次, r 番目の動吸振ばりの j 次の未知の時間関数である。また対象ばりだけでなく各動吸振ばりの減衰も比例減衰を想定し、さらにそれぞれの動吸振ばり(自由ばり)単独の固有関数にも式(4), (5)と同様の関係が成り立つ。すなわち

$$\begin{aligned} &\int_0^{\ell_2^{(r)}} m_2^{(r)} \Phi_{1j}^{(r)}(x_2^{(r)}) \Phi_{2q}^{(r)}(x_2^{(r)}) dx_2^{(r)} \\ &= \begin{cases} m_{2q}^{(r)} & (j = q) \\ 0 & (j \neq q) \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

(j, q = -1, 0, 1, ..., N)

$$\Phi_{2j}^{(r)'''}(x_2^{(r)}) - \frac{m_2^{(r)} \{\omega_{2j}^{(r)}\}^2}{EI_2^{(r)}} \Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}) = 0 \quad (27)$$

(j = 1, ..., N)

$$c_2^{(r)*} = 2m_2^{(r)} \omega_{2j}^{(r)} h_{2j}^{(r)*} \quad (28)$$

(j = 1, ..., N)

ここで、 $\omega_{1i}$ は対象ばり i 次の固有円振動数,  $h_{2j}^{(r)*}$ は r 番目動吸振ばりの j 次モードに対する減衰定数である。式(24)を運動方程式(22), および(23)に代入して上記の関係を用いて整理すると次のモード方程式が得られる。

(対象ばり)

$$\begin{aligned} &m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) + 2m_1 \omega_{1p} h_{1p}^{(r)*} \dot{\rho}_{1p}(t) \\ &+ \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t) - \sum_{j=-1}^N \tilde{D}_{pj}^{(r)} \dot{\rho}_{2j}^{(r)}(t) \right) \\ &+ \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \rho_{1p}(t) - \sum_{j=-1}^N \tilde{D}_{pj}^{(r)} \rho_{2j}^{(r)}(t) \right) \\ &= F_p \cos \omega_0 t \quad (p = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (29)$$

(動吸振ばり)

<剛体モード>

$$\begin{aligned} &m_{2p}^{(r)} \ddot{\rho}_{2p}^{(r)}(t) + c^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \dot{\rho}_{1i}(t) \right) \\ &+ k^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \rho_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \rho_{1i}(t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (r = 1, 2, \dots, R, q = -1, 0) \quad (30)$$

<曲げモード>

$$\begin{aligned} &m_{2q}^{(r)} \ddot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) + m_2^{(r)} (\omega_{2q}^{(r)})^2 \rho_{2q}^{(r)}(t) + 2m_2^{(r)} \omega_{2q}^{(r)} h_{2q}^{(r)*} \rho_{2q}^{(r)}(t) \\ &+ c^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \dot{\rho}_{1i}(t) \right) \\ &+ k^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \rho_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \rho_{1i}(t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (r = 1, 2, \dots, R, q = 1, 2, \dots, N) \quad (31)$$

ここで、

$$\begin{aligned} D_{pi}^{(r)} &= \int_0^{\ell_1} \{H(x_1 - \alpha^{(r)}) - H(x_1 - \beta^{(r)})\} \\ &\times \Phi_{1p}(x_1) \Phi_{1i}(x_1) dx_1 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{pj}^{(r)} &= \int_0^{\ell_1} \{H(x_1 - \alpha^{(r)}) - H(x_1 - \beta^{(r)})\} \\ &\times \Phi_{1p}(x_1) \Phi_{2j}(x_1 - \alpha^{(r)}) dx_1 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} F_p &= F \Phi_{1p}(u) \\ (r &= 1, 2, \dots, R), (i, p = 1, 2, \dots, M), \\ (j &= -1, 0, 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (34)$$

## 2. 2. 2 平板タイプ動吸振システム

Fig. 4に示すように対象平板(Main Plate)に合計R個の周辺自由板(Plate-Type Dynamic absorber)をそれぞれ等しく分布した連結バネ、ダンパーによって装着させ、平板タイプ動吸振システムとして用いる場合に注目する。この場合、Fig. 4に示す座標系と荷重を想定すると両平板の運動方程式は次式で表される。

(対象平板)

$$\begin{aligned} &m_1 \ddot{w}_1(x_1, y_1, t) + D_1 \Delta \Delta_1 w_1(x_1, y_1, t) + c_1^* \dot{w}_1(x_1, y_1, t) \\ &+ \sum_{r=1}^R \{H(x_1 - \alpha_x^{(r)}) - H(x_1 - \beta_x^{(r)})\} \\ &\times \{H(y_1 - \alpha_y^{(r)}) - H(y_1 - \beta_y^{(r)})\} \\ &\times c^{(r)} (w_1(x_1, y_1, t) - w_2^{(r)}(x_1 - \alpha_x^{(r)}, y_1 - \alpha_y^{(r)}, t)) \\ &+ \sum_{r=1}^R \{H(x_1 - \alpha_x^{(r)}) - H(x_1 - \beta_x^{(r)})\} \\ &\times \{H(y_1 - \alpha_y^{(r)}) - H(y_1 - \beta_y^{(r)})\} \\ &\times k^{(r)} (w_1(x_1, y_1, t) - w_2^{(r)}(x_1 - \alpha_x^{(r)}, y_1 - \alpha_y^{(r)}, t)) \\ &= \delta(x_1 - u_x) \delta(y_1 - u_y) F \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (35)$$

(動吸振板)

$$\begin{aligned} &m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) + D_2 \Delta \Delta_2^{(r)} w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) \\ &+ c_2^{(r)*} w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) \\ &+ c^{(r)} (w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) - w_1(x_2^{(r)} + \alpha_x^{(r)}, y_2^{(r)} + \alpha_y^{(r)}, t)) \\ &+ k^{(r)} (w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) - w_1(x_2^{(r)} + \alpha_x^{(r)}, y_2^{(r)} + \alpha_y^{(r)}, t)) = 0 \end{aligned}$$

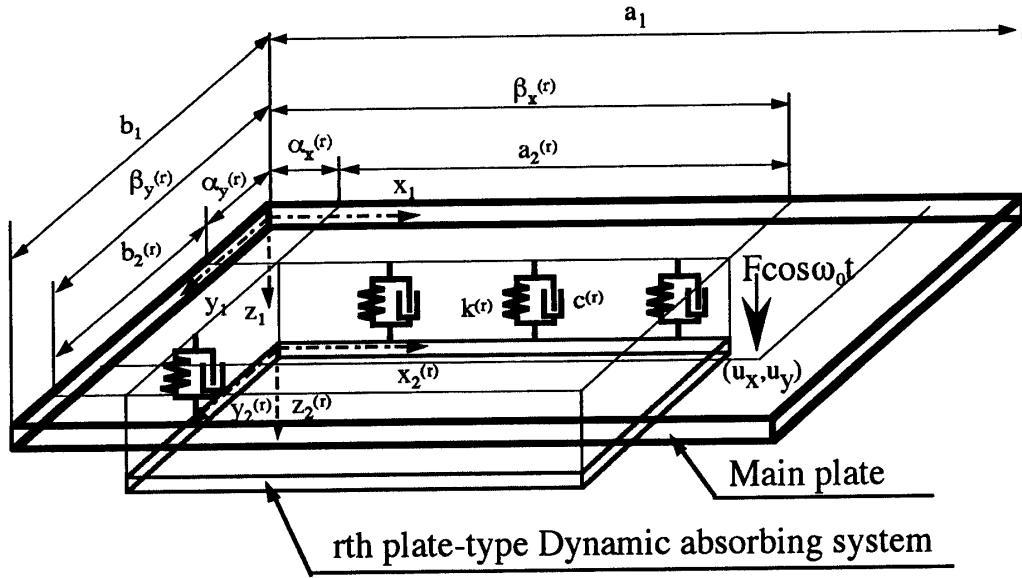


Fig. 4 Coordinate of main plate with several sets of plate-type dynamic absorbing system

$$(r = 1, 2, \dots, R) \quad (36)$$

ここで、 $w_1(x_1, y_1, t)$ ,  $w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t)$ :対象平板。  
r番目の動吸振板の振動変位。 $m_1$ ,  $m_2^{(r)}$ :対象平板。r  
番目の動吸振板の単位面積当たり質量。 $D_1$ ,  $D_2^{(r)}$ :対象  
平板。r番目の動吸振板の板剛度。 $k^{(r)}$ ,  $c^{(r)}$ :r番目の動吸  
振板の連結バネの単位面積当たりバネ定数。連結ダン  
パーの単位面積当たり減衰係数。F:荷重振幅。 $\omega_0$ :荷重  
円振動数。 $(u_x, u_y)$ :荷重作用位置。その他の記号は前  
出と同じである。

はりタイプ動吸振システムと同じように両平板の振動  
変位を平板単独の固有関数と未知の時間関数の積の和  
で表す。

$$w_1(x_1, y_1, t) = \sum_{i=1}^M \Phi_{1i}(x_1, y_1) \rho_{1i}(t)$$

$$w_2^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}, t) = \sum_{j=-2}^N \Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) \rho_{2j}^{(r)}(t) \quad (37)$$

動吸振板（周辺自由板）は剛体並進（-2次）、y軸まわりの剛体回転（-1次）、x軸まわりの剛体回転（0次）の3つの剛体モードを考慮する。

$$\Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) = \begin{cases} 1 & (j = -2) \\ \frac{x_2^{(r)}}{a_2^{(r)}} - \frac{1}{2} & (j = -1) \\ \frac{y_2^{(r)}}{b_2^{(r)}} - \frac{1}{2} & (j = 0) \end{cases} \quad (38)$$

ここで、 $\Phi_{1i}(x_1, y_1)$ ,  $\Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)})$ :対象平板の i  
次, r 番目の動吸振板の j 次の固有関数。 $\rho_{1i}(t)$ ,

$\rho_{2j}^{(r)}(t)$ :対象平板の i 次, r 番目の平板タイプ動吸振部  
材の j 次の未知の時間関数である。

またははりタイプ動吸振システムと同じように対象平板  
だけでなく各動吸振平板の減衰も比例減衰を想定し。  
さらに  $A_2^{(r)}$  をそれぞれの動吸振板（周辺自由板）の面  
積とすれば式 (15), (16) と同様の関係が成り立つ。

$$\int A_2^{(r)} m_2^{(r)} \Phi_{1j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) \Phi_{2q}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) dA_2^{(r)} \\ = \begin{cases} m_{2q}^{(r)} & (j = q) \\ 0 & (j \neq q) \end{cases} \quad (j = -2, -1, 0, 1, \dots, N) \quad (39)$$

$$\Delta \Delta_2^{(r)} \Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) - \frac{m_2^{(r)} \{\omega_{2j}^{(r)}\}^2}{D_2^{(r)}} \Phi_{2j}^{(r)}(x_2^{(r)}, y_2^{(r)}) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (40)$$

$$c_{2j}^{(r)*} = 2m_2^{(r)} \omega_{2j}^{(r)} h_{2j}^{(r)*} \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (41)$$

式 (37) を運動方程式 (35), (36) に代入してこれらの  
関係を用いて整理すると、次のモード方程式が得られ  
る。

（対象平板）

$$m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) + 2m_1 \omega_1 h_{11}^{*} \dot{\rho}_{1p}(t) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t) - \sum_{j=-2}^N \tilde{D}_{pj}^{(r)} \dot{\rho}_{2j}^{(r)}(t) \right) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} \left( \sum_{i=1}^M D_{pi}^{(r)} \rho_{1p}(t) - \sum_{j=-2}^N \tilde{D}_{pj}^{(r)} \rho_{2j}^{(r)}(t) \right) = F_p \cos \omega_0 t \quad (p = 1, 2, \dots, M) \quad (42)$$

(動吸振板)

&lt;剛体モード&gt;

$$\begin{aligned} m_{2q}^{(r)} \ddot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) + c^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \dot{\rho}_{ii}(t) \right) \\ + k^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \rho_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \rho_{ii}(t) \right) \\ (r = 1, 2, \dots, R), (q = -2, -1, 0) \quad (43) \end{aligned}$$

&lt;曲げモード&gt;

$$\begin{aligned} m_{2q}^{(r)} \ddot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) + m_2^{(r)} (\omega_{2q}^{(r)})^2 \rho_{2q}^{(r)}(t) + 2m_2 \omega_{2q}^{(r)} h_{2q}^{(r)} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) \\ + c^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \dot{\rho}_{ii}(t) \right) \\ + k^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \rho_{2q}^{(r)}(t) - \sum_{i=1}^M \tilde{D}_{iq}^{(r)} \rho_{ii}(t) \right) = 0 \\ (r = 1, 2, \dots, R), (q = 1, 2, \dots, N) \quad (44) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} D_{pi}^{(r)} = \int_{A_i} \{ H(x_1 - \alpha_x^{(r)}) - H(x_1 - \beta_x^{(r)}) \} \\ \times \{ H(x_1 - \alpha_y^{(r)}) - H(x_1 - \beta_y^{(r)}) \} \\ \times \Phi_{1p}(x_1, y_1) \Phi_{1i}(x_1, y_1) dA_i \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{pi}^{(r)} = \int_{A_i} \{ H(x_1 - \alpha_x^{(r)}) - H(x_1 - \beta_x^{(r)}) \} \\ \times \{ H(x_1 - \alpha_y^{(r)}) - H(x_1 - \beta_y^{(r)}) \} \\ \times \Phi_{1p}(x_1, y_1) \Phi_{2i}(x_1 - \alpha_x^{(r)}, y_1 - \alpha_y^{(r)}) dA_i \quad (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_p = F \Phi_{1p}(u_x, u_y) \\ (r = 1, 2, \dots, R), (i, p = 1, 2, \dots, M), \\ (j = -2, -1, 0, \dots, N) \end{aligned} \quad (47)$$

### 2.3 振動解析

調和外力を受ける対象部材、動吸振部材の定常振動に注目し、モード方程式の解を次のようにおいて、はり部材は式(3)、平板部材は式(14)により求める。

$$\begin{aligned} \text{(対象部材)} \quad \rho_{1p} = A_{1p} \cos(\omega_0 t - \phi_{1p}) \\ (i, p = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \text{(動吸振部材)} \quad \rho_{2q}^{(r)} = A_{2q}^{(r)} \cos(\omega_0 t - \phi_{2q}^{(r)}) \\ (q = -1, 0, 1, \dots, N, \text{はり部材}), \\ (q = -2, -1, 0, 1, \dots, N, \text{平板部材}) \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \text{(TMD)} \quad w_2^{(r)} = A_2^{(r)} \cos(\omega_0 t - \phi_2^{(r)}) \\ (r = 1, 2, \dots, R) \end{aligned} \quad (50)$$

$A_{1p}$ は対象部材の振動振幅、 $A_{2q}^{(r)}$ 、 $A_2^{(r)}$ は動吸振部材、TMDの振動振幅。 $\phi_{1p}$ は対象部材の位相角。 $\phi_{2q}^{(r)}$ 、 $\phi_2^{(r)}$ は動吸振部材、TMDの位相角である。

### 3 近似調整法

#### 3.1 近似モデルへの置換

外力の振動数が対象部材(はり部材、平板部材)のp次モードの固有振動数に近く、p次モードの固有振動数が

他のモードの固有振動数と十分に離れている時、対象部材のp次モードのみを取り出して考えることができる。また対象部材および動吸振部材の減衰を無視して考える。この条件により複数のTMDを装着した場合のモード方程式式(7)、(8)(はりモデル) 扱い式(17)、(18)(平板モデル)は同様に次の式で表される。

(対象平板)

$$\begin{aligned} m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} (D_{pp}^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} \dot{w}_2^{(r)}(t)) \\ + \sum_{r=1}^R k^{(r)} (D_{pp}^{(r)} \rho_{1p}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} w_2^{(r)}(t)) = F_p \cos \omega_0 t \quad (51) \end{aligned}$$

(TMD)

$$\begin{aligned} m_2^{(r)} \ddot{w}_2^{(r)}(t) + c^{(r)} (\dot{w}_2^{(r)}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t)) \\ + k^{(r)} (w_2^{(r)}(t) - \tilde{d}_p^{(r)} \rho_{1p}(t)) = 0 \\ (r = 1, 2, \dots, R) \quad (52) \end{aligned}$$

動吸振システムの場合には、この条件に加えて動吸振ばりおよび動吸振板の剛性項を、動吸振部材の剛性が対象部材のそれに比べて非常に小さいという条件により無視する。この時モード方程式(29)～(31)(はりシステム)または(42)～(44)(平板システム)は同じく次のように表される。

(対象部材)

$$\begin{aligned} m_{1p} \ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p} \omega_{1p}^2 \rho_{1p}(t) \\ + \sum_{r=1}^R c^{(r)} (D_{pp}^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t) - \sum_j \tilde{D}_{pj}^{(r)} \dot{\rho}_{jj}^{(r)}(t)) \\ + \sum_{r=1}^R k^{(r)} (D_{pp}^{(r)} \rho_{1p}(t) - \sum_j \tilde{D}_{pj}^{(r)} \rho_{jj}^{(r)}(t)) = F_p \cos \omega_0 t \quad (53) \end{aligned}$$

(動吸振部材)

$$\begin{aligned} m_{2q}^{(r)} \ddot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) + c^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \dot{\rho}_{2q}^{(r)}(t) - \tilde{D}_{pq}^{(r)} \dot{\rho}_{1p}(t) \right) \\ + k^{(r)} \left( \frac{m_{2q}^{(r)}}{m_2^{(r)}} \rho_{2q}^{(r)}(t) - \tilde{D}_{pq}^{(r)} \rho_{1p}(t) \right) = 0 \\ (r = 1, 2, \dots, R) \quad (54) \end{aligned}$$

はりタイプの時 ( $q = -1, 0, 1, \dots, N$ )  $\sum_j = \sum_{j=-1}^N$

平板タイプの時 ( $q = -2, -1, 0, 1, \dots, N$ )  $\sum_j = \sum_{j=-2}^N$

複数のTMDを装着した場合、式(51)、(52)は式(55)によって置き換えを行い、動吸振システムの場合、式(53)、(54)は、各動吸振部材のモードの総和を取り、式(56)によって置き換えを行い整理する。この時モード方程式はいずれも式(57)、(58)で表される。

$$\bar{m}_2^{(r)} = m_2^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{k}^{(r)} = k^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{c}^{(r)} = c^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{\rho}_2^{(r)} = \frac{w_2^{(r)}}{d_p^{(r)}}, \quad (55)$$

$$\bar{m}_2^{(r)} = m_2^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{k}^{(r)} = k^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{c}^{(r)} = c^{(r)} D_{pp}^{(r)},$$

$$\bar{\rho}_2^{(r)} = \frac{\sum_j \bar{D}_{pj}^{(r)} \rho_2^{(r)}}{D_{pp}^{(r)}}, \quad (56)$$

(対象部材)

$$m_{1p}\ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p}\omega_{1p}^2\rho_{1p}(t) + \sum_{r=1}^R \bar{c}^{(r)}(\dot{\rho}_{1p}(t) - \dot{\rho}_{2j}^{(r)}(t)) + \sum_{r=1}^R \bar{k}^{(r)}(\rho_{1p}(t) - \bar{\rho}_2^{(r)}(t)) = F_p \cos \omega_0 t \quad (57)$$

(動吸振部材)

$$\bar{m}_2^{(r)} \ddot{\rho}_2^{(r)}(t) + \bar{c}^{(r)}(\dot{\rho}_2^{(r)}(t) - \dot{\rho}_{1p}(t)) + \bar{k}^{(r)}(\bar{\rho}_2^{(r)}(t) - \rho_{1p}(t)) = 0 \quad (r=1 \sim R) \quad (58)$$

式(57)および(58)はFig. 5に示すMTMDの運動方程式と等価である。

Fig. 5に示した近似MTMDモデルのSubsystemの各TMDの振動数 $\nu_r$ 減衰定数 $\bar{h}_r$ は次の様になる。

$$\bar{\nu}_r^2 = \frac{\bar{k}^{(r)}}{\bar{m}_2^{(r)}} = \frac{k^{(r)}}{m_2^{(r)}} = \nu_r^2 \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (59)$$

$$\bar{h}_r = \frac{\bar{c}^{(r)}}{2\bar{m}_2^{(r)}\nu_r} = \frac{c^{(r)}}{2m_2^{(r)}\nu_r} = h_r \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (60)$$

これらからわかるように、近似MTMDモデルの各TMDの振動数、減衰定数は、動吸振部材またはTMDが装着される場所には依存しないことがわかる。

複数のTMDを装着する場合、 $r$ 番目のTMDの質量 $m_2^{(r)}$ 、ばね定数 $k^{(r)}$ 、減衰係数 $c^{(r)}$ を基準のTMDの質量 $m_2^{(0)}$ 、ばね定数 $k^{(0)}$ 、減衰係数 $c^{(0)}$ に対する比 $\epsilon_m^{(r)}$ 、 $\epsilon_k^{(r)}$ 、 $\epsilon_c^{(r)}$ 、によって表し、動吸振システムを装着する場合、 $r$ 番目の動吸振ばりの単位長さまたは動吸振平板の単位面積当たり質量 $m_2^{(r)}$ 、動吸振ばりの単位長さまたは動吸振平板の単位当たり面積 $k^{(r)}$ 、動吸振ばりの単位長さまたは動吸振平板の単位面積当たり減衰係数 $c^{(r)}$ を基準の動吸振ばりまたは平板の質量 $m_2^{(0)}$ 、ばね定数 $k^{(0)}$ 、減衰係数 $c^{(0)}$ に対する比 $\epsilon_m^{(r)}$ 、 $\epsilon_k^{(r)}$ 、 $\epsilon_c^{(r)}$ 、によって表す。

$$\bar{m}_2^{(r)} = m_2^{(0)} \epsilon_m^{(r)}, \bar{k}^{(r)} = k^{(0)} \epsilon_k^{(r)}, \bar{c}^{(r)} = c^{(0)} \epsilon_c^{(r)} \quad (61)$$

さらに、Fig. 5に示した近似MTMDモデルの各TMDの振動数 $\nu_r$ 、減衰定数 $h_r$ がそれぞれ等しい時には式(55)（複数TMD）または(56)（動吸振システム）および、(61)より次の関係が成立つ。

$$\bar{m}_2^{(r)} = D_{pp}^{(r)} \epsilon_m^{(r)} m_2^{(0)}, \bar{k}^{(r)} = D_{pp}^{(r)} \epsilon_m^{(r)} k^{(0)}, \bar{c}^{(r)} = D_{pp}^{(r)} \epsilon_m^{(r)} c^{(0)} \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (62)$$

これらの関係によって式(57)、(58)を整理すれば、Fig. 6に示す2自由度系の運動方程式を示す事が得られる。

(Main system)

$$m_{1p}\ddot{\rho}_{1p}(t) + m_{1p}\omega_{1p}^2\rho_{1p}(t)$$

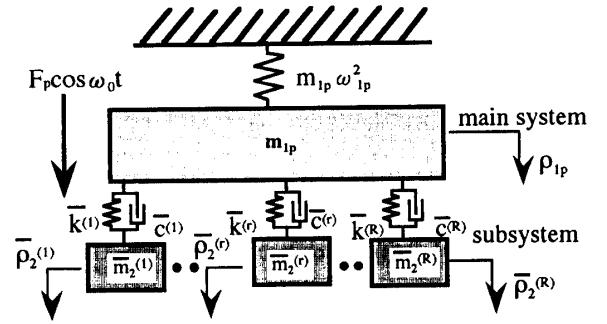


Fig. 5 Multipule Tuned Mass Damper Model

$$+\bar{c}(\dot{\rho}_{1p}(t) - \dot{\rho}_2(t)) + \bar{k}(\rho_{1p}(t) - \bar{\rho}_2(t)) = F_p \cos \omega_0 t \quad (63)$$

(Subsystem)

$$\bar{m}_2 \ddot{\rho}_2(t) + \bar{c}(\dot{\rho}_2(t) - \dot{\rho}_{1p}(t)) + \bar{k}(\bar{\rho}_2(t) - \rho_{1p}(t)) = 0 \quad (64)$$

ここで、

$$\bar{m}_2 = \sum_{r=1}^R \bar{m}_2^{(r)} = m_2^{(0)} \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{k} = \sum_{r=1}^R \bar{k}^{(r)} = k^{(0)} \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)},$$

$$\bar{c} = \sum_{r=1}^R \bar{c}^{(r)} = c^{(0)} \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)}, \bar{\rho}_2 = \frac{\sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)} \bar{\rho}_2^{(r)}}{\sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)}} \quad (65)$$

Fig. 6に示すモデルの質量比 $\bar{\mu}$ 、振動数比 $\bar{f}$ 、減衰比 $\bar{h}$ 、無次元応答 $\bar{Y}_{1p}$ は次式で表される。

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{m}_2}{m_{1p}}, \bar{f}^2 = \frac{\bar{\nu}}{\omega_{1p}}, \bar{\nu} = \frac{\bar{k}}{\bar{m}_2}, \bar{h} = \frac{\bar{c}}{2\bar{m}_2 \bar{\nu}},$$

$$\bar{Y}_{1p} = \frac{A_{1p}}{W_{stp}}, \bar{W}_{stp} = \frac{F_p}{m_{1p} \omega_{1p}^2} \quad (66)$$

Fig. 6に示す2自由度系の最適調整条件はDen Hartogの定点理論を用いることで得ることができる。以下にMain systemとSubsystemの質量比 $\bar{\mu}$ が与えられたときの最適条件式を示す。

$$\text{最適振動数比} \quad \bar{f}_{opt} = \frac{1}{1 + \bar{\mu}} \quad (67)$$

$$\text{最適減衰定数} \quad \bar{h}_{opt}^2 = \frac{3\bar{\mu}}{8(1 + \bar{\mu})^3} \quad (68)$$

この時の無次元応答の最大値は次の式で求められる。

$$\bar{Y}_{1p,opt} = \frac{2 + \bar{\mu}}{\bar{\mu}} \quad (69)$$

### 3.3 複数のTMDおよび動吸振部材の単一TMDとしての設計法

p 次モード卓越時の対象部材の最大応答を $\delta_{max}$ とすれば次の関係より。

$$W_{1p} \Phi_{1p} \rho_{1p} = \Phi_{1p} A_{1p} = \Phi_{1p} \bar{Y}_{1p} \bar{W}_{stp} \leq \delta_{max} \quad (70)$$

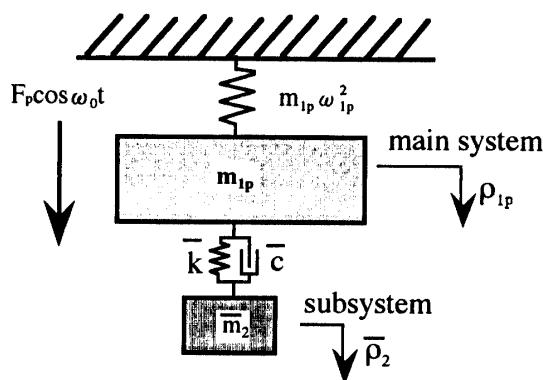


Fig. 6 Two-Degrees-of-Freedom System Model

$Y_{1p}$ は次式で求められる。

$$\bar{Y}_{1p} = \frac{\delta_{\max}}{\Phi_{1p} W_{\text{stop}}} \quad (71)$$

TMDを装着する場合、基準のTMDに対する質量比 $\epsilon_m^{(r)}$ を決めて、それぞれの装着位置を決めれば、式(9)(はりモデル)または式(19)(平板モデル)により $D_{pp}^{(r)}$ が求められる。また動吸振はりに対する単位長さ当たり質量比または動吸振平板に対する単位面積当たり質量比 $\epsilon_m^{(r)}$ を決めて、それぞれの装着範囲を決めれば式(32)(はりシステム)または式(45)(平板システム)により $D_{pp}^{(r)}$ が求められる。複数のTMDの単一TMDとしての設計も動吸振システムの単一TMDとしての設計も、定点理論の最適調整式を利用して求められる。ただし動吸振システムにおいて得られる単位はりタイプが単位長さ当たりの量であり、平板タイプが単位面積当たりの量である。

第r番目のTMD、動吸振はり、動吸振平板の質量は式(61)、(65)、(66)、(69)から次式により求められる。

$$m_2^{(r)} = \frac{2\epsilon_m^{(r)} m_{1p}}{\sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)} (\bar{Y}_{1p}^2 - 1)} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (72)$$

式(61)、(65)、(66)、(67)により第r番目のTMDのパネ定数、第r番目の動吸振はりおよび動吸振平板の連結バネのパネ定数は次式により求められる。

$$k^{(r)} = \frac{\omega_{1p}^2 m_{1p}^2 m_2^{(r)}}{(m_{1p} + \sum_{r=1}^R m_2^{(r)} D_{pp}^{(r)})^2} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (73)$$

式(61)、(65)、(66)、(68)により第r番目のTMDの減衰係数、第r番目の動吸振はりおよび動吸振平板の連結ダンパーの減衰係数は次式により求められる。

$$c^{(r)} = m_2^{(r)} \omega_{1p}^2 (Y_{1p}^2 - 1) \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)}$$

$$\times \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)}}{\{2 \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} \sum_{r=1}^R \epsilon_m^{(r)} D_{pp}^{(r)} (Y_{1p}^2 - 1)\}^3}} \quad (r=1, 2, \dots, R) \quad (74)$$

動吸振システムを設計する場合、動吸振部材の剛性は式(54)により無視されているので、動吸振部材の剛性の最適値を得ることが出来ない。動吸振部材の剛性が対象部材の応答に及ぼす影響は第二報において数値計算により詳しく調べられる。

#### 4 結 論

複数のTMDおよび動吸振部材を対象部材(はり、平板)に装着した場合についてその制振理論について調査した。得られた結果を以下に列挙する。

1. 特定モードが卓越する時、複数のTMDを任意の位置に装着した場合および動吸振システムの剛性を無視した場合の近似的な系は、MTMD(Multiple Tuned Mass Damper)の系と等価である。
2. この場合、各TMDの振動数、減衰定数はそれ自身の装着位置に依存しない。
3. さらに、各TMDの振動数、減衰定数がそれぞれ等しい時は、2自由度系の運動方程式と同一になるので、単一TMDとして、Den Hartogの定点理論が適用でき、動吸振部材、TMDの各諸元の最適値が計算できる。ただし、動吸振部材の剛性の最適値は得られない。

#### 文 献

- 1) Den Hartog, J. P. (1956). "Mechanical Vibrations. 4th ed.", McGraw-Hill, New York, N.Y.
- 2) Warburton, G.B. and Ayorinde, E.O. (1980). "Optimum Absorber Parameters for Single Systems." Earthquake Eng. Struct. Dyn., 8, 197-217.
- 3) Warburton, G.B. (1981). "Optimum Absorber Parameters for Minimizing Vibration Response." Earthquake Eng. Struct. Dyn., 9, 251-262.
- 4) Warburton, G.B. (1982). "Optimum Absorber Parameters for Various Combination of Response and Excitation Parameters." Earthquake Eng. Struct. Dyn., 10, 381-401.
- 5) Yamaguchi, H and Harnpornchai, N. (1993).

- "Fundamental Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for Suppressing Harmonically Forced Oscillations." Earthquake Eng. Struct. Dyn., 22, 51-62.
- 6) Igusa, T. and Xu, k.(1990). "Wide Band Response Characteristics of Multiple Subsystems with High Modal Density." Proc. 2nd Int. Conf. Stochastic Struct. Dyn., Florida, U.S.A.
- 7) Igusa, T. and Xu, k.(1990). "Vibration Reduction Characteristics of Distributed Tuned Mass Dampers." Proc. 4th Int. Conf. Struct. Dyn., Recent Advances, 596-605.
- 8) 高橋宏栄, 大澤廣和, 津村直宣, 中村宏, 山口宏樹, N. Poovarodom, "奥多摩大橋の制振対策". 第3回振動制御コロキウム PartB 講演論文集 (1995)
- 9 ) Aida, T., Kawazoe, K., and Toda, S. (1995). "Vibration Control of Plates by Plate-type Dynamic Vibration Absorber." ASME. J. Vib. Acoust., Vol.117, 332-338.
- 10) Aida, T., Toda,S.,Ogawa,N.,and Imada, Y. (1992). "Vibration Control of Beams by Beam -type Dynamic Vibration Absorber." ASCE. J. Eng. Mech., Vol.118, 248-258.
- 11) Kawazoe, K.,KONO, I.,AIDA,T., ASO,T., EBISUDA, K. "Study on Vibration Control of Beams by Beam-type Dynamic Absorbers." ASCE. (投稿中)

(平成7年10月13日受理)