フローグラフによるLSI多層配線問題の解法

渡 邊 孝 博*・面 谷 圭 司**

LSI Multi-Layer Routing Method Using a Flow Graph

Takahiro WATANABE and Keiji OMOTANI

Abstract

Advances in VLSI fabrication technology have made it possible to use more than two routing layers for interconnection. In such a multi-layer routing technology, one of the important objective functions is via-minimization, that is, the number of vias should be kept as small as possible. A topological planar routing (TPR) was proposed to solve this via-minimization problem. TPR is a layer assignment method which assigns each net to one of the layers without crossing other nets in the same layer. Although an optimum TPR is unfortunately known as an NP-complete problem, it can be approximately solved in polynomial time for the channel layout model as a minimum-cost maximum-flow problem using a flow graph.

In this paper, we propose an improved TPR for more general layout model like a macrocell layout model, where planarity testing and a flow graph are modified to treat our model. An experimental result shows that our improvements increase an efficiency of usage of multi-layers.

1. まえがき

近年,LSIの回路規模および集積度は年々増加しており,人手によるLSIレイアウト設計は益々困難になっている．このため，設計工数の短縮と質の良い配置配線を目標としたレイアウト設計自動化の研究が盛んに行なわれている．その中で最近の主要な技術課題の一つに配線多層化への対応がある．従来，二層または三層配線が利用されてきたが，プロセス技術の発展により四層以上の多層配線が利用可能となっている．そこで，ビア数の最小化を目標関数とし，多層を有効に利用し，かつ，高品質の配線結果を生成するという多層配線問題について，効率良い解法が求められている．

この多層配線問題に対し，Congら[1]はチャネル配線モデルのような矩形領域の周辺にのみ全ての配線端子が存在する場合について，フローグラフを応用した手法を提案している．しかし，レイアウト領域の任意の場所に配線端子が存在する，より一般的なモデルに対しての手法はこれまで知られていない．

本論文ではCongらの手法を改良し，この一般的なモデルに対応できる手法を提案する．又，配線層の利用効率を向上するための処理上の工夫を行い，計算機実験によってその効果を確認した．

*知能情報システム工学科
**㈱東芝

2．準　備

2.1　位相幾何学的平面配線TPR

多層配線方式では，層間を電気的につなぐビアにより多数の配線層を利用してネットの配線を実現する．しかし，使用する配線層が多くなると，ビア総数が増大し，結果的に他のネットの配線障害となったり，配線品質の劣化などの不都合が生じる．このため，ビア数最小化が重要な目的関数となる．本論文では，このビア数を最小化する手法として，位相幾何学的平面配線（topological planar routing：以後TPR）を採用する．TPRの基本戦略は「或る一ネットの配線はすべて或る一配線層内で行う一ネット一層配線方式を前提とし，平面で互いに交差なく配線できるネット同士は同一層に割り当てること」である．

（定義1）或る判定方法によって任意の二個のネットが平面で互いに交差なく配線できると判定されるとき，それらはplanar関係にあるという．そうでないときはplanar関係にないという．また，ネットの集合でそれに属するネットはいずれも互いにplanar関係にあるような集合をplanar集合という．（定義終）

定義から，或るplanar集合に属するネット群はすべて同一の配線層で配線できる．尚，planar関係の判定方法については，詳細な配線経路探索を行った上で判定すれば，より精緻なplanar関係を得ることができるが，処理時間が膨大になる．本手法では，簡便な判定方法を用いてTPRを効率良く実行し，各planar集合毎に個別の配線層を割り当てる．

TPRの例を図1aに示す．最下層にはネットAの配線端子A, A′とネットBの配線端子B, B′が置かれている．ネットAとBがplanar関係にないと判定され，これらは別々の配線層に割り当てられる．各層に割り当てられたネットはその層内では他のネットと交差なく配線可能であるから，TPRによる層割り当て後の詳細配線処理は層毎に独立して行なうことができる．決定された配線経路には，各ネットに対して端子の箇所にしかビアを必要としない．一方，図1bはTPRを行なわない例であり，ネットAの配線後にネットBの配線経路が複数層に渡って探索された結果である．図1aと比べてビア数の多い経路となる．また，TPRを行なえば，ネットを各層に予め均等に割り当てることも可能となり，詳細配線で一部の配線層の配線混雑を防ぐ効果もある．

2.2　チャネルモデルのTPR近似解の基本手法

与えられたネット集合をTPR処理する最小の層数を求める問題はグラフの彩色問題と同等の難しさを有するNP完全問題であり，最適解を得ることが処理時間上，困難な問題である．Congらはチャネル配線のレイアウトモデルにおいて，この問題を最小コスト最大フローアルゴリズムを利用して，効率良く準最適解を得る手法を提案した [1]．

本報告で対象とするモデルにおいても，その手法を修正，改良して用いるので，以下に処理手順の概要を述べる．

（問題）

入力：チャネル領域内において，配線するネットの端子座標データ

出力：ネットの層割り当て

（手順）

（Step 1：配線経路領域の作成）

各ネットに対して，そのネットの端子のチャネル上下辺にある左端の端子同士，右端の端子同士を結ん

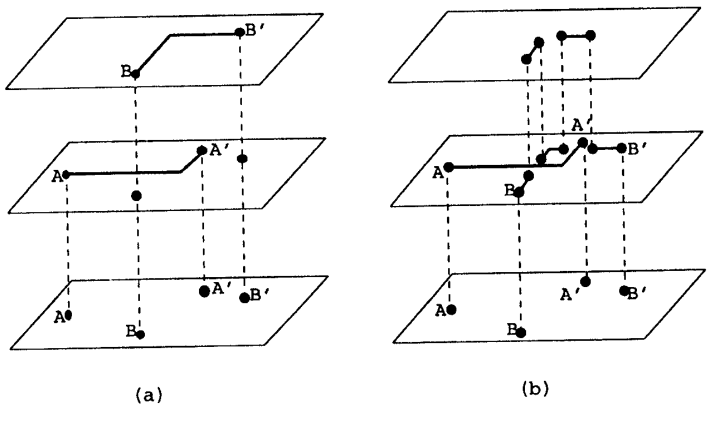

Fig. 1　TPR

でできる領域をそのネットの配線経路領域とする.

(End of Step 1)

(Step 2 : planar関係の検査)

任意の二ネットに対して，その配線経路領域の重なりを調べる．重なり部分ががない場合は，それらはplanar関係にあると判定する． (End of Step 2)

(Step 3 : planar関係グラフの作成)

planar関係の判定結果からplanar関係グラフPGを作る．ここで，グラフPGの節点はネットに対応し，節点間の枝が節点に対応するネット間のplanar関係を表す． (End of Step 3)

(Step 4 : フローグラフの作成)

グラフPGを基にしてフローグラフF=(V, E)を作る.

節点集合Vは

$$V=\{s, xA, xB,..., yA, yB,..., t\}$$

である．ここで，sはフローのソース，tはターゲット，xi, yiは共にネットiに対応する節点である.

枝集合Eは

$$E=E1 \cup E2 \cup E3$$

である．ここで，各部分集合E1, E2, E3は以下の通りである.

$E1=\{(s, xi), (xi, yi), (yi, t) \mid \text{for all i's}\}$,

すなわち，sから各ネット対応の2節点を経てtに至るパス上の枝からなる集合である.

$E2=\{(xi, yj) \mid$ if net i, jがplanar関係$\}$,

すなわち，E2はグラフPGの枝に対応した枝からなる集合である.

$E3=\{(xi, yj) \mid$ if 枝(xi, yk) 及び 枝(xk, yj) がE2に存在$\}$,

すなわち，ネットiとネットk及びネットkとネットjがplanar関係にあればネットiとネットjもplanar関係にあると考えて良いから，E3はグラフPGにおけるplanar関係の推移性により導かれる集合である.

(End of Step 4)

(Step 5 : フローグラフの最小コストフロー問題の求解及びネットの層割り付け)

フローグラフの全ての枝に容量1を設定する．すなわち，各枝には1フローが流れるか流れないかのどちらかとする．一方，フローグラフのソースs(又はターゲットt) と節点xi (又はyi) はそれぞれ一本の枝でつながっているので，sから各xi (又は各yiからt) に流入 (流出) するフローは高々1である．よって，このフロー問題の解は，フローを流す節点対(xi, yj) の組み合わせを求めることになる.

フロー問題の解とネットの層割り当ての関連付け，及び，フローグラフのコストの設定を説明する．フローとネットの層割り当ての対応は次の二通りである.

(1) planar関係により作られた枝(xi, yj)にフローが流れる場合：このとき，ネットiとネットjは同一層に割り当てる．また，iからj，及び，jからkにフローが流れる場合には，i, j, kの3ネットが同一層に割り当てる.

(2) 枝集合E1の枝(xi, yi)にフローが流れる場合：容量の制限から節点xi, yiを通過するフローは1であるから，節点xi, yiはこれ以外のネットに対応する節点との間の枝にフローを流すことはできない.

従って，このネットiは単独で一層に割り当てる.

次に，コスト設定を説明する．多層の利用効率が良いとは，「なるべく一つの層にたくさんのネットを割り当てる」ことである．そこで，上記のフローと層割り当ての対応(2)のようなフローを発生しにくくする．すなわち，(1)の枝へのコストを(2)の枝へのコストよりも小さい値に設定しておく.

枝eのコストd(e)は,

$$d(e)=wi \text{ if } e=(xi, yi) \qquad (wi>0)$$

$$\text{又は}=0 \ \text{otherwise}$$

かくして，最小コスト最大フロー問題に定式化できたので，これをダイクストラ法を用いて解き[4]，得られた中段の節点対の組み合わせをネットの層割り当てに対応付ける．尚，ダイクストラ法の説明は紙面の都合上省略する． (End of Step 5)

(手順終了)

上記の手順を例図で説明する．図2aがチャネルモデルの入力問題である．(Step 1)により図2bのような配線経路領域を得る．例えば，ネットAではx1(A)とy1(A), x2(A)とy2(A)をそれぞれ結んだ領域になる．図2bのようにplanar関係にあるネットの端子座標の関係は,

$$x1(A) < x2(A) < x1(B) < x2(B)$$

$$\text{かつ} \quad y1(A) < y2(A) < y1(B) < y2(B)$$

である．そこで，端子座標をソートし，この関係式を調べることにより，(Step 2)の配線経路領域の重なり検査は容易であり，planar関係が得られる．(Step 3)によって図3aのグラフPGが得られ，これから(Step 4)により図3bのフローグラフが得られる．xA-yCの枝は，グラフPGにおいてネットAとB，ネットBとCのplanar関係による推移律の結果である．(Step 5)の(1)の状況は図4a及びbであり，(2)は図4cである.

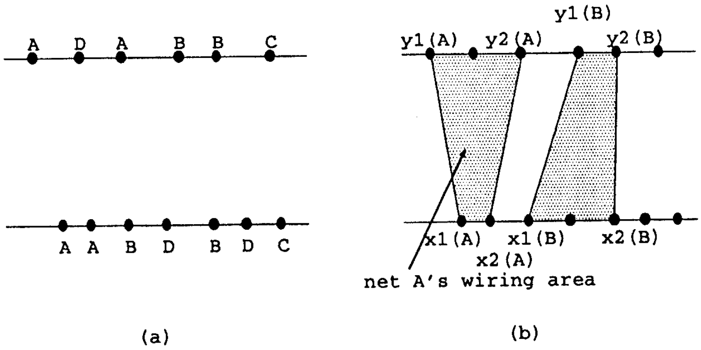

Fig. 2 planar relation in channel model

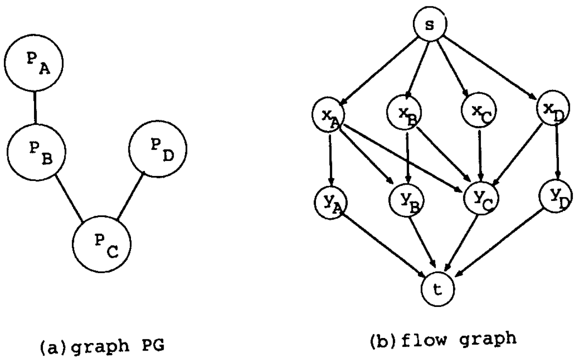

Fig. 3 flow graph

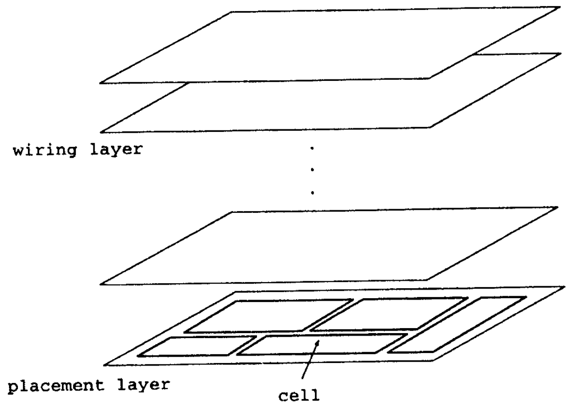

Fig. 5 model

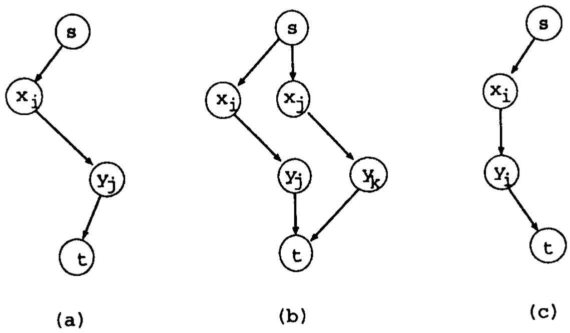

Fig. 4 cost

3．一般的モデルへの多層配線手法の改良

TPRに基づく前章の基本アルゴリズムは，チャネルレイアウトモデルに限定していた．本章ではこれに基づくが，レイアウト領域の任意の場所にネットの端子が存在する，より一般的なモデルに対する多層配線手法を提案する．対象とするモデルの例を図5に示す．具体例はマクロセル方式レイアウトにおけるセル間配線の層割り当て問題が該当する．詳細配線処理ではそれよりも上層へのビアの突き抜け箇所以外に配線障害領域は無いので，一ネット一層配線の成功率が高い．

本章3．1節，3．2節ででは，レイアウトモデルの違いに対応するためのplanar関係判定と処理手順の改良を，又，3．3節で多層の利用率を向上するための改良を述べる．尚，多端子ネットは2端子ネットに分解して処理することとし，以後，ネットは全て2端子ネットのみであると考える．

3.1　処理手順の改良

3.1.1　配線経路領域(Step1改)とplanar関係(Step2改)

各ネット間のplanar関係を調べるための配線経路領域を図6のように設定する．

（定義2）　ネットXに対する配線経路領域とは，Xの2端子A，Bを含む最小矩形領域とする．

（定義終）

ネット間のplanar関係を定義1とは別定義する．これは，チャネルモデルの場合と異なり，配線経路領域が重なる場合でも適当な経路を選べば，それぞれの領

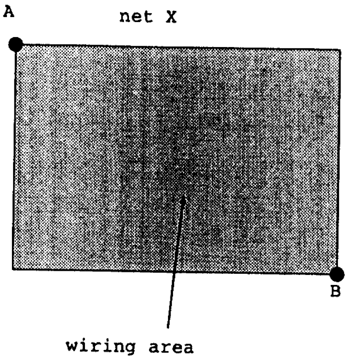

Fig. 6 wiring area

域内で平面配線が可能となるからである．しかし，配線経路領域内で精密にplanar関係を判定することは詳細配線処理を行うことになり，処理時間が大幅に増加する．従って，本手法ではネット間のplanar関係を次に定義する３種類に分類して，簡便な判定を行う．

（定義３）配線経路領域の重なり方による二ネット間の関係を以下のように分類する：

- MC PLANAR：配線経路領域が重ならないか，又は，一方が他方を完全に包含する場合で，同層で配線可能
- NO PLANAR：配線経路領域が互いに交差する場合で，いかなる経路を選ぼうとも同層配線不可能
- SEMI PLANAR：配線経路領域が包含も，交差もせず，一部分が重なる場合で，適切に経路を選択すれば，同層で配線可能（MC PLANAR, NO PLANAR以外のすべてのパターン）　（定義終）

図７に定義３のそれぞれの例を示す．この分類によれば，２．１節の定義１のplanar関係との関係は図８のように示される．

3.1.2 planar関係(Step3改)及びフローグラフ(Step4改)

STEP1, 2で得られたplanar関係の結果からフローグラフを作成する．基本アルゴリズムではplanar関係の判定をチャネルに存在する端子座標に沿って一方向に求め，その結果からPGグラフを作成しており，推移律も成立した（図９a）．一方，一般モデルではplanar関係を決める際の方向性は存在しないし，このような推移律も成立しない．そこで，planar関係を示す枝を双方向に設定する．図９bの例では，ネットA，ネットB間のplanar関係に対応して，グラフにおいてxAからyBとxBからyAの双方向に枝がある．ネットB，C間も同

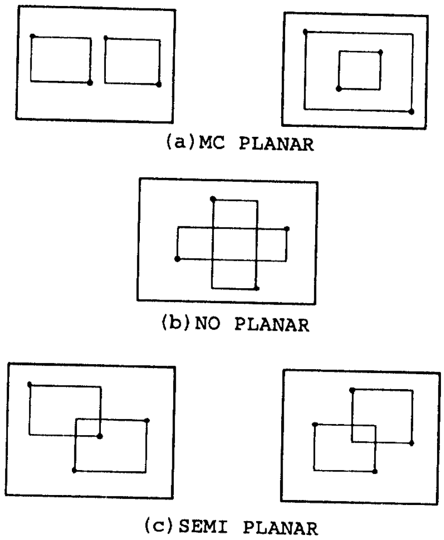

Fig. 7 planar relation

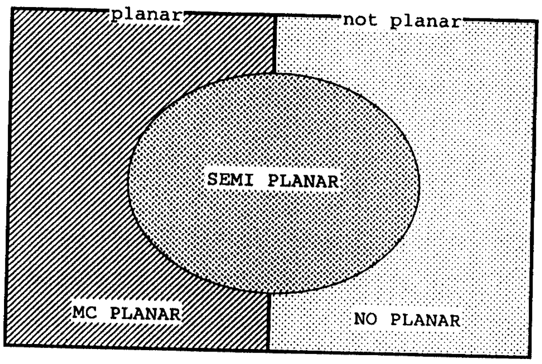

Fig. 8 PLANAR and planar

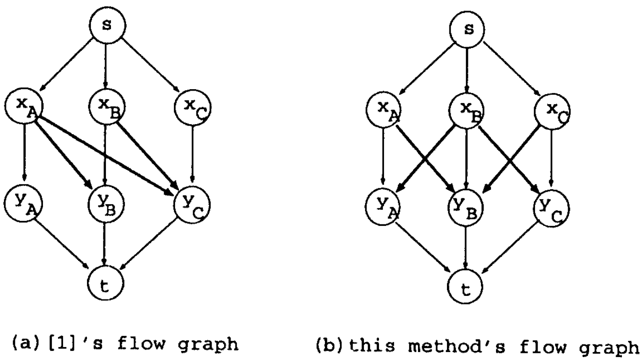

Fig. 9 flow graph edges

様である．

尚，枝はMC PLANAR関係にあるネット間のみに設定されると考えておく．．従って，NO PLANAR関係にあるネット間及びSEMI PLANAR関係にあるネット間には枝は作らない．ただし，SEMI PLANAR関係に

あるネット間にも枝を設定できるように改良できるが，これについては3. 2節で述べる.

3.1.3 フロー問題の解法(Step5改)

基本アルゴリズムと同様に，ダイクストラ法を用いた解法によりフロー問題を解くが，以下の2点で改良する.

(1) フローグラフの改良：MERGE操作

(Step4改)によるフローグラフを処理するために，フロー問題の解法に「MERGE操作」を追加する．いま，フローの或る時点での解がxA-yBの枝を通るとき，これはネットA, Bが同層に割り当てられることを意味している．しかし，次に，ネットCがそれらと同じ層に割り当てられるとすれば，CはネットA，Bの両方とMC PLANAR関係になければならない.

(定義4) ネットXがplanar集合P中のすべてのネットとMC PLANAR関係にあるとき，ネットXとplanar集合PとはMC PLANAR関係にあるという．(定義終)

(定義5) planar集合Pと，Pに含まれないあるネットXとがMC PLANAR関係にあるとき，Pと {X} を併合する操作を"MERGE"という．すなわち，MERGE後のplanar集合$P'=P\cup\{x\}$. (定義終)

ある1フローの決定の度にMERGEを行ない，これに伴ってフローグラフを再構成する．具体的処理例を図10で説明する．フローを流すルートとして太線で示すネットAとBの間の枝が選択されると，まず，xAとxBをxABに，yAとyBをyABというように，両ネットに対応する二節点同士を上下共それぞれ一つに併合する．次に，A, B両方とMC PLANAR関係にあるようなネットとの間の枝のみを残し，他は削除する．すなわち，ネットCに対応する節点xC, yCとの間の枝は残し，ネットDに対応する節点xD, yDとの間の枝は削除する．これによりMERGE後の節点xAB, yABはネットAとBの合併節点に対応し，枝によってつながる節点に対応するネットCがネットA，Bの両方とplanar関係にあることをを示す．このMERGE操作に関与しない他の節点や枝はもとのままである.

以上のように，MERGEして節点および枝をまとめ，或いは，削除していくことにより，planar集合による分類がなされることになり，最終的なフローグラフには図10に描かれるような斜め方向の枝はなく，(xi, yi)形式の垂直方向の枝のみが残る．この枝でつながった節点の組み合わせはそれぞれがplanar集合であり，各層にネットが割り当てられたことになる.

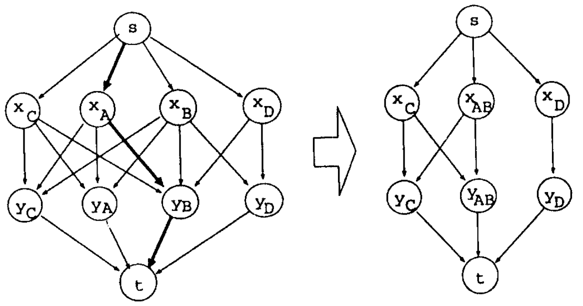

Fig.10 MERGE

(2) コストの改良

最小コストフロー問題の解法では，各ステップ毎にその時の最大フローの解の候補ルートの中から，コストの合計が最小となるルートを選択する．基本アルゴリズムでは，初期設定時のコストを固定して，最小コストフロー問題を解いた．しかし，2種類のコスト値しかないことから，コスト総和が等しいルートが多数存在し得る．このため，ルートの選択方法によっては，ネット数の少ない集合を数多く生成し，これの層割り当てでは，各層毎に割り当てられるネット数が少ないか，或いは，全ネットの配線のためには多数の配線層を必要とする結果になる．このような不具合を解消するために，フロー問題処理中に動的にコストを変化させ，結果的に各層になるべく多くのネットが割り当てられるように，以下に説明する工夫を行う.

前項で述べたように，フローを流すルートの選択とは，MERGE操作を行なう節点間の選択である．MERGE操作は，(a) planar集合(要素数2以上)とネット(要素数1)の間で行なわれるものと (b) ネットとネットの間で行なわれるものとがあるが，(a) の方が個々のplanar集合の要素数が大きくなる可能性が高い．すなわち，各層に割り当てられるネットが多くなる．そこで，(a) に対応する枝のコストを (b) のコストよりも小さく設定し，操作 (a) が (b) に優先して行なわれるように仕向ける．コストはMERGEが行われる度に動的に変える．実験ではコスト値としてはplanar集合の要素数の逆数を与えた.

3.2 SEMI PLANAR関係のplanarへの組み込み

planar関係の判定について再検討する．前節まではMC PLANARのみを考慮した．これはplanar関係判定が容易であるということ，又，この多層配線処理の目的が層割り当て，もしくは概略配線を決定することであり，後段階の詳細配線処理との独立性を維持するためである．この結果，SEMI PLANAR関係にあるネッ

トはNO PLANAR関係と同等に扱っており，無条件に別の層に割り当てることになる．ここに，多層の利用率を更に向上できる可能性がある．すなわち，SEMI PLANAR関係のネット群の内で，同一層に割り当てることのできる組を抽出する問題となる．例えば図11aのように，一方のネットの端子が他のネットの配線経路領域内にあるSEMI PLANAR関係ついて考える．ネットAの詳細配線処理が先に行われるとすれば，図11bのようにAの配線経路領域が確保され，この後ではBを配線することはできない．しかし，Bが先に配線されるならば，図11cのように，Bの配線経路領域が斜線部として確保された後でも，Aを配線する経路は探索できる．この例から，詳細配線する順序に関する次のような方針が得られる．

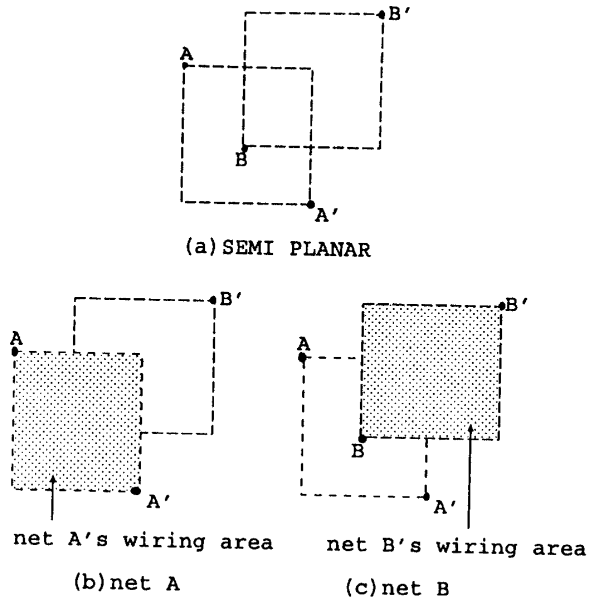

Fig.11 wiring order in SEMI PLANAR

(方針) SEMI PLANAR関係にある二ネットで，一方のネットの端子が他方のネットの配線経路領域内にある場合は，前者のネットの詳細配線処理を優先する．これ以外のSEMI PLANAR関係にある二ネットの場合は，どちらを優先しても良い． (方針終)

この方針を詳細配線の条件とすれば，SEMI PLANAR関係にある二ネットをplanar関係にあるとして良い．すなわち，同層で必ず詳細配線可能である．ただし，三ネット以上では「ネットAの前にBを，Bの前にCを，Cの前にAを処理しなければならない」という配線順序の制約ループが生じ，解が得られない場合が発生するので，この方針の適用は二ネット毎に限られる．

以上から，SEMI PLANAR関係にある任意の二ネットに対しては同一層での詳細配線が可能であるため，多層配線段階で同一層に割り当てが決定できる．そこで，これまでの多層配線手法の改良に，更にSEMI PLANAR関係にあるネットを考慮した処理をStep5の最小コストフロー問題の求解に追加する．

(Step5改 第1段階) MC PLANAR関係にあるネットのみによるplanar集合Pを作り，最小コストフロー

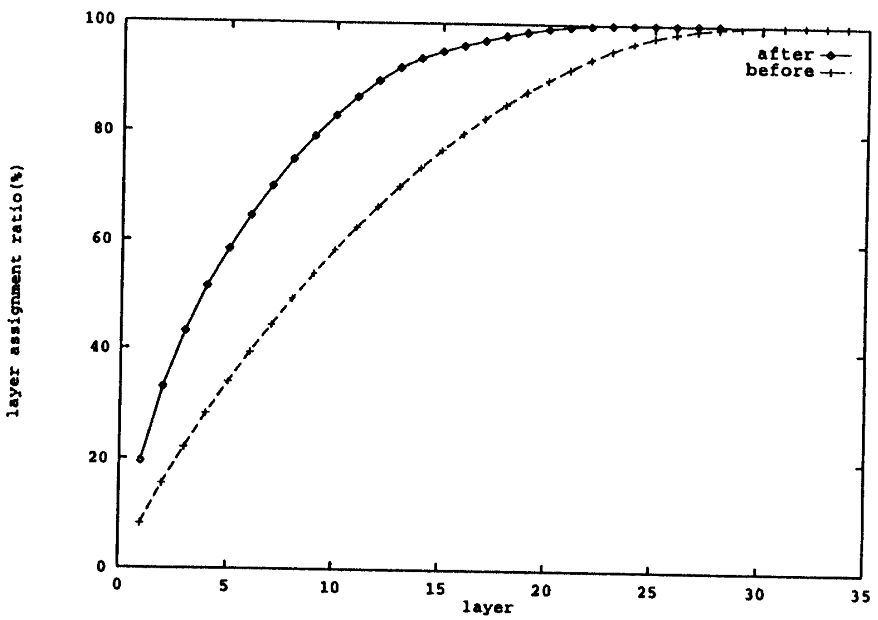

Fig.12 wirability

問題として解く．

(Step5改 第2段階) planar集合Pに対してMC PLANAR関係にあるネットが全て処理し終わったとき，planar集合PとSEMI PLANAR関係にあるネットを含めて，最小コストフロー問題を解く．

4．むすび

本研究報告では，TPR (一ネット一層配線) を用いたチャネルモデルの多層配線基本アルゴリズムを改良し，マクロセル方式レイアウトに代表されるようなモデルのセル間概略配線のための多層配線手法を提案した．更に，フローグラフの改良に関し，コストの改良とSEMI PLANAR関係にあるネットを考慮する改良の有効性を実験により確認した．図12に示すように，これらの改良を加えた手法が配線率が高い，すなわち，より少ない配線総数で層割り当てに成功したネット数が多いことが判る．

今後の課題としては次の3点が挙げられる．

(1) 本手法で得られた概略配線結果をもとに詳細配線を行ない，最終的なレイアウト結果を評価する．

(2) フローグラフのコストを操作することにより，ネットの配線制約条件に対応する．

(3) planar関係の基準設定を緩和し，ネットの層割り当て率の向上を図る．

参考文献

[1] J. Cong and C. L. Liu,: On the k-layer planar subset and topological via minimization problems, IEEE Trans. Computer-Aided Design, vol.10, pp. 972-981, Aug 1991.

[2] J. Cong, M. Hossain, and N. Sherwani,: A probably good multilayer topological planar routing algorithm in IC layout designs, IEEE Trans. Computer-Aided Design, vol. 12, pp. 70-78, Jan. 1993.

[3] J. M. Ho, M. Sarrafzadeh, G. Vijayan, and C. K. Wong,: Layer assignment for multichip modules, IEEE Trans. Computer-Aided Design, vol. 9, pp. 1272-1277, Dec. 1990.

[4] 浅野孝夫：情報の構造～第6章，日本評論社，1994.

(平成6年4月15日受理)