

# 感知器データに基づくリンク交通量の推定と短期予測

久井 守\*・吳 毅\*\*・佐藤 通夫\*\*\*

Estimation and Short-Term Prediction of Link Traffic Volume  
Based on Data from Vehicle Detectors

Mamoru HISAI, Wu YI and Michio SATO

## Abstract

This paper describes an application of time-series model and Kalman filter theory to estimation and short-term prediction of traffic volume on specified link in the road network. First, AR model, ARMA model and ARIMA model are applied to the estimation of link traffic volume based on traffic data collected from vehicle detectors. Second, time-series models and Kalman filter theory are applied to the prediction of link traffic volume. Effectiveness is examined and compared by evaluating estimation errors and prediction errors.

## 1. まえがき

都市街路網の交通制御を効率的に行い、または信頼性のある交通情報を提供するためには、街路網全体における時々刻々の交通状況を的確に把握することが必要である。さらに15分先、30分先あるいは60分先といった、短期の交通状況を予測することが望まれる。

そこで、本研究では、街路上の感知器から得られる交通量およびオキュパンシーの時系列データを用いて、時系列モデルおよびカルマンフィルター理論によって指定されたリンクの交通量を推定し、さらに15分先および30分先の短期交通量を予測することを試みた。

## 2. 対象路線と用いたデータ

リンク交通量の推定および予測を行う対象路線は、Fig.1に示す東京都青梅街道上り方向4交差点3リンクからなる路線である。用いた感知器データは平成3

年11月29日(金)6:00~19:20の交通量とオキュパンシーである。これらの感知器データは信号周期に同期して2.5分ごとに集計された等時間間隔の時系列である。1例として、リンク2の交通量(台/時)とオキュパンシー(%)の変化をそれぞれFig.2, Fig.3に示す。交通量は時間交通量に換算している。オキュパンシーはかなり大きく、したがって、対象路線はかなり混雑した路線であることができる。なお、この路線は4車線道路であるが、感知器は内側車線に設置されており、ここではその感知器のデータを用いる。

## 3. 時系列モデルによるリンク交通量の推定

### 3.1 自己回帰モデルによる推定<sup>1),2)</sup>

P次の自己回帰(Autoregressive)モデルはAR(p)モデルといい、そのモデル式は次のように表される。

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (1)$$

ここに、 $y_t$ は時刻 t におけるリンク交通量、 $\mu$ 、 $\phi$ はパラメータ、 $\epsilon_t$ は誤差項である。ここではリンク2の交通量を対象としてARモデルを適用する。

対象とする交通量変動を定常確率過程とみなし、6:00~19:20の320個の時系列データを用いて、パラメータ

\*知能情報システム工学科

\*\*大学院博士前期課程知能情報システム工学専攻

\*\*\*千葉県庁

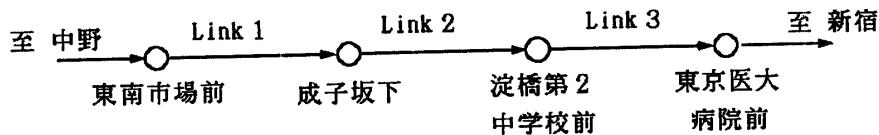


Fig.1 Study section of the road

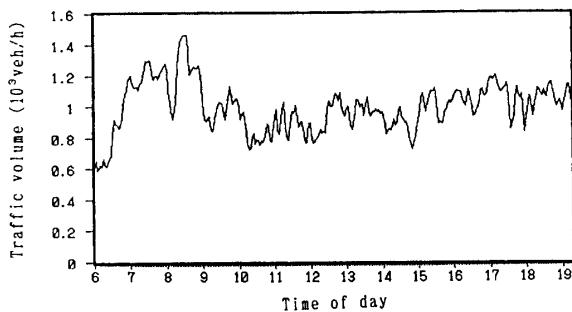


Fig.2 Traffic volume on link 2

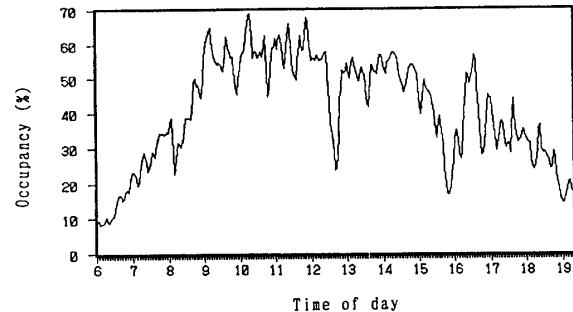


Fig.3 Time occupancy on link 2

$\mu$ ,  $\phi$ を次のYule-Walker方程式によって求める。

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \cdots & \rho(p-1) \\ \rho(1) & 1 & \cdots & \rho(p-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(p-1) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(1) \\ \rho(2) \\ \vdots \\ \rho(p) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mu = \bar{y} (1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p) \quad (3)$$

ここに、 $\rho$ はリンク交通量の自己相関係数である。

ここではAR(1)～AR(6)のモデルについてパラメータを求め、リンク交通量を推定した。推定精度はAR(1), AR(2)ではあまりよくなかった。AR(3)～AR(6)の推定精度はよかつたが、その差はあまり大きくなかった。そこで、AR(3)による推定結果をFig.4に示す。実線は実測値であり、点線は推定値である（以下同様）。この図から、まずまずの精度でリンク交通量が推定できていることがわかる。なお、AR(3)のパラメータは $\mu=35.1$ ,  $\phi_1=1.433$ ,  $\phi_2=-0.728$ ,  $\phi_3=0.334$ であった。

### 3.2 調和解析による推定<sup>3)-6)</sup>

時系列 $y_t$ に含まれる規則的周期変動や、その合成波を検出するには、調和解析が用いられる。周期的に変動する定常時系列については、それをフーリエ級数で展開し、各係数 $A_k$ ,  $B_k$ を最小自乗法によって推定し、その振幅と位相角を決定することができる。これが調和解析である。

リンク2の交通量変動を次のフーリエ級数で近似す

る。

$$y_t = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left\{ A_k \cos\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) \right\} \quad (4)$$

ここに、

$$A_k = \frac{2}{T} \sum_{t=0}^{T-1} y_t \cos\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) \quad (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \sum_{t=0}^{T-1} y_t \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

次に、もとの交通量変動から、式(4)による低周波数成分を除去し、残った交通量成分に関して、コレログラム(Correlogram)とパワースペクトル(Power spectrum)によって周期性をチェックする。

コレログラムは自己相関係数を時間ずれに対して描いた図である。定常確率過程では、時間ずれが大きくなるにつれて自己相関係数の値が急速に減少するという特徴があるので、定常確率過程かどうかチェックするのに有効である。

パワースペクトルはWiener-Khintchineの公式で求められる。これはランダム変動の平均パワーへの各周波数の寄与率を意味しており、これにより周期性をチェックすることができる。

まずリンク2の交通量時系列から、3つ( $n=3$ )の低周波数成分を除去した。この場合のフーリエ係数は $A_0=1984.0$ ;  $A_1=77.784$ ,  $B_1=11.327$ ;  $A_2=-56.313$ ,  $B_2=48.616$ ;  $A_3=-107.94$ ,  $B_3=-13.800$ で

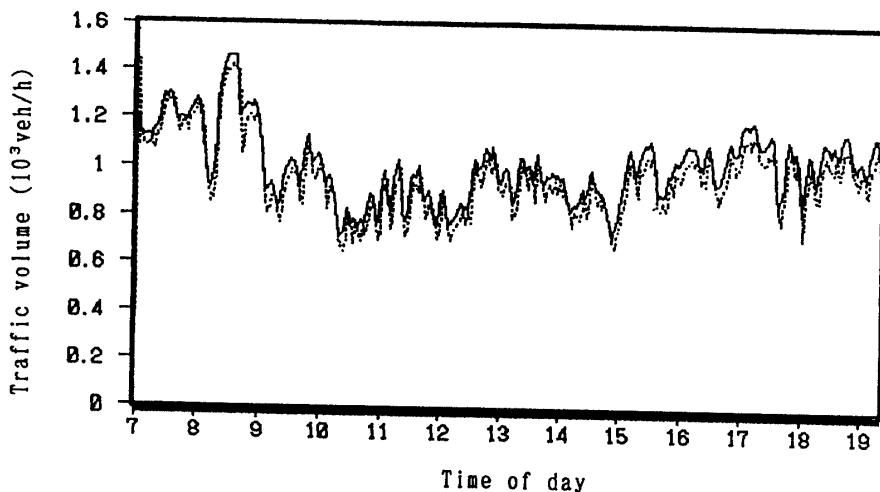


Fig. 4 Estimation by AR(3) model

ある。残った交通量成分についてコレログラムとパワースペクトルを計算した。それをFig.5に示す。この図から周期性がほぼ除去できていると判断することができる。

さらに、残った交通量成分を定常確率過程とみなし、AR(3)モデルでリンク交通量を推定したのがFig.6である。AR(3)のパラメータは $\mu=0.276$ ,  $\phi_1=1.475$ ,  $\phi_2=-0.865$ ,  $\phi_3=0.300$ である。

### 3.3 自己回帰移動平均モデルによる推定<sup>7)</sup>

ラグ次数( $p, q$ )の自己回帰移動平均(Autoregressive Moving Average)モデルはARMA( $p, q$ )モデルといい、そのモデル式は次のように表すことができる。

$$y_t + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} = \mu + \epsilon_t + b_1 \epsilon_{t-1} + b_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + b_q \epsilon_{t-q} \quad (5)$$

ここに、 $\epsilon_t$ は誤差項であり、 $\mu, a, b$ はパラメータである。

ARモデルに比較して、ARMAモデルは交通量のラグ変数と推定誤差のラグ変数の双方を含む構造になっている。ARMA( $p, q$ )モデルはAR( $\infty$ )モデルで等価的に表現できる<sup>7)</sup>。したがって、ARMAモデルのパラメータはARモデルから推定できる。すなわち、次式から $b_1, \dots, b_q$ を求めることができる。

$$\begin{bmatrix} c_p & c_{p+1} & \cdots & c_{p+1-q} \\ c_{p+1} & c_p & \cdots & c_{p+2-q} \\ \vdots & & & \\ c_{p+q-1} & c_{p+q-2} & \cdots & c_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{p+1} \\ c_{p+2} \\ \vdots \\ c_{p+q} \end{bmatrix} \quad (6)$$

また $b_1, \dots, b_q$ が定まれば次式から $a_1, \dots, a_p$ を求めることができる。

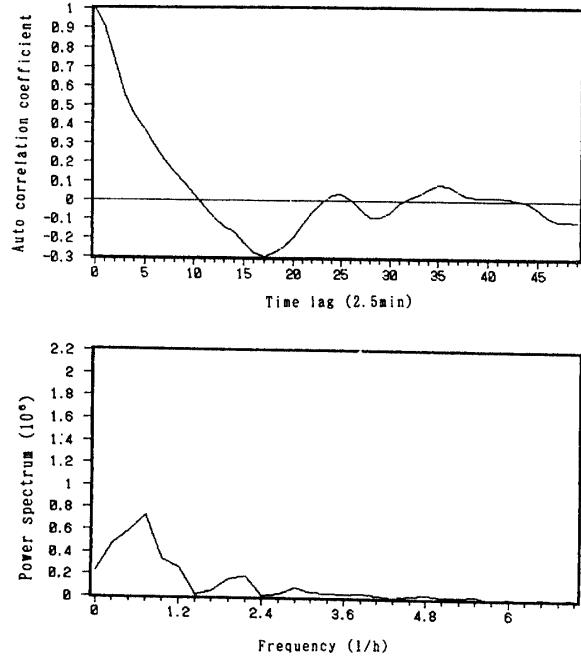


Fig. 5 Correlogram and power spectrum

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 1 & \cdots & 0 \\ c_2 & c_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ c_p & c_{p-1} & \cdots & c_{p-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここに $c_i$ はARモデルのパラメータ $\phi_i$ と同じものである。 $p=1 \sim 4$ ,  $q=1 \sim 2$ のARMA( $p, q$ )モデルをリンク2に適用した。その中でARMA(3,2)による推定精度が一番よかったので、その推定結果をFig.7に示す。この図からリンク交通量が精度よく推定できていること

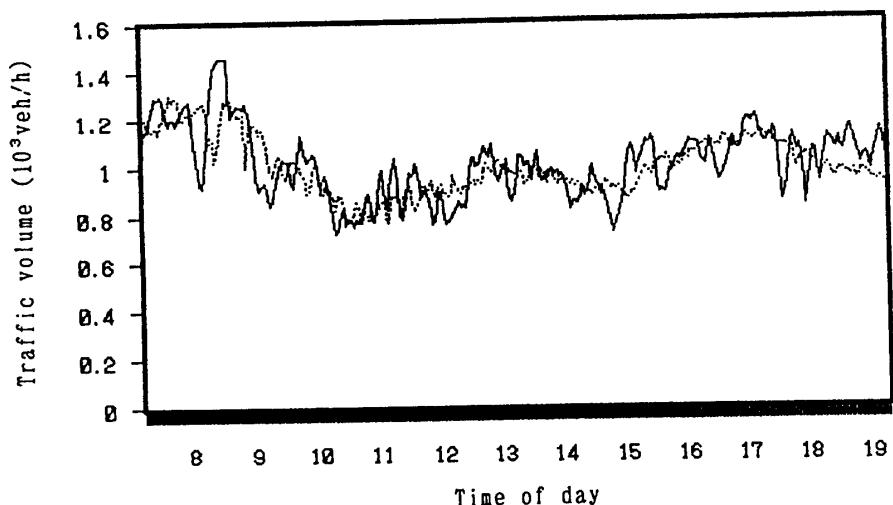


Fig.6 Estimation by harmonic analysis

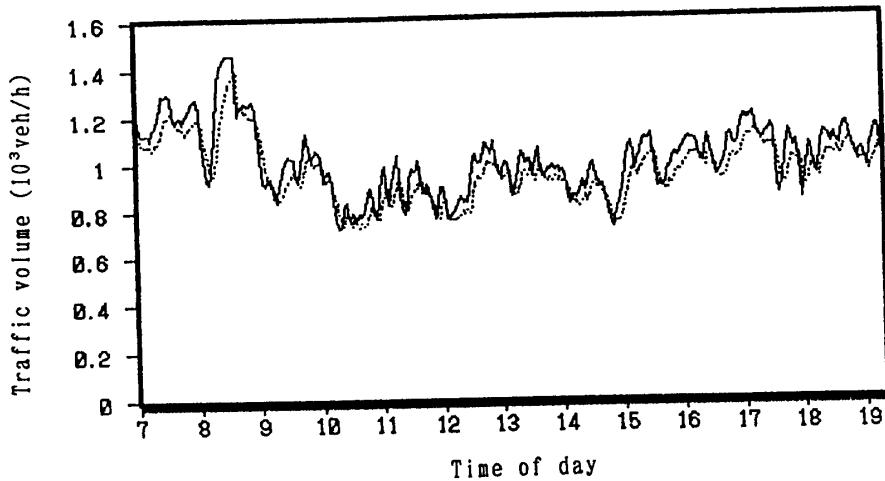


Fig.7 Estimation by ARMA(3,2) model

がわかる。この場合のパラメータは  $\mu = 19.800$ ,  $a_1 = -1.024$ ,  $a_2 = 0.132$ ,  $a_3 = -0.086$ ,  $b_1 = 0.397$ ,  $b_2 = 0.130$  であった。交通量を推定する場合の  $\varepsilon_t$  は  $\varepsilon_t = \hat{y}_t - y_t$  によって計算した。ここに  $\hat{y}_t$  はこのモデルによるリンク交通量の推定値である。

### 3.4 自己回帰和分移動平均モデルによる推定<sup>2)</sup>

次数  $(p, d, q)$  の自己回帰和分移動平均(Autoregressive Integrated Moving Average)モデルはARIMA  $A(p, d, q)$  モデルといい、そのモデル式は次のように表すことができる。

$$w_t + a_1 w_{t-1} + a_2 w_{t-2} + \dots + a_p w_{t-p} = \delta + \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + b_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q} \quad (8)$$

ここに、

$$w_t = \Delta^d y_t$$

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

⋮

$$\Delta^d y_t = \Delta^{d-1} y_t - \Delta^{d-1} y_{t-1}$$

$\delta$  がゼロでなければ、ARIMA  $(p, d, q)$  過程は確定的なトレンドを組み込んでいることになる。

まず、1次差分( $d=1$ )をとり、その差分について、適切なARMAモデルを選択してモデル化した。次に、 $p=1\sim 4$ ,  $q=1\sim 2$  の8モデルによってパラメータを求め、リンク交通量  $w_t$  の推定を行った。そのうち、 $w_t$  の推定値と実測値の相関係数の最もよいのが、ARMA  $(2, 2)$  であった。しかし、その場合でも相関係数の値はわずか0.15であった。したがって、純偶発的な変動成分が支配的であり、時系列交通量は確定的なトレンドが存在しないと考えられる。

### 3.5 推定誤差

ARモデル、調和解析およびARMAモデルについて推定誤差率を次式で求めた。これらの誤差率の定義は奥谷と同じものである<sup>11)</sup>。それをTable1に示す。この表から全体に誤差率は小さいが、その中でもARモデルの誤差率が最も小さいことがわかる。

$$\text{単純平均誤差率: } E_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad (9)$$

$$\text{加重平均誤差率: } E_2 = \sqrt{\frac{1}{\sum_i y_i} \sum_i \left( \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \right)^2 y_i} \quad (10)$$

## 4. 時系列モデルによる予測

### 4.1 ARモデルによる予測

現時点までのデータを用いてパラメータを求め、それを用いて現時点より数時点先のリンク交通量を予測する。予測方法としては、AR(3)による予測値を次々にモデル式の右辺に代入する計算をk回繰り返し、 $t=k$ 時点の交通量を予測する。Fig.8に15分( $k=6$ )先の予測結果を示す。実線は実測値であり、点線は予測値である。このモデルでは予測誤差が累積するという欠点があるので予測精度はよくない。30分( $k=12$ )先の予測も行ったが、精度はさらによくなかった。

15分間隔の交通量データを用いて、AR(3)で現時点から1時点先を予測した結果をFig.9に示す。この図から予測精度がさらに悪くなることがわかる。30分間隔のデータを用いて、AR(3)で30分先の予測も行ったが、さらに予測精度が悪くなることがわかった。

### 4.2 自己回帰移動平均モデルによる予測

次にARMA(3,2)による予測値を次々にモデル式の右辺に代入する計算をk回繰り返し、 $t=t+k$ 時点の交通量を予測した。ARMA(3,2)による15分先の予測結果をFig.10に示す。予測誤差が次々にフィートバックされることもあり、かなり精度のよい予測結果が得られている。また、30分先の予測も行ったが、交通量の急激な変化に追従できないという結果になった。

### 4.3 予測誤差

ARモデルおよびARMAモデルによる予測誤差率をTable2に示す。

Table 1 Estimation errors

Error	AR	Periodogram	ARMA
$E_1$	0.058	0.084	0.062
$E_2$	0.088	0.126	0.110

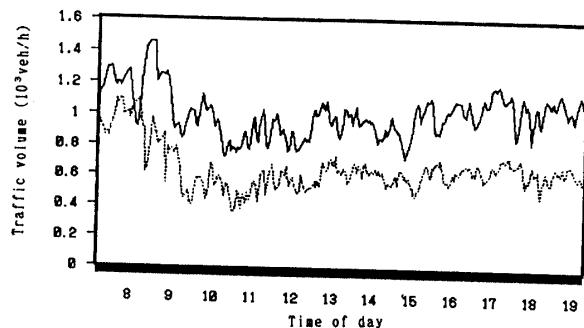


Fig.8 Prediction of 15 min. ahead obtained by AR (3) model

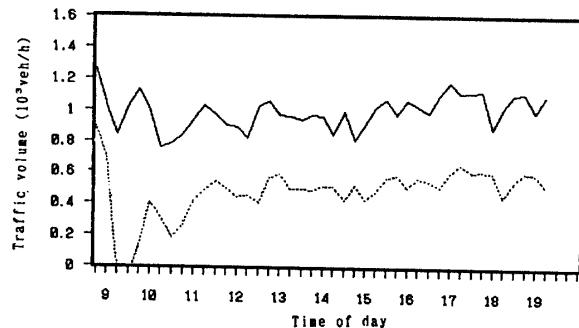


Fig.9 Prediction of 15 min. ahead obtained by AR (3) model

## 5. カルマンフィルターによる予測<sup>8)-11)</sup>

### 5.1 定式化

カルマンフィルターによる交通量の推定と予測については、すでに奥谷の研究があるが<sup>11)</sup>、ここではそれを参考しながらカルマンフィルター理論が混雑状態における交通量予測にも適用可能かどうか検討する。

カルマンフィルター理論の状態方程式（システム方程式）および観測方程式は次のように表すことができる。

$$\text{状態方程式: } x(t) = \phi(t-1)x(t-1) + w(t-1) \quad (11)$$

$$\text{観測方程式: } y(t) = M(t)x(t) + v(t) \quad (12)$$

$$t = 0, 1, 2, \dots$$

ここに、 $x(t)$ はn次元状態ベクトル（リンク交通量）、

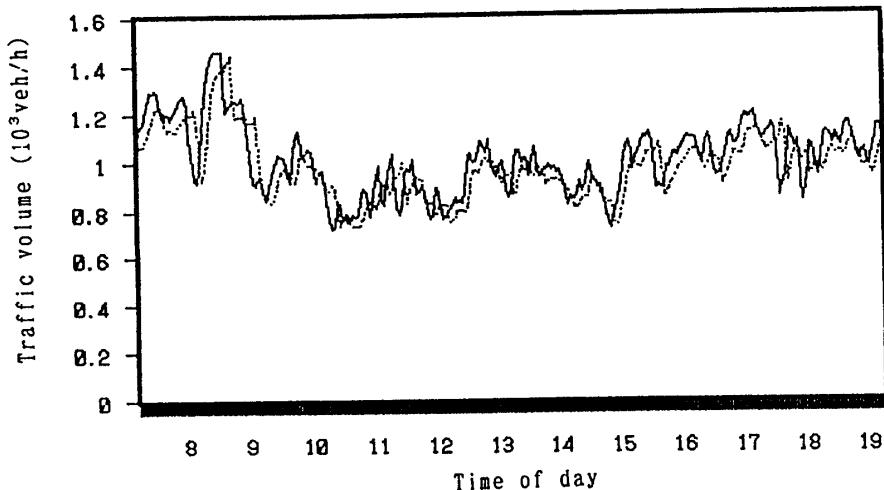


Fig.10 Prediction of 15 min. ahead obtained by ARMA(3,2) model

Table 2 Prediction errors of AR and ARMA model

Error	AR		ARMA	
	15min ahead	30min ahead	15min ahead	30min ahead
$E_1$	0.358	0.600	0.078	0.199
$E_2$	0.374	0.612	0.098	0.401

$y(t)$  は  $p$  次元観測ベクトル(観測交通量),  $w(t)$  および  $v(t)$  はそれぞれ  $n$  次元および  $p$  次元のガウス白色雑音ベクトル,  $\phi(t)$ ,  $M(t)$  はそれぞれ時間  $t$  のみに依存する  $n \times n$ ,  $p \times n$  の行列である。

状態方程式のパラメータ  $\phi$  をカルマンフィルターで同定するには、状態方程式と観測方程式を次のように書き換える。

$$\text{観測方程式: } z(\tau) = \Lambda(\tau) h(\tau) + w(\tau) \quad (13)$$

$$\text{状態方程式: } h(\tau) = \psi(\tau-1) h(\tau-1) + e(\tau-1) \quad (14)$$

ここに,  $z(\tau)$  は予測対象リンクの交通量  $Q(\tau+k)$ ,  $\Lambda(\tau)$  は  $x(\tau)$  を要素とする行列,  $h(\tau)$  は  $\phi$  の要素からなるベクトルである。  $h(\tau)$  は定常と仮定すると,  $\psi(\tau)$  は単位行列に対応することになる。観測誤差  $w(\tau)$  と状態方程式の雑音  $e(\tau)$  の分散・共分散行列は 0 とする。

リンク交通量の予測値  $\hat{z}(t+k)$  は次式で求める。

$$\hat{z}(t+k) = \Lambda(t) \hat{h}(t-k) \quad (15)$$

### 5.2 カルマンフィルターによる予測

(1) モデル 1: リンク 2 に関して, 現時点およびそれ以前の交通量データを用いて現時点から 15 分先および 30

分先の交通量  $Q$  を予測する。予測モデルは次のように仮定する。

$$\hat{Q}_2(t+k) = a_0 Q_2(t) + \dots + a_r Q_2(t-r) \quad (16)$$

この場合,

$$z(\tau) = Q_2(\tau+k)$$

$$\Lambda(\tau) = [Q_2(\tau), \dots, Q_2(\tau-r)]$$

$$h(\tau) = [a_0, \dots, a_r]^T$$

と考えて,  $h(\tau)$  はカルマンフィルターによって同定する。

式(16)のモデルを用いてリンク 2 の交通量を予測したが, この場合, 説明変数の数を大きくしても, 予測精度が必ずしもよくならなかった。予測精度が一番よかった説明変数 3 個の場合の予測結果を Fig.11 および Fig.12 に示す。パラメータの初期値は 0 として推定したので, 最初の何時点かは不安定になっている。それを除けば, かなり精度よく予測できたと考えられる。

(2) モデル 2: リンク 2 では, Fig.2 のオキュパンシーから見て 9:00-16:00 の時間帯で道路が混雑状態にあると考えられる。したがって, 交通量  $Q$  のほかにオキュパンシー  $O$  を説明変数に用いて予測を行う。予測モデルは次のように仮定する。

$$\hat{Q}_2(t+k) = a_0 Q_2(t) + \dots + a_r Q_2(t-r) + b_0 O_2(t) + \dots + b_r O_2(t-r) \quad (17)$$

パラメータ  $a$  と  $b$  はカルマンフィルターによって同定する。

15 分先および 30 分先の予測結果を Fig.13 および Fig.14 に示す。

(3) モデル 3: リンク 2 以外に隣接のリンク 1 およびリンク 3 の交通量を説明変数に加えて予測する。すなわち

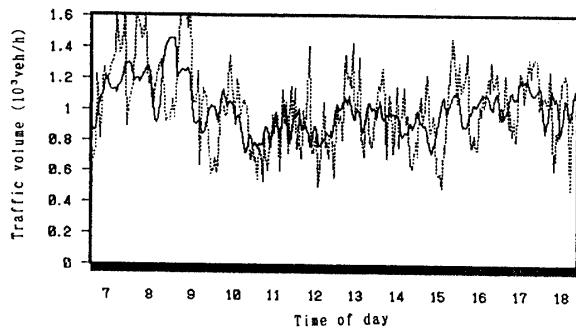


Fig.11 Prediction of 15 min. ahead by model 1

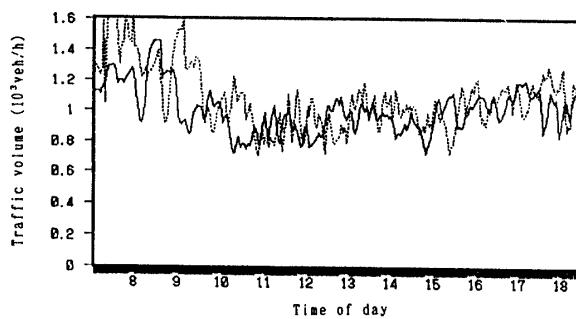


Fig.12 Prediction of 30 min. ahead by model 1

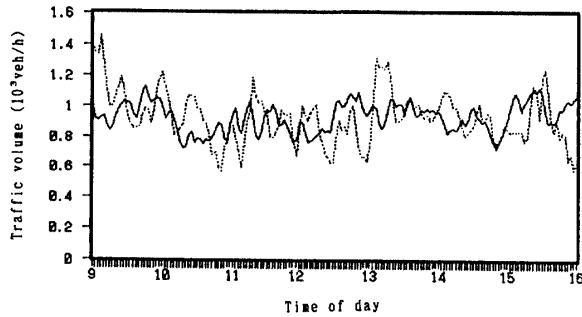


Fig.13 Prediction of 15 min. ahead by model 2

ち、3つのリンクの交通量データを用いて現時点より15分先および30分先のリンク2の交通量を予測する。予測モデルは次のように仮定する。

$$\hat{Q}_2(t+k) = a_0 Q_1(t) + a_2 Q_2(t) + a_3 Q_3(t) \quad (18)$$

予測結果をFig.15およびFig.16に示す。

予測誤差率はTable3に示す。

## 6. まとめ

本研究では、感知器データを用いて、指定されたリンクの交通量を推定し、さらに短期の予測を行った。

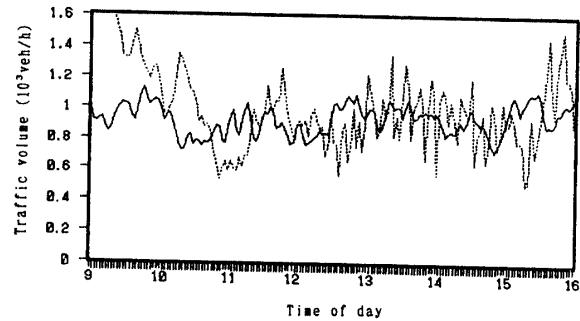


Fig.14 Prediction of 30 min. ahead by model 2

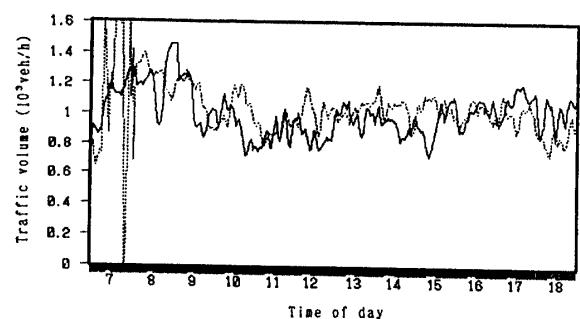


Fig.15 Prediction of 15 min. ahead by model 3

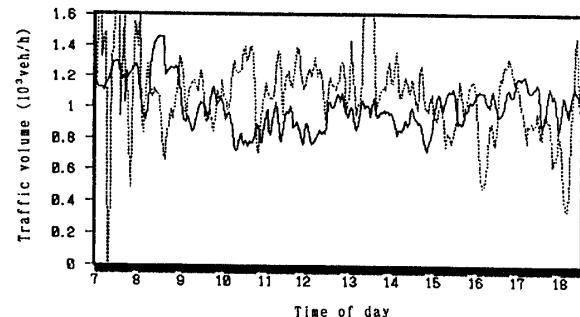


Fig.16 Prediction of 30 min. ahead by model 3

Table 3 Prediction errors by Kalman filter

Error	model 1		model 2		model 3	
	15min ahead	30min ahead	15min ahead	30min ahead	15min ahead	30min ahead
$E_1$	0.192	0.160	0.159	0.194	0.120	0.238
$E_2$	0.221	0.192	0.189	0.240	0.165	0.272

交通量の推定では、ARモデル、調和解析モデル、ARMAモデルおよびARIMAモデルを適用した。このうち、ARIMAモデル以外では、交通量は比較

的精度よく再現できることがわかった。1日の交通量変動は確定的なトレンドが存在しないと考えられ、そのため、ARIMAモデルによる推定はうまくいかなかつた。

交通量の短期予測では、時系列モデルのうち、ARMAモデル、およびカルマンフィルターを用いたモデル化をうまく工夫すれば、30分程度先の交通量であれば、まことに精度で予測できることがわかった。ただし、カルマンフィルターの場合、自リンクの交通量からの予測も、他リンクの交通量を考慮した予測も精度的にはあまり変わらないことがわかった。また、飽和状態にある場合であっても、オキュパンシーを考慮したからといって、予測精度は顕著によくなるということはなさそうであるということがわかった。

今後の課題としては、さらに精度のよい予測手法を開発することがあげられる。

#### 参考文献

- 1) 飯田恭敬・岡田憲夫：土木計画システム分析——現象分析編，森北出版，1992年12月

- 2) 藤井光昭：時系列解析，コロナ社，昭和54年6月
- 3) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1991年5月
- 4) 大崎順：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，pp.43~80，昭和53年3月
- 5) 亀田弘行・池淵周一・春名攻：新体系土木工学 2 確率・統計解析，技報堂，pp.253~256，1981年11月
- 6) 神田徹・藤田陸博：新体系土木工学 26水文学，技報堂，1982年1月
- 7) 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，昭和63年3月
- 8) 加藤寛一郎：最適制御入門，東京大学出版会，1987年2月
- 9) 有本卓：カルマンフィルター，コロナ社，昭和55年7月
- 10) 片山徹：応用カルマンフィルター，朝倉書店，1983年4月
- 11) 奥谷巖：カルマンフィルター理論を用いた道路交通状態の推定と予測，土木学会論文報告集，No.289，pp.131~144，1979年9月

(平成6年4月15日受理)