

波動理論による系統信号路線の交通流解析

久井 守*・佐々木 聡**・神崎 明博***

An Analysis of Traffic Dynamics in Coordinated Signal Systems by Kinematic Wave Theory

Mamoru HISAI, Satoshi SASAKI and Akihiro KOUZAKI

Abstract

This paper describes the modeling and an analysis of traffic queue dynamics at intersections and shock wave propagation in coordinated signal systems by kinematic wave theory. Trajectories of shock waves which propagate from link to link of the road made up of a given number of signalized intersections are drawn on the time-space diagram on personal computer in an easy-to-understand visual way. Trajectories of vehicles which travel on a link can also be drawn on the display. Furthermore, the delay at each link can be computed for specified signal control parameter such as cycle length, green time and offset. Therefore, the relationship between delay and offset can easily be obtained.

1. まえがき

本研究は、複数の交差点からなる系統信号路線を対象とし、交差点で発生する待ち行列や衝撃波の伝播現象を波動理論によってモデル化し、衝撃波の軌跡と車の走行軌跡を時間距離図上に描き、視覚的に交通現象を把握することを試みたものである。

波動理論はLighthill・Whitham¹⁾以来多くの研究が行われてきた。一般街路についてはStephanopoulos等²⁾、Michalopoulos等³⁾は単一リンクを対象とした解析モデルを提案し、池之上が過飽和複数リンクへの展開を試みた^{4),5)}。福山等は複数リンクについて非定常状態の近似解析を行っている^{6),7)}。一方、高速道路においては、奥谷・井上は事故渋滞について解析を行って

る^{8),9)}。久井等は過飽和系統信号系を対象に、主道路方向青時間中の交通密度が一定で不連続となるMichalopoulos等のモデルを改善し交差点の交通流が実現象と一致するようにして波動構造図をパソコン画面に描くようにした¹⁰⁾。久井・田村は最上流交差点の流入を飽和流入と仮定して非飽和および過飽和の両路線をモデル化した¹¹⁾。久井・佐々木は最上流交差点の流入を飽和流入および非飽和流入の両者を扱い交差道路からの流入がない場合も扱えるようにした。

本研究は、これらの研究をもとに次の点について発展させた。

- ① 交差道路からの右左折流入量が交差点ごとに異なる場合を扱えるようにする。
- ② 密度-速度関係として、Greenshieldsの式とGreenbergの式の両者を用いる。
- ③ 時間距離図上に車の走行軌跡を描く。

したがって本研究では、交差点で発生する待ち行列と衝撃波の成長・伝播・解消などの交通流現象をモデル化し、衝撃波の軌跡をリンクごとに計算してパソコン

*知能情報システム工学科

**株フジタ名古屋支店

***山口県庁

画面の時間距離図上にグラフィック表示し、各衝撃波がリンクからリンクへと伝播していく現象を視覚化する。また同時に車の走行軌跡をパソコン画面の時間距離図に表示できるようにした。さらにリンクの遅れ時間を求め、これとオフセットの関係を求めた。

2. 対象路線と交通流の仮定

本研究の対象路線は、非飽和路線と過飽和路線とし、非飽和リンクと過飽和リンクが混在する路線は扱わない。最上流交差点への到着交通は交通密度 K_1 の一樣到着とする。非飽和路線の場合、最上流交差点ではその容量によって非飽和または過飽和のいずれかになるが、そのいずれも扱うことができる。過飽和路線は最下流交差点が過飽和となり、そのためその上流すべてのリンクが渋滞流となる路線である。交差道路から主道路への流入交通は交差点ごとに異なるものとし、また流入がない場合も扱うことができるようにした。

本研究では、交通密度(K)と速度(v)の関係として次のGreenshieldsの式とGreenbergの式を用いて解析を行い、両者の比較ができるようにした。

$$v = v_f(1 - K/K_j) \quad (1)$$

$$v = v_c \ln(K_j/K) \quad (2)$$

ここに

v_f : 自由速度 (m/秒)

v_c : 臨界速度 (m/秒)

K_j : ジャム密度 (台/m)

3. 交差点前後における主道路交通密度の変化

3.1 青開始時の密度変化の仮定

Michalopoulosや池之上等は、青時間中に主道路上流リンクから下流リンクに流入する交通流を交通密度 K_1 の一樣流と仮定している^{3),5)}。しかし、この仮定を用いると交差点において上流と下流の密度が不連続になり実現象とは一致しない。そこで信号が赤から青に変化したとき、つまり青開始時刻において交差点下流で交通密度が $K_2 \rightarrow K_m$ に、上流で $K_j \rightarrow K_m$ にそれぞれ瞬間的に変化すると仮定した。それをFig. 1 (a)に示す。ここに K_m は臨界密度、 K_2 は交差道路からの流入密度である。

3.2 等密度直線の誘導²⁾

時間距離図上の青開始時点から $K_2 \sim K_j$ の等密度直線を放射状に描くことができることを示す。Stephanopoulos等は²⁾

$$q = Kv \quad (3)$$

$$v = f(K) \quad (4)$$

なる交通流の基本式と任意の K - v 式から交通流の連続方程式

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

を解いて、特性曲線が直線になることを示した。いま交通密度 K は距離 x と時間 t の関数とし、 x と t を次のように媒介変数 s で表すと

$$K \begin{cases} x \text{ --- } s \\ t \text{ --- } s \end{cases}$$

合成関数の導関数

$$\frac{dK}{ds} = \frac{\partial K}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial K}{\partial t} \frac{dt}{ds} \quad (6)$$

を考慮して

$$\frac{dx}{ds} = f(K) + K \frac{df}{dK} \quad (7)$$

$$\frac{dt}{ds} = 1 \quad (8)$$

とおけば、式(5)は

$$\frac{dK}{ds} = 0 \quad (9)$$

となる。式(9)は、式(7)と式(8)によって表される曲線

$$\frac{dx}{dt} = f(K) + K \frac{df}{dK} = h(K) \quad (10)$$

上で交通密度は一定であることを意味している。この式(10)は

$$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{ds} \quad (11)$$

に式(7)と式(8)を代入すれば得られる。式(10)の $h(K)$ は

$$h(K) = \frac{dq}{dK} \quad (12)$$

と書くこともできる。すなわち $h(K)$ は q - K 曲線の接線勾配である。いいかえれば密度 K の微小攪乱波の伝播速度である。

式(10)で表される曲線は微分方程式の解法で特性曲線といわれるが、この曲線上では密度は一定であるから、交通工学的には等密度線または密度 K の伝播軌跡を表す曲線ともいえる。この曲線上で K は一定であるから、式(10)より dx/dt は一定となり、したがって特性曲線はこの場合特性「直線」となる。青開始時点で密度は $K_2 \sim K_j$ の範囲の任意の値をとるから、その密度の値 K に対応した $h(K)$ を勾配とする直線を時間距離図上の青開始時点から放射状に引くことができる。これらの直線が等密度線である。それをFig. 1 (b)に示す。

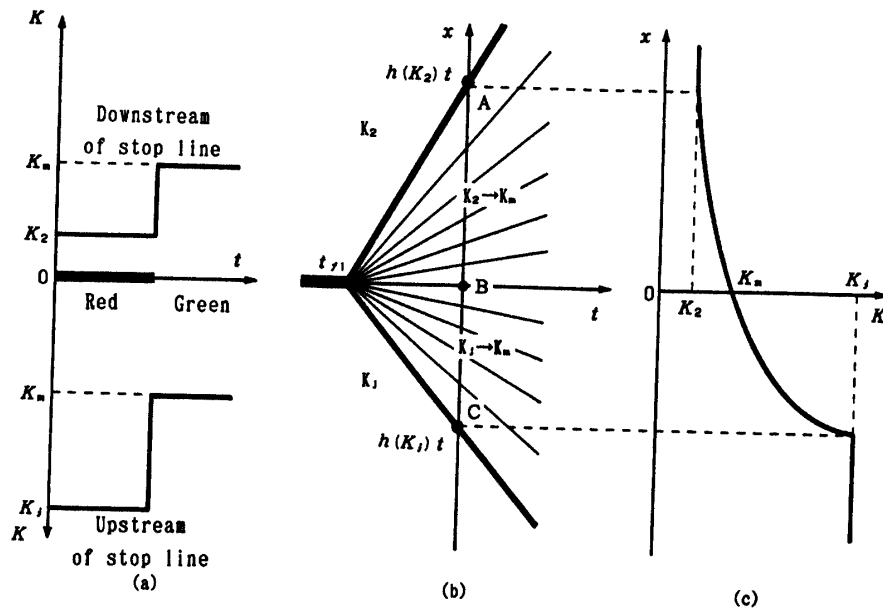


Fig. 1 Traffic density on main road near stop line at the beginning of green time (based on Greenberg's equation)

3.4 Greenshieldsの式を仮定した場合の密度変化

交差点の停止線前後における交通密度の距離的变化について考える。まずK-v関係としてGreenshieldsの式を仮定した場合、式(1)と式(10)より等密度線の勾配は

$$\frac{dx}{dt} = h(K) = v_r \left(1 - \frac{2K}{K_j}\right) \quad (13)$$

となり、等密度線は次のようになる。

$$x = v_r \left(1 - \frac{2K}{K_j}\right) t \quad (14)$$

これを任意の時刻tにおける距離xと密度Kの関係に変形すると

$$K = -\frac{K_j}{2v_r t} x + \frac{K_j}{2} \quad (15)$$

のように密度は距離の1次式になる。停止線における交通密度は式(15)にx=0を代入すると

$$K = \frac{K_j}{2} = K_m \quad (16)$$

となり、これより停止線前後において密度は $K_2 \rightarrow K_m \rightarrow K_j$ と直線的に変化することがわかる。この関係を示す図は久井・佐々木が示している¹²⁾。

3.5 Greenbergの式を仮定した場合の密度変化

次にK-v関係としてGreenbergの式を仮定した場合について停止線前後における密度Kと距離xの関係を求める。式(2)および式(10)より等密度線の勾配は

$$\frac{dx}{dt} = v_c (\ln K_j - \ln K - 1) \quad (17)$$

となり、等密度線は次のようになる。

$$x = v_c (\ln K_j - \ln K - 1) t \quad (18)$$

これを任意の時刻tにおける距離xと密度Kの関係に変形すると

$$K = \exp\left(-\frac{1}{v_c t} x + \ln K_j - 1\right) \quad (19)$$

となり、密度Kは距離xの指数関数になることがわかる。また停止線における交通密度は式(19)にx=0を代入すると

$$K = \exp(\ln K_j - 1) \quad (20)$$

となる。両辺の対数をとって整理すると

$$\ln K = \ln \frac{K_j}{e} \quad (21)$$

$$K = \frac{K_j}{e} = K_m \quad (22)$$

となる。これより停止線前後の点A→点B→点Cにおいて密度は $K_2 \rightarrow K_m \rightarrow K_j$ と曲線的に変化することがわかる。この関係を図で示すとFig. 1 (c)のようになる。

4. 衝撃波のモデル化とその類型化

4.1 Greenshieldsの式を仮定した場合の衝撃波

衝撃波というのは、道路上において密度が不連続に変化する境界面のことである。衝撃波の伝播速度cは次式で表される。

$$c = \frac{K_d v_d - K_u v_u}{K_d - K_u} \quad (23)$$

ここに

K_d : 下流側の交通密度

v_d : 下流側の交通流の速度

K_u : 上流側の交通密度

v_u : 上流側の交通流の速度

ここでK-v関係としてGreenshieldsの式を仮定すると衝撃波の伝播速度は次式になる。

$$c = v_f \left(1 - \frac{K_d}{K_j} - \frac{K_u}{K_j}\right) \quad (24)$$

したがって時間距離図上における衝撃波の軌跡は次のような微分方程式で表すことができる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v_f}{K_j} (K_j - K_d - K_u) \quad (25)$$

ここでxは交通流の方向に測った距離、tは時間である。この式(25)に上流側の密度 K_u と下流側の密度 K_d を与えて微分方程式を解けば衝撃波の軌跡を表す一般式が得られる。

上流側が一定密度で下流側が過渡密度となる衝撃波WAVE60を例として、衝撃波の一般式の誘導は久井・佐々木が示している¹²⁾。交差道路からの流入が異なる場合の衝撃波と特性直線をあわせて26種類あり、その一般式は11種類に類型化できる。これは交差道路からの流入量が互いに等しい場合¹²⁾より1種類多い。その1種類というのはWAVE55であり、その軌跡を表す一般式は

$$x = x_0 + h\{K_2(i), K_2(j)\}(t - t_0) \quad (26)$$

である。それ以外の10種類の衝撃波の一般式は、交差道路からの流入量が互いに等しい場合の一般式の K_2 の代わりに $K_2(i)$ 、 $K_2(j)$ を用いて表すことができる。

衝撃波は、成長過程にある待ち行列の衝撃波をQBW (Queue Building Waveの略)、解消過程にある待ち行列の衝撃波をQDW (Queue Dissipation Waveの略)、その他の衝撃波をWAVE、特性直線をLINEの記号で示す。またそれぞれの記号の末尾に番号をつけて衝撃波および特性直線を細分類する。これらの22種類の衝撃波と4種類の特性直線を類型化すると以下のようになる。

A. 成長過程にある待ち行列

QBW1, QBW2, QBW3, QBW4

B. 解消過程にある待ち行列

QDW1, QDW2, QDW3, QDW4

C. 上流方向へ伝播する衝撃波

WAVE10, WAVE20

D. 下流方向へ伝播する衝撃波

WAVE50, WAVE55, WAVE60,
WAVE65, WAVE67, WAVE70,
WAVE75, WAVE77, WAVE79,
WAVE80, WAVE90, WAVE95

E. 特性直線

LINE1, LINE4, LINE45, LINE47

これらの衝撃波の中でWAVE80, WAVE90, WAVE95は本研究で新しく提案するものであり、その他の衝撃波はMichalopoulos等の提案した衝撃波^{3),5)}に基づいて本研究において再定義したものである。A, Bグループは待ち行列の最後尾を表す衝撃波、Cグループは過飽和路線でのみ発生する衝撃波、Dグループは非飽和路線でのみ発生する衝撃波である。

これらの22種類の衝撃波を上流および下流の密度によって類型化すると以下のようになる。

a. 上流下流とも一定密度

QBW1, QBW2, WAVE50, WAVE55

b. 下流が一定密度で上流が過渡密度

QBW3, QBW4, WAVE20, WAVE90,
WAVE95

c. 下流が過渡密度で上流が一定密度

QDW1, QDW2, WAVE60, WAVE65,
WAVE67, WAVE80

d. 上流下流とも過渡密度

QDW3, QDW4, WAVE10, WAVE70,
WAVE75, WAVE77, WAVE79

4.2 Greenbergの式を仮定した場合の衝撃波

K-v関係としてGreenbergの式を仮定すると、衝撃波の伝播速度は次式になる。

$$\frac{dx}{dt} = v_c \left(\ln K_j - \frac{K_d \ln K_d - K_u \ln K_u}{K_d - K_u} \right) \quad (27)$$

この場合、衝撃波の一般式を解析的に求めることは困難である。したがって数値的に衝撃波の軌跡を求める必要がある。そのために衝撃波の伝播速度を求める必要があるが、WAVE60を例としてその伝播速度の式を求める。まず下流側の等密度線は

$$x = h(K)(t - t_{f1}) + D_1 \quad (28)$$

である。ここに t_{f1} 、 D_1 は等密度線の放射原点である。またK-v関係としてGreenbergの式を仮定すると、式(28)は次のようになる。

$$x = v_c (\ln K_j - \ln K - 1) (t - t_{f1}) + D_1 \quad (29)$$

これをKについて解くと

$$K = \exp \left\{ \ln K_j - 1 - \frac{x - D_1}{v_c (t - t_{f1})} \right\} \quad (30)$$

となる。式(27)の K_d にこのKを代入し、 K_u に K_2 を代入

Table 1 Shock wave matrix

		Downstream												
		LINE1	WAVE20	WAVE10	LINE4	LINE45	LINE47	WAVE50	WAVE55	WAVE60	WAVE65	WAVE67	WAVE70	WAVE75
Upstream	LINE1													
	WAVE20	WAVE10												
	WAVE10		WAVE20	WAVE10										
	LINE4													
	LINE45													
	LINE47						WAVE79		WAVE95	WAVE95	WAVE70	WAVE75		
	WAVE50													
	WAVE55													
	WAVE60													
	WAVE65													
	WAVE67													
	WAVE70													
	WAVE75													
	WAVE77													
	WAVE79													
	WAVE80													
	WAVE90													
	WAVE95													
	QBW1	QDW1												
	QBW2	QDW2												
QBW3	QDW3													
QBW4	QDW4													
QDW1		QBW1	QDW1											
QDW2		QBW2	QDW2											
QDW3		QBW3	QDW3											
QDW4		QBW4	QDW4											

		Downstream												
		WAVE77	WAVE79	WAVE80	WAVE90	WAVE95	QBW1	QBW2	QBW3	QBW4	QDW1	QDW2	QDW3	QDW4
Upstream	LINE1													
	WAVE20													
	WAVE10													
	LINE4													
	LINE45													
	LINE47													
	WAVE50													
	WAVE55													
	WAVE60													
	WAVE65													
	WAVE67													
	WAVE70													
	WAVE75													
	WAVE77													
	WAVE79													
	WAVE80													
	WAVE90													
	WAVE95													
	QBW1													
	QBW2													
QBW3														
QBW4														
QDW1														
QDW2														
QDW3														
QDW4														

すれば衝撃波の伝播速度 dx/dt を求めることができる。この伝播速度を用いて Δt 秒ごとに衝撃波の位置を求め時間距離図上にプロットし、それを1周期繰り返すことで波動構造図を描く。これ以外の衝撃波および特性直線の伝播速度についても同様に求められる。ただしWAVE50, WAVE55については上流, 下流とも一定密度領域であるため数値的に解く必要はない。したがってLINE1, LINE4, LINE45, LINE47, WAVE50, WAVE55についてはGreenshieldsの場合の一般式を用いることができる。

5. 衝撃波行列

衝撃波が時間距離図上を伝播していく際に、衝撃波と衝撃波または衝撃波と特性直線が交差して新しい衝撃波が発生したり、または衝撃波が消滅したりする。Michalopoulos等はこの衝撃波の組み合わせから新たに

発生する衝撃波を行列形式にまとめ、それを衝撃波行列と呼んでいる³⁾。本研究でもこれと同様にして26種類の衝撃波および特性直線について衝撃波行列にまとめた。ただしMichalopoulos等は衝撃波行列を対称行列としていたが、本研究では行および列をそれぞれ上流および下流の衝撃波または特性直線として表している。ここで作成した衝撃波行列をTable 1に示す。

6. 計算例

以上において述べた系統信号路線の波動モデルをBASICでプログラミングし、それによって得た波動構造図, 車の走行軌跡および遅れ時間の計算例を示す。これらに共通の計算条件は次の通りである。ジャム密度 $K_j=0.16$ 台/m, 飽和交通流率 $q_m=0.5$ 台/秒, 自由速度 $v_f=12.5$ m/秒, 臨界速度 $v_c=8.49$ m/秒。ここに臨界速度は $v_c=q_m/K_m$ で求めた。ただし K_m は,

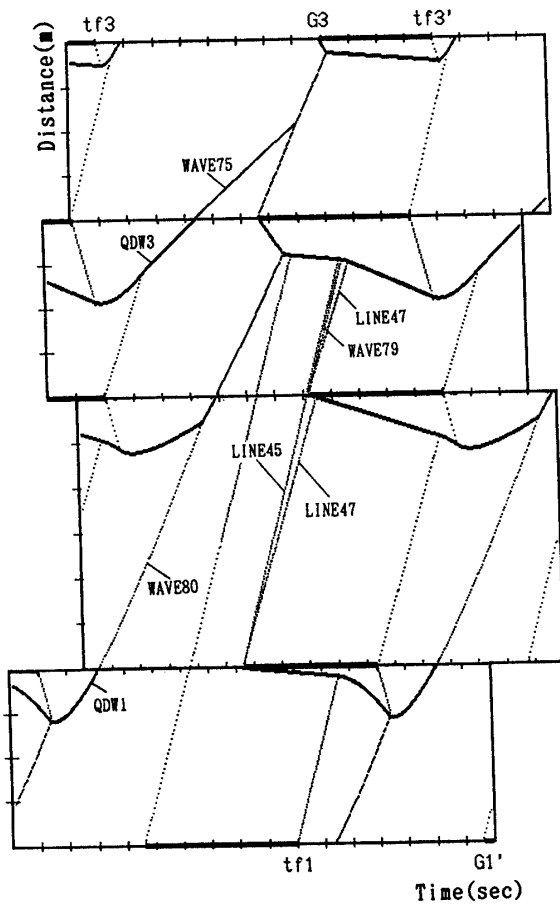


Fig. 2 Propagation of shock waves on undersaturated signalized links (based on Greenshield's equation)

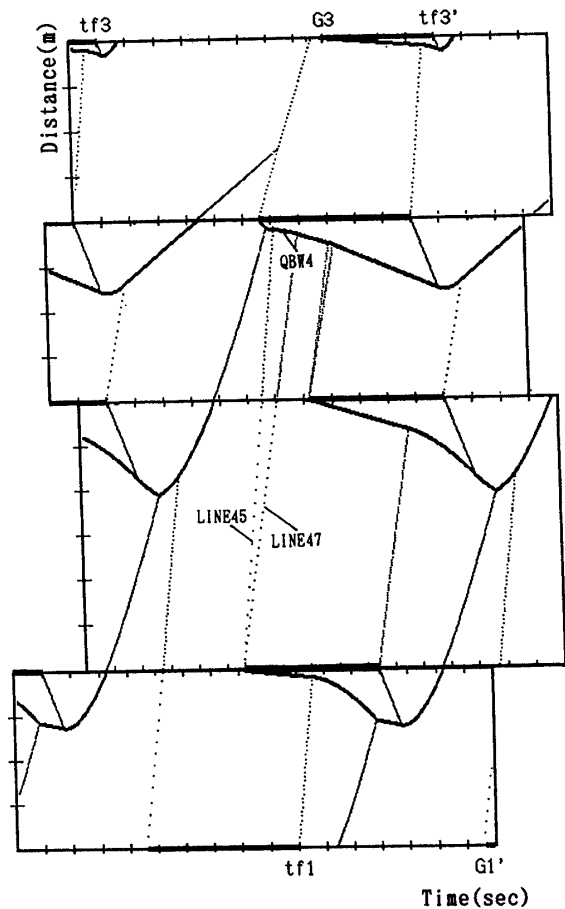


Fig. 3 Propagation of shock waves on undersaturated signalized links (based on Greenberg's equation)

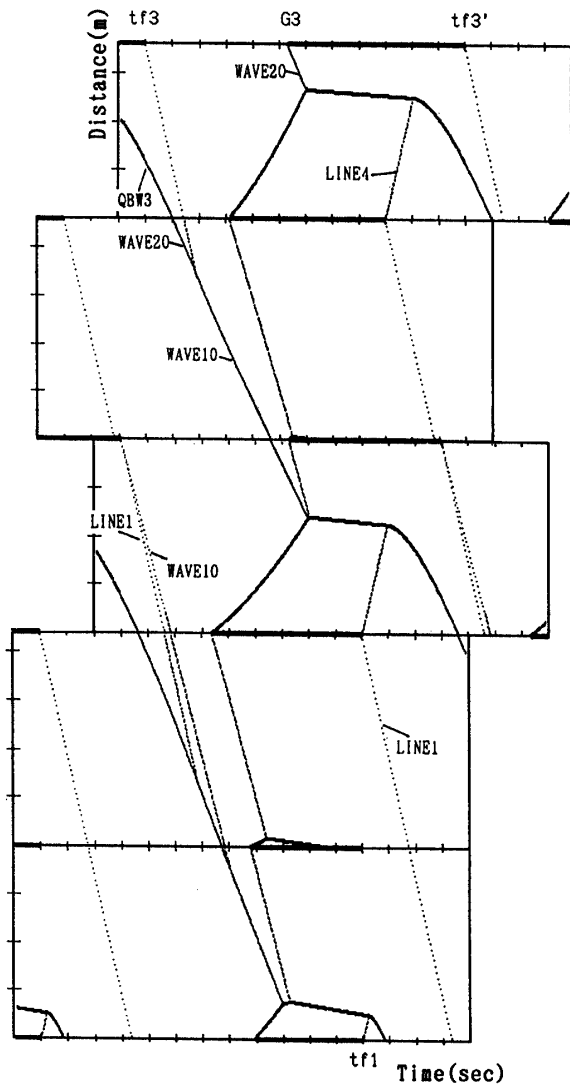


Fig. 4 Propagation of shock waves on oversaturated signalized links (based on Greenshield's equation)

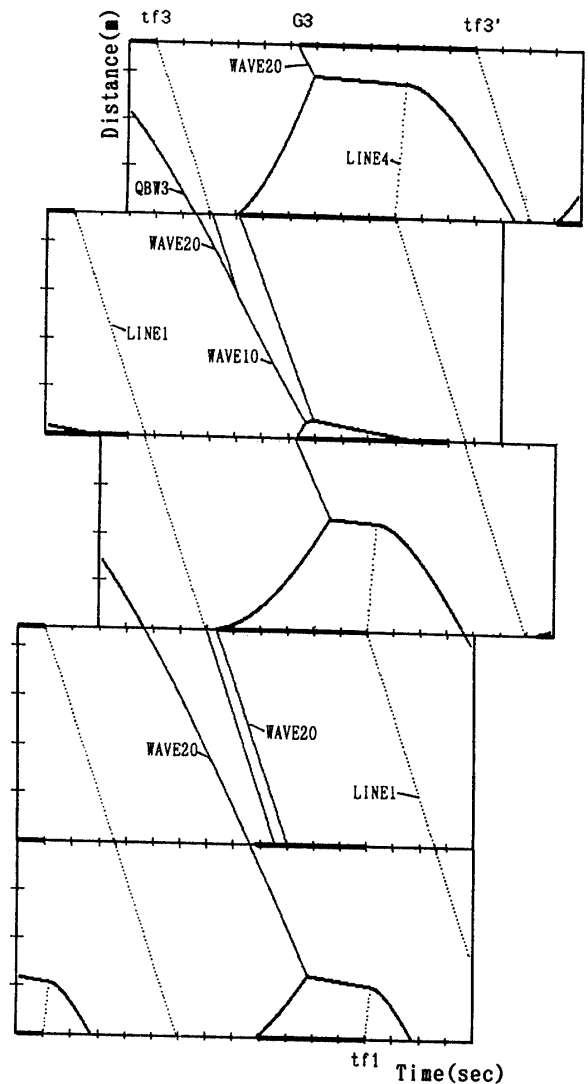


Fig. 5 Propagation of shock waves on oversaturated signalized links (based on Greenberg's equation)

$K_j=0.16$ (台/m)を与えて式(22)で求めた。

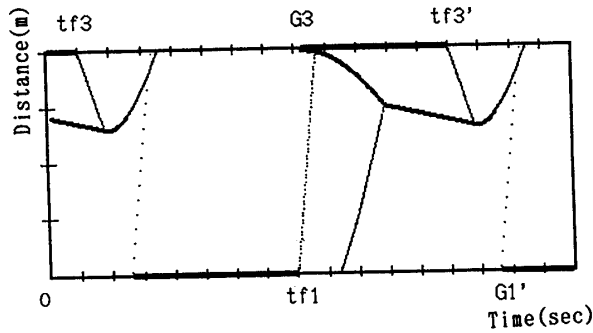
6.1 波動構造図

波動構造図とは、縦軸に距離 x 、横軸に時間 t をとった時間距離図上に衝撃波および特性直線の伝播軌跡を描いたものである。波動構造図は、計算開始時刻より Δt ごとの時間 t について衝撃波の座標 x を計算し時間距離図上に1周期分プロットして作成する。 Δt は周期を適当な分割数で除したもので、この分割数は300~800程度を与える。ここでは定常状態を考慮しているので1周期を越える部分の波動構造は平行移動させて描く。

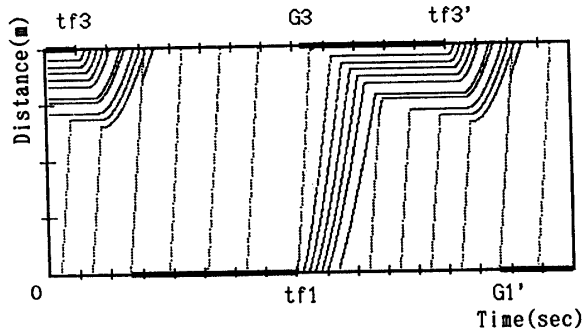
非飽和路線の波動構造図の例をFig. 2およびFig. 3に示す。Fig. 2は $K-v$ 関係としてGreenshieldsの式を仮

定した場合の例であり、Fig. 3はGreenbergの式を仮定した場合の例である。図の縦軸は50m目盛り、横軸は10秒目盛りである。計算条件は、周期 $C=120$ 秒、信号現示率 ϕ は下流から順に0.660, 0.550, 0.600, 0.600, 0.550, 最上流交差点への到着交通量 $q_1=0.10$ 台/秒、右左折流入交通量 q_2 は下流リンクから順に0.04, 0.20, 0.15, 0.05台/秒である。

過飽和路線の波動構造図をFig. 4およびFig. 5に示す。Fig. 4はGreenshieldsの式を仮定した場合であり、Fig. 5はGreenbergの式を仮定した場合の波動構造図である。計算条件は、周期 $C=120$ 秒、信号現示率 ϕ は下流から順に0.440, 0.510, 0.520, 0.530, 0.650, 0.660, 右左折流入交通量 q_2 は下流リンクから順に0.03, 0.08,



(a) Shock waves



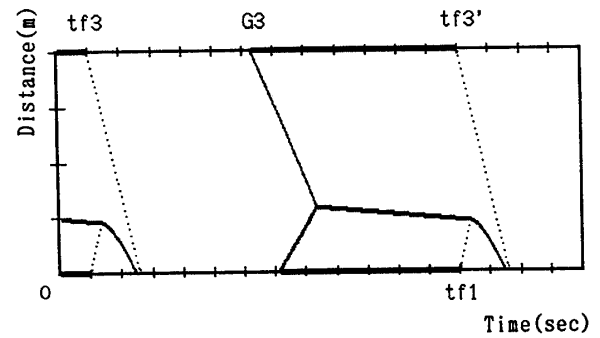
(b) Vehicle trajectories

Fig. 6 Shock waves and vehicle trajectories on an undersaturated signalized link (based on Greenberg's equation)

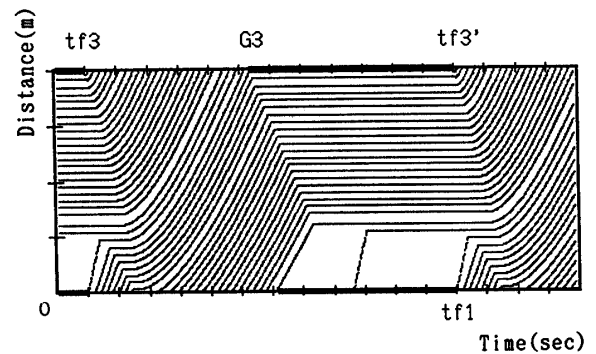
0.04, 0.06, 0.07台/秒である。

6.2 車の走行軌跡

本研究では、波動構造解析に基づいて車の走行軌跡を描くプログラムも開発した。車の走行軌跡は次のようにして求める。すなわち車の現在位置の密度から速度を計算し、これを用いて Δt 秒後の車の位置を計算するという手順を1周期繰り返すことで走行軌跡を求める。Greenbergの式を仮定した場合の非飽和リンクの走行軌跡をFig. 6に示す。またGreenshieldsの式を仮定した場合の過飽和リンクの走行軌跡をFig. 7に示す。これらの図では走行軌跡と波動構造図を対比して示した。Fig. 6の計算条件は、周期 $C=120$ 秒、信号現示率 ϕ は下流から順に0.600, 0.550, 最上流交差点への到着交通量 $q_1=0.10$ 台/秒、右左折流入交通量 q_2 は0.08台/秒である。またFig. 7の計算条件は、周期 $C=120$ 秒、信号現示率 ϕ は下流から順に0.440, 0.510, 右左折流入交通量 q_2 は0.04台/秒である。



(a) Shock waves



(b) Vehicle trajectories

Fig. 7 Shock waves and vehicle trajectories on an oversaturated signalized link (based on Greenshield's equation)

6.3 遅れ時間

本研究では Δt 秒ごとに衝撃波の座標位置を計算しながら、同時にリンクごとに遅れ時間を求めている。遅れ時間は次式により求めた。

遅れ時間 = 総旅行時間 - 交通量 \times リンク長 / 自由速度
ここに総旅行時間は、リンクにおける衝撃波と交通密度分布からリンク上の車両台数を求め、これを Δt 秒ごとに1周期分合計したものに Δt を乗じて計算することができる。遅れ時間は自由速度でリンクを走行するのに要する時間を除いて求める。遅れ時間の単位は(台・秒/周期)である。交通量は、主道路および交差道路から1周期中に当該リンクに流入してくる車の台数(台/周期)である。

非飽和単一リンクの遅れ時間とオフセットの関係を図8および図9に示す。遅れ時間は上下両方向の合計の遅れ時間である。計算条件は、リンク長 $L=200$ m, 周期 $C=90, 95, 100, 105, 110$ 秒, 信号現示率 $\phi=0.55, 0.55$, 右左折流入交通量 $q_2=0.08$ 台/秒である。

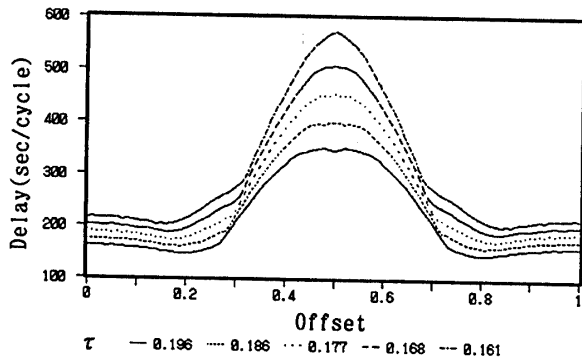


Fig. 8 Relationship between delay and offset (based on Greenshields's equation)

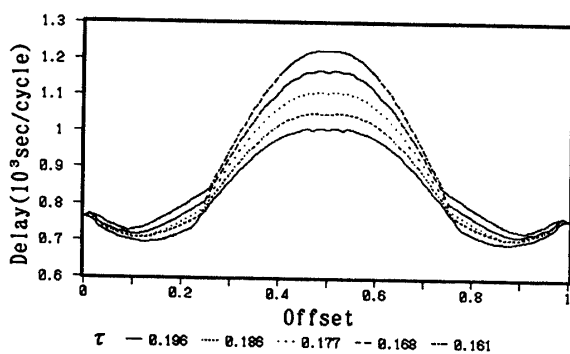


Fig. 9 Relationship between delay and offset (based on Greenberg's equation)

図中の τ はリンク長の時間距離を周期で基準化した値である。

7. まとめ

本研究では、系統信号路線を対象とし、交差道路からの流入交通量が交差点ごとに異なる場合について、待ち行列や衝撃波の伝播現象をモデル化し、リンクからリンクへと伝播する衝撃波の軌跡をパソコン画面の時間距離図に表示した。また車の走行軌跡も画面表示した。これによって系統信号路線の波動伝播現象を視覚的に把握できるようになった。また同時にリンクの遅れ時間も計算できるようにした。信号条件を任意に与えるようにしているので、遅れ時間とオフセットの関係を求めることができた。本研究では、交通密度と速度の関係としてGreenshieldsの式とGreenbergの式の両者をモデル化し、その両者の波動構造、走行軌跡および遅れ時間に及ぼす影響を比較した。今後の課題としては、実際の交通現象を調査しモデルの再現性を検証すること、および交差道路への右左折流出を考

慮することなどが挙げられる。

参考文献

- 1) M. J. Lighthill & G. B. Whitham : On Kinematic Waves II. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, Proc. R. Soc. of London, series A, vol.229, pp.317~345, 1955
- 2) Gregory Stephanopoulos, P. G. Michalopoulos and George Stephanopoulos : Modelling and Analysis of Traffic Queue Dynamics at Signalized Intersections, Trans. Res. A, Vol.13, No.5, pp.295~307, 1979
- 3) P. G. Michalopoulos, Gregory Stephanopoulos and V. B. Pisharody : Modeling of Traffic Flow at Signalized Links, Trans. Sci., Vol.14, No.1, pp.9~41, 1980
- 4) 池之上慶一郎・田島伸裕 : 過飽和状態の信号待ち行列のダイナミクスについて, 科学警察研究所報告交通編, Vol.23, No.1, pp.20~26, 1982
- 5) 池之上慶一郎 : 系統信号系における過飽和交通流の波動理論による研究, 科学警察研究所報告交通編, Vol.24, No.1, pp.12~22, 1983
- 6) 福山正治 : 波動理論応用による交通流挙動の近似解析, 第5回土木計画学研究発表会講演集, pp.137~145, 1983
- 7) T. Sasaki, M. Fukuyama and Y. Namikawa : An Approximative Analysis of the Hydrodynamic Theory on Traffic Flow and a Formulation of a Traffic Simulation Model, Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.1~20, 1984
- 8) I. Okutani and N. Inoue : Estimation of Traveling Time between Ramps and Discharge Control on Expressway, Proc. of JSCE, No.211, pp.99~107, 1973
- 9) 井上矩之 : 波動理論による事故渋滞の解析, 交通工学, Vol.9, No.6, pp.22~31, 1974
- 10) 久井守・蔵重良和・梶谷直毅 : 過飽和信号系における波動伝播現象のグラフィック解析, 山口大学工学部研究報告, Vol.41, No.1, pp.59~68, 1990
- 11) 久井守・田村洋一 : 複数リンクからなる系統信号システムの待ち行列と衝撃波の動的解析, 土木学会論文集, No.431/IV-15, pp.87~96, 1991
- 12) M. Hisai, S. Sasaki : Shock Wave Propagation Analysis in Coordinated Signal Systems by

