

# 曲がりばりの動吸振ばりによる振動制御

會 田 忠 義\*・長 迫 大 喜\*\*

## Vibration Control of Curved Beams by Dynamic Absorbing Curved Beams

Tadayoshi AIDA and Taiki NAGASAKO

### Abstract

In this paper, A new beam-type dynamic vibration absorber for controlling the several predominant modes of vibrations of a curved beam (main curved beam) under harmonic excitation, which consists of a curved beam (dynamic absorbing curved beam) under the same boundary condition as the main curved beam and with uniformly distributed connecting springs and dampers between the main and dynamic absorbing curved beams. Equations of motions of the system in modal coordinates of the main curved beam become equal to those of the two-degrees-of-freedom system with two masses and three springs.

Formulas for optimum design of the beam-type dynamic vibration absorber are presented using the optimum tuning method of a dynamic absorber in two-degrees-of-freedom system, obtained by the Den Hartog method. Moreover, for practical problems, an approximate tuning method of the beam-type dynamic absorbers with several sets of concentrated connecting springs and dampers is also presented. The numerical calculations demonstrate the effectiveness of the beam-type dynamic absorber.

### 1. まえがき

土木・建築構造物等に見られる長大化・高層化・複雑化に対し、安全性、居住性等の面から構造物の振動制御に対する関心が高まっている。従来は、構造物の形状を工夫することにより振動を抑えてきたが、近年、振動制御に関する様々な研究が行われている。

著者らは、これまでにTMD (Tuned Mass Dmper) の一種であるはりタイプの動吸振装置を提案してきた<sup>1)</sup> すなわち、はり構造物を対象として、等分布質量・等分布剛性をもつ単一ばり・連続ばり及び円弧アーチを想定し、対象構造物と同じ境界条件をもつはりを動吸振ばりとして、ばね及びダンパーで対象構造物に装着

したものを動吸振器として利用し、その優れた制振効果が現段階までに示されてきた。

本研究では、曲げ・ねじり連成系である曲線部材の面外振動に対する振動制御を考える。すなわち、対象とする曲がりばりと同じ境界条件をもち、質量分布及び剛性分布ともに相似な曲がりばり(動吸振曲がりばり)を想定し、対象曲がりばりに連結ばね・ダンパーにより装着して動吸振装置とするもので、このはりタイプの動吸振器の調整方法を提案するとともにその有効性と実用性を示す。

### 2. 動吸振曲がりばりによる曲がりばりの受動的制振理論

#### 2.1 動吸振曲がりばり装着時の曲がりばりの運動方程式

Fig. 1 に示す曲がりばり (Main Curved Beam 以下 MCB) を対象構造物として、この対象曲がりばりに

\*社会建設工学科

\*\*石川島播磨重工業(株)

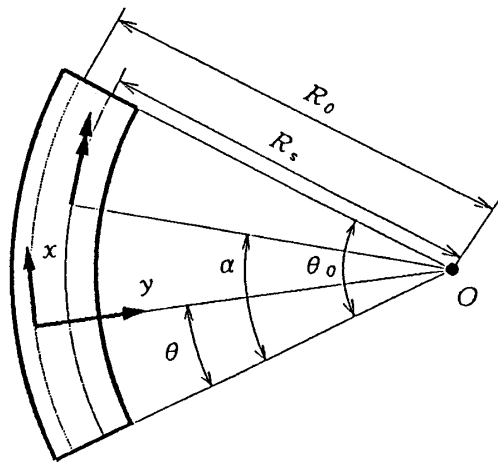


Fig. 1 Coordinates of curved beam.

同じ境界条件をもつ相似な曲がりばり (Dynamic Absorbing Curved beam 以下DACB) を備えた系 (Fig. 2 参照) に励振力が作用したモデルを採用した。

Fig. 2 に示す様に、対象曲がりばりの重心と動吸振曲がりばりの重心は、同一直線上にあり、せん断中心及びびについても同様であるとする。また、ねじり振動に対応するように連結ばね・ダンパーを各特性値のものを重心から左右にそれぞれ距離の所に装着する。図中、 $w_1, w_2$  : MCB及びDACBのせん断中心の鉛直変位、

$\phi_1, \phi_2$  : MCB及びDACBのせん断中心のねじり角、

$k_w, c_w$  : 鉛直ばね及びダンパーの特性値。

Fig. 1 に示す系の運動方程式は次式で与えられる。

【MCBの運動方程式】

(曲げ振動)

$$m_1 R_s (\ddot{w}_1 - y_s \ddot{\phi}_1) + \left[ EI_1 + \frac{EC_{\omega 1}}{R_s} \right] w_1'''' - GJ_1 w_1'' + \frac{EC_{\omega 1}}{R_s^2} \phi_1'''' - (EI_1 + GJ_1) R_s \phi_1'' + c_w \{ (\dot{w}_1 - y_s \dot{\phi}_1) - (\dot{w}_2 - y_s \dot{\phi}_2) \} R_s^4 + k_w \{ (w_1 - y_s \phi_1) - (w_2 - y_s \phi_2) \} R_s^4 = P_w R_s^4 e^{i\omega_0 t} \delta(\theta - \alpha) \quad (1)$$

(ねじり振動)

$$(I_{p1} + m_1 y_s^2) R_s^3 \ddot{\phi}_1 - m_1 y_s R_s^3 \ddot{w}_1 + \frac{EC_{\omega 1}}{R_s^2} w_1'''' - (EI_1 + GJ_1) w_1'' + \frac{EC_{\omega 1}}{R_s} \phi_1'''' - GJ_1 R_s \phi_1'' + EI_1 R_s \phi_1 + \{ (c_\phi \dot{\phi}_1 + k_w y_s^2 \dot{\phi}_1 - k_w y_s \dot{w}_1) - (c_\phi \dot{\phi}_2 + c_w y_s^2 \dot{\phi}_2 - c_w y_s \dot{w}_2) \} R_s^3 + \{ (k_\phi \phi_1 + k_w y_s^2 \phi_1 - k_w y_s w_1) - (k_\phi \phi_2 - k_w y_s^2 \phi_2 - k_w y_s w_2) \} R_s^3 = T_x R_s^3 e^{i\omega_0 t} \delta(\chi - \alpha) \quad (2)$$

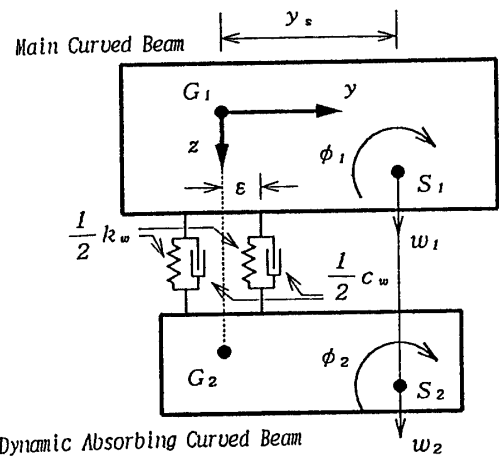


Fig. 2 Cross-section of main curved beam and dynamic absorbing curved beam.

【DACBの運動方程式】

(曲げ振動)

$$m_2 R_s^4 (\ddot{w}_2 - y_s \ddot{\phi}_2) + \left[ EI_2 + \frac{EC_{\omega 2}}{R_s} \right] w_2'''' - GJ_2 w_2'' + \frac{EC_{\omega 2}}{R_s^2} \phi_2'''' - (EI_2 + GJ_2) R_s \phi_2'' + c_w \{ (\dot{w}_2 - y_s \dot{\phi}_2) - (\dot{w}_1 - y_s \dot{\phi}_1) \} R_s^4 + k_w \{ (w_2 - y_s \phi_2) - (w_1 - y_s \phi_1) \} R_s^4 = 0 \quad (3)$$

(ねじり振動)

$$(I_{p2} + m_2 y_s^2) R_s^3 \ddot{\phi}_2 - m_2 y_s R_s^3 \ddot{w}_2 + \frac{EC_{\omega 2}}{R_s^2} w_2'''' - (EI_2 + GJ_2) w_2'' + \frac{EC_{\omega 2}}{R_s} \phi_2'''' - GJ_2 R_s \phi_2'' + EI_2 R_s \phi_2 + \{ (c_\phi \dot{\phi}_2 + c_w y_s^2 \dot{\phi}_2 - c_w y_s \dot{w}_2) - (c_\phi \dot{\phi}_1 + c_w y_s^2 \dot{\phi}_1 - c_w y_s \dot{w}_1) \} R_s^3 + \{ (k_\phi \phi_2 + k_w y_s^2 \phi_2 - k_w y_s w_2) - (k_\phi \phi_1 + k_w y_s^2 \phi_1 - k_w y_s w_1) \} R_s^3 = 0 \quad (4)$$

式中、 $m_1, m_2$  : MCB及びDACBの断面重心を通る軸線の単位長さ当たりの質量、

$EI_1, EI_2$  : MCB及びDACBの換算曲げ剛性、

$$EI_1 = E \frac{R_s}{R_o} I_{x1}, \quad EI_2 = E \frac{R_s}{R_o} I_{x2} \quad (5)$$

$I_{x1}, I_{x2}$  : MCB及びDACBのy軸まわりの断面2次モーメント、

$R_s, R_o$  : MCB及びDACBのせん断中心及び重心の曲率半径、

$GJ_1, GJ_2$  : MCB及びDACBのねじり剛性、

$EC_{\omega 1}, EC_{\omega 2}$  : MCB及びDACBのそり剛性、

$I_{p1}, I_{p2}$  : MCB及びDACBの重心に関する

るはり単位長さ質量の慣性極 2 次モーメント,

$P_w, T_x$  : 中心角のせん断中心に鉛直に作用する集中周期力及び集中周期モーメントの振幅,

$\omega_0$  : 上記周期外力の励振振動数,

$$(\dot{\phantom{x}}) = \left[ \frac{\partial}{\partial t} \right], \quad (\dot{\phantom{\theta}}) = \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \right],$$

また,  $k_\phi = k_w \varepsilon^2$ ,  $c_\phi = c_w \varepsilon_2$ .

### 2.2 モード方程式と振動解析

両曲がりばりの質量分布及び剛性分布に関して, 式(6)及び式(7)の相似の関係を満たすとき,

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{I_{p2}}{I_{p1}} = \mu \quad (6)$$

$$\frac{EI_2}{EI_1} = \frac{GJ_2}{GJ_1} = \frac{EC\omega_2}{EC\omega_1} = \alpha \quad (7)$$

両曲がりばりの固有関数は等しい形で表され, 対象曲がりばり及び動吸振曲がりばりの*i*次の固有円振動数をそれぞれ $\omega_{1i}$ 及び $\omega_{2i}$  ( $i=1, 2, \dots$ ) とすると, 式(8)の関係が成り立つ.

$$\omega_{1i}^2 = \frac{\mu}{\alpha} \omega_{2i}^2 \quad (8)$$

今, *i*次モードの固有振動変位を $\phi_i$ で表し, 両曲がりばり連結時の強制振動変位を次式で表す.

【MCB】

$$w_1(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_1(\theta) \rho_{1i}(t), \quad \phi_1(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_1(\theta) \rho_{1i}(t) \quad (9)$$

【DACB】

$$w_2(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_1(\theta) \rho_{2i}(t), \quad \phi_2(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_1(\theta) \rho_{2i}(t) \quad (10)$$

ここで, 式(11)で表される固有関数の直交条件

$$\int_0^{\theta_0} \{W_j, \Phi_j\} \begin{bmatrix} 1 - y_s \\ -y_s (i_p^2 + y_s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_i \\ \Phi_i \end{Bmatrix} d\theta = \begin{cases} \gamma & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (11)$$

$$(i_p^2 = \varepsilon^2 = \frac{I_{p1}}{m_1})$$

を用い, 式(9)及び(10)を運動方程式(1)~(4)に代入し, 整理すると, 次式のようにモード方程式が得られる.

【MCBのモード方程式】

$$m_1 \ddot{\rho}_{1j} + m_1 \omega_{1j}^2 \rho_{1j} + c_w (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) + k_w (\rho_{1j} - \rho_{2j}) = \frac{1}{\gamma} \{P_w W_j(\alpha) + T_x \Phi_j(\alpha)\} e^{i\omega_0 t} \quad (12)$$

【DACBのモード方程式】

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + m_2 \omega_{2j}^2 \rho_{2j} + c_w (\dot{\rho}_{2j} - \dot{\rho}_{1j}) + k_w (\rho_{2j} - \rho_{1j}) = 0 \quad (13)$$

$$(j=1, 2, \dots)$$

式(12)及び(13)は, 2質量3ばね系の運動方程式と等価な関係となる. 従って, Fig. 1に示した単一曲がりばりにおける振動系の*j*次モードについては, 2質量3ばね系モデルに置換できることがわかる. 置換モデルをFig.2-3に示す.

### 2.3 2質量3ばね系における動吸振器の調整理論<sup>1)</sup>

Den Hartogの定点理論より, 2質量3ばね系モデルの最適調整パラメータは, 副振動系の質量をの仮定のもとで決定し, 主振動系の制限振幅 $Y_{1p} = R_e(u_1)/y_{st}(R_e(u_1))$ :  $u_1$ の実振幅,  $y_{st} = P_1/k$ を設定すると, 式(14)より適正な付加ばねが決定される. この時の $\mu$ と $f_3^2$ のもとで適正な2次ばね $k_2$ が式(15)より, 更にダンパーの減衰係数 $c$ が式(16)より決定される. 以上の各値は以下のように表される.

$$k_3 = \mu k_1 \left[ 1 - \frac{1}{Y_{1p}} \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \right] \quad (14)$$

$$k_2 = \frac{k_1 \sqrt{\mu(2+\mu)}}{Y_{1p}(1+\mu)^2} \quad (15)$$

$$c_2 = 2\mu h \sqrt{k_1 m_1} \quad (16)$$

$$\text{ここで, } h^2 = \frac{1}{2} (h_p^2 + h_q^2) \quad (17)$$

$$\left. \begin{matrix} h_p^2 \\ h_q^2 \end{matrix} \right\} = \frac{(3+2\mu \mp 2\sqrt{\mu(2+\mu)})}{4(1+\mu)^3 Y_{1p} \{ (1+\mu) Y_{1p} - \sqrt{\mu(2+\mu)} \mp 1 \}} \quad (18)$$

### 2.4 動吸振曲がりばりの最適調整理論

Fig. 4に示す対象曲がりばり(主振動系)及び動吸振曲がりばり(副振動系)の*j*次モードの挙動は, Fig. 3に示すモデルの挙動で表されることから, Den Hartogの定点理論による2質量3ばね系モデルの最適調整理論を, 動吸振曲がりばりの最適調整に応用することが可能である. ここで, 動吸振曲がりばりの最適調整では, 周期外力による対象曲がりばりの振動変位が式(9)及び(10)で表され, 外力の励振振動数に近い固有振動数に対するモードの影響を大きく受けることに注目して, この対応するモードの影響を極小化する方法をとる. 以下に*j*次モード制振に注目した動吸振曲がりばりの最適調整の手順と調整式を示す.

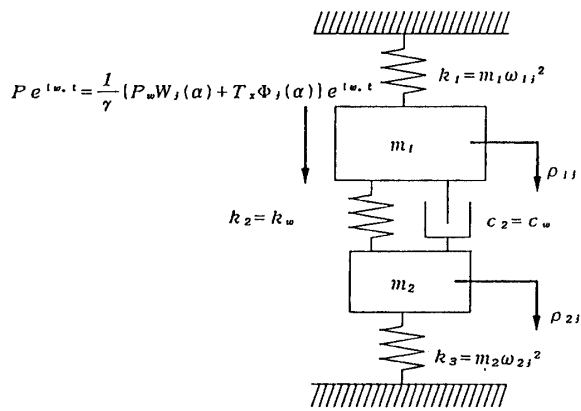


Fig. 3 Two-degrees-of-freedom system for  $j$ th mode of a main curved beam with a dynamic absorbing curved beam attached by uniformly distributed connecting springs and dampers.

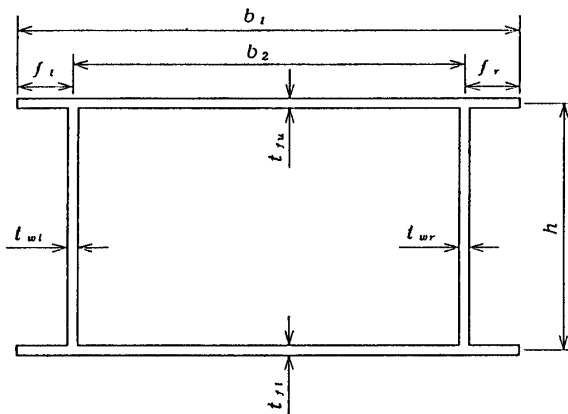


Fig. 4 Cross-section of model beam.

1) 質量比  $\mu = \frac{m_2}{m_1}$  の設定

2) 対象曲がりばりの振幅制限  $\delta$  による  $Y_{1P}$  の設定

対象曲がりばりの制御実振幅は、 $j$  次モードが卓越することから、近似的ではあるが次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w_1 &\doteq W_j(\theta) \rho_{1j} \doteq W^*(\theta) R_e(\rho_{1j}) = W_j(\theta) Y_{1P} y_{st} \\ \phi_1 &= \Phi_j(\theta) \rho_{1j} \doteq \Phi_j(\theta) R_e(\rho_{1j}) = \Phi_j(\theta) Y_{1P} y_{st} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

対象曲がりばりのの重心位置の鉛直たわみの最大の制限振幅をとるとき、

$$\delta = w_1 - y_s \phi_1 \doteq (W_j(\theta) - y_s \Phi_j(\alpha)) Y_{1P} y_{st} \quad (20)$$

$$\therefore Y_{1P} = \frac{\delta}{y_{st} (W_j(\theta) - y_s \Phi_j(\theta))}$$

$$= \frac{\delta \gamma m_1 \omega_{1j}^2}{(P_w W_j(\alpha) + T_x \Phi_j(\alpha)) (W_j(\theta) - y_s \Phi_j(\theta))} \quad (21)$$

3) 動吸振曲がりばりの各調整値が次式によって与えられる。

[DACBの質量及び慣性極 2 次モーメント]

$$m_2 = \mu m_1 \quad (22)$$

$$I_{p2} = \mu I_{p1} \quad (23)$$

[DACBの各断面係数]

式(14)より、

$$EI_2 = \alpha EI_1 \quad (24)$$

$$GJ_2 = \alpha GJ_1 \quad (25)$$

$$EC_{\omega 2} = \alpha EC_{\omega 1} \quad (26)$$

$$\text{上式中、} \alpha = \mu \left( 1 - \frac{1}{Y_{1P}} \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \right)$$

[連結ばね・ダンパーの各特性値]

式(15)及び(16)より、

$$k_w = \frac{m_1 \omega_{1j}^2 \sqrt{\mu(2+\mu)}}{Y_{1P} (1+\mu)^2} \quad (27)$$

$$c_w = 2\mu m_1 \omega_{1j} \sqrt{(h_p^2 + h_q^2)/2} \quad (28)$$

### 3. 動吸振曲がりばりの制振効果に関する数値実験

#### 3.1 単一曲がりばりに関する数値実験結果

本研究では、Fig. 4 に示す断面をもち、Table. 1 に示す各諸元をもった単一曲がりばりを対象に、両端単純支持(Pinned-Pinned)の境界条件について数値実験を行った。

ここで、設計条件として、注目する制振モードを 1 次モード ( $j=1$ ) とし、基準座標  $(\rho_{1j})$  の制限振幅及び質量比として、 $Y_{1P}=4.0$ 、 $\mu=0.2$  を想定した。上記の設計条件のもとで、最適調整された動吸振曲がりばりの各調整値を Table. 2 に示す。

Table. 2 の最適値を用いて、強制振動時の定常振動に対する動吸振曲がりばりの制振効果を調査した。

荷重条件として、せん断中心上に鉛直荷重載荷及びねじりモーメント荷重載荷として、スパン 4 分の 1 点載荷時のその同一点の変位応答倍率による共振曲線を求め Fig. 5 及び Fig. 6 に示した。対象ばりの変位応答は、10 次までのモードを合成した。

更に、本研究では、曲がりばりに内部減衰として各モードに対して一定の減衰定数(1%、2%及び5%)を考慮した場合についても数値実験を行い、上記で求めた内部減衰を考慮しない場合(0%)と同時に図示した。

Table. 1 Geometrical and structural constant of main curved beam.

$b_1=300(cm), b_2=250(cm), h=180(cm), f_1=f_r=25(cm)$
$t_{u1}=1.2(cm), t_{r1}=1.2(cm), t_{w1}=1.2(cm), t_{wr}=1.0(cm)$
$R_o=30.04(m), R_s=30.08(m), \theta_o=50^\circ$
$m_1=8.76 \times 10^2(Ns^2/m^2), I_{p1}=1.45 \times 10^3(Ns^2 \cdot m^2)$
$EI_1=1.42 \times 10^{10}(N \cdot m^2), GJ_1=8.61 \times 10^9(N \cdot m^2)$
$EC_{\omega_1}=1.25 \times 10^8(N \cdot m^4)$

Table. 2 Geometrical and structural constant of dynamic absorbing curved beam with uniformly distributed connecting springs and dampers.

$m_2=1.75 \times 10^2(Ns^2/m^2), I_{p2}=2.90 \times 10^2(Ns^2 \cdot m^2)$
$EI_2=4.84 \times 10^8(N \cdot m^2), GJ_2=2.94 \times 10^8(N \cdot m^2)$
$EC_{\omega_2}=4.27 \times 10^6(N \cdot m^4), \epsilon=1.29(m)$
$k_w=2.53 \times 10^5(N/m^2), c_w=2.97 \times 10^3(Ns/m^2)$

注) 0%…実線  
 1%…破線  
 2%…一点破線  
 5%…二点破線

3.2 連続曲がりばりに関する数値実験結果

本研究では、上記に示した単一曲がりばりと同様の曲がりばりを2個を連続させた2スパン連続曲がりばりを想定し、数値実験を行った。ここで、動吸振曲がりばりの設計条件は前節のそれと同様とし、その設計条件のもとで、最適調整された動吸振曲がりばりの各調整値を求めた。その結果は、制振対象モードが1次モードであり、1次の固有円振動数が単一曲がりばりのそれと同一であるため、単一曲がりばりの動吸振曲がりばりの各調整値と同じとなった。

この調整値を用いて、強制振動時の定常振動に対する動吸振曲がりばりの制振効果を調査した。

荷重条件として、せん断中心上に鉛直荷重載荷及びねじりモーメント荷重載荷として、第1スパン中央点載荷時のその同一点の変位応答倍率による共振曲線を求めFig. 7及びFig. 8に示した。対象ばりの変位応答は、10次までのモードを合成した。

更に、本研究では、単一曲がりばりと同様、曲がりばりに内部減衰として各モードに対して一定の減衰定数(1%, 2%及び5%)を考慮した場合についても数値実験を行い、上記で求めた内部減衰を考慮しない

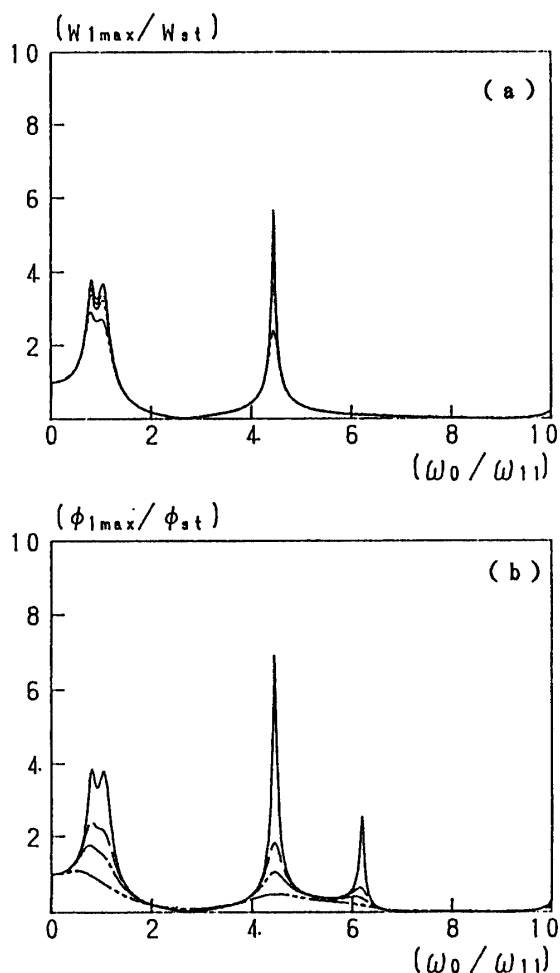
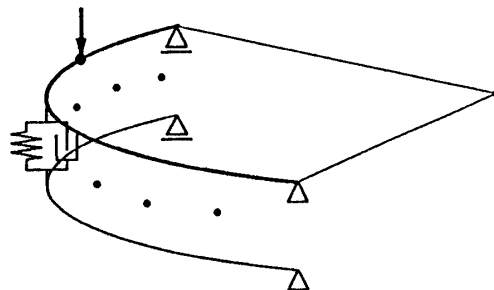


Fig. 5 Resonance curves of a single curved beam under a vertical force acting on a quarter point of span. (a) Resonance curve of vertical displacement of a quarter point; (b) Resonance curve of torsional angle of a quarter point.

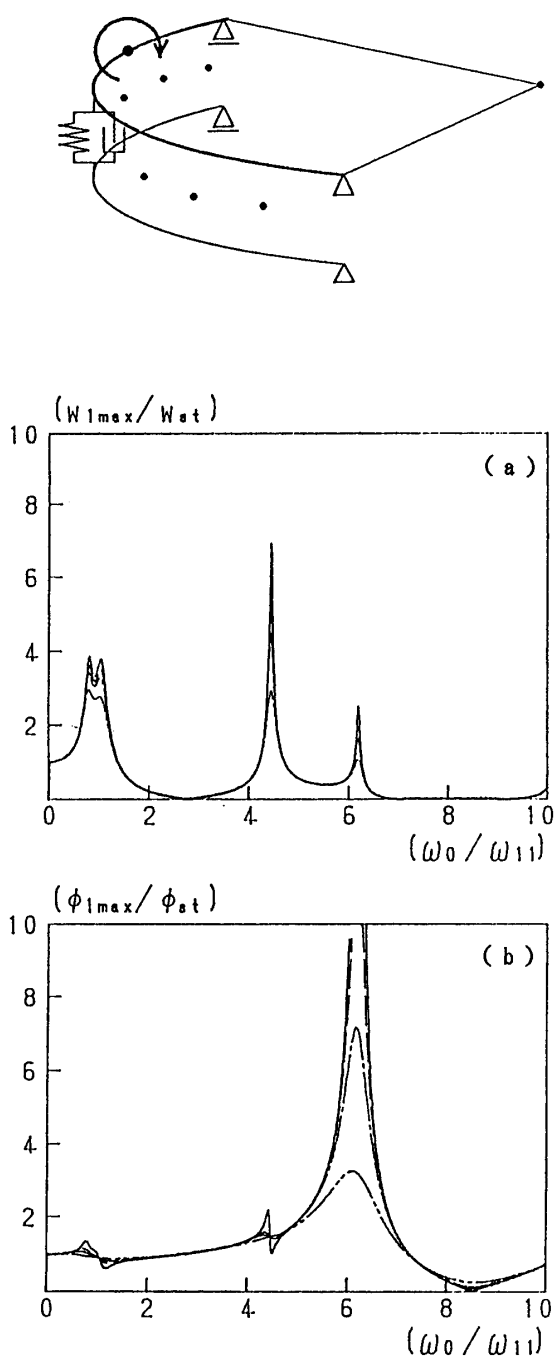


Fig. 6 Resonance curves of a single curved beam under a torsional moment acting on a quarter point of span. (a) Resonance curve of vertical displacement of a quarter point; (b) Resonance curve of torsional angle of a quarter point.

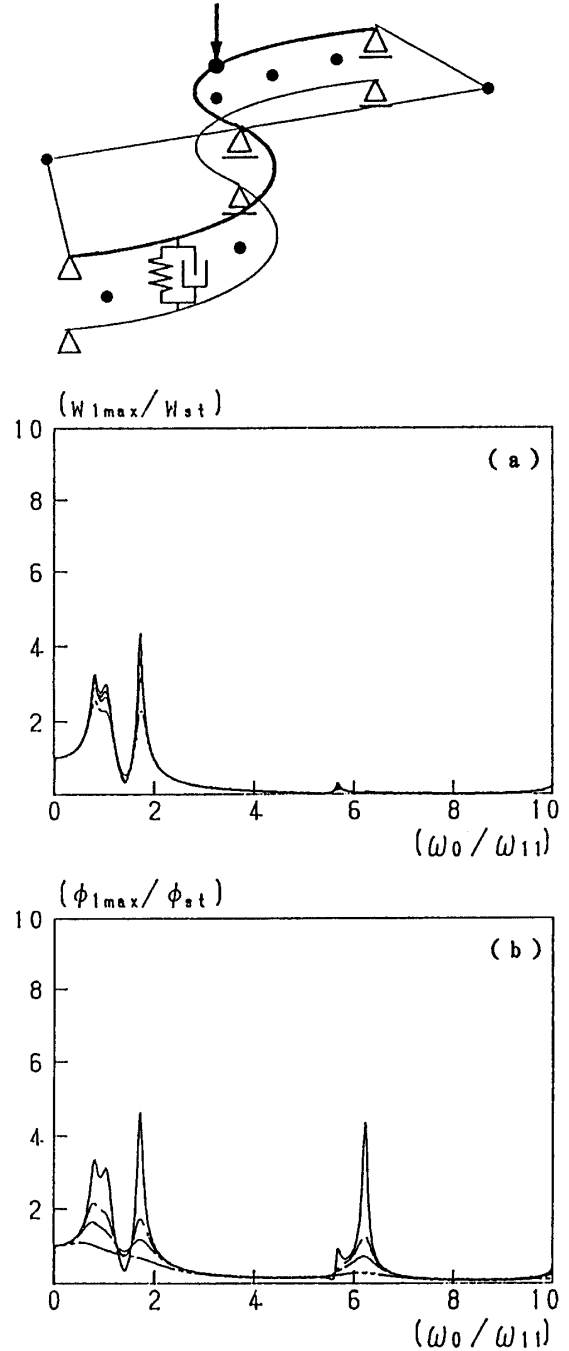


Fig. 7 Resonance curves of a continuous curved beam with S-shape under a vertical force acting on a midspan of first span. (a) Resonance curve of vertical displacement at a point acting on a force; (b) Resonance curve of torsional angle at the same point

場合 (0%) と同時に図示した.

4. 実用的動吸振曲がりばりによる曲がりばりの受動的制振理論

4.1 実用的動吸振曲がりばり装着時の曲がりばりの運動方程式

実構造物への適用を目的とすると, 連結ばね・ダンパーを曲がりばりの長さ方向に等分布に装着することは困難である. そこで, Fig. 9 に示すように連結ばね・ダンパーを集中的に有限個装着したモデルを想定した.

断面はFig.2-2と同様であり, 断面に対する条件( $G_1$ と $G_2$ ,  $S_1$ と $S_2$ 及び $\epsilon$ )も同様である.

Fig. 9 に示す系の運動方程式は, 次式で与えられる.

【MCBの運動方程式】

(曲げ振動)

$$m_1 R_s^4 (\ddot{w}_1 - y_s \ddot{\phi}_1) + \left( EI_1 + \frac{EC \omega_1}{R_s} \right) w_1'''' - GJ_1 w_1'''' + \frac{EC \omega_1}{R_s^2} \phi_1'''' - (EI_1 + GJ_1) R_s \phi_1'' + \bar{c}_w \{ \dot{w}_1 - y_s \dot{\phi}_1 \} - \{ \dot{w}_2 - y_s \dot{\phi}_2 \} R_s^4 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) + \bar{k}_w \{ (w_1 y_s \phi_1) - (x_2 y_s \phi_2) \} R_s^4 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) = P_w R_s^4 e^{i\omega_0 t} \delta(\theta - \alpha) \tag{29}$$

(ねじり振動)

$$(I_{p1} + m_1 y_s^2) R_s^3 \ddot{\phi}_1 - m_1 y_s R_s^3 \ddot{w}_1 + \frac{EC \omega_1}{R_s^2} w_1'''' - (EI_1 + GJ_1) w_1'' + \frac{EC \omega_1}{R_s} \phi_1'''' - GJ_1 R_s \phi_1'' + EI_1 R_s \phi_1 + \{ (\bar{c}_\phi \dot{\phi}_1 + \bar{c}_w y_s^2 \dot{\phi} - \bar{c}_w y_s \dot{w}_1) - (\bar{c}_\phi \dot{\phi}_2 + \bar{c}_w y_s^2 \dot{\phi}_2$$

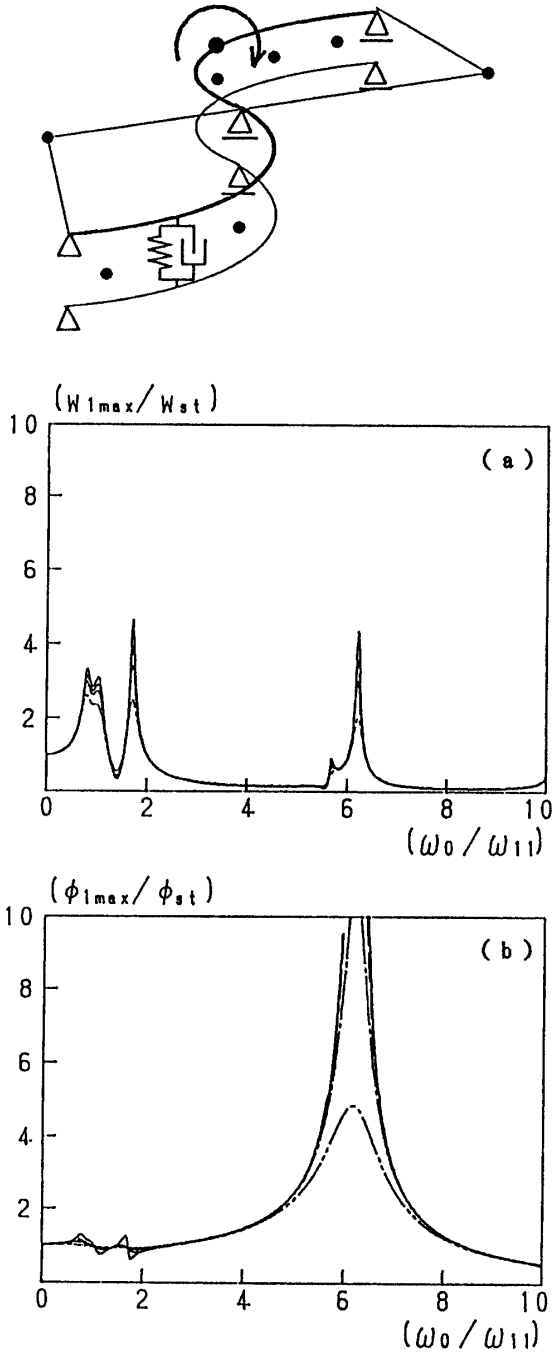


Fig. 8 Resonance curves of a continuous curved beam with S-shape under a torsional moment acting on a midspan of first span. (a) Resonance curve of vertical displacement at a point acting on a force; (b) Resonance curve of torsional angle at the same point.

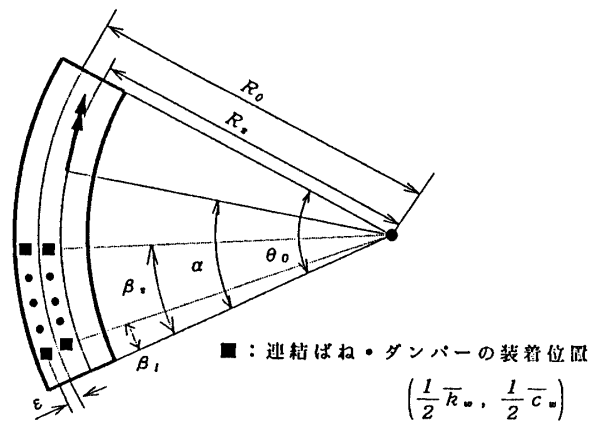


Fig. 9 Coordinates of curved beam and position of concentrated connecting springs and dampers.

$$\begin{aligned}
 & -\bar{c}_w y_s \dot{w}_2 \} R_s^3 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) + \{ (\bar{k}_\phi \phi_1 + \bar{k}_w y_s^2 \phi_1 \\
 & - \bar{k}_w y_s w_1) - (\bar{k}_\phi \phi_2 + \bar{k}_w y_s^2 \phi_2 - \bar{k}_w y_s w_2) \} R_s^3 \sum_{s=1}^S \\
 \delta(\theta - \beta_s) &= T_x R_r^3 e^{i\omega_0 t} \delta(x - \alpha) \tag{30}
 \end{aligned}$$

【DACBの運動方程式】

(曲げ振動)

$$\begin{aligned}
 m_2 R_s^4 (\ddot{w}_2 - y_s \ddot{\phi}_2) &+ \left( EI_2 + \frac{EC \omega_2}{R_s} \right) w_2'''' - GJ_2 w_2'' \\
 &+ \frac{EC \omega_2}{R_s^2} \phi_2'''' - (EI_2 + GJ_2) R_s \phi_2'' \\
 &+ \bar{c}_w \{ (\dot{w}_2 - y_s \dot{\phi}_2) - (\dot{w}_1 - y_s \dot{\phi}_1) \} R_s^4 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) \\
 &+ \bar{k}_w \{ w_2 - y_s \phi_2 \} - (w_1 - y_s \phi_1) \} R_s^4 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) = 0 \tag{31}
 \end{aligned}$$

(ねじり振動)

$$\begin{aligned}
 (I_{p2} + m_2 y_s^2) R_s^3 \ddot{\phi}_2 - m_2 y_s R_s^3 \ddot{w}_2 &+ \frac{EC \omega_2}{R_s^2} w_2'''' - (EI_2 \\
 &+ GJ_2) w_2'' + \frac{EC \omega_2}{R_s} \phi_2'''' - GJ_2 R_s \phi_2'' + EI_2 R_s \phi_2 \\
 &+ \{ (\bar{c}_\phi \dot{\phi}_2 + \bar{c}_w y_s^2 \dot{\phi}_2 - \bar{c}_w y_s \dot{w}_2) - (\bar{c}_\phi \dot{\phi}_1 + \bar{c}_w y_s^2 \dot{\phi}_1 \\
 &- \bar{c}_w y_s \dot{w}_1) \} R_s^3 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) \\
 &+ \{ (\bar{k}_\phi \phi_2 + \bar{k}_w y_s^2 \phi_2 - \bar{k}_w y_s w_2) \\
 &- (\bar{k}_\phi \phi_1 + \bar{k}_w y_s^2 \phi_1 - \bar{k}_w y_s w_1) \} R_s^3 \sum_{s=1}^S \delta(\theta - \beta_s) = 0 \tag{32}
 \end{aligned}$$

式中、 $\bar{k}_w$  : 連結ばねのばね定数,  
 $\bar{c}_w$  : 連結ダンパーの減衰係数,  
 $\bar{k}_\phi = \bar{k}_w \epsilon^2$ ,  $\bar{c}_\phi = \bar{c}_w \epsilon^2$ ,  
 $\delta$  : Diracのδ関数.

### 4.2 モード方程式と振動解析

2.2節で示したように、振動変位を式(9)及び(10)で表し、式(29)～(32)に代入し、固有関数の直交条件を用いて整理すると、次式のようなモード方程式で表すことができる。

【MCBのモード方程式】

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{\rho}_{1j} + m_1 \omega_{1j}^2 \rho_{1j} + \frac{1}{\gamma} \bar{c}_w \sum_{i=1}^N \{ (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) \Phi_{sij} \} &+ \frac{1}{\gamma} \bar{k}_w \\
 \sum_{i=1}^N \{ \rho_{1j} - \rho_{2j} \} \Phi_{sij} &= \frac{1}{\gamma} \{ P_w W_j(\alpha) + T_x \Phi_j(\alpha) \} e^{i\omega_0 t} \tag{33}
 \end{aligned}$$

【DACBのモード方程式】

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + m_2 \omega_{2j}^2 \rho_{2j} + \frac{1}{\gamma} \bar{c}_w \sum_{i=1}^N \{ (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) \Phi_{sij} \} + \frac{1}{\gamma} \bar{k}_w$$

$$\sum_{i=1}^N \{ \rho_{2j} - \rho_{1j} \} \Phi_{sij} = 0 \tag{34}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \Phi_{sij} &= \sum_{s=1}^S [ W_j(\beta_s) W_i(\beta_s) - y_s \{ W_j(\beta_s) \Phi_i(\beta_s) + W_i(\beta_s) \\
 \Phi_j(\beta_s) \} &+ (\epsilon^2 + y_s^2) \Phi_i(\beta_s) \Phi_j(\beta_s) ] \tag{35}
 \end{aligned}$$

### 4.3 モード方程式の簡略化による2質量3ばね系モデル

モード方程式(33)及び(34)は、各モード連成した形になっているため、2質量3ばね系に置換できない。ここで、連結ばね及びダンパーを多数配置し、連結ばね及びダンパーの配置間隔が小さいと考え、以下のような近似的考慮を行った。

集中した連結ばね及びダンパーの各特性値 $\bar{k}_w$ 及び $\bar{c}_w$ は、以下の様に表すとする。

$$\bar{k}_w = k_w d \tag{36}$$

$$\bar{c}_w = c_w d \tag{37}$$

( $d$  : 連結ばね及びダンパーの円周方向の配置間隔)

式(36)及び(37)を用いると、式(33)の連結ばね及びダンパーの項は、次式で表される。

$$\frac{1}{\gamma} \bar{c}_w \sum_{i=1}^N (\dot{\rho}_{1i} - \dot{\rho}_{2i}) \Phi_{sij} = \frac{1}{\gamma} c_w \sum_{i=1}^N (\dot{\rho}_{1i} - \dot{\rho}_{2i}) \Phi_{sij} d \tag{38}$$

$$\frac{1}{\gamma} \bar{k}_w \sum_{i=1}^N (\rho_{1j} - \rho_{2j}) \Phi_{sij} = \frac{1}{\gamma} k_w \sum_{i=1}^N (\rho_{1j} - \rho_{2j}) \Phi_{sij} d \tag{39}$$

連結間隔 $d$ が小さいとき、次式で示される関係が成立する。

$$\begin{aligned}
 \Phi_{sij} d &\doteq \int_0^{\theta_0} [ W_j(\theta) W_i(\theta) - y_s \{ W_j(\theta) \Phi_i(\theta) + W_i(\theta) \\
 \Phi_j(\theta) \} &+ (\epsilon^2 + y_s^2) \Phi_i(\theta) \Phi_j(\theta) ] d \tag{40}
 \end{aligned}$$

式(40)の右辺は、固有関数の直交条件より $\gamma$ もしくは $O$ の値となる。したがって、 $\Phi_{sij}$ は次のようになる。

$$\Phi_{sij} d \doteq \begin{cases} \gamma & (i=j) \\ O & (i \neq j) \end{cases} \tag{41}$$

これより、モード方程式(33)及び(34)は、近似的にj次モードに関するモード方程式(42)及び(43)で表すことができる。

【MCBのモード方程式】

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{\rho}_{1j} + m_1 \omega_{1j}^2 \rho_{1j} + c_w \Phi_{sij} (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) &+ k_w \Phi_{sij} \\
 (\rho_{1j} - \rho_{2j}) &\doteq \frac{1}{\gamma} \{ P_w W_j(\alpha) + T_x \Phi_j(\alpha) \} e^{i\omega_0 t} \tag{42}
 \end{aligned}$$

【DACBのモード方程式】

$$\begin{aligned}
 m_2 \ddot{\rho}_{1j} + m_1 \omega_{1j}^2 \rho_{1j} + c_w \Phi_{sij} (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) &+ k_w \Phi_{sij} \\
 (\rho_{2j} - \rho_{1j}) &\doteq O \tag{43}
 \end{aligned}$$



上記の操作によって得られた式(42)及び(43)は、2質量3ばね系モデルの運動方程式と近似的に同一の形になる。従って、主振動系及び副振動系のj次モードの挙動は、Fig.10に示すモデルの挙動で表されることになる。

このことにより、有限個装着した場合の連結ばね・ダンパーの各特性値は、2.4節で述べた動吸振曲がりばりの最適設計理論を用いることにより導くことができる。その条件式は、次式で与えられる。

$$\bar{k}_w = \frac{m_1 \omega_{1j}^2 \sqrt{\mu(2+\mu)}}{Y_{1P}(1+\mu)^2} d \quad (44)$$

$$\bar{c}_w = 2\mu m_1 \omega_{1j} \sqrt{(h_p^2 + h_q^2)/2} d \quad (45)$$

以上より、実用設計における動吸振りの設計式が得られたが、現段階では、あくまでも近似的に求めた式であり、最適化されているか否か未知である。従って、次章でこの設計式の実用可能性について調査する。

5. 実用的動吸振曲がりばりの制振効果に関する数値実験

5.1 単一曲がりばりに関する数値実験結果

本研究では、3.1節で示した単一曲がりばりと同一のモデル (Table. 1 参照) を対象に、両端単純支持(Pinned-Pinned)の境界条件について数値実験を行った。

以上のモデルに対し、連結ばね及びダンパーのセットを10等分点に9組装着した場合についての動吸振曲がりばりを設計した。ここで、設計条件を3.1節と同一とし、最適調整された動吸振曲がりばりの各調整値をTable. 3に示す。

Table. 3の最適値を用いて、強制振動時の定常振動に対する動吸振曲がりばりの制振効果を調査した。共振曲線をFig. 11及びFig. 12に示す。

5.2 連続曲がりばりに関する数値実験結果

本研究では、3.2節で示した連続曲がりばりと同一のモデルを対象として数値実験を行った。

以上のモデルに対しても、1スパンにつき連結ばね及びダンパーのセットを10等分点に9組装着した場合についての動吸振曲がりばりを設計した。ここで、設計条件を3.2節と同一とし、最適調整された動吸振曲がりばりの各調整値を求めた。その結果は、制振対象モードが1次モードであり、1次の固有円振動数が単一曲がりばりのそれと同一であるため、単一曲がりばりの動吸振曲がりばりの各調整値と同じとなった。

この調整値を用いて、強制振動時の定常振動に対する動吸振曲がりばりの制振効果を調査した。共振曲線をFig. 13及びFig. 14に示す。

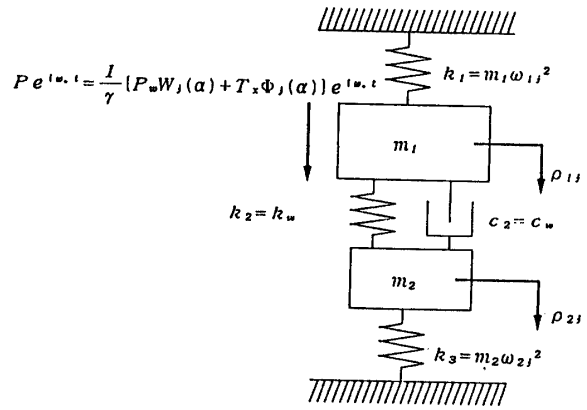


Fig.10 Two-degrees-of-freedom system for jth mode of a main curved beam with a dynamic absorbing curved beam attached by concentrated connecting springs and dampers.

Table. 3 Geometrical and structural constant of dynamic absorbing curved beam with concentrated connecting springs and dampers.

$m_2 = 1.75 \times 10^2 (Ns^2/m^2)$	$I_{p2} = 2.90 \times 10^2 (Ns^2 \cdot m^2)$
$EL_2 = 4.84 \times 10^8 (N \cdot m^2)$	$GJ_2 = 2.94 \times 10^8 (N \cdot m^2)$
$EC_{\omega_2} = 4.27 \times 10^6 (N \cdot m^4)$	$\epsilon = 1.29 (m)$
$\bar{k}_w = 6.63 \times 10^5 (N/m^2)$	$\bar{c}_w = 7.79 \times 10^3 (Ns/m^2)$

6. 結論

本研究では、はり構造物の制振法であるPassive Controlの代表的な一例である動吸振器 (TMD) を応用・拡張した、一連の試みである対象構造物と同一の境界条件をもつ動吸振りを連結ばね・ダンパーで装着したものをTMDとして用いる方法を応用し、対象構造物として曲げ・ねじり連成系である曲がりばりの曲げ及びねじりの振動の抑制に応用したものである。

ここで、本研究において最も特筆すべき点は、対象構造物と質量分布及び剛性分布共に相似であり、同一境界条件をもつ動吸振曲がりばりを連結ばね・ダンパーで等分布に装着した場合、この系はモード座標系においてFig.2-3に示した2質量3ばね系モデルに置換されることから、Den Hartogの定点理論により求められた最適調整条件より、動吸振曲がりばりの最適調整が理論的に可能となったことである。

更に、数値実験結果から明らかなように、注目する制振モードを1次として設計した場合、1次モードに関しては曲げ・ねじりどちらの場合においても理論通りに制振されていることから、動吸振曲がりばりは振動の抑制に効果があることが認められた。しかし、荷重条件や荷重作用点により2次以降のモードが卓越する場合がある。これは、モーメント荷重作用時のねじり振動において顕著にみられる。この理由としては、上記のように制振対象モードを曲げ振動に合わせて1次モードとしたが、ねじり振動の卓越モードが単一曲がりばりでは2次ないし3次、連続曲がりばりでは5次となっているためである。しかし、共振曲線のピーク値からこの部分の実振幅を計算してみるとさほど大きな値ではなく、あまり問題とならないといえる。また、実際に設計する場合を考慮して、内部減衰(減衰定数1%、2%及び5%)を付加したところ、卓越モードの振幅は内部減衰が増すと共に小さくなり、制振効果が増すことも明らかになった。

次に、実構造物への適用が目的であることから、連結ばね・ダンパーを有限個装着させたモデルを想定した。しかし、このモデルは等分布装着モデルと異なりモードが連成し2質量3ばね系に置換できないが、十分多くの連結ばね・ダンパーを装着するとき、近似的に2質量3ばね系に置換することが可能となり、近似の最適調整式を提示すると共に数値実験によりその妥当性を求めた。

ここで、本研究では簡単な事例として、連結ばね・ダンパーを単一曲がりばりにおいてはスパンの10等分割点に9組装着したモデル、連続曲がりばりにおいては各スパンの10等分割点に9組装着したモデルを想定した。その数値実験結果を等分布装着モデルの数値実験結果と比較検討した。その結果、9組装着しても1次モードの挙動は、等分布装着モデルとほぼ一致することが明らかになった。しかし、ねじり振動時のねじり変位の卓越するモード等におけるピーク値に対しては、9組装着、5組装着と連結ばね・ダンパーの数が減るにつれ等分布装着モデルと大きな開きができ、完全に2質量3ばね系に置き換えられるとはいえない。ただ、制振効果が増しているということも含めて許容範囲内であるので、本研究で用いた程度の数の連結ばね・ダンパーを装着することで近似的に導いた設計式、すなわち式(44)及び(45)を最適調整設計式として、実用上利用可能であることも同時に認められた。

#### 参考文献

- 1) Aida, T. et al: Vibration Control of Beams by Beam-Type Dynamic Vibration Absorbers, Journal of Eng. Mech., ASCE, Vol. 118, No. 2, 1992

(平成5年9月27日受理)