

後ろ向きステップの層流剥離に関する数値的研究 (再付着点近傍の圧力勾配分布について)

中西助次*・桜井元康**・大坂英雄***

Numerical Study on Laminar Separation of Flow over
a Backward Facing Step

(On the Distribution of Pressure Gradient near the Reattachment Point)

Suketsugu NAKANISHI, Motoyasu SAKURAI and Hideo OSAKA

Abstract

The present paper was concerned with a part of the series of study on the expansion channel flow by authors. The flow over a backward facing step mounted in a two-dimensional channel was investigated numerically, and was especially examined for the relation between recirculating flow zone length and inflow velocity profile. The Navier-Stokes equation and continuity equation (a stream function-vorticity formulation) were solved by the finite difference method (using the pseudo-unsteady technique). The calculation was performed for the range of Reynolds number $Re \leq 500$, and for three cases of different inflow velocity profiles at the step of constant step ratio $h/H = 0.5$ (h and H being step height and channel width respectively). A basic data concerning the effect of inflow velocity profile on the reattachment length has already been reported in our previous paper (1988 and 1993). In this report, relation between the pressure gradient on the wall surface and recirculating flow zone was examined near the reattachment point.

1. 緒言

流れの剥離, それにつづく再付着が共存する流れ場を理解することは, 流体力学の基礎として重要であるのみでなく工学的応用面においても重要である。後ろ向きステップを過ぎる流れは, 最も単純な剥離・再付着の流れ場であり, 古くから多くの研究がある^{(1)~(3)}。また, 工学上の重要性と計算領域設定の簡便さがあるため, 数値流体力学のベンチマークとしても考えられている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。したがって実験的・解析的に有益な多くの結果が報告されている⁽⁵⁾。一方, ステップ下流の強い

逆圧力勾配の影響を受け, 流れは極めて複雑な乱流せん断層を形成しており, 最近これに関する多くの研究結果が報告されているが, 必ずしも十分解明され統一の見解に達しているとは言えない^{(6)~(12)}。他方, 層流においては乱流に比べかなりのことが明らかにされているが, やはり剥離循環渦長さはステップレイノルズ数 $Re_h = Uh/\nu$ (h : ステップ高さ) の単一関数でなくステップ比, ステップ入口流速分布などの影響を受ける⁽³⁾⁽¹³⁾ことが指摘されている。このことは, 著者らの計算⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾においても確認している。さらに, 前報では⁽¹⁶⁾, 入口流速分布の違いによる循環渦長さの変化に注目して調べた。また, 壁面の圧力勾配分布から逆圧力勾配の強さと循環渦長さの関係についても若干考察した。ここで, 乱流領域ではこれに関して, 入口流速分布の違い⁽¹¹⁾, ステップ入口での乱れ強度⁽¹²⁾, 逆圧力勾配の強さ⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾など最近多くの研究がなされているのに比べ, 層流領

*広島工業大学工学部機械工学科

**広島工業大学総合研究所

***機械工学科

域のこれに関する研究は少なく、基礎的データを蓄積する必要があると考えられる。これらのことを明らかにし体系化することは、流体力学の基礎として重要であるのみでなく、工学的応用面においても極めて重要であると考えられる。例えば、入口流速分布と剥離循環渦長さの関係を明確にすることは、単にステップ下流の剥離領域の予測にとどまらず、入口流速分布による循環渦の制御の可能性を意味しており、工学的に意義があると考えられる。そこで、本論文では、前報で示した結果⁽¹⁶⁾を再吟味し、特に再付着点近傍の圧力勾配分布と流速分布に注目して、両者の関係を調べる。この壁面圧力勾配分布と再付着点の関係が明確にされれば、壁面圧力測定より剥離の存在の有無の検知が可能となり、工業上の現場で極めて重要な意味を持つものと考えられる。

2. 計算モデルと基礎方程式

計算モデルはFig. 1 に示すようなステップ高さhの後ろ向きステップを有し、ステップ上流の流路幅がHの2次元流路を用いた。流路の長さは、ステップから出口境界までの距離 L_{out} を $L_{out}=30H$ とした。これは、これまでの計算結果⁽⁶⁾⁽⁹⁾および実験結果⁽⁵⁾⁽¹⁷⁾を考慮すると、本論文の計算におけるレイノルズ数範囲 ($Re \leq 500$) においては出口境界で十分発達した流れ (2次元ポアズイユ流) と仮定できる十分な距離と考えられる⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。ステップ入口での流速分布の違いが剥離循環渦におよぼす影響を調べるためのステップ入口流速分布の変化は、一様な流速分布で流入した流路内流れの助走区間流の範囲で設定する。すなわち、入口境界からステップまでの距離 L_{in} を適当に調整することにより行う。これにより、異なったステップ入口での流速分布を設定することができる。この方法は、任意の流速分布を境界条件として設定するのに比べ、より現実的 (実験的に可能) であり物理的に妥当な方法であると考えられる。著者らはすでにこの計算法を用いて、Denhamらの実験⁽³⁾を数値的にシミュレートし、 $Re \leq 500$ の範囲で両者の結果は良く一致することを確認している⁽¹⁴⁾。

流れを記述する方程式は、ナビエ・ストークス方程式と連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

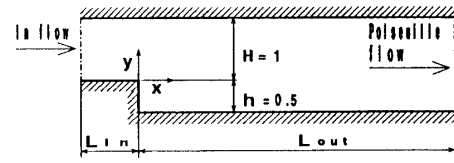


Fig. 1 Computational model on the backward facing step

で与えられる。ここで、方程式(1)、(2)および(3)は代表速度を平均流速U、代表長さをステップ上流の流路幅Hに選んだ無次元表示である。また、無次元時間tおよび無次元圧力pはそれぞれH/Uおよび ρU^2 で無次元化した。ここで、 Re は $Re = UH/\nu$ で定義されるレイノルズ数である。実際の数値解析は、方程式(1)、(2)に渦度 ω と流れ関数 ψ を導入して (方程式(3)は ψ の導入により自動的に満足される) 得られる

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega, \quad (4)$$

$$\omega = -\nabla^2 \psi, \quad (5)$$

渦度輸送方程式を有限差分法 (空間は中心差分、時間は前進差分で非定常法) で解いた。計算に用いた差分格子は $\Delta x = \Delta y = 0.02$ の正方格子で、解の収束は $|\psi^{(n+1)} - \psi^{(n)}| \leq 10^{-5}$ 、 $|\omega^{(t+\Delta t)} - \omega^{(t)}| \leq 10^{-5}$ である。境界条件は、i) 入口境界で一様流、ii) 出口境界では流れは十分発達した流れ (2次元ポアズイユ流)、iii) 壁では滑り無し、としてステップ高さ $h/H = 0.5$ に固定し、 $Re \leq 500$ の範囲でいくつかのステップ入口流速分布について計算した。

3. 結果と考察

3.1 ステップ下流の流れパターン

Fig. 2 と Fig. 3 は、ステップ入口の流速分布の違いがステップ下流の剥離渦および流れの発達におよぼす影響をみるため、流速分布と流線とでステップ下流の流れパターンを示したものである。図は、得られた結果のうち、 $Re = 400$ で入口流速分布が $L_{in} = 1, 2, 3$ およびポアズイユ流の4つのケースを選んで示してある (以下の入口流速分布の変化はいずれの場合も $L_{in} = 1, 2, 3$ とポアズイユ流の4つのケースについての結果のみ示す)。図から、ポアズイユ流の場合が最も剥離渦が伸びていることが分かる。また、剥離渦の伸びは入口流速分布がポアズイユ流に近い $L_{in} = 3, 2, 1$ の順に長くなっている (Fig. 3 参照)。剥離渦領域の流

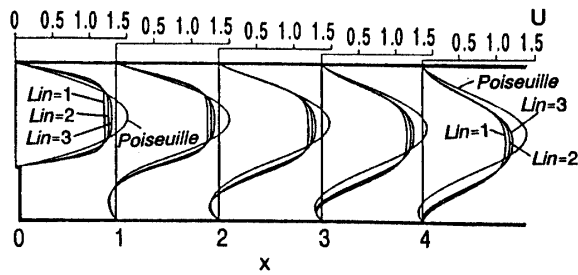


Fig. 2 Streamwise velocity profiles ($Re=400$, $h/H=0.5$)

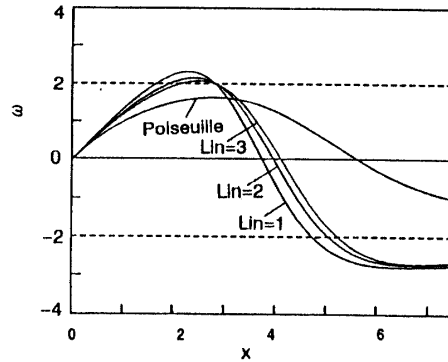


Fig. 4 Distribution of vorticity at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$)

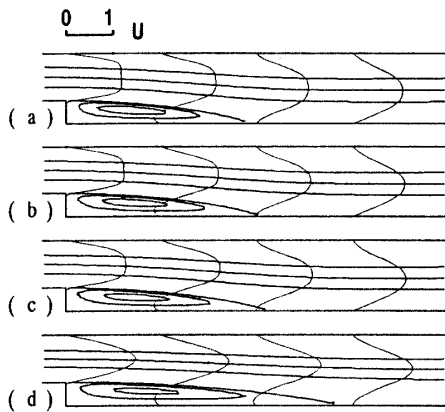


Fig. 3 Streamline and streamwise velocity profiles for different inflow profiles ($Re=400$, $h/H=0.5$); (a) $L_{in}=1$, (b) $L_{in}=2$, (c) $L_{in}=3$, (d) Poiseuille flow.

速分布 (特に逆流領域) に注目してみると、ステップすぐ下流ではほぼ同じ流速分布を示すが下流に行くにしたがいポアズイユ流と他の3つのケースとの差がみられるようになる。上記の結果に関し同様の計算結果⁽¹⁾が報告されており、また境界層厚さの増加にともない剥離渦は伸びるとした実験結果⁽²⁾と定性的に一致していると考えられる。

3.2 壁面渦度分布

Fig. 4 にステップ側壁での渦度分布を示す。上述した入口流速分布の違いによる渦の伸びの違いが $\omega=0$ の位置から正確に分かる ($\omega=0$ を再付着と定義する)。剥離渦領域の渦度の強さは未発達の入流速分布 ($L_{in}=1, 2, 3$) の方が入口流速分布がポアズイユ流に比べ局所的に強い値を示す。壁での渦度の流れ方向の変化割合 $\partial\omega/\partial x$ は断面方向圧力勾配を示す。このことを考慮すると、再付着点下流での流れの発達は一

口流速分布がポアズイユ流の場合ゆっくりと発達するのに対して、 $L_{in}=1, 2, 3$ のそれはかなり早いと言える。

3.3 壁面圧力勾配分布

Fig. 5 および Fig. 6 はステップ下流近傍の壁での圧力勾配分布を示したものである。圧力勾配の値は $Re \times \partial p/\partial y$ および $Re \times \partial p/\partial x$ の値で示してある。また、図中に再付着点の位置を矢印で示しておく。両図から、断面方向の圧力勾配 $Re \times \partial p/\partial y$ は流れ方向の圧力勾配 $Re \times \partial p/\partial x$ に比べて極めて小さい。Fig. 5 から、入口流速分布が $L_{in}=1, 2, 3$ の場合は早く $\partial p/\partial y \sim 0$ になるのに比べ、入口流速分布がポアズイユ流のそれは値は小さいが残る。このことからステップ下流の流れの発達は入口流速分布がポアズイユ流の場合が最も遅いことが分かる。後述するが、再付着点での $\partial p/\partial y$ の値は、入口流速分布がいずれのケースについても極小値に近い値を示す。また、再付着点はその極小値よりも若干下流側に位置している。Fig. 6 に示す流れ方向の圧力勾配は、剥離渦の最も良く伸びる入口流速分布がポアズイユ流の場合に比べ、渦の短い $L_{in}=1, 2, 3$ の順に強い逆圧力勾配を、また局所的に強い逆圧力勾配の極値をもつ分布傾向を示す結果となっている。これより、流れ方向逆圧力勾配が再付着点距離に密接に関連していると考えられる。これに関し、流れ方向逆圧力勾配の増加は再付着点距離を伸ばすとした乱流の結果(10)と定性的に一致していると考えられる。

3.4 再付着点近傍の壁面圧力勾配

再付着点近傍の圧力勾配を調べるため、入口流速分布がポアズイユ流の場合に注目して、 $Re \times \partial p/\partial x$, $Re \times$

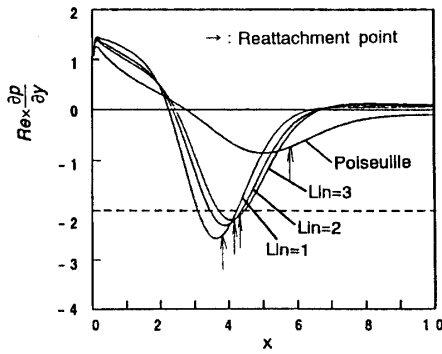


Fig. 5 Distribution of pressure gradient $\partial p/\partial y$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$)

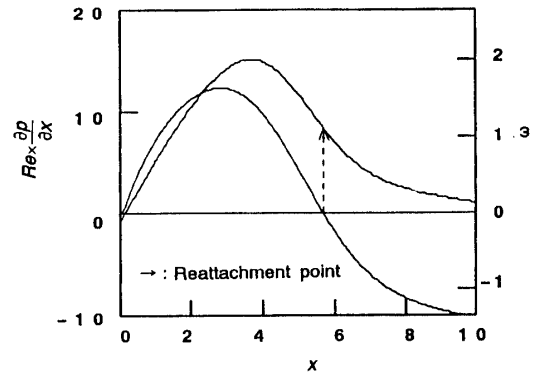


Fig. 7 Distribution of pressure gradient $\partial p/\partial x$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$, inflow velocity profile is Poiseuille flow)

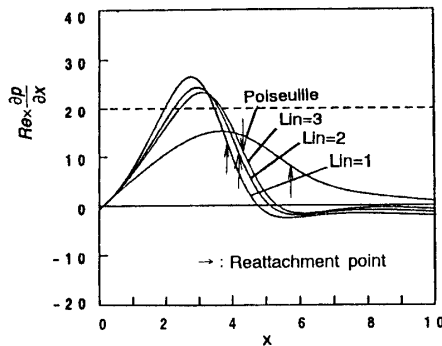


Fig. 6 Distribution of pressure gradient $\partial p/\partial x$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$)

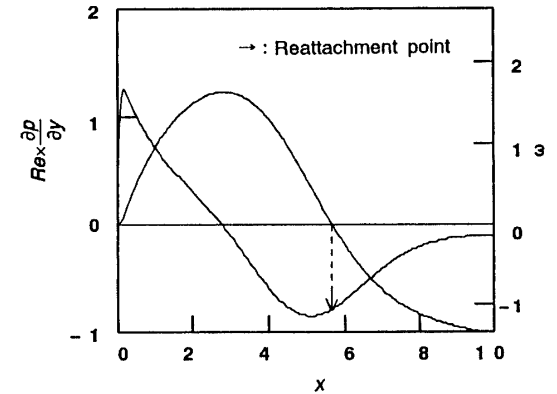


Fig. 8 Distribution of pressure gradient $\partial p/\partial y$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$, inflow velocity profile is Poiseuille flow)

$\partial p/\partial y$, $Re_x \times \partial^2 p/\partial x^2$, $Re_x \times \partial^2 p/\partial x \partial y$, 分布を Fig. 7~Fig.10に示す。また各図には、一見して再付着点位置が分かるように、壁面の渦度分布を同時に示しておく。図からも分かるように、再付着点 $\omega = 0$ の位置は $\omega > 0$ から $\omega < 0$ の変化領域に存在する。すなわち、 $\partial \omega/\partial x = Re_x \times \partial p/\partial y < 0$ の領域に存在する。前述したが、 $\partial p/\partial y$ の値で見た再付着点の位置は、極小値より若干下流に位置しており、その x 方向の勾配は $\partial^2 p/\partial x \partial y \geq 0$ となっている (Fig. 8, Fig.10参照)。また、 $\partial p/\partial x$ の値で見た再付着点の位置は、逆圧力勾配の極大値の位置より下流にある。この点をさらに x 方向の勾配 $\partial^2 p/\partial x^2$ でみると、極小値近傍(極小値より若干下流)に位置している (Fig. 7, Fig. 9参照)。

3.5 壁面圧力勾配による壁面近傍流速分布の評価

近似的であっても壁面近傍の流速分布を壁面の圧力測定値のみで表現することができれば、それは工学的に、特に工業の現場にあっては極めて意義のあることと考えられる。そこで、これに関してステップ下流再

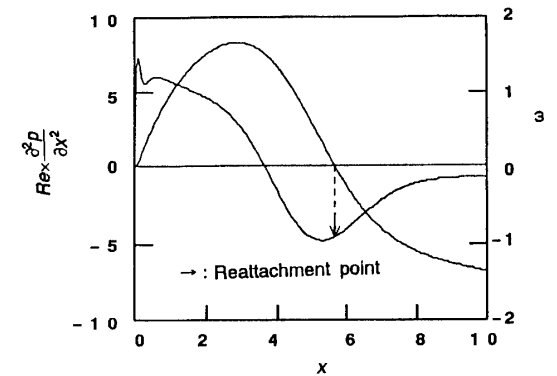


Fig. 9 Distribution of $Re_x \times \partial^2 p/\partial x^2$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$, inflow velocity profile is Poiseuille flow)

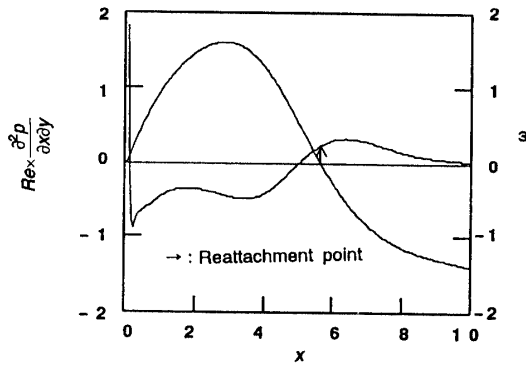


Fig.10 Distribution of $Re \times \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y}$ at the step-side wall ($Re=400$, $h/H=0.5$, inflow velocity profile is Poiseuille flow)

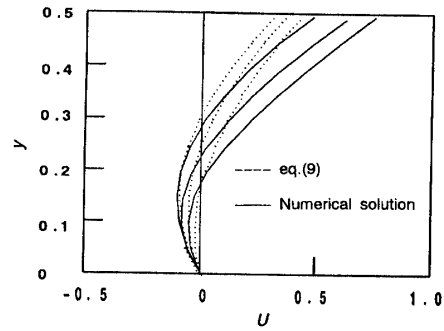


Fig.11 Velocity profile near the wall at location of $x = 2, 3$ and 4 ($Re=400$, $h/H=0.5$, inflow velocity profile is Poiseuille flow)

付着点近くの流れ場を対象に試みる。

いま、任意の x における流速分布 $u(y)$ が 4 次の多項式

$$u(y) = Ay + By^2 + Cy^3 + Dy^4 + E, \quad (6)$$

で近似できるものとする。(6)式に壁での境界条件 i) $y=0, 1+h$ で $u=0$, ii) $y=0, 1+h$ で $\frac{\partial u}{\partial y^2} = Re \times \frac{\partial p}{\partial x}$, iii) $y=0$ で $\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = Re \times \frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial p}{\partial y})$ を用いて、未定係数 $A \sim E$ を決定すると、(6)式は

$$\begin{aligned} u = & -\lambda_0 \{ (1+h) y - y^2 \} \\ & - (\lambda_H - \lambda_0) \left\{ \frac{1}{6} (1+h) y - \frac{1}{6(1+h)^2} y^4 \right\} \\ & - \lambda_0' \left\{ \frac{1}{6} (1+h)^2 y - \frac{1}{3} y^3 + \frac{1}{6(1+h)} y^4 \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

ここで

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{1}{2} Re \times \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=0}, \quad \lambda_H = \frac{1}{2} Re \times \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=1+h}, \\ \lambda_0' &= \frac{1}{2} Re \times \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \Big|_{y=0} \end{aligned}$$

また、(7)式を流路断面で積分し、流量一定の条件

$$\begin{aligned} \int_0^{1+h} u dy = 1 \text{ を用いると,} \\ \frac{6}{(1+h)^3} = -\lambda_0 - \frac{3}{10} (\lambda_H - \lambda_0) - \frac{(1+h)}{5} \lambda_0', \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。(8)式を用いて(7)式の係数を $y=0$ における圧力勾配の値のみで表わすと

$$\begin{aligned} u = & \frac{6}{(1+h)^3} \{ (1+h) y - y^2 \} \\ & - \left(\frac{6}{(1+h)^3} + \lambda_0 \right) \left\{ \frac{4}{9} (1+h) y - y^2 \right. \\ & \left. + \frac{5}{9} \frac{1}{(1+h)^2} y^4 \right\} \\ & - \lambda_0' \left\{ \frac{5}{90} (1+h)^2 y - \frac{1}{3} y^3 + \frac{25}{90} \frac{1}{6(1+h)} y^4 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。この(9)式の右辺第一項は流路幅 $(1+h)$ の 2次元ポアズイユ流の流速分布を、また右辺第2項の係数は $6 / (1+h)^3 + \lambda_0 = 1/2 \{ (-Re \times \frac{\partial p}{\partial x})_{x=\infty} - (-Re \times \frac{\partial p}{\partial x})_{x=x} \}$ であり、これは十分下流の圧力勾配と注目している位置における圧力勾配の差を表わしている。また、第3項の係数 λ_0' は第2項の係数に比べて無視できる程の値である (Fig. 7, Fig.10参照)。このことは、流れ方向圧力勾配の方が横断面方向圧力勾配より、ステップ下流の流れに強い影響をおよぼすとしたことと関連していると考えられる。Fig.11は(9)式と数値解の結果を壁面近傍で比較したものである。両者の結果は良い一致とは言えない。しかし、慣性力、粘性力および圧力が複雑に影響するステップ下流の逆流領域を壁面圧力勾配の値のみで近似的に予測可能であると考えられる。このことは工学的に有意義であると思われる。

4. 結 言

- 上述した数値計算の結果を以下にまとめる。
- (1) 剥離渦はステップ入口流速分布がポアズイユ流の場合に最も良く伸びる。

- (2) 剥離渦の長さはステップ入口での境界層厚さに関係がある。
- (3) 横断面方向の圧力勾配より流れ方向の圧力勾配の方が剥離渦の伸びにおよぼす影響が強い。
- (4) 剥離渦におよぼすステップ下流の逆圧力勾配の影響は大きく、逆圧力勾配が強い程渦の伸びは短い。
- (5) 流れの再付着点は壁面での横断面方向圧力勾配 $\partial p/\partial y$ の極小値近傍に位置する。また、それは壁面での $\partial^2 p/\partial x^2$ の極小値近傍でもある。
- (6) 壁面での圧力勾配の値のみで、近似的に逆流領域を予測できる。

文 献

- 1) Abbot, D. E. and Kline, S. J., "Experimental investigations of subsonic Turbulent flow over single and double backward-facing steps." Trans. ASME. J. Basic Eng. Vol.84, (1962), 317
- 2) Goldstein, R. J., Eriksen, V. L., Olson, R. M. and Eckert, E. R. G., "Laminar separation, reattachment, and transition of the flow over a downstream-facing step.", Trans. ASME. J. Basic Eng. Vol.92, (1970), 732
- 3) Denham, M. K. and Patrick, M. A., "Laminar flow over a downstream-facing step in a two-dimensional flow channel.", Trans. Instn chem. Engrs, Vol.52, (1974), 361
- 4) 渡辺, 中村, 遠藤, "後ろ向きステップ流解析における有限要素法の計算条件の影響", 日本機械学会論文集(B), Vol.58, NO.550, (1992), 356
- 5) Morgan, K., Periaux, J. and Thomasset, F., "Analysis of laminar flow over a backward facing step.", Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol.9, (1984), Vieweg.
- 6) Bradshaw, P. and Wong, F. Y. F., "The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer." J.Fluid Mech. Vol.52, (1972), 113
- 7) Eaton, K. J. and Johnston, J. P., "A review of research on subsonic turbulent flow reattachment.", AIAA. J. Vol.19, (1981), 1093
- 8) Ötügen, M. V., "Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step.", Experiments in Fluids Vol.10, (1991), 273
- 9) Kuehn, D. M., "Effects of adverse pressure gradient on the incompressible reattaching flow over a rearward-facing step.", AIAA J., Vol.18, (1980), 343
- 10) Ra, S. H. and Chang, P. R., "Effect of pressure gradient on reattaching flow downstream of a rearward-facing step.", AIAA J. Vol.27, (1990), 93
- 11) Kaiktsis, L., Karniadkis, G. E. and Orszag, S. A., "Onset of three-dimensionality, equilibria, and early transition in flow over a backward-facing step.", J. Fluid Mech., Vol.231, (1991), 501
- 12) Isomoto, K. and Honami, S., "The effect of inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward-facing step.", Trans. ASME., J. Fluid Eng., Vol.111, (1989), 87
- 13) Armaly, B.F., Durst, F., Pereira, J. C. F. and Schönung, B., "Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow.", J.Fluid Mech., Vol.127, (1983), 473
- 14) 中西, 大坂, "後ろ向きステップの層流剥離に関する研究", 山口大学工学部研究報告, Vol.38, NO.2, (1988), 203
- 15) 中西, 大坂, "後ろ向きステップの層流剥離に関する研究(循環渦におよぼすステップ比の影響)", 山口大学工学部研究報告, Vol.41, NO.2, (1991), 211
- 16) 桜井, 中西, "後ろ向きステップの層流剥離に関する数値的研究", 文部省科研費総合A(課題番号03302031). 研究成果報告書, (1983), 87
- 17) Sobey, I. J., "Observation of waves during oscillatory channel flow.", J. Fluid Mech., Vol. 151, (1985), 395
- 18) Shapira, M., Degani, D. and Weihs, D., "Stability and existence of multiple solutions for viscous flow in suddenly enlarged channels.", Computers and Fluids, Vol.18, NO.3, (1990), 239
- 19) Schlichting, H., "Boundary Layer Theory, 7th ed.", McGraw-Hill, (1979), 186

(平成5年4月26日受理)