

# 裸地斜面におけるリルの平面および断面形態に関する研究

藤原 輝男\*・深田 三夫\*\*・本吉 文明\*\*\*

## Study on Plane and Cross-sectional Patterns of Rills on a Bare Slope

Teruo FUJIWARA, Mitsuo FUKADA and Fumiaki MOTOYOSHI

### Abstract

A large number of channels or rills typically form on bare slopes as surface flow is generated and sediment discharge rapidly increases as the development of rills continues.

In this paper, we describe an experimental study of the process of growing rills on composite soil, called "MASA-DO", using artificial rainfall. Photographs of changes in plane and cross sectional patterns of rills were taken over time and sediment yield was measured.

The complexity of rill patterns was expressed numerically using the concept of fractal dimension and fourier analysis. As a result of this analysis, it was found that the change in fractal dimension and fourier analysis of rill patterns over time was closely related to the change in sediment discharge and water discharge from the slope.

### 1. まえがき

土壌侵食は、地球表面を絶え間なく変形させる一つの過程である。それはまず自然の営力によって起こっていたが、近年の急速な経済発展による天然資源の消費により、侵食は急速に顕著となってきた。

侵食機構は気象、水文、地形、地質、植生などの自然要因や、さらに工学、社会経済的なものなどの人為的要因の作用、およびそれらの相互作用に支配されるが、これらをすべて包含したメカニズムの解明は現段階ではほとんど不可能の状態、個々の因子との関連において研究がなされている。

土壌侵食の研究に関しては、ひとつには侵食現象をマクロにとらえた実証的研究があり、もう一つは侵食現象の物理的特性を解明し、個々の土壌侵食に影響を与える因子をミクロにとらえた基礎的研究に基づく理論的、実験的研究がある。数多くなされてきた研究

の中で、実証的研究の代表例としては、W. H. Wischmeier, D. D. Smithらによる合衆国の多数の現場のデータを基にしたUSLE式(Universal Soil Loss Equation)があるが、理論的、実験的な研究ではJ. O. Lawsらによる雨滴のもつ特性の研究、W. D. Ellisonらによる雨滴による土壌飛散を主にした研究など、各種の研究がなされている。以上のように個々の数多くの因子との関連において土壌侵食の研究がなされてきた。しかし現象を支配する因子の複雑さのため、その実態は未だよく解明されておらず、すべての因子を総括して表わすには至っていないのが実情である。

一方、斜面土壌の侵食現象などを見てみると、土壌表面にリルが発生・発達し出すとともに流出土砂量が急激に増加し、リルからの流出土砂量は全侵食土砂量の中で大きなウエイトを占める。そこで著者らは、侵食現象のなかでリル網の形態と流出土砂量との関係を求める目的で本研究を行った。とくにリル侵食の形態に重点を置き、その数値化を試み、流出土砂量との関係について調べた。

リル侵食のひとつの特徴として、リルの平面形態は自然のおりなす幾何学模様の一つとして非常に興味深いものであるが、現在までその幾何学形態を面的、空

\* 社会建設工学科

\*\* 山口大学農学部

\*\*\* 大学院土木工学専攻

間的に把握し数量化を行った研究は少ない。本研究ではリルの発達過程を幾何学形態の変化として把握し、平面および横断面形態に関して時間的に侵食されていく形をフーリエ解析の手法を用いて数量化し、その特性、特徴を調べた。

## 2. 実験装置および方法

### 2.1 リル侵食実験装置

幅2.4m、長さ5.45m、深さ0.95mの実験土層に勾配10°の模擬斜面(Fig. 1)を作り、給水には6カ所に設置した散水ノズルからいっせいに散水をおこなう模擬降雨装置を用い、横断面形態の変化の測定は、楕円形の土壌面接触型測定装置(Fig. 2)を作製して用いた。実験に用いた試料土は山口県宇部市近郊のまさ土で、模擬斜面からの流出水量は排水口付近に設けた三角堰によった。

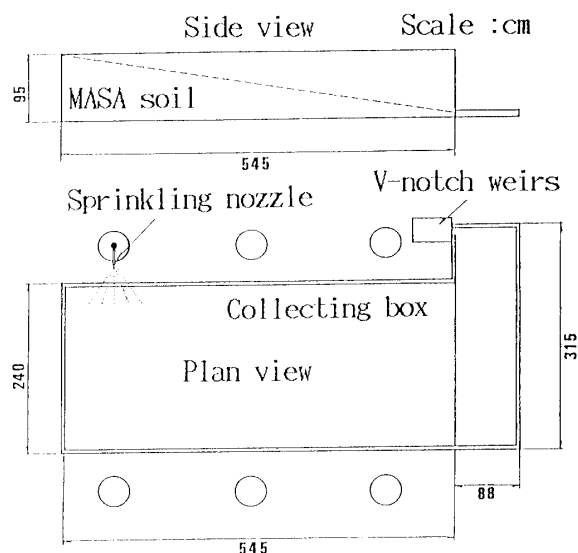


Fig. 1 Sketch of experimental slope

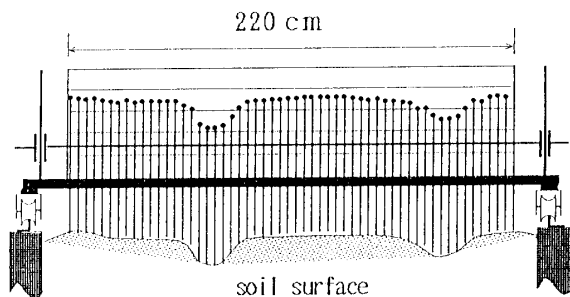


Fig. 2 Measuring device for cross-sectional patterns of rills

よった。

### 2.2 実験方法

流出水量の測定は、ポイントゲージによって時間ごとの三角堰の水位を測定して行った。また流出土砂量は時間ごとに流出土砂採取箱に貯った土砂を採取し、湿潤土砂重量を測定し、その一部を取り、炉乾燥させて乾燥重量を測定し、全乾燥重量に換算して求めた。

また、一眼レフカメラを高さ8.5mの高さ(実験棟屋上)に設置し、侵食の発達の過程を時間ごとに撮影した後、それをトレースしてリル平面形態を記録した。

横断面形態の変化の測定は、最下流端から始めて写真撮影をおこなった後、斜面上流方向に20cm装置を移動させて同じ作業を繰り返すことにより、斜面上流方向300~400cmまで20cmごとの断面形態を記録した。この作業はできるだけ早く終わるように心がけた。

なおリル形態の発達を求めるため、測定は計画した経過時間ごとに上記の作業をおこない、数時間後ほぼリル侵食の発達の速度が小さくなったところで終了させた。

## 3. 実験結果

### 3.1 流出水量および流出土砂量

流出水量および流出土砂量をそれぞれ Fig. 3(a), (b) に示す。流出水量は比較的早い時間において一定になった。また、流出土砂量においては各時間ごとの土砂量はすべて10min当りの土砂量に換算しているが、どれもあるピークを境に減少または一定の値をとる傾向がある。さらにこのピークは流出水量が多いほど顕著である。

### 3.2 リル侵食形態

リル平面形態および横断面形態の一例を Fig. 4(a), (b) に示す。平面形態は降雨実験においてリルが斜面の下流から発生し、上流方向に発達していくことがよくわかる。また横断面形態においては、①ある時間までは深さ方向にはほとんど侵食されず、幅方向に広がっていくもの、②ある時間以降は幅方向には広がらず深さ方向に侵食していくもの、③一時的に深さ方向の侵食は停止し、二つのリルを隔てていた部分が無くなり、その部分に最も深い位置をもつ一つのリルを形成していくもの、④一つのリルの中に集中した流れが、ある時間に複雑な形の流路床を形成しているもの、⑤初期の単一の横断面形をひとまず複雑な起伏のある形状にした後、それらを平滑にしながらいくつもの大きな溝をも

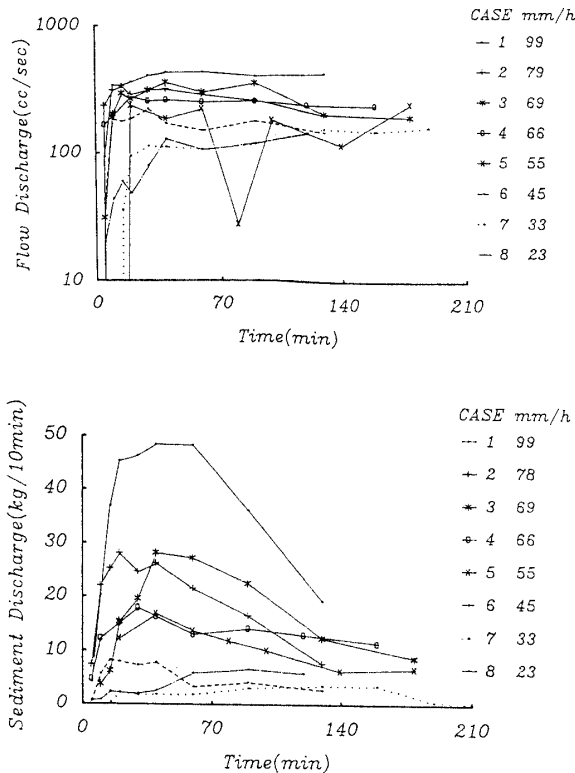


Fig. 3 (a) Changes in the water discharge out of slope over time  
(b) Changew in the sediment discharge out of slope over time

つ横断面形に向かって変化していくものなどが明確に観察された。横断面形態については以上のような過程を経たのち、次第に細かい凹凸が減少していく傾向がある。また、一例ではあるが Fig. 5 に示すように一横断面高さの変化量を 10min~20min, 20min~30min, 30min~40min, 40min~60min, 90min~130min でグラフ化すると、深さ方向の変化、すなわち流路の埋め戻しなどが明確に確認される。

#### 4. フーリエ解析を用いたリル網の形態解析

##### 4.1 解析方法

###### 4.1.1 概説

リル網の形態特性を調べるために、フーリエ解析<sup>1)</sup>の手法を用いリル平面および横断面形態の数量化をおこなう。Fig. 6 (a) に示すようにリル平面形態パターンの情報を P 表現 (Phase 2) により表わす。次に、P 表現の波形について自己相関関数およびフーリエ係数、パワースペクトルを求め、リルの平面形態の特性を調

べてみた。また、横断面形態は Fig. 6 (b) に示すフローチャートに従い、リルの横断面形態を P 表現および横断面侵食深さの 2 通りの方法で表現した。それは、P 表現波形の相関関数を求める際に、その波形の位相に関する情報はすべて失われてしまっているから、そのパワースペクトルなどだけでは波形を一義的に決定することが難しいからである。したがって、P 表現表示の他に断面侵食深さも併せて各々の解析を行い、リルの横断面形態の特性を調べてみた。

ここで、自己相関関数およびフーリエ係数、パワースペクトルはよく知られている波形解析方法であるが、ここでは、x 軸を空間周波数  $k$  ( $L$  (全長) /  $k$  の長さを周期とするような基本波形) にとった定時刻での空間波形で表した。

###### 4.1.2 P 表現表示

P 表現は視覚が線図形パターンから得る情報を素直に表現したものである。本実験ではリルのトレース図の周辺に沿って全長を、平面では 512 等分、横断面では 256 等分し、それを Frequency (横軸) としてその点における接線の勾配を  $\cos\theta$  (縦軸) で表したもので、リルの形態を分かりやすく表現したものである。図形が複雑なほど P 表現の変動はげしい。

###### 4.1.3 自己相関関数

自己相関関数による変動解析の目的の主なものは、ランダムな変動を含む複雑に合成された変動の中から、ランダム成分、規則的変動成分を分離評価することである。ここではリル平面形態の情報を表わした P 表現の波形を自己相関解析により平面形態の特性を調べてみた。

空間  $x$  あるいは時間の関数として現象が  $f(\tau)$  で表されるとする、ここでこの波形の自己相関係数  $R(\tau)$  は次式 (4.1) で定義される。

$$R(\tau) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \int_0^k f(x) \cdot f(x+\tau) dx \quad (4.1)$$

この式が示すように、 $R(\tau)$  は  $\tau$  だけずれた波形の間の関係の度合を表すものである。

また、実際の測定波形は有限個である。自己相関関数は、したがって式 (4.2) を積和の型になおして、有限個  $N$  のサンプルの値  $x(j); j=1, 2, \dots, N$  について、

$$R(i) = \frac{1}{n-y} \sum_{j=1}^{N-1} x(j) \cdot x(j+1) : i=0, 1, \dots, N-1 \quad (4.2)$$

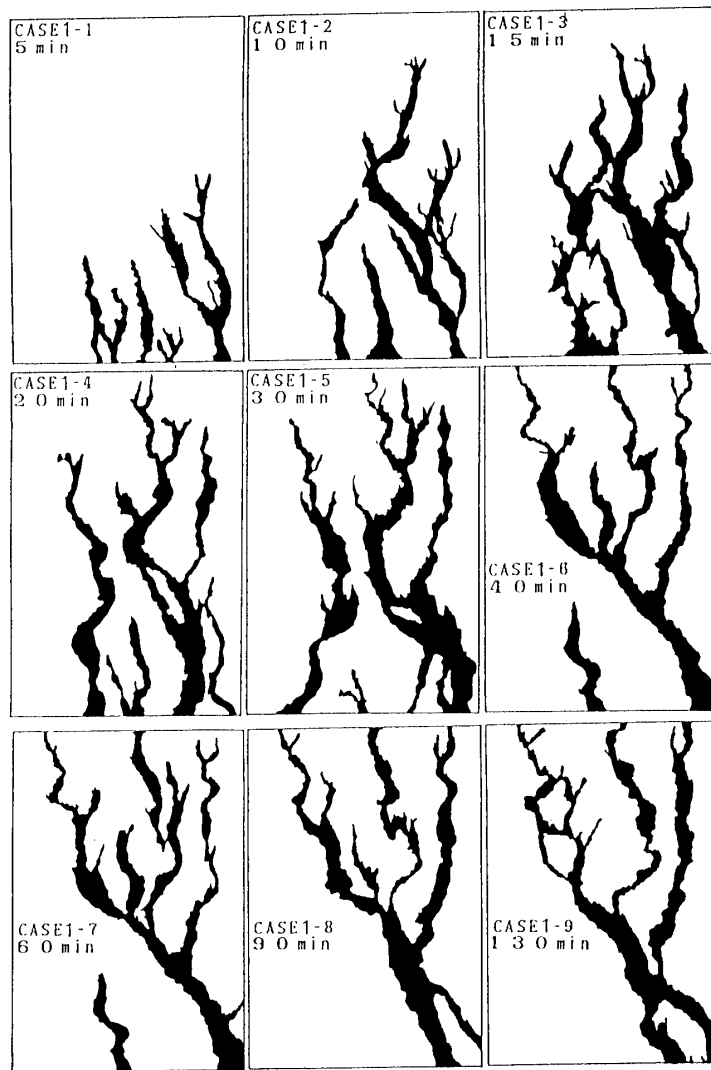


Fig. 4 (a) A series of the growth of plane pattern in case of CASE-1

によって計算される。

本論文で用いた自己相関プログラムでは、N 個のデータ  $D(1), D(2), \dots, D(N)$  に対して、式(4.2)規格した次式(4.3)によって計算した。

$$R(i) = \frac{1}{R_0} \frac{1}{N-j} \sum_{j=1}^{N-1} (D(i) \cdot D(i+j)) : \quad (4.3)$$

$j=0, 1, \dots, N-1 \dots$

$$R_0 = \sum_{j=1}^N (D(j))^2 \quad (4.4)$$

4.1.4 フーリエ係数

表現の波形を成分波に分解したとき、どの成分の波が大きくて、どの成分の波が小さいかということは、

P 表現波形の性質として、形態の特性を調べるのに重要である。たとえば、周波数(Frequency)の、ある値のところではフーリエ係数が大きかったとするならば、形態もその周波数により大きく影響されている。

P 表現を  $w(j)$  とすると

$$c(k) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-1} w(j) \cdot \omega^{-jk} \quad (k=0, 1, \dots, n-1) \quad (4.5)$$

ここに、

$$\omega = \exp \left( \frac{2\pi i}{n} \right) \quad i: \text{虚数単位} \quad (4.6)$$

なる関数  $c$  を考える。ここで  $\omega$  について、

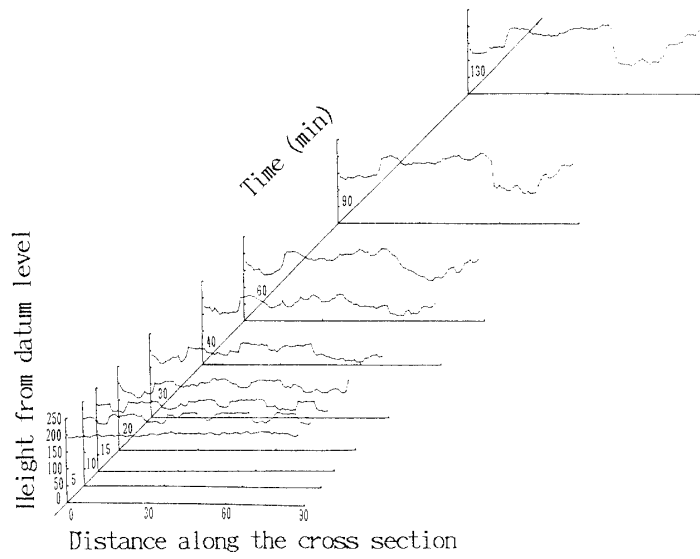


Fig. 4 (b) Changes in the cross-sectional patterns over time

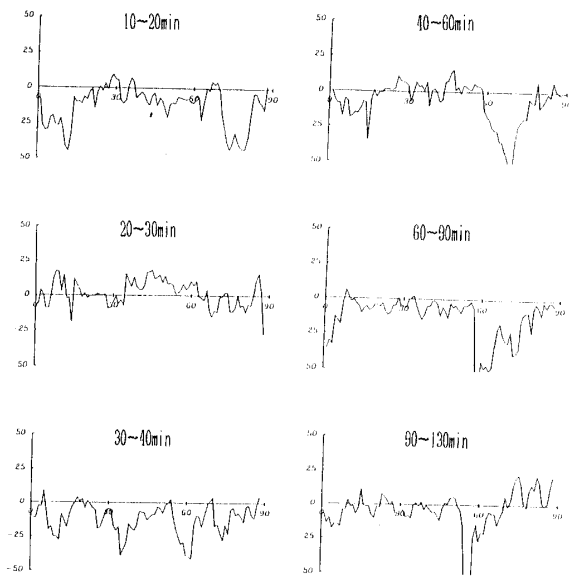


Fig. 5 Changes in fluctuations of the cross-sectional patterns over time

$$\sum_{r=0}^{n-1} \omega^{rk} = \begin{cases} n, & k=0 \text{ のとき} \\ 0, & k=1, \dots, n-1 \text{ のとき} \end{cases} \quad (4.7)$$

の関係がある式(4.5)の両辺に  $\omega^{rk}$  をかけて  $k$  についての和をとると、式(4.7)によって、

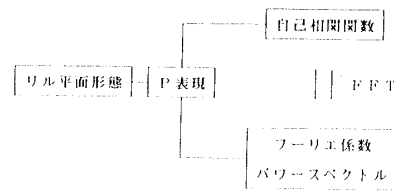
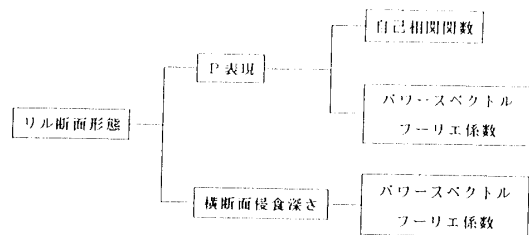


Fig. 6 (a) The flow chart of numerical analysis method in order to analyse plane patterns of rills



(b) The flow chart of numerical analysis method in order to analyse cross-sectional patterns of rills

$$\sum_{k=0}^{n-1} c(k) \cdot \omega^{rk} = \sum_{j=0}^{n-1} W(j) \cdot \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \omega^{(r-j)k} \right\} \quad (4.8)$$

よって、式(4.8)が  $w(j)$  についてとけて

$$\omega(j) = \sum_{K=0}^{n-1} c(k) \cdot \omega^k \quad (j=0,1,\dots,n-1) \tag{4.9}$$

となる。以上から関数  $w$  と  $c$  は1対1対応し、 $w$  をフーリエ変換により  $c$  に写すことが示される。また、個々の  $c(k)$  は  $w$  のフーリエ係数である。

4.1.5 パワースペクトル

一般に、いろいろなパターンについてパワースペクトルを調べてみると、直観的に単純な形をしているパターンほど、スペクトルの成分が  $k=0$  の付近に集中しており、複雑に曲折しているパターンほど大きい  $k$  のところまでスペクトルの非零の成分が広がるのがわかっている。ここでは、リル平面形態パターンのP表現のパワースペクトルを求めることにより、リル平面形態の複雑さとパワースペクトルの関係を調べ、パワースペクトルと周波数を両対数表示して、べき乗近似しそれぞれの形態の数量化をおこなった。

パワースペクトルをフーリエ係数をもって表わすと、まず、Parseval の定理より

$$\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} X^2(j) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{X^2(0)}{2} + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} X^2(k) + \frac{X^2(\frac{n}{2})}{2} \right\} \tag{4.10}$$

式(4.10)は、

$$X(k) = \sqrt{(A^2(k) + B^2(k))}$$

および  $C(k) = (1/2)(A(k) - iB(k))$  によれば

$$\sum_{K=1}^{\frac{n}{2}-1} X(K) = \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} (A^2(k) + B^2(k))$$

$$= 4 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} |C(k)|^2 \tag{4.11}$$

$$\frac{X^2(\frac{n}{2})}{2} = \frac{1}{2} \left( A^2(\frac{n}{2}) + B^2(\frac{n}{2}) \right) = 2 \left| c(\frac{n}{2}) \right|^2 \tag{4.12}$$

であるが、さらに式(4.12)は

$$4 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} |c(k)|^2$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} |c(k)|^2 + 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} |c(n-k)|^2$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} |c(k)|^2 + 2 \sum_{k=\frac{n}{2}+1}^{n-1} |c(n-k)|^2 \tag{4.13}$$

であるから、

$$\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} X(j)^2 = \sum_{k=0}^{n-1} |c(k)|^2 \tag{4.14}$$

式(4.14)がパワースペクトルである。

4.2 解析結果

4.2.1 P表現表示

Fig. 7 (a), (b)にリル平面および横断面形態のP表現表示(Phase)を示す。

ここで平面形態におけるフーリエ解析はリルが分流、合流により変化しており、リルの一本々々を取り出さなければ解析が出来なかった。したがって、一斜面のみたリル平面形態を表していない。ここで用いたP表現は、人間の視覚が線図形パターンからえる情報を素直に表現したもので、生データの形態の特徴を印象づけることができる。たとえば、複雑な起伏のある形状においては、P表現表示は地震波形のようにかなり目まぐるしく上下したものになる。したがって、複雑に

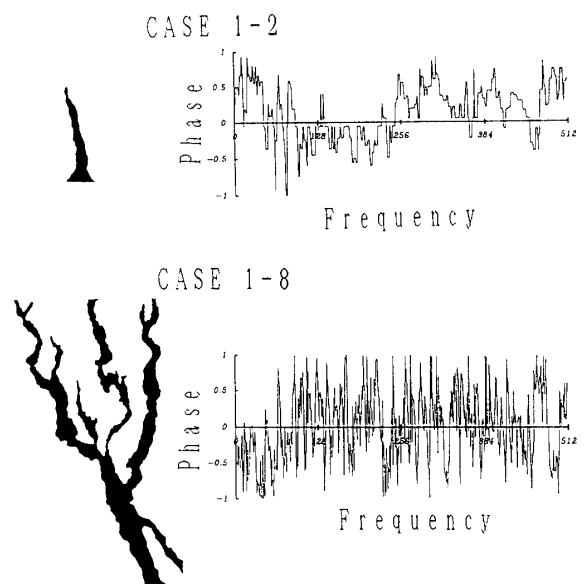


Fig. 7 (a) Phase of plane patterns

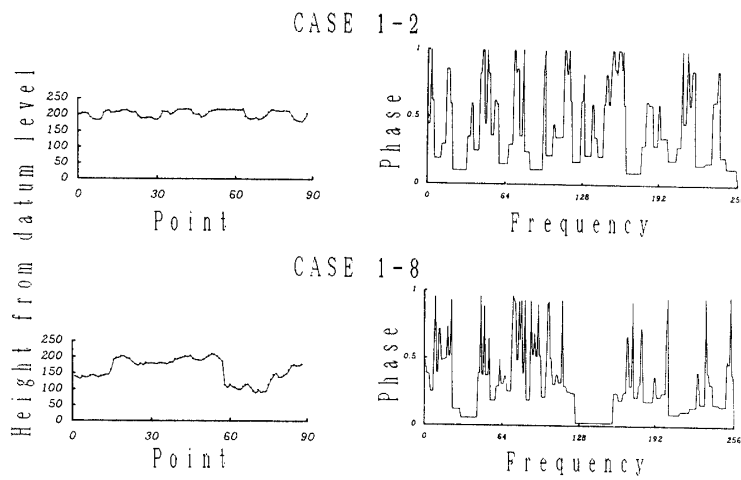


Fig. 7 (b) Phase of cross-sectional patterns  
(160cm from end of downstream)

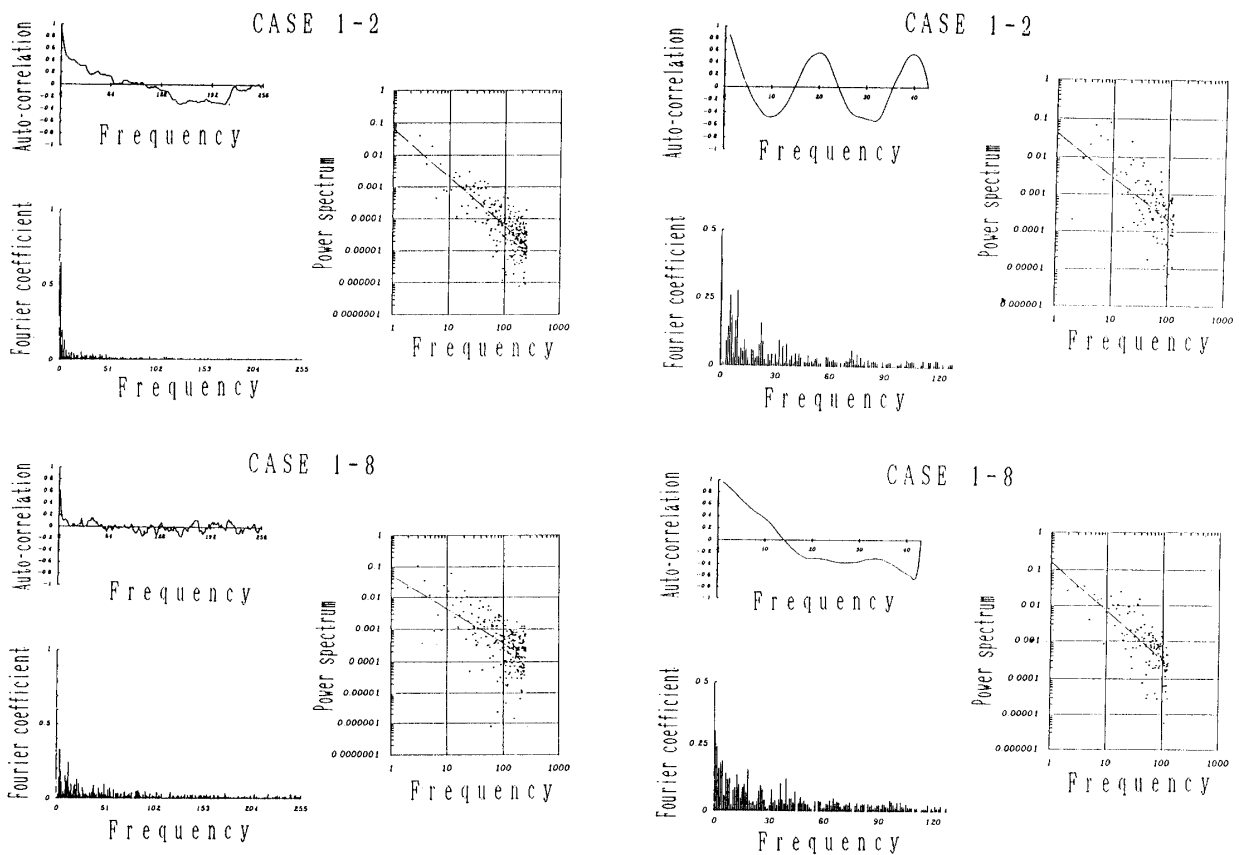


Fig. 8 (a) Auto-correlation, Fourier coefficient,  
Power spectrum of plane pattern's  
Phase

Fig. 8 (b) Auto-correlation, Fourier coefficient,  
Power spectrum of cross-sectional pat-  
tern's Phase  
(160cm from end of downstream)

蛇行したりすると波形も複雑になってくる。一方単純な形は波形も単純になる。

4.2.2 P表現表示からのフーリエ解析

リル平面および横断面形態の自己相関関数、フーリエ係数、パワースペクトルを Fig. 8 (a), (b)に示す。

リル網の形態が単純なものほど自己相関関数もかなりシンプルである。それに比べ複雑な形態は、自己相関関数もかなり複雑なものになっている。これもリルの特徴をよく表わしているといえる。

フーリエ係数は、複雑な形態になれば全体的にグラフは高くなり、グラフにおけるピークが少々低くなる。すなわち、あらゆる形態を含んでいるものだという事である。また、P表現からのフーリエ係数は形状のゆるやかさを示すものとも言え、このことは生データとフーリエ係数を比較しても明確である。

つぎにパワースペクトルであるが、このグラフで言える変化は、べき乗近似させた傾きの絶対値が小さいほど複雑であるということで、フーリエ係数と同様の意味をもつ。

4.2.3 横断面侵食深さにおけるフーリエ解析

リル横断面形態のフーリエ係数、パワースペクトルを Fig. 9 に示す。これもP表現からのフーリエ解析と

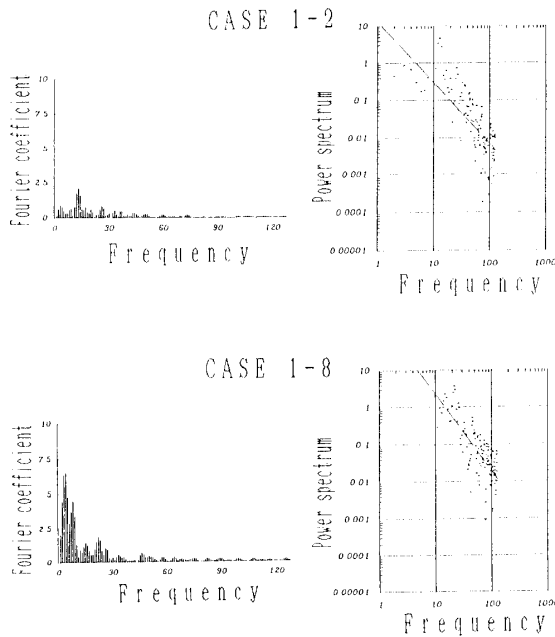


Fig. 9 Fourier coefficient, Power spectrum of cross-sectional pattern's original data (160cm from end of down stream)

同じ事が言えるが、前者に対してこちらは凹凸の程度を明確に示すものと言える。

4.3 考察

平面および横断面形態の両面から考察を行うにあたり、P表現、自己相関関数、フーリエ係数では数値的には比較できない。したがって、複雑さを的確に表せるパワースペクトルのべき乗近似の係数(傾き)を使

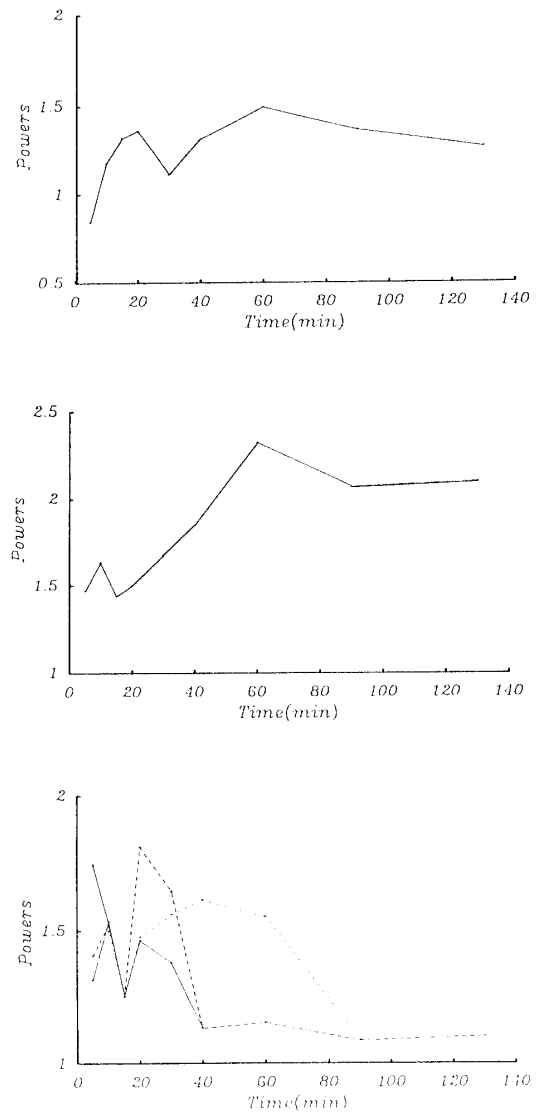


Fig.10(a) Power spectrum of cross-sectional pattern's Phase (160cm from end of downstream)  
 (b) Power spectrum of cross-sectional pattern's original data (160cm from end of downstream)  
 (c) Power spectrum of plane pattern's Phase



い、時系列的に示して考察を行った。平面および横断面形態の係数を時系列的に一つのグラフにしたものはそれぞれ Fig.10(a), (b), (c)である。

まず, Fig.10(c)で, 図中の線が分かれたり, 一本になったりしているのは, リル網の分流, 合流を示す。この平面形態の変動を見ると, 初期段階における変動は大きく, 同じことが横断面形態についてもいえる。つぎに時間的にもっと細かく考察を行うと, 平面形態, 横断面形態ともに経過時間が20minの点において何らかの変動が起きており, 安定状態に向かう第一段階ではないかと考えられる。つぎに30minから40minで平面形態に変化が見られ, また横断面形態では60minで変化がみられる。すなわち, 平面形態の方が横断面形態より先に安定状態にはいることがわかる。ここで, 流出土砂量を見てみると, 約30minから60minの間にピークがきており, それ以後はほぼ一定状態になっている。このことより, 侵食はある程度までは, 平面および横断面の両方に依存するが, ピークに関しては横断面すなわち深さ方向の侵食の依存が大きいと考えられる。

## 5. まとめ

本研究では, フーリエ解析の手法を用い数値化を行い, リル形態(平面および横断面)の特性および特徴を調べたが, その結果を要約する。

1) 流出土量については, あるピークを境に減少し,

一定値におちつく傾向がある。

- 2) 横断面形測定装置を用い, リルの横断面形態を測定することによって, 深さ方向の側面侵食や床侵食が起きていることを確認できた。
- 3) リル形態パターンの複雑さとP表現の波形変動は対応しており, 形態パターンの情報はP表現によって表わされることがわかった。
- 4) リル形態のP表現波形の自己相関を求めると, 形態の単純であるものは自己相関があり, 複雑になると小さくなる。
- 5) リル形態のP表現波形のフーリエ係数を求めると, 単純な形のもののは周波数零付近の値が突出し, 複雑な形になるほどフーリエ係数の非零成分も広がる。
- 6) リル形態パターンの複雑さを表現し評価する一手法として, フーリエ解析は有効であることがわかった。
- 7) リル形態のパワースペクトルの経時変化は, 流出土砂量の経時変化と密接に対応していることがわかった。

## 参考文献

- 1) 磯部 孝(編): 相関函数およびスペクトル —その測定と応用—, 東京大学出版会, 1968.
- 2) 上坂吉則・太原育夫: パソコンで学ぶパターン認識と図形処理, 文一総合出版, 1984.

(平成3年4月15日受理)