

一様発熱する鉛直平板上の自由対流境界層 (層流・遷移域における乱れの発達)

宮本 政英*・加藤 泰生*・栗間 諄二*
城島 一暢**・池 公司郎***

Development of Disturbances in Laminar and Transition Regions of Free Convection Boundary Layer Along a Vertical Plate

Masahide MIYAMOTO, Yasuo KATOH, Junji KURIMA,
Kazunobu JYOJIMA and Kosiro IKE

Abstract

The downstream growth of velocity and temperature disturbances in the laminar and transition regions of the free convection boundary layer along a vertical plate with uniform heat generation in the air was experimentally studied, using a fine thermocouple and LDV. The beginning and end of the transition were determined by the vertical temperature distribution on the heated plate, which was maximum at the beginning and minimum at the end of the transition. Modified Grashof numbers at the beginning vary widely, but those at the end of the transition can be approximated by about 5×10^{12} . The maximum intensities of the streamwise velocity and temperature across the boundary layer reach maximum at the end of the transition and become roughly half of each streamwise maximum intensity at the beginning of the transition.

1. 緒 言

境界層が層流から乱流に遷移する現象は、熱伝達率や抵抗係数が層流と乱流とでは大きく異なるため実用的にも非常に重要な研究課題である。鉛直平板上の自由対流境界層の場合については、層流や乱流域に比較して研究例も少なく未解明の問題が多い。藤井による解説 [1]、Gebhart らの文献 [2] には遷移域における既存の研究の概要が述べられている。北村ら [3] は感

温液晶を用い、遷移域の伝熱面上には馬蹄形の低温模様が出現しその周期は、線形安定理論による最大増幅率の周波数 [2] 及び藤井 [1] によって示された渦列の周期に対応することを明らかにした。

本報告は高さ約 5 m の一様に発熱する垂直平板伝熱面を用いて、主に遷移域における、境界層の温度場、速度場の測定を行ない、乱れの発達する過程と熱伝達特性について調べた結果について述べられており、主に速度、温度場の時間平均特性及び乱れ個々の特性の一端が明らかにされた。

2. 実験装置と測定方法

実験装置 (Fig. 1 参照) と測定方法は、既報 [4] の

*機械工学科

**大学院機械工学科 (現在：三菱電気)

*** " (現在：オムロン)

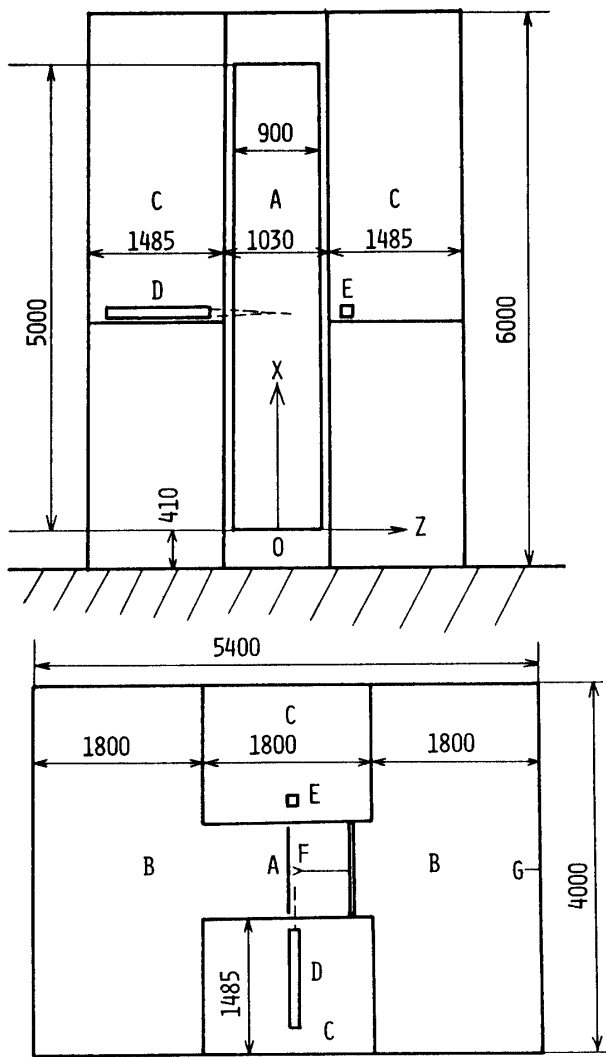


Fig. 1 Experimental apparatus

装置と大略同じである。厚さ10 mmのベニヤ板製密閉空間に設置された一様発熱する鉛直平板伝熱面は、厚さ0.1 mm、長さ約10 m、幅0.9 mのステンレス箔を前縁の位置で折り曲げ貼りあわせて作られ、ステンレス箔の間に挿入された直径0.1 mmのC.C.熱電対によって表面温度を測定した。境界層内の温度は25 μ m C. A.熱電対によって、速度は前方散乱型LDVによって測定した。伝熱面発熱量、 $q_w \approx 55, 110, 220 \text{ W/m}^2$ について、伝熱面の温度分布、前縁からの高さ、 $X = 285, 832, 1742 \text{ mm}$ における境界層の温度、速度分布を測定した。境界層の温度と速度の測定は、振幅解析の時サンプリング周期を10msec、サンプリング数は温度、速度同時にそれぞれ1万個づつとした。周波数解析の時には、サンプリング周期を10msec、サンプリング数は2048個とした。伝熱面からの対流熱流束は、あらかじめ

め伝熱面近傍の温度勾配の実測によって定めた伝熱面の総括放射率(=0.133)を用いて、発熱量を補正して求めた。

3. 実験の結果と考察

3. 1. 伝熱面温度分布

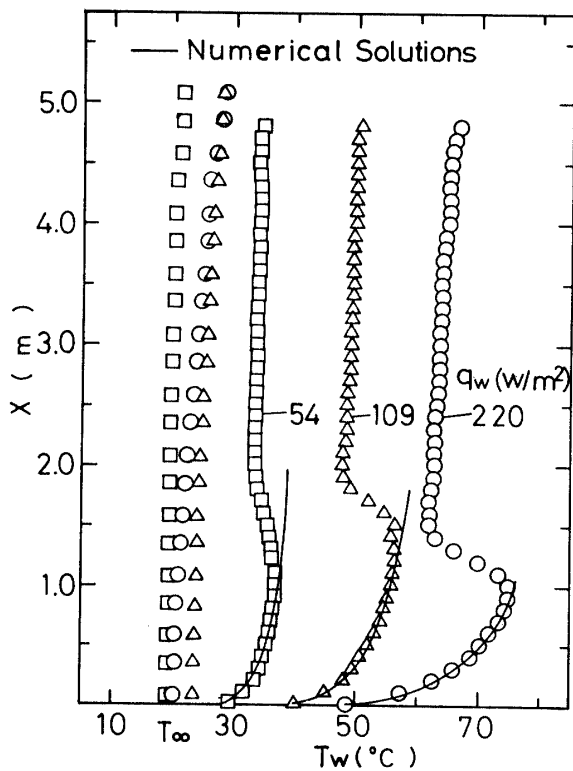
伝熱面の中心線上で測った高さ方向の伝熱面温度分布及び周囲流体温度分布の一例を Fig. 2, A に示す。対応する発熱量を有し輻射を考慮した層流域の数値解による伝熱面温度分布が実線で示されている。実測された伝熱面温度分布は、温度が極大となる点(第二遷移点と呼ぶ)より僅かに上流側で層流の理論値からずれ始め(前縁の近傍を除いた層流域の主要部で、実測値と理論値の差は約2%程度)、これより伝熱面温度分布が極小となる点(第三遷移点)までを遷移域と呼ぶ。境界層は更に遷移乱流域 [1] (本実験ではあまり明瞭には認められなかった) を経て乱流となる。熱伝達率は、第二遷移点で最小、第三遷移点で極大となる。

Fig. 2, B には伝熱面の水平温度分布($q_w = 220 \text{ W/m}^2$)の一例を示す。側端の近傍を除けば水平温度分布はほぼ一様であるが、遷移域に相当する位置では、側端の影響が顕著に現われている。以下に述べる、伝熱面温度や境界層の諸量は全て伝熱面の幅方向の中心の断面内で測定された値である。

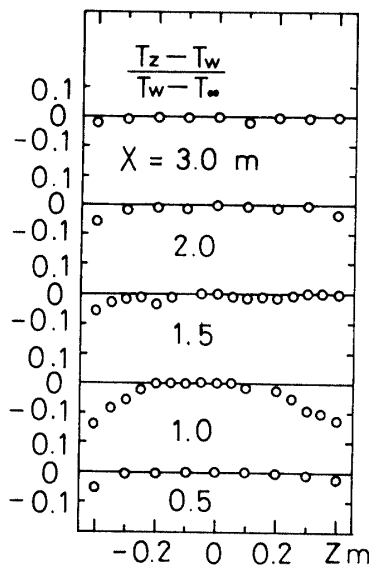
Fig. 3 には、伝熱面温度分布より定めた第二、第三遷移点における修正グラスホッフ数を、横軸に $X = -0.16 \text{ m}$ における周囲温度を取って示す。周囲温度の相違は実験した日によって外気温度が異なることによる。第三遷移点 ($Gr_x^*3 \approx 5 \times 10^{12}$) に比べて第二遷移点のばらつきは大きく、周囲温度が低下すれば第二遷移点のグラスホッフ数が小さくなる傾向が認められ、第二遷移点をグラスホッフ数のみで規定することは困難であるように思われる。比較のため第二遷移点について、藤井らの方法 [1] による推定値 ($Gr_x^*2 \approx 2 \times 10^{11}$) 及び Mahajan ら [5] の実測値 ($Gr_x^*2 \approx 1.6 \times 10^{10} \sim 1.9 \times 10^{11}$) が示されている。ただし、Mahajan らは熱電対によって測定した境界層内の温度乱れに基づいて遷移開始点を定めた。又、Gebhart [2] によって提案された遷移開始点と終了点の予測式は、それぞれ図の第二、第三遷移点における修正グラスホッフ数よりはるかに低い値を与える。

3. 2. 境界層内の速度、温度の乱れ強さ分布

Fig. 4, 5, 6, 7 には、平均鉛直速度、鉛直速度の乱れ強さ、温度乱れ強さ及び水平速度の乱れ強さの



A. vertical distribution



B. spanwise distribution

Fig. 2 Temperature distributions on the heated plate ($q_w = 220 \text{ W/m}^2$)

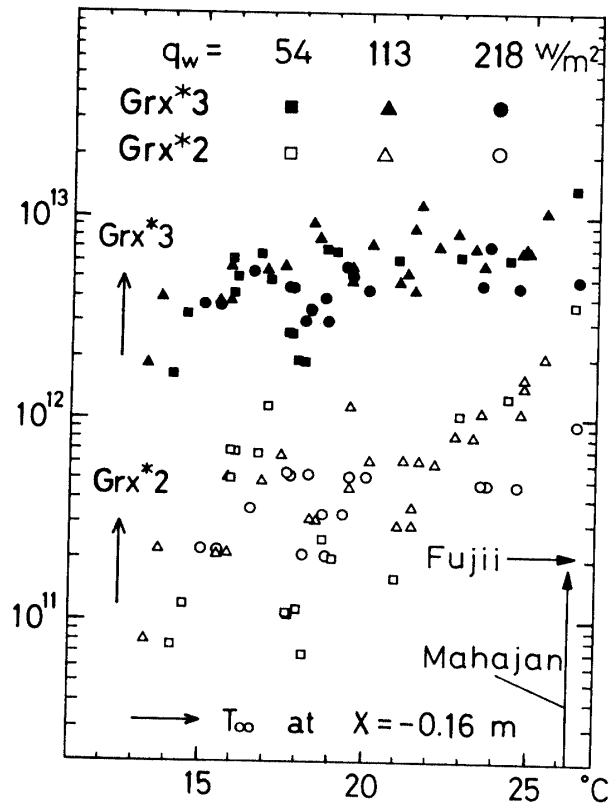


Fig. 3 Modified Grashof numbers at 2nd and 3rd transition points

境界層内の分布の一例を示す。相互の比較及び実際の境界層の状態を把握し易くするため横軸 Y は mm で示されており、いずれの図においても Grx^* が最大の分布は発達した乱流域の分布であり、比較のため既報[4]の実験データより引用した。

Fig. 4 には平均鉛直速度分布を示す。 Grx^* が 2.75×10^9 と 1.58×10^{11} の分布は第二遷移点より上流側（層流域）の分布を、 3.76×10^{12} の分布は第二遷移点より下流、第三遷移点の僅かに上流（遷移域）の分布を示す。実線は Grx^* が 1.58×10^{11} の実測値と同じ条件を与えて計算した層流の数値解を示し、実測値と良く一致する。第二遷移点を越えると境界層の厚さが急激に増加し、最大速度は一端低下し、乱流域では再び加速される[6]。乱流域の分布は、最大速度の外側に速度分布が Y に対してほぼ直線的に変化する広い領域が存在している。

Fig. 5 には鉛直速度の乱れ強さ分布を示す。（記号は次の Fig. 6 と同じ） Grx^* が 4.68×10^9 と 2.69×10^{11} の分布は層流域の分布を、 1.67×10^{12} の分布は第二遷移点より僅かに下流側（遷移域）の分布を、 7.0×10^{12} の分布は第三遷移点より僅かに下流の分布を示す。層流域の

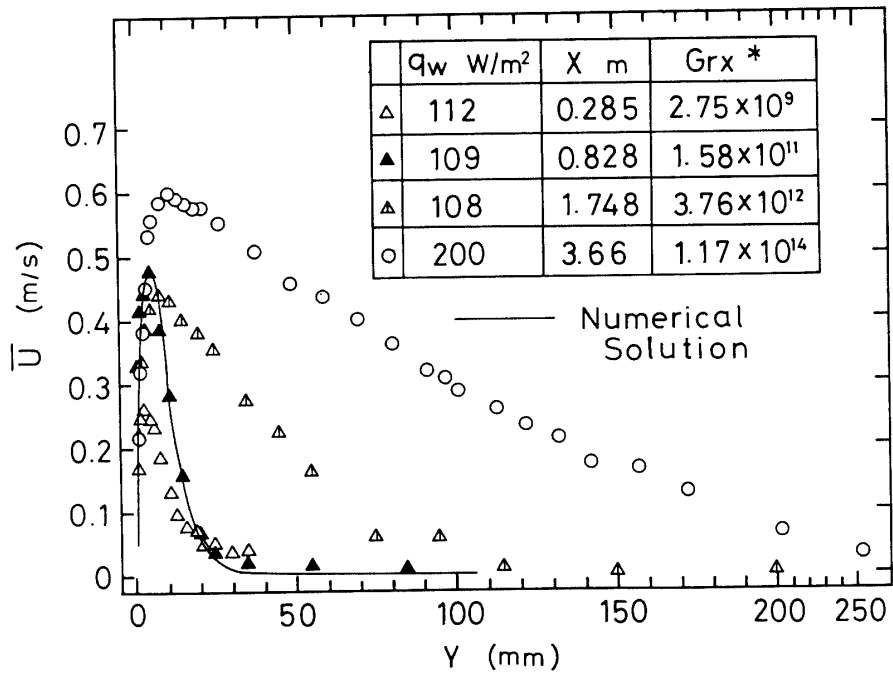


Fig. 4 Mean streamwise velocity profile

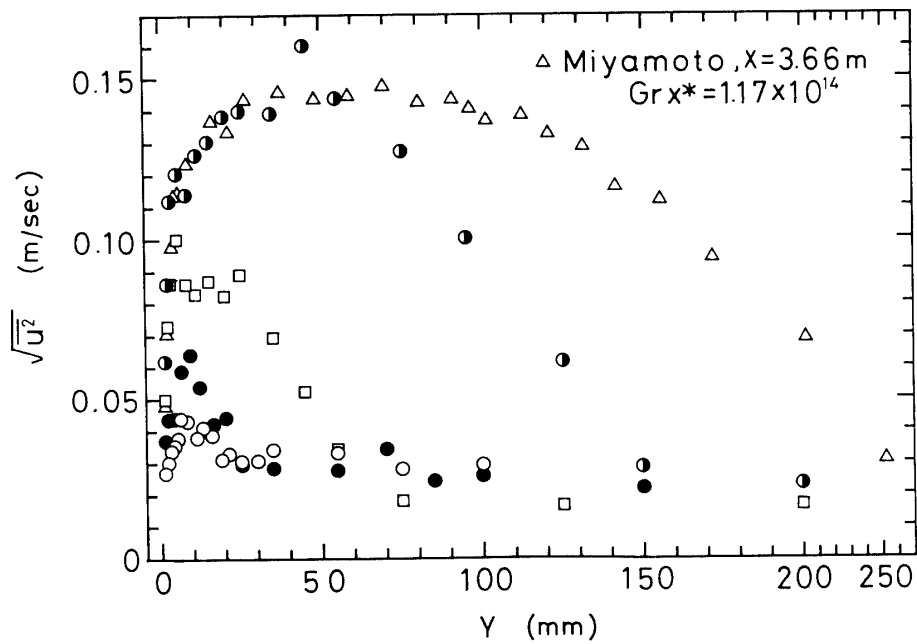


Fig. 5 Intensity profile of streamwise velocity

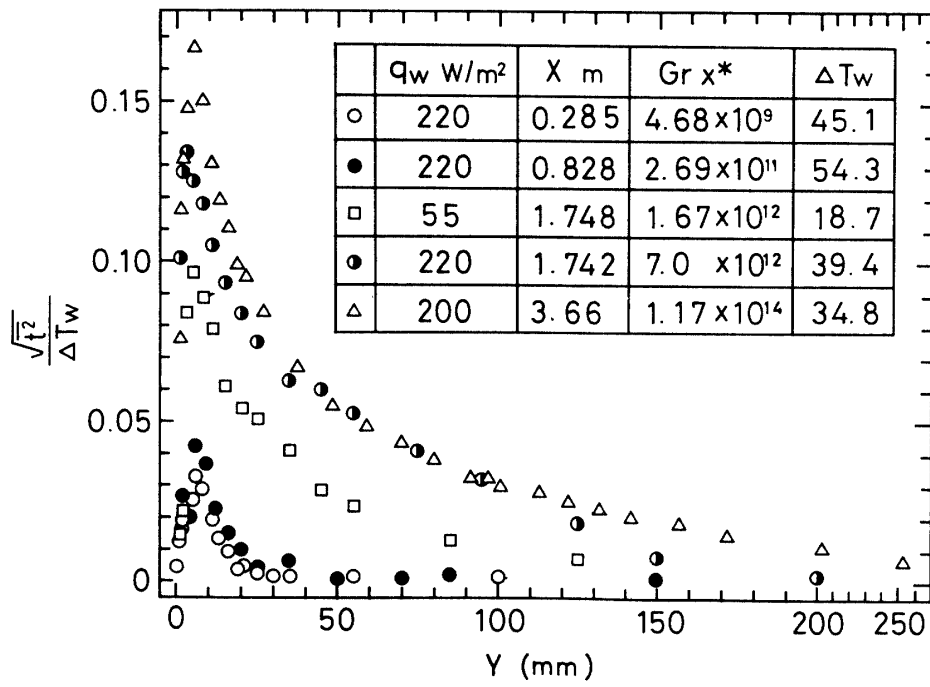


Fig. 6 Dimensionless intensity profile of temperature fluctuation

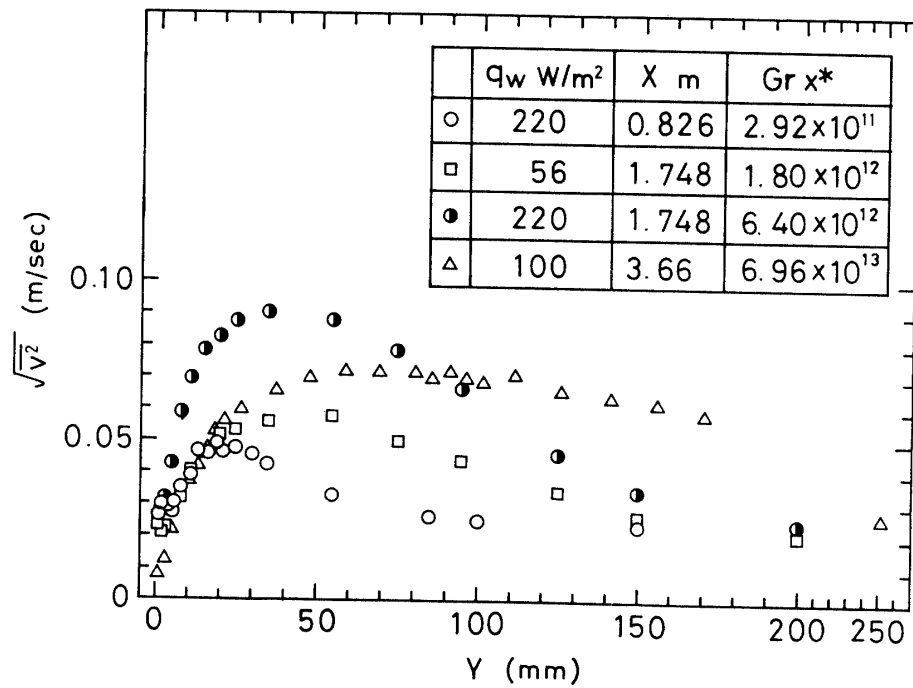


Fig. 7 Intensity profile of velocity in the Y direction

分布で $Y \geq 40\text{mm}$ の実測値がほぼノイズレベルとなる。乱れ強さが最大となる Y は、平均鉛直速度最大の位置より僅かに大きい。Fig. 6には、境界層の最大温度差で無次元化した温度乱れ強さの分布を示す。それぞれの分布は同じ記号の Fig. 5の分布と同時に測定された値である。いずれの分布も鋭いピークを持ち、ピーク的位置は遷移域では下流側伝熱面に接近する。

Fig. 7には、水平速度乱れ強さの分布を示す。 Grx^* の小さい方から順に、第二遷移点上流、第二遷移点より僅かに下流、第三遷移点下流付近の分布を示す。分布の最大値は乱流域では遷移域の値より低くなるように見える。

3. 3. 諸特性の流れ方向への変化

Fig. 8には境界層内の、平均鉛直速度の分布と乱れ強さ分布、水平速度の乱れ強さ分布から求めたそれぞれの最大値及び対応する局所ヌッセルト数を比較して示す。比較のために主に乱流域について行なった既報 [4]の実測結果が示されており、破線及び鎖線により示される式 b, c, dは、それぞれ乱流域における鉛直速度、鉛直速度乱れ強さ及び水平速度乱れ強さの最大値について、実測値の近似式を既報から引用したものである。式 e は同じく乱流域の局所ヌッセルト数を

近似する実験式 [4] である。実線で示される式 a, f は、幅射を考慮した層流の数値解の結果を示し、本実験程度の発熱量、伝熱面輻射率及び周囲流体温度の範囲では、鉛直速度の最大値は式 a, 局所ヌッセルト数は式 f で精度よく近似出来る。

$\bar{U}_m X / \nu = 0.829 Grx^{*0.379}$	層流域	(a)
$\bar{U}_m X / \nu = 10.9 Grx^{*0.288}$	乱流域	(b)
$\sqrt{u^2}_m X / \nu = 0.549 Grx^{*0.339}$	乱流域	(c)
$\sqrt{v^2}_m X / \nu = 7.51 Grx^{*0.243}$	乱流域	(d)
$Nu_x = 0.104 Grx^{*0.272}$	乱流域	(e)
$Nu_x = 0.559 Grx^{*0.194}$	層流域	(f)

本実測値の内、 Grx^* が 4×10^{11} 以下は第二遷移点より上流側にあり、第三遷移点は $Grx^* \approx 5 \times 10^{12}$ 程度である。□で示される水平速度乱れ強さの内、 Grx^* が 10^{10} 以下については、ノイズレベルと区別できない程度の大きさであり、⊗に示された3点は大概ノイズレベルを示している。(これらの点を通る傾き1/4の直線が大概のノイズレベルと見なして良い)。

平均鉛直速度の最大値は、修正グラスホッフ数が 3×10^{11} 程度まで、実線で示す層流の理論解 (Eq.a) とほぼ一致し、 $4 \sim 8 \times 10^{12}$ 程度以上 (乱流域) では乱流域の実験式 (Eq.b) にほぼ等しくなる。鉛直速度乱れ強

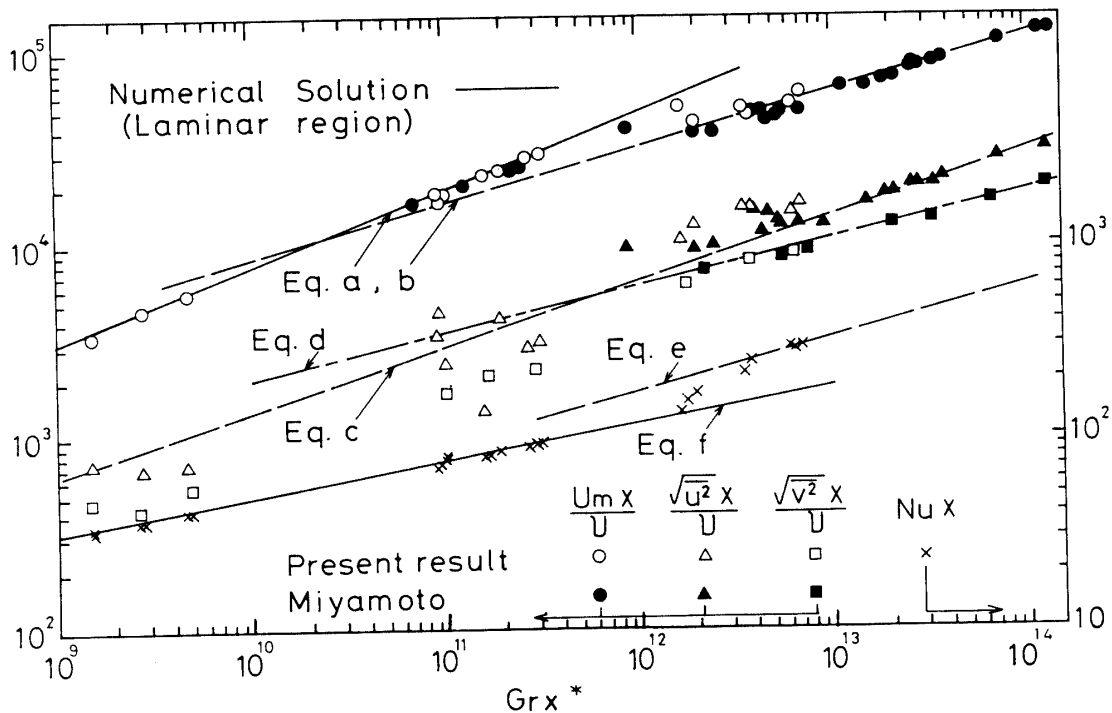


Fig. 8 Streamwise developments of $\bar{U}_m X / \nu, \sqrt{u^2}_m / \nu, \sqrt{v^2}_m / \nu$ and local Nusselt number

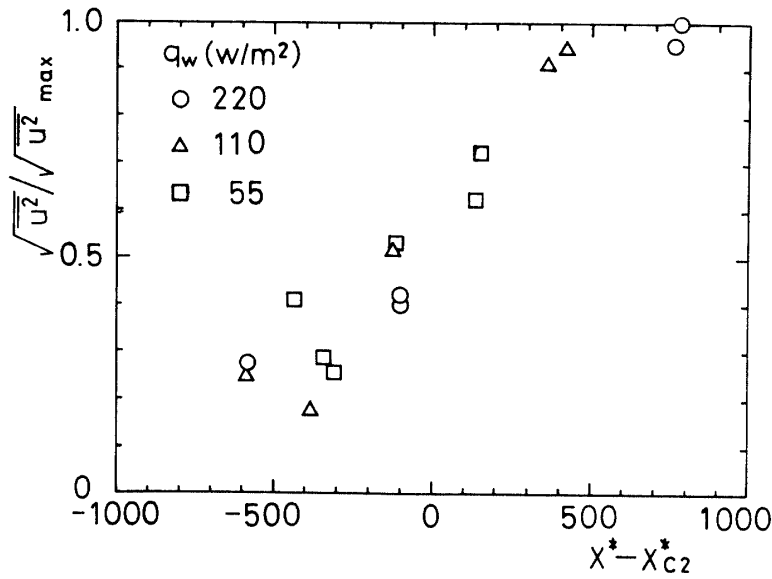


Fig. 9 Downstream growth of $\sqrt{\overline{u^2}_m}$ during transition

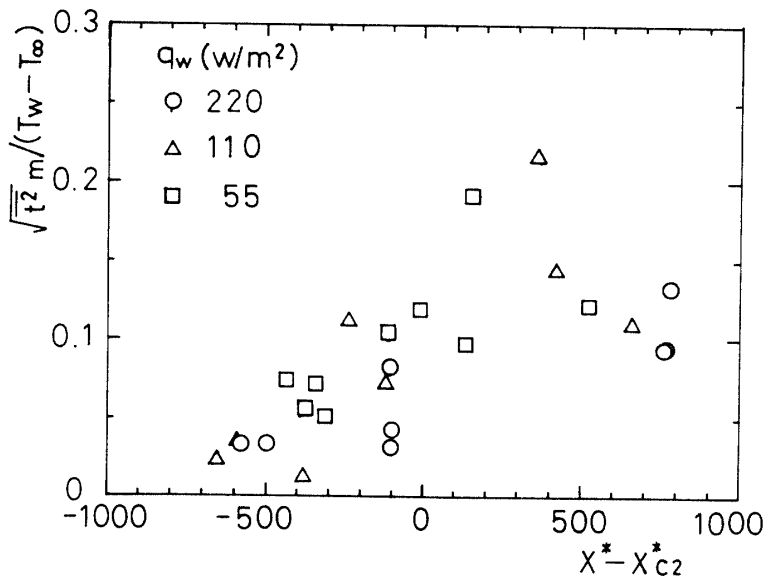


Fig.10 Downstream growth of temperature intensity during transition

きは、平均最大速度が層流の理論値とほぼ一致するグラスホッフ数の範囲（層流域）においても、ノイズレベル以上の値を示し、 9×10^{12} 程度以上で同じく乱流の実験式 (Eq.c) と等しくなる。特に最大平均速度が層流の値から低下し乱流の値に変化するグラスホッフ数の範囲（遷移域に対応する）では、乱流域の実験式より高い値を示す。一方、水平速度乱れ強さは、層流域においてノイズレベル以上の値を示すが、鉛直速度乱れ強さと異なり、乱流域の実験式 (Eq.d) より高い値

を示すことはなく、最大平均速度が層流の値から低下し乱流の値に変化する遷移域で乱流の実験式 (Eq.d) の値に漸近するように見える。局所ヌセルト数は、乱れが存在していても層流域では、層流の理論値 (Eq.f) とほぼ等しく、最大平均速度が層流の値から乱流域の値へと変化すると同時に、同じく乱流の値 (Eq.e) へと変わる。

Fig. 8 に示した鉛直速度乱れ強さは、層流・遷移域でばらつきが大きい。この変化を明確にするために、

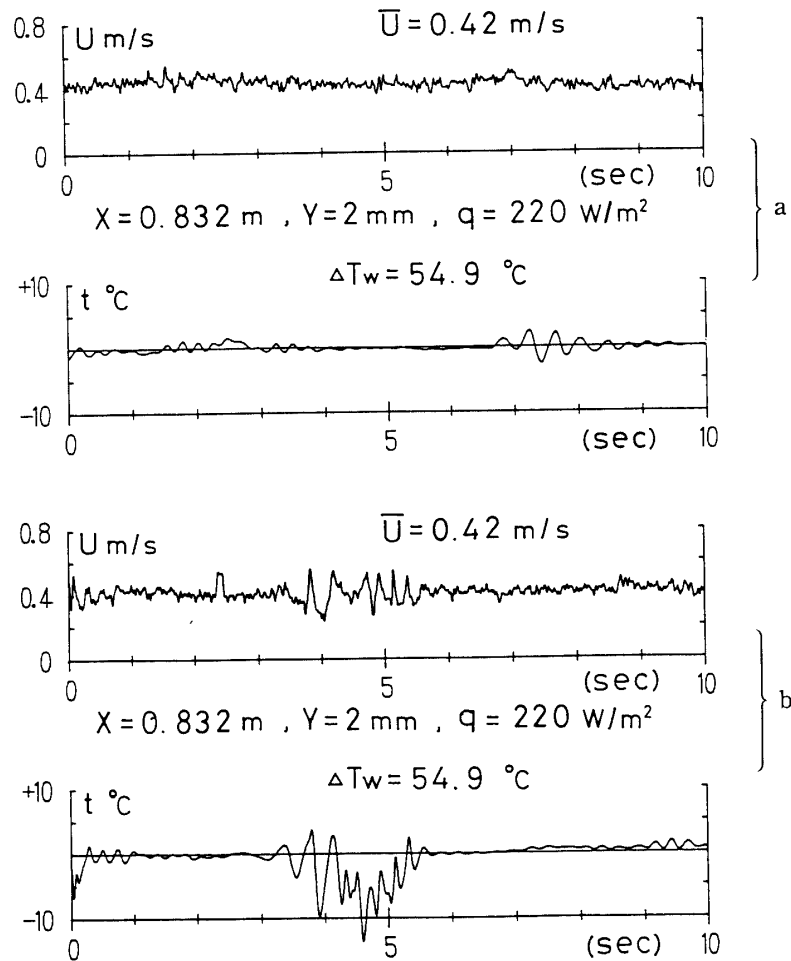


Fig.11 Records of streamwise velocity and temperature upstream near 2nd transition point

Fig. 9 には横軸に第二遷移点の $X^*c_2 (=Grx^*2^{1/4})$ と測定点の $X^* (=Grx^*^{1/4})$ との差を取って示す。境界層内の乱れ強さの最大値は、更に全体の最大値で無次元化されている。図より、第二遷移点からの無次元距離 $X^* - X^*c_2$ が500程度で乱れ強さは最大に達する(500から800の範囲は第三遷移点、熱伝達の極大点にはほぼ対応する)。第二遷移点における乱れ強さは、最大値の約1/2程度の値を示している。

Fig.10には Fig. 9 と同じ横軸を取り、無次元温度乱れ強さの変化を示す。無次元温度乱れ強さは $X^* - X^*c_2$ が450で最大に達した後下流に向かって減少している。

Gebhart らは、流体が水の場合について速度乱れが温度乱れに先行して発達することを見出したが、空気の場合には両者はほぼ同時に発達するように見える。

3. 4 乱れの発達と熱伝達

Fig.11 a, b には第二遷移点より僅かに上流の点において測定したそれぞれ10秒間の鉛直速度と温度の信号を示す。信号には、発達段階の異なる様々の乱れが含まれており、Fig.11 a 温度信号の前半部には約4Hz、後半には約2.5Hzのサイン曲線状の温度変動が記録されており、後半の方が振幅が大きくより発達した乱れを示している。これらを含む約20秒間の信号のパワースペクトルを Fig.12 a に示す。約2.7Hz にピークがあり4Hzにも小さなピークが認められる。線形安定理論によれば [2]、この位置で最も増幅率の高い乱れの周期は約3.2Hzである。実際には、約2から4Hz程度の範囲で一定周期を持ち4から10個程度の山谷を持つサイン曲線状の乱れのグループが次々に通過するのが観察される。これらの内、比較的到低周期(約2Hz程度)の

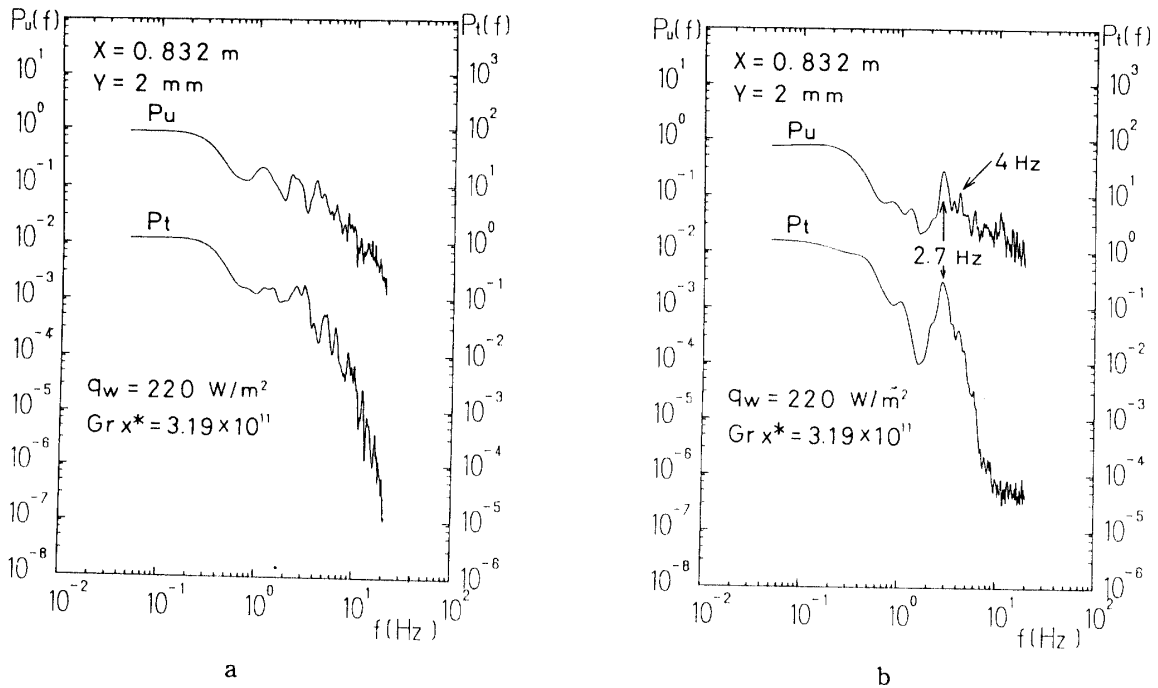


Fig.12 Power spectra of streamwise velocity and temperature near 2nd transition point

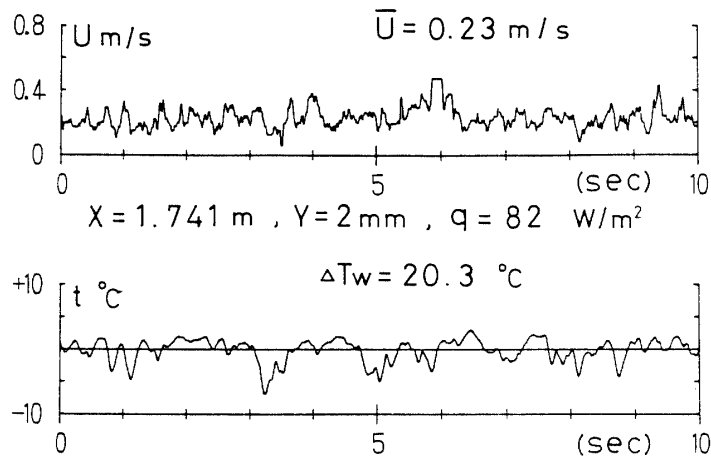


Fig.13 Records of streamwise velocity and temperature near 3rd transition point

乱れは、藤井 [1] による渦列の周期と波長の関係を与える実験式をほぼ満足する。

同じ位置で異なる10秒間に記録した結果を Fig.11 b に示す。中央部に大きく発達した乱れがあり、乱れの通過する約2秒間の平均温度は、乱れによって伝熱面近傍まで巻き込まれた低温の気体によって低下している。(藤井らは渦列の可視化観察によってこのことを示した。[7]) Fig.11 a に見られる未発達の乱れはサイン曲線に類似しており平均温度の顕著な低下を生じな

い。下流に進むと共に乱れは振幅が増大するから、さらに下流では発達した乱れが増加し、平均熱伝達率の上昇を引き起こす。Fig.11 b の信号を含むパワースペクトルを Fig.12 b に示す。Fig.12 a より高周波成分が増加している。

Fig.13, 14にはそれぞれ第三遷移点の近傍で測定した鉛直速度と温度の信号及びそのパワースペクトルを示す。乱れの顕著な周期性が失われ、高周波成分が増加し、低温の流体が伝熱面近傍に盛んに侵入している

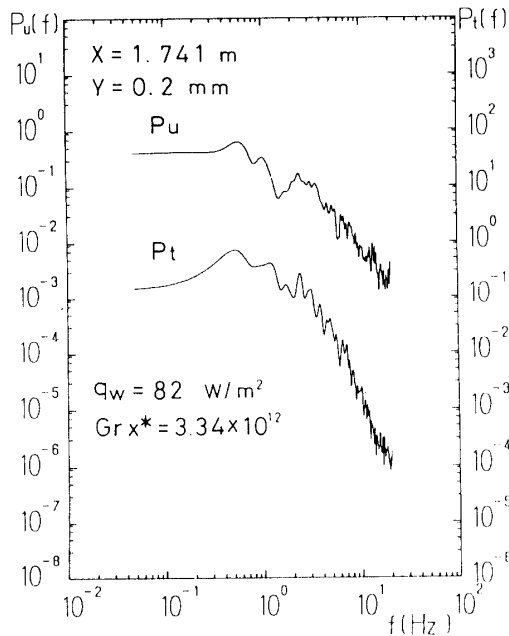


Fig.14 Power spectra of streamwise velocity and temperature near 3rd transition point

様子がわかる。

4. 結 言

一様に発熱する鉛直平板伝熱面上の自由対流境界層の主に遷移域における、速度場、温度場の特性及び伝熱面温度分布を実測し、遷移域における乱れの発達過程と熱伝達特性の一端を明らかにした。得られた結果を取りまとめると次のようになる。

1. 熱伝達率が最小となる第二遷移点の修正グラスホッフ数には大略15倍程度の幅がある。本実験結果は、周囲流体温度が低下すると第二遷移点のグラスホッフ数は小さくなることを示している。
2. 熱伝達率が極大となる第三遷移点の修正グラスホッフ数は、相対的にばらつきが小さく、大略 5×10^{12} 程度となる。
3. 第二遷移点より上流（層流域）の温度、速度場にも乱れが存在しているが、最大平均速度や局所平均ヌッセルト数は層流の理論解にほぼ一致する。
4. 平均鉛直速度の最大値が層流の値から乱流の値に変化するのに対応してヌッセルト数も層流の値から乱流の値へ変化する。
5. 鉛直速度乱れ強さは、第三遷移点の近傍で最大となり、第二遷移点では最大値の約1/2程度となる。無

Vol.41 No.2 (1991)

次元温度乱れ強さは、第三遷移点近傍で最大となり下流に向かって減少する。

6. 第二遷移点の近傍では、発達段階（振幅）の異なる2から4Hz程度の周期をもつサイン曲線状の速度、温度変動群が次々に通過する。しかし未発達の乱れは平均速度や平均温度場に顕著な寄与をしない。発達した乱れが境界層外側の低温の流体を伝熱面の近傍に巻き込み、熱伝達率を上昇させる様子が温度場の信号から明瞭に認められる。

5. 主な記号

- f : 周期
 g : 重力の加速度
 Gr_{x^*} : 修正グラスホッフ数 $[=g\beta qcX/(\lambda\nu^2)]$
 Gr_{x^*2} : 第二遷移点の Gr_{x^*}
 Gr_{x^*3} : 第三遷移点の Gr_{x^*}
 P_u, P_t : 鉛直速度、温度変動のパワースペクトル
 qc : 対流熱流束
 q_w : 伝熱面発熱量
 $Nux = qcX/[(T_w - T_\infty)\lambda]$
 T : 温度 ($=\bar{T} + t$)
 T_w : 伝熱面温度 (幅方向の中心線上の値)
 T_z : 伝熱面温度
 T_∞ : 周囲流体温度
 U : 鉛直速度 ($=\bar{U} + u$)
 V : 水平速度 ($=\bar{V} + v$)
 X : 伝熱面前縁からの鉛直方向高さ
 Y : 伝熱面からの垂直距離
 Z : 伝熱面中央から平行に測った水平距離
 β : 体膨張係数
 $\Delta T_w = T_w - T_\infty$
 λ : 熱伝導率
 ν : 動粘度

添字

m : 境界層内分布の最大値

参考文献

1. 藤井, 伝熱工学の進展 3, 1974, 養賢堂.
2. B. Gebhart and R. L. Mahajan, Advances in Applied Mechanics 22, 1982.
3. K. Kitamura ら, Int. J. Heat Mass Transfer, 28, 4, 1985.
4. M. Miyamoto ら, Heat Transfer 1982, 2, 1982.
5. R. L. Mahajan and B. Gebhart, J. Fluid Mech.,

91, pp.131, 1979.

753, 1985.

6. 宮本, 伝熱研究, 26, 102, 1987.

(平成2年10月15日受理)

7. T. Fujii ら, Int. J. Heat Mass Transfer, 13, PP.