

自転車用遊星歯車変速機における各種荷重等配機構の性能

日 高 照 晃*・石 田 武*・王 宏 猷**

Load Equalizing Mechanism for Bicycle Planetary Gear System

Teruaki HIDAHA, Takeshi ISHIDA and Hong-you WANG

Abstract

Planetary gear systems are very compact and efficiently transmit large amount of power. Their advantages have resulted in the recent use of such systems on bicycles. When using a planetary gear system it is important to install a good load equalizing mechanism in order to produce a comfortable level of effort for a rider.

Static forces acting on elements of a planetary gear system are calculated using a two dimensional model and the effects of load equalizing mechanisms, run-out and assembly errors of elements on planet gear load distribution rates are evaluated.

The results show that in the case of three planet gears at least one element from among the sun gear, an internal gear and planet carrier should be movable in order to improve load distribution. The direction for run-out errors of the planet gears at their initial state should be in a radial direction to the center of the planet carrier. The circumferential position of the planet gear shaft should be composed with special attention.

1. 緒 言

遊星歯車装置の機構は古くから用いられている。この遊星歯車装置は、入出力軸が同軸にとれ、変速比が大きく、効率がよく、小形・軽量で大馬力を伝えることができるなどの特長により、その用途が益々普及している。身近なところで使用されている例として、自転車用の遊星歯車変速機がある。この自転車用遊星歯車変速機にはペダル軸の部分に装着するペダル部用と後輪軸の部分に装着する後輪部用の2種類があり、いずれの変速機も太陽歯車を固定したソーラ型が採用されている。これらの自転車用の遊星歯車変速機では、装着するスペースが非常に狭いことやコストの関係で精密加工が容易でないことなどのため、特に荷重等配機構が問題となる。荷重等配の不良は、変速機の強度

を低下させるだけでなく、キャリア、内歯車と遊星歯車の支持荷重を増大させて動力の損失を増大し、効率の低下の原因となり、さらに振動・騒音の原因にもなる。したがって、今後の高級化志向を考慮して乗り心地の良い自転車を作るためには、自転車用の遊星歯車変速機にも、荷重等配がよいものが望まれる。

そこで、本論文では、まず、ソーラ型遊星歯車変速機を入出力軸に直角な平面内の2次元モデルに置き換えて、各要素に作用する静的な力のつりあい式を導き、荷重配分率の数値計算を行い、これより、各種誤差と荷重等配機構の関係を検討した。

2. 対象とした自転車用遊星歯車変速機

対象とした遊星歯車変速機は、ソーラー形遊星歯車機構を使った5段変速機構のペダル部用遊星歯車変速機で、その概略図を Fig. 1 に示す。Fig. 1 に示すように、ペダル部用遊星歯車変速機では、太陽歯車を固定し、キャリアを入力要素としてペダルと一体にし、内

*機械工学科

**生産機械工学科研究生

Table1 Parameter of the planetary gear system used on pedal section of bicycle

Stage	2		3		4		5	
	Number of teeth	Addendum modification Coefficient	Number of teeth	Addendum modification Coefficient	Number of teeth	Addendum modification Coefficient	Number of teeth	Addendum modification Coefficient
Sun Gear	72	1.426	87	1.426	96	0.819	102	0.087
Planet Gear	44	0.083	28	0.912	20	0.521	16	0.423
Ring Gear	Number of Teeth: 147 ; Addendum modification Coefficient:0.609							
Module m	0.8							
Face width (mm)	5.5							
Speed Change Ratio	1.30		1.59		1.91		2.21	
Dedendum	1.25m							
Addendum	1.00m							
Operating Pressure Angle	20.0°							

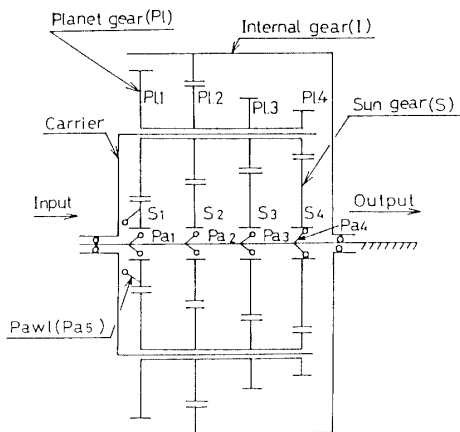


Fig. 1 Speed change mechanism of planetary gear system used on pedal section of bicycle

歯車を出力要素としてチェーンプロケットと一体にしている。変速は、Pa. 1, Pa. 2, Pa. 3, Pa. 4の四つの爪をそれぞれの太陽歯車に作用させることによって行う。例えば、爪 Pa. 1を作用させると、太陽歯車 S_1 が固定され、変速は太陽歯車 S_1 と遊星歯車 Pl. 1, 遊星歯車 Pl. 2と内歯車 Iの部分のかみあいによって決定される。また、Pa. 5の爪を作用させると、太陽歯車

S_1 はキャリアと一体になり、変速を行なわない。爪 Pa. 5を作用させたときが変速比1で出力軸の回転は最低になり、これを第1変速段とし、以下、爪 Pa. 1, Pa. 2, Pa. 3, Pa. 4を作用させた場合をそれぞれ第2, 第3, 第4, 第5変速段と呼ぶことにする。各変速段に置ける変速比 u_j は次のように計算できる⁽¹⁾。

$$n_i = \frac{n_i}{n_c} = \begin{cases} 1 & (j=1) \\ 1 + \frac{z_{Sj} \cdot z_{P2}}{z_1 \cdot z_{P1}} & (j=2, 3, 4, 5) \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 n_1 : 内歯車の回転数、 n_c : キャリアの回転数、 z_{Sj} : 第j変速段の歯車列の太陽歯車 S_{j-1} の歯数、 z_{P1} : 第j変速段の遊星歯車列の遊星歯車 Pl_{j-1} の歯数、 z_1 : 内歯車の歯数である。

Table 1には、対象としたペダル部用遊星歯車変速機の諸元と各段の変速比を示す。

3. 自転車用遊星歯車変速機の等価モデルと各種誤差

3-1 自転車用遊星歯車変速機の等価モデル

自転車用遊星歯車変速機の荷重等配機構における各種誤差と荷重配分を理論的に明らかにするため、

自転車用遊星歯車変速機を、プラネタリ形の遊星歯車装置の荷重配分の理論解析の場合⁽²⁾を参考にして、Fig. 2のように入出力軸に直角な平面内の2次元モデルに置き換えた。このモデルでは、キャリアの回転中心を原点にとり、太陽歯車、内歯車、キャリアは $\xi-\eta$ 軸方向にそれぞればねこわさ K_s, K_i, K_c のばねで支持されており、各遊星歯車は、遊星歯車軸に対してキャリアの円周方向ならびに半径方向にそれぞればねこわさ K_p のばねで支持されるとする。また、太陽歯車と遊星歯車間、および遊星歯車と内歯車間に、それぞれかみあ

いによる歯の合成ばねこわさ K_{SPi}, K_{PII} を考慮している。なお、荷重配分を算出する際、摩擦力を無視し、さらに、荷重等配のための各要素の変位量は小さいと仮定し、かみあい圧力角を一定とした。また、各種荷重等配機構に対応して各要素を支持するばねを小さくすることによって可動要素として取扱い、計算を行った。

3-2 自転車用遊星歯車変速機の各種誤差と等価かみあい誤差

遊星歯車装置の誤差として、本研究では、Table 2

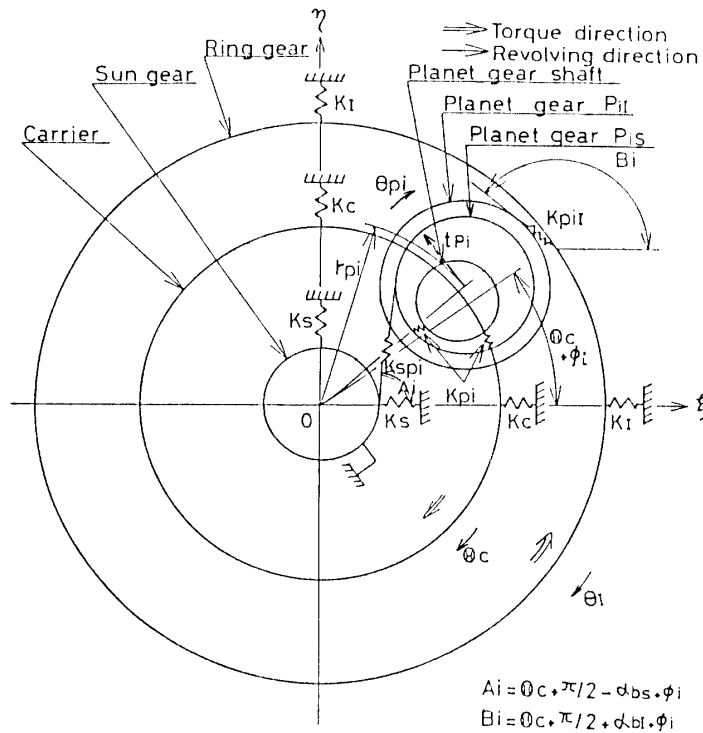


Fig. 2 Equivalent model of the planetary gear system

Run out error			Asembly error		
Sun gear	Plante gear P_i^l	Plante gear P_i^s	Sun gear	Plante axle	Internal gear

に示すように、工作誤差として遊星歯車、内歯車の偏心誤差と、組立誤差として太陽歯車軸、内歯車、遊星歯車軸の取付誤差を取り扱った。なお、太陽歯車の加工時に偏心誤差が生じるが、ソーラ型では太陽歯車が回転しないため、偏心誤差の効果は組立誤差の効果に重畳される。このため、太陽歯車については組立誤差のみについて計算した。Table 3 に示すように、内歯車、内歯車とかみあう遊星歯車、太陽歯車とかみあう遊星歯車の偏心誤差の大きさをそれぞれ $E_i, E_{P_i}^1, E_{P_i}^s$ とし、内歯車の偏心方向と ξ 軸とのなす角を β_i 、遊星歯車の偏心誤差の位相角を $\beta_{P_i}^1, \beta_{P_i}^s$ とする。この $\beta_{P_i}^1, \beta_{P_i}^s$ は原点から i 番目の遊星歯車の中心を結ぶ直線と基準時刻における各遊星歯車の偏心方向とのなす角とする。また、太陽歯車軸および内歯車中心の取付誤差をそれぞれ、 A_s, A_i とし、基準位置における太陽歯車軸および、内歯車中心の取付誤差方向と ξ 軸とのなす角をそれぞれ γ_s, γ_i とした。遊星歯車軸の取付誤差を A_{P_i} 、原点から i 番目の遊星歯車の中心を結ぶ直線と誤差方向とのなす角を γ_{P_i} とした。ただし、角度は、すべて反時計回りを正とする。内歯車の偏心誤差による内歯車と遊星歯車間の等価かみあい誤差 $e_{P_{iIEI}}$ 、太陽歯車とかみあう遊星歯車の偏心誤差による太陽歯車と遊星歯車間の等価かみあい誤差 $e_{S_{PIEP}^s}$ 、内歯車とかみあう遊星歯車の偏心誤差による内歯車と遊星歯車間の等価かみあい誤差 $e_{P_{iIEP}^1}$ 、太陽歯車軸の取付誤差による太陽歯車と遊星歯車間の等価かみあい誤差 $e_{S_{PIAS}}$ 、内歯車の取り付け誤差による遊星歯車と内歯車間の等価かみあい誤差 $e_{S_{PIAS}}$ は次のようになる。ただし、かみあい誤差は歯面が離れる方向を正とした。

$$\begin{aligned}
 e_{P_{iIEI}} &= -E_i \sin \left(\frac{Z_s Z_{P_i}}{Z_i Z_{PS}} \Theta_c + \beta_i - \phi_i - \alpha_{bi} \right) \\
 e_{S_{PIEP}^s} &= E_{P_i}^s \sin \left(\frac{Z_s}{Z_{PS}} \Theta_c + \beta_{P_i}^s + \alpha_{bs} \right) \\
 e_{P_{iIEP}^1} &= E_{P_i}^1 \sin \left(\frac{Z_s}{Z_{PS}} \Theta_c + \beta_{P_i}^1 - \alpha_{bi} \right) \\
 e_{S_{PIAS}} &= -A_s \sin \left(-\Theta_c + \alpha_{bs} - \phi_i + \gamma_s \right) \\
 e_{P_{iIAI}} &= -A_i \sin \left(-\Theta_c - \alpha_{bi} - \phi_i + \gamma_i \right) \\
 &\dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

以上より、太陽歯車と遊星歯車間の合成等価かみあい誤差 e_{SPi} 、遊星歯車と内歯車間の合成等価かみあい誤差 $e_{P_{iI}}$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 e_{SPi} &= e_{S_{PIEP}^s} + e_{S_{PIAS}} \\
 e_{P_{iI}} &= e_{P_{iIEP}^1} + e_{P_{iIAI}} + e_{P_{iIEI}} \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

なお、遊星歯車軸の取り付け誤差はキャリアの円周方向と半径方向の誤差に換算して、後述のつりあい式に直接代入した。

3-3 静力学的力のつりあい式

Fig. 2 の等価モデルにおいて、太陽歯車と i 番目の遊星歯車間の歯面荷重 W_{SPi} および i 番目の遊星歯車と内歯車間の歯面荷重 $W_{P_{iI}}$ は、次のように表される。

$$\begin{aligned}
 W_{SPi} &= K_{SPi} (\theta_{P_i} r_{GP}^s - r_{P_i} \sin \alpha_{bs} \\
 &\quad - t_{P_i} \cos \alpha_{bs} + \xi_s \cos A_i + \eta_s \sin A_i - e_{SPi}) \\
 W_{P_{iI}} &= K_{P_{iI}} (r_{g_i} \theta_i - r_{GP}^1 \theta_{P_i} + r_{P_i} \sin \alpha_{bi} \\
 &\quad - t_{P_i} \cos \alpha_{bi} + \xi_i \cos B_i + \eta_i \sin B_i - e_{P_{iI}})
 \end{aligned}$$

ここで、 $A_i = \Theta_c + (\pi / 2) - \alpha_{bs} + \phi_i$
 $B_i = \Theta_c + (\pi / 2) + \alpha_{bi} + \phi_i$
 (5)

T_i を内歯車の伝達トルクとし、各要素に作用する静的な力のつりあい式を導くと次のようになる。

$$\begin{aligned}
 T_i - \sum W_{P_{iI}} \cdot r_{bi} &= 0 \\
 r_{GP}^1 \cdot W_{P_{iI}} - W_{SPi} \cdot r_{GP}^s &= 0 \\
 W_{SPi} \sin \alpha_{bs} - W_{P_{iI}} \sin \alpha_{bi} + K_P \{ A_{P_i} \cos \gamma_{P_i} - r_{P_i} + \eta_c \\
 \sin (\Theta_c + \phi_i) \\
 + \xi_c \cos (\Theta_c + \phi_i) \} &= 0 \\
 W_{SPi} \cos \alpha_{bs} + W_{P_{iI}} \cos \alpha_{bi} + K_P \{ A_{P_i} \sin \gamma_{P_i} - t_{P_i} + \eta_c \\
 \cos (\Theta_c + \phi_i) - \xi_c \sin (\Theta_c + \phi_i) \} &= 0 \\
 \sum W_{SPi} \cos A_i + K_s \xi_s &= 0 \\
 \sum W_{SPi} \sin A_i + k_s \eta_s &= 0 \\
 \sum W_{SPi} \cos A_i + \sum W_{P_{iI}} \cos B_i - K_c \xi_c &= 0 \\
 \sum W_{SPi} \sin A_i + \sum W_{P_{iI}} \sin B_i - K_c \eta_c &= 0 \\
 \sum W_{P_{iI}} \cos B_i + K_i \xi_i &= 0 \\
 \sum W_{P_{iI}} \sin B_i + K_i \eta_i &= 0 \\
 (i = 1, 2, 3) \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

ここで、各記号は以下の通りである。

- T_i : 内歯車の伝達トルク
- $r_{g_i}, r_{GP}^1, r_{GP}^s$: それぞれ、内歯車、内歯車とかみあう遊星歯車、太陽歯車とかみあう遊星歯車の基礎円半径
- α_{bs}, α_{bi} : それぞれ、太陽歯車と遊星歯車間、遊星歯車と内歯車間のかみあい圧力角
- ξ_s, ξ_i, ξ_c : それぞれ、太陽歯車、内歯車、キャリアの ξ 軸方向変位
- η_s, η_i, η_c : それぞれ、太陽歯車、内歯車、キャリアの η 軸方向変位

- A_i : 太陽歯車と i 番目の遊星歯車間の作用線が基準位置となす角
- B_i : i 番目の遊星歯車と内歯車間の作用線が基準位置となす角
- r_{Pi} : 遊星歯車中心のキャリア半径方向の変位
- t_{Pi} : 遊星歯車中心のキャリア円周方向の変位
- θ_i, θ_{Pi} : 内歯車, i 番目の遊星歯車の自転角変位
- Θ_c : キャリアの入力回転角
- ϕ_i : i 番目の遊星歯車軸の位相

この16元連立一次方程式を解いて、各遊星歯車の歯面荷重 W_{SPi} を算出し、次式により、 i 番目の遊星歯車の荷重配分率 Ω_i を求めた。

$$\Omega_i = \frac{i \text{ 番目の遊星歯車の伝達歯面荷重}}{\text{各遊星歯車の伝達歯面荷重の平均}} \times 100 (\%)$$

$$= \frac{W_{SPi}}{(1/3)\Sigma W_{SPi}} \times 100 (\%) \dots\dots\dots (7)$$

4. 数値計算結果とその考察

4-1 計算に用いた自転車用遊星歯車変速機の諸元

計算に用いた自転車用遊星歯車変速機の要目を Table 1 に示してある。計算の際の誤差として組立誤差を $A_i = A_s = 30\mu\text{m}$, 偏心誤差を $E_t = E_{Pi} = E_{Pi} = 10\mu\text{m}$ と設定した。また、ペダルの入力トルクを 120Nm とし、太陽歯車と遊星歯車のかみあいにおける歯の合成ばねこわさ K_{SPi} および遊星歯車と内歯車のかみあいにおける合成ばねこわさ K_{Pi} の値は、石川の式⁽³⁾と文献(4)による値を用いた。ここで、歯のばねこわさは1ピッチを周期とする周期関数となるが、1ピッチ間のかみあいにおける平均ばねこわさを用いた。なお、本研究では、固定と考えられる要素に対してはそれを支持するばねこわさの値を $10^6 K_{SP}$ (K_{SP} : 太陽歯車と遊星歯車間の歯のこわさ) と非常に大きくとって計算を行った。

4-2 各種荷重等配機構における荷重配分

Fig. 3 に、ペダル部用遊星歯車変速機の第4変速段について、内歯車の支持剛性を $0.1K_{SP}$ とし、内歯車に組立誤差がある場合について、キャリアの回転角度と荷重配分率との関係を示す。他の誤差に対しては、ここで示していないが、遊星歯車の取り付け誤差以外の誤差に対しては、荷重配分率がキャリアの回転角に対して周期的に変動するが、遊星歯車軸に取り付け誤差がある場合には、荷重配分率が終始一定の値を取るのが特徴である。各種荷重等配機構における荷重配分率

の変動幅は可動要素の支持剛性の大きさなどに影響されるので、第4変速段について、内歯車に組立誤差がある場合の可動要素の支持剛性値と荷重配分率との関係を Fig. 4 に示す。この Fig. 4 中の S, P, C, I は、それぞれ太陽歯車、遊星歯車、キャリア、内歯車のみを可動要素とした場合を示し、その可動要素の支持剛性値を K_{SP} に対する比で横軸に表わし、縦軸に荷重配分率の変動ピークすなわち最悪時にあたる最大荷重配分率を表わしたものである。なお、他の誤差の場合や、

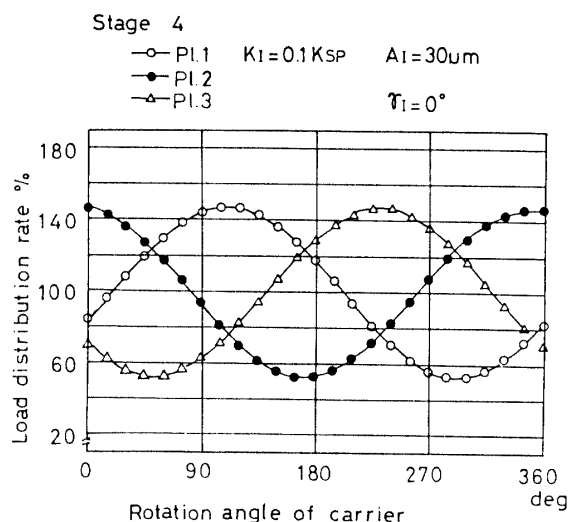


Fig. 3 Relation between the maximum load distribution rate and the assembly error of an internal gear

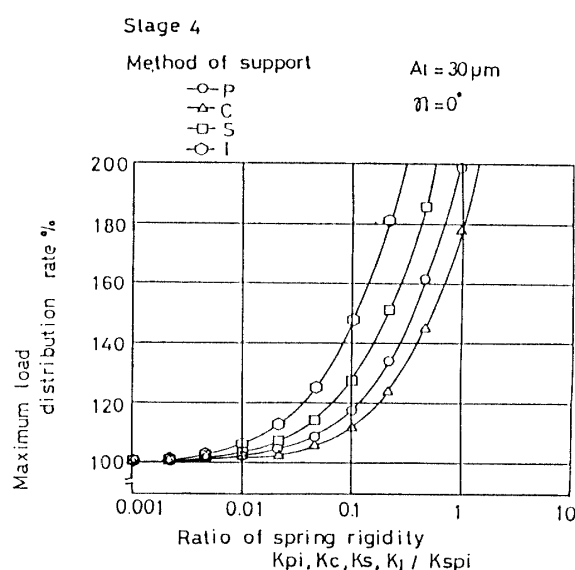


Fig. 4 Relation between the maximum load distribution rate and the supporting stiffness

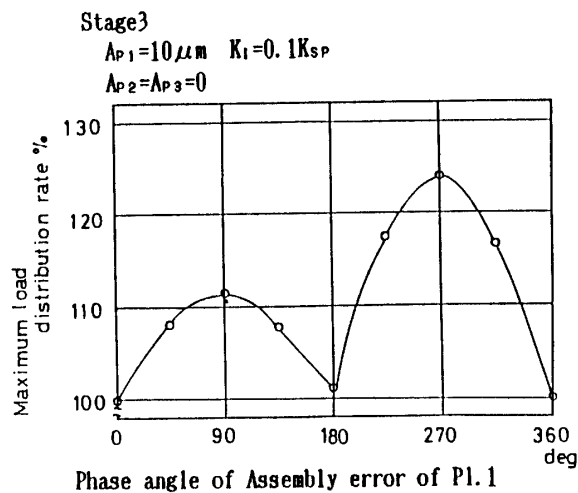


Fig. 5 Relation between the maximum load distribution rate and the direction of the assembly error of the planet axle

他の変速段の場合もこれと類似の結果を得ている。Fig. 4より、いずれの誤差に対しても、キャリアを可動要素に選ぶ方法が最大荷重配分率を最も小さくでき、内歯車を可動要素に選ぶ方法の等配の効果が最も悪いことが分かる。しかし、可動要素の支持剛性を $0.01K_{SP}$ まで小さくすれば、いずれの要素を可動要素として選んでも十分荷重等配が図れることが分かる。

ペダル部用遊星歯車変速機の第3変速段について、遊星歯車の支持剛性を $0.1K_{SP}$ とし、遊星歯車の取り付け誤差の位相と偏心誤差の位相が荷重配分率に与える影響を調べ、Fig. 5, Fig. 6に示す。Fig. 5には、一つの遊星歯車軸にのみ取り付け誤差があるとしたとき、その位相を 0° から 360° まで変化させて、それぞれの位相における荷重配分率の最大値を示す。Fig. 5より、位相が 270° 、 90° のときの荷重等配が悪い。このことより、キャリアを工作するとき、遊星歯車軸の円周方向の割り出しに特に注意する必要があることが分かる。Fig. 6には、三つの遊星歯車に同じ大きさの偏心誤差があるとき、その中の二つの遊星歯車の偏心誤差の位相を 0° にし、他の一つの偏心誤差の位相を $0^\circ \sim 360^\circ$ の間で変化させた場合の最大荷重配分率の変化を示す。Fig. 6より、三つの遊星歯車の偏心誤差の方向を放射状に込み立てることにより、荷重配分の均一化をより向上させることが可能となることがわかる。

5. 結 言

本研究では、3個の遊星歯車を有するソーラ型の自

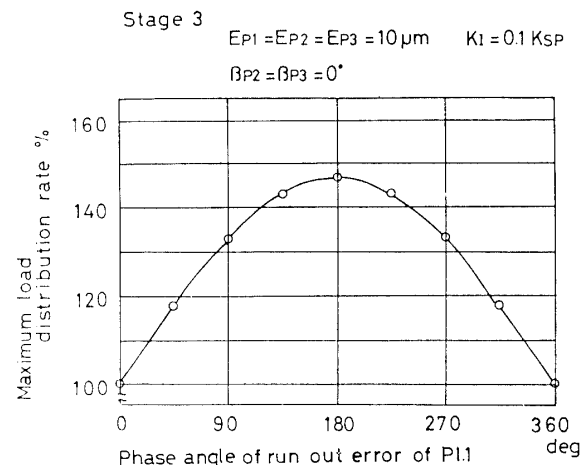


Fig. 6 Relation between the maximum load distribution rate and the direction of the run-out error of a planet gear

転車用遊星歯車変速機の運転性能の改善を目的とした。このため、同変速機を軸直角平面内の2次元モデルに置き換えて、各種荷重等配機構における荷重配分率の数値計算を行い、次の結論を得た。

(1) 対象としたソーラ形遊星歯車変速機では遊星歯車が3個であるので、太陽歯車、キャリア、内歯車の内一つの要素を弾性支持するなどして可動しやすくれば、各遊星歯車の荷重配分を改善することができる。

(2) 遊星歯車軸の偏心誤差の方向を放射状に組立ることにより、荷重配分の均一化をより向上させることが可能である。

(3) 遊星歯車軸の取り付け誤差に関しては、キャリアの半径方向の誤差よりも円周方向の誤差のほうが荷重配分に悪い影響を与えるので、工作上特に円周方向の割り出しに注意を払う必要がある。

最後に、遊星歯車変速機の提供をいただいたシマノ山口(株)に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 両角宗晴：遊星歯車と差動歯車の設計計算法，産経出版社（昭和59）15
- 2) 日高・ほか2名，機論，52-480（昭和61-8）2200
- 3) 石川二郎：動力伝達用平歯車の設計に関する基礎的研究 東京工業大学学报A-3，（昭和32）251
- 4) 会田俊夫 監修：歯車の設計・製作①，大河出版（1974）131

（平成2年10月15日受理）