

車頭時間分布モデルのパラメータと交通量との関係

田 村 洋 一*

Time Headway Distribution Model and Relationships between
its Parameters and Traffic Volume

Yōichi TAMURA

Abstract

Headway distribution is one of the basic characteristics of traffic flow. The objects of this paper is to analyze the headway characteristics of the no-passing rural two-lane roads, and to obtain the reasonable theoretical headway distribution models. The lognormal distribution was used for followers' headway distributions and the negative exponential distribution for leaders'. Their parameters and proportion of the foilowers in the total traffic were estimated and analyzed the relationships between these estimated values and traffic volume.

We obtained the results that parameters of the followers' headway distribution (lognormal distribution) was almost unchanged for traffic volume, and that the relationships between parameter of leaders distribution (exponential distribution) and traffic volume was essentially straight line, and that the proportion of followers in the total traffic, increased according to some curve line as traffic volume increased.

1. 緒 言

安全でしかも効率の良い道路交通流を実現するための道路の設計方法および交通管制方法を改良，開発することは，交通工学の大きな課題の一つであり，これを可能とするためには，方法の改良，開発の前提として，またそれが実施された場合の効果を事前，事後に合理的に評価するために，交通現象とその変化のメカニズムに対する十分な理解が必要である。

交通流現象は非常に複雑なものであり，これまで多くの研究者，技術者により様々なアプローチによる実証的，理論的研究が行なわれてきている。しかしながら，交通現象は表面的にはいかに複雑に見えようとも基本的には，山田により“交通工学の渋滞”と題する小論のなかで“……交通流は速度と車頭間隔の **Function** であるからである”と指摘されているように¹⁾，速度と車頭間隔の問題へ帰着するものである。

これら2つの重要な指標のうち，車頭間隔の取扱いについては2つの代表的なアプローチがある。その1つは実証的に車頭間隔の諸特性を統計的に解析し，こ

れにより交通容量などのような重要な諸量を知ろうとするものであり，もう1つは，車頭間隔分布を理論的に表現しようとするものである。前者の代表的なものとしては，例えば May と Adams による研究²⁾があり，彼等は非常に多くのデータを解析し，車頭時間分布パターンと交通流の基本的特性（交通量，速度，密度）との関係を論じている。後者の理論的研究としては，車頭間隔を単一の理論分布で説明しようとするものと，最初 Schuhl³⁾により提案された，交通流を構成する車を自由車と追従車とに分類し，それぞれの車頭間隔分布に異なった分布を用いて複合的な分布として説明しようとするものがある。

単一の理論分布により車頭間隔分布を説明しようとする試みとして，Greerberg⁴⁾は車頭時間分布に対して lognormal 分布を誘導し追従モデルとの関係を論じている。Tolle⁵⁾は3パラメータの lognormal 分布を航空写真により得られたデータに対して当てはめ，その適合度を χ^2 -検定，Kolmogorov-Smirnov 検定により検定し，両検定法の特徴について論じている。Tolle⁶⁾はまたシミュレーションの入力としての車頭間隔の数学モデルの重要性を強調し，負の指数分布，複

* 建設工学科

合指数分布, Pearson Type III分布, lognormal 分布を当てはめた結果, lognormal 分布が全体的に最も良い適合を示すことを報告している。

複合型理論分布の研究としては Schuhl 以後多くの研究が行なわれている。Buckley⁷⁾ は車頭時間分布に対して自由度の大きい部分に対しては負の指数分布, 強く拘束されている部分に対しては normal 分布を適用するモデルを提案しており, パラメータの推定法にはモーメント法を用い最大推定法は経済的でないとし, また拘束された部分に対して Erlang を用いると, データより計算される位相が1となる場合が多く不適當であるとしている。しかし高田⁸⁾ は交通流のシミュレーションの研究のなかで, 自由車には負の指数分布, 追従車には位相6の Erlang 分布を用いた場合最良の結果が得られるとしている。Buckley⁹⁾ はさらに, Semi-Poisson モデルを提案し, 指数分布, Gamma 分布, normal 分布などによる当てはめを行なっているが, lognormal 分布は用いていない。片倉¹⁰⁾ は自由車, 追従車の両方に対して Erlang 分布を用いた結果を報告している。また Cowan¹¹⁾ は車頭間隔 X が追従要素 V と自由要素 U との和, すなわち $X = V + U$ として表わされるものとして理論的考察を行ない, 実測データとの比較を行なっている。Branston¹²⁾ は一般化された待ち行列モデルとして, 追従車の車頭時間に対して normal 分布と lognormal 分布を当てはめた場合を研究し, 追従車の車頭時間に対して Ganama 分布を用いた Buckluy の Semi-Poisson モデルとの関係を論じ, またモデルのパラメータの関数関係についても検討を行なっている。

以上の研究はいずれも追越の許された2車線道路あるいは多車線道路に関するものであるが, 著者はこれまで追越の禁止された道路上での交通流に関する研究を行なってきたが, このような道路区間においては, 追越の許された道路と比較して車頭間隔が速度に及ぼす影響がさらに大きくなる道路であり, これまでに得ている実測データよりみて, 極端に大きな,あるいは小さな交通量に対する場合を除いて単一の理論分布により, 車頭時間分布を説明するには無理がある。また, これまで試算を行なった結果より, 追従車に対し Erlang 分布を用いるには, Buckley⁷⁾が指適しているのと同じ不都合が見出された。

以上のような理由から, 本研究においては交通流の自由走行する部分に対しては負の指数分布を, 追従走行する部分に対しては, lognormal 分布を用いて車頭時間分布を説明することを考える。lognormal 分

布は従来経済学分野でよく用いられてきたものであるが, 追従車に対してこの分布を適用するのは, AitchisonとBrownの著書¹³⁾述べられているように, この分布が生物の刺激と反応に対する良質な分布を表わすと考えられること, そしてさらに分布の性質が良く知られており, グラフによる解法が可能であるため実用的価値が高いことによるものである。また本研究においては, 車頭時間分布の理論分布による表現がシミュレーションなどに対する応用にあることか, 解析の中心は, データに対する理論分布の当てはめよりもむしろ, 交通量と理論分布のパラメータとの関数関係を見出すことにおかれている。

2. 車頭時間分布モデル

以下で考察する車頭時間分布モデルは次に示すような複合形のモデルである。

$$h(t) = \alpha h_f(t) + (1 - \alpha) h_l(t) \quad (1)$$

$$\alpha = q_f/Q, \quad 1 - \alpha = q_l/Q \quad (2)$$

$$\bar{D} = q_f + q_l \quad (3)$$

ここで

$h(t)$: 交通量全体の車頭時間分布の確率密度関数

$h_f(t)$: 追従車 (follower) の車頭時間分布の確率密度関数

$h_l(t)$: 自由車 (leader) の車頭時間分布の確率密度関数

α : 全交通量に対する追従車の割合

$1 - \alpha$: 全交通量に対する自由車の割合

Q : 全交通量

q_f : 追従車の交通量

q_l : 自由車交通量

これは全体的な車頭時間分布を追従車と自由車の車頭間隔分布の和として表わそうとするものであり, そこで車頭時間分布を求める問題は, 確率密度関数 $h_f(t)$, $h_l(t)$ の形を知り, それらのパラメータを推定する問題へと帰着する。

2.1. 自由車の車頭時間分布の確率密度関数

自由走行車の車頭時間分布の密度関数 $h_l(t)$ としてこれまでよく用いられてきたのは負の指数分布であるが, 自由車は先行する車の影響を受けないものとして定義されるので, その分布をランダムと仮定することは合理的であると思われる。そこで, 本研究においても $h_l(t)$ として負の指数分布を採用し次のように定義する。

$$h_l(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (4)$$

$$\lambda = 1/\bar{t}_l \quad (5)$$

ここで

\bar{t}_i : 自由車の平均車頭時間

また $h_i(t)$ の関数としては式(4)を最小車頭間隔だけ移動したものをを用いるのがより正確であるが、実際あまり大きな影響はないので、本研究では以下最小車頭間隔を0であると仮定して考察を進めることにする。

2.2. 追従車の車頭時間分布の確率密度関数

追従車の車頭時間分布の確率密度関数としてこれまでよく用いられてきているものとしては、負の指数分布、Gamma分布(Erlang分布) normal分布、lognormal分布などがあるが、本研究においてはすでに前節で述べた理由により、 $h_f(t)$ としてlognormal分布を用いることにする。すなわち

$$h_f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\ln t - \mu)^2}{\sigma^2}\right\} \quad (6)$$

σ, μ : lognormal 分布のパラメータ

また lognormal 分布のパラメータ σ, μ は分布の50%点 t_{50} と84%点 t_{84} を用いて次のように表わされ、この関係は図式解法を行なう場合に便利なものである。

$$\mu = \ln t_{50} \quad (7)$$

$$\sigma = \ln(t_{84}/t_{50}) \quad (8)$$

2.3. 車頭時間分布モデルのパラメータ推定

以上のことから、自由車、追従車の車頭時間分布として、それぞれ負の指数分布、lognormal分布を用いることにすれば、式(1)に式(4)、(6)を代入して全体的な車頭時間分布として次式を得る。

$$h(t) = \alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\ln t - \mu)^2}{\sigma^2}\right\} + (1-\alpha) \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \quad (9)$$

この分布を決定するためには、 $\alpha, \sigma, \mu, \lambda$ の4つのパラメータを推定しなくてはならないが、これらのパラメータを全て同時に求めることは困難である。そこで次のような手順によりパラメータを決定する。

2.3.1. λ と α の推定

自由車の車頭時間分布については、車頭時間が短い部分については、自由車と追従車とを分離することが困難であるから、それ以上ならば完全に自由車であると見なし得るような車頭時間以上のデータを用いてパラメータを推定することを考える。そのため本研究においては、分布の超過確率を考えると、限界車頭時間 t_c 以上の車頭時間を持つものは全て自由車

あるものとして計算を行なった。パラメータ λ は解析的には次式を用いることによって、平均車頭時間 \bar{t}_i の逆数として求めることもできる。

$$\bar{t}_i = \bar{t}_i' - t_c \quad (10)$$

\bar{t}_i : 自由車の平均車頭時間

\bar{t}_i' : t_c 以上の車頭時間を持つものの平均車頭時間

\bar{t}_c : 限界車頭時間

しかしながら、この方法では分布の適合が悪くなる場合があり、あまり良い方法であるとは言えない。そこで t_c 以上の車頭時間を持つ部分に対して回帰計算を行なうことが有効である。すなわち、車頭時間分布の超過確率を指数確率紙上にプロットすれば、指数分布にしたがう部分は直線となるはずである。そしてこの超過確率が直線化する部分に対して回帰計算を行なうことにより、 λ を推定でき、同時に直線を延長した切片から自由車の割合 $(1-\alpha)$ が求められる。(Fig. 1参照)

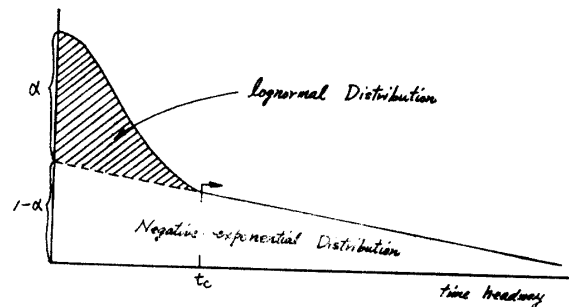


Fig. 1

2.3.2. σ, μ の推定

自由車に関するパラメータ λ および追従車の割合 α が推定されたので追従車に関するパラメータ σ, μ とは、Fig. 1に示すように、全体のデータから指数分布に従う部分、すなわち、自由車を差し引いた部分 (Fig. 1の斜線部) を追従車に対する車頭時間であるとして推定することができる。この場合のパラメータ推定法としては、

- ・モーメント法
- ・最尤推定法
- ・図式解法 (対数確率紙を用いる方法)

の3つの方法があるが、ここでは解析が簡単であり、しかもモデルとして lognormal 分布が適当であるか否かを一見して判別できる図式解法を用いることにする。すなわち、対数確率紙上に追従車に対応する部分のデータをプロットし、その直線性を確認するとともに50%点 t_{50} および84%点 t_{84} を読み取ることにより式(7)(8)よりそれぞれ μ と σ とを計算する。

3. 実測値へのモデルの当てはめと、パラメータと交通量との関係

実測されたデータを指数確率紙上にプロットした例を Fig. 2 に示し、またそれに対応する追従車車頭時間分布を対数確率紙上にプロットしたものを Fig. 3 に示す。425~852 VPH の交通量の範囲を持つ 14 組の車頭時間分布に対してモデルの当てはめが行われた。指数確率紙上に各組のデータがプロットされた結果とこれまでの車群に関する研究¹⁶⁾より、限界車頭時間として $t_0 = 6$ 秒の値が決定された。

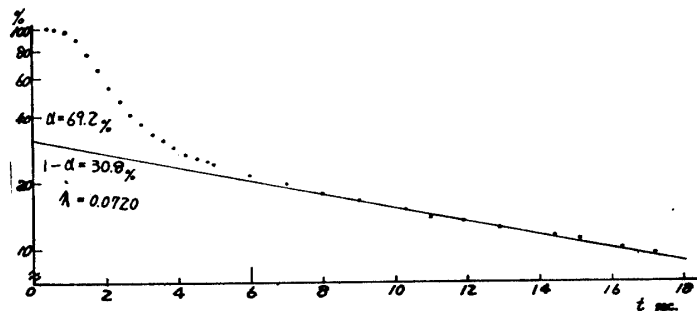


Fig. 2 Leaders headway distribution

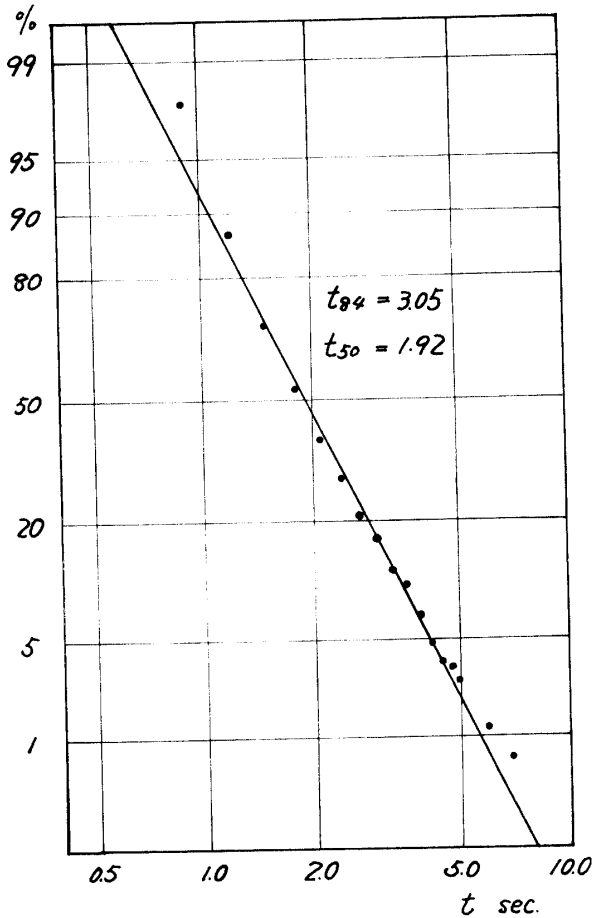


Fig. 3 Followers headway distribution

こうして得られたパラメータの値が交通量との関係を見るためにプロットされ、その結果、次のようなことが明らかとなった。

Fig. 4 には t_{84} , t_{50} と交通量 Q との関係が示されており、Fig. 5 にはこれらの値より計算されたパラメータ σ と μ と交通量の関係、さらに Fig. 6 には分布の平均値 (M) と標準偏差 ($S.D.$) とが示されている。これらの図より明らかなように、 μ については多少ばらつきがあるもののこれらの値は全て交通量 Q が変化することなくほぼ一定であることがわかる。

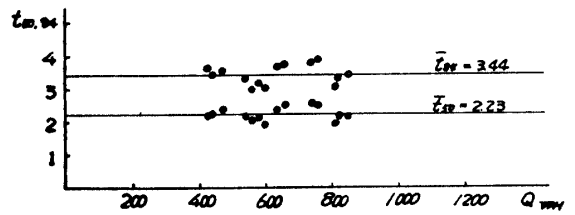


Fig. 4 t_{84} , t_{50} - Q relationship

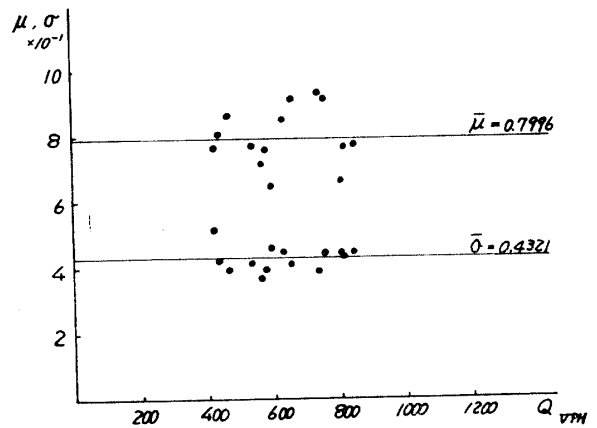


Fig. 5 μ , σ - Q relationship

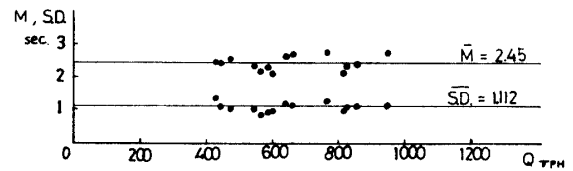


Fig. 6 M , $S.D.$ - Q relationship

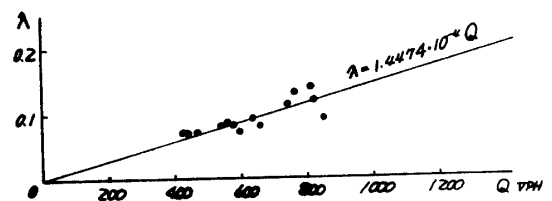


Fig. 7 λ - Q relationship

Fig. 7には自由車に対するパラメータ λ と交通量との関係がプロットされているが、 λ は交通量の増加に伴ない増加する傾向を示している。これは自由車の平均車頭時間が交通量の増加に伴ない減少することを意味しており、うなずけることである。これに当てはめる適当な関数としては、曲線関係を仮定するならば

$$\lambda = A_1 Q^B \quad A_1, B: \text{定数} \quad (11)$$

線形関係を仮定するならば

$$\lambda = A_2 Q \quad A_2: \text{定数} \quad (12)$$

が考えられるが、これらの定数を最小自乗法により決定したところ、それぞれ

$$\lambda = 4.305 \cdot 10^{-4} Q^{0.830} \quad (13)$$

$$\lambda = 1.447 \cdot 10^{-4} Q \quad (14)$$

が得られた。両者の実用域における差はほとんどなく、取扱いが簡単なことから、式(14)の直線式を用いることが便利であると考えられる。

Fig. 8には追従車割合 α と Q との関係が示されているが、これは交通量の増加とともに追従車の割合も増加するという合理的な傾向を示している。 $\alpha - Q$ の関係式に対しては、式(11)と同じ形の関数を当ては

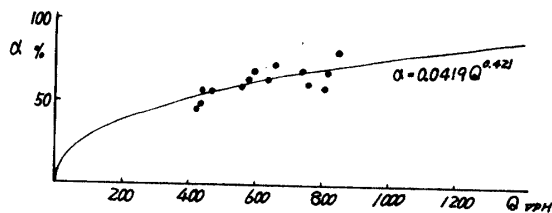


Fig. 8 $\alpha - Q$ relationship

めるのが適当と考えられ、その結果として、次式が得られた。

$$\alpha = 0.0419 Q^{0.421} \quad (15)$$

この式は Q が大きくなると α が1を超えるという不合理性を持つが、交通容量以下の実用範囲内においては満足し得る近似モデルであると思われる。

以上の結果より車頭間隔に関する次のような興味深い性質が明らかとなった、すなわち、追従車が全交通量中に占める割合は交通量とともに式(15)に従う形で増加するが、追従車の車頭時間分布自体は変化しない。そしてこのことは、追従車がその走行において強く先行車に自由を拘束されていることからすれば、合理的な結果であると言える。また自由走行車については、そのパラメータは交通量に関し直線的に増加する。(平均車頭時間は逆数的に減少する) すなわち要約すれば、交通量が変化するとき追従車、自由車の占める割合および、自由車の平均車頭時間のみが変化

し、追従車の車頭時間分布は変化しないことがわかった。

4. 結 言

本研究で得られた結果を要約すると次のようになる。

1. 追従車の車頭時間分布モデルとして lognormal 分布は十分に有効であり、その分布のパラメータは交通量が増変してもほとんど変化しない。
2. 自由車の車頭時間分布モデルとして指数分布は十分に有効であり、そのパラメータ λ は交通量の増加に伴ない直線的に増加する。
3. 追従車が全体の交通量に占める割合は交通量の増加に伴ない $\alpha = 0.0419 Q^{0.421}$ の関係で表わされる。

今後に残された課題としては、

1. モデルを最小車頭間隔を含むように修正すること。
2. 本研究では t_0 は主観的に決定されているが、これをより客観的方法で決定すること。
3. 用いられた14組のデータはいずれも1時間あるいはそれ以上の長時間データであるので、これを再整理して交通量に関するより詳細な解析を行なうこと。
4. α は車頭時間 t の関数として表わすのが合理的であると考えられること。

などである。以上の結果は全て追越の禁止された道路区間に対するものであり、追越の可能な区間あるいは多車線区間に対して応用できるものとは言えない。今後より詳細かつ幅広い道路条件に対するデータの取得に努め、上記で仮定された諸関係、諸数値の信頼性を高めるべく研究を続けてゆきたい。

参 考 文 献

- 1) 山田正男: 交通工学, 7, 2, 1-2 (1972)
- 2) A. D. May & F. A. Wagner: Proc. Highway Res. Bd 39, 524-547 (1960)
- 3) A. Schuhl: ENO FOUNDATION (1955), 59-72
- 4) I. Greenberg: Australian Road Res., 1, 14-18 (1966)
- 5) J.E. Toll: Traffic Engng. & Control, 13, 22-24 (1971)
- 6) J.E. Tolle: Transpn. Res. Rec., 456, 56-64 (1976)
- 7) D.J. Buckley: Proc. Austral. Road Res. Bd., 1, 153-187 (1962)

- 8) 高田 弘 : 土木学会論文報告集, 124, 23-41 (1965)
- 9) D.J. Buckley : *Transpn.Sci.*, 2, 107-133 (1968)
- 10) M. Katakura : *Proc. of JSCE*, 189, 107-115 (1971)
- 11) R.J. Cowan : *Transpn.Res.*, 9, 371-375 (1975)
- 12) D. Branson : *Transpn. Sci.*, 10, 125-148 (1976)
- 13) 田村洋一 : 山口大学工学部研究報告, 29, 2, 13-18 (1979)
- 14) 田村洋一 : 山口大学工学部研究報告, 31, 1 (1980)
- 15) J. Aitchison & J.A.C. Brown : *The lognormal distribution with special reference to its uses in economics*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, Reprinted 1976
- 16) 田村洋一 : 山口大学工学部研究報告, 29, 2, 7-12 (1979)

(昭和55年10月15日受理)