

有限整定性非線形系の型分類を併用した同定

沖田 豪*・野村 洋**・小林 康秀*

Identificatin of Nonlinear Systems with Finite Settling Time by
Classifying Nonlinear Element.

Tsuyoshi OKITA, Hiroshi NOMURA and Yasuhide KOBAYASHI

Abstract

We investigate the identification problem of the nonlinear systems with the unknown structure. It is well known that the nonlinear systems with the finite settling time may be represented by the nonlinear memoryless part cascaded with the linear memory part.

In this paper, let us consider such nonlinear systems and discriminate the structure of these nonlinear part by the following classification. The characteristics of the nonlinear systems may appear in the distribution of the output. That is, the probability density of the output becomes the delta function at the extremum of the nonlinear function and there may be the domain which the probability density of the output is zero. Therefore, the nonlinear systems may be classified by the number of the peaks of probability density and the intervals on which the probability density is zero. Next, from the candidate systems which are include in the same class, we can determine the structure of the system and estimate its parameters under the quantitative criterion.

Furthermore, it is shown by the digital simulation that this identification method is theoretically justified.

1. 緒 言

近年, 実際に我々が直面するシステムは複雑多様となっており, 非線形性を無視できないものも多い。さらに, その特性がパラメータのみでなく, 構造も未知な場合もある。線形系については, 従来からパラメータ推定と次数決定を行なう方法がいくつか提案されている^{1),2),3)}。また, 非線形系を **Kolmogorov-Gabor** 型非線形階差方程式で表わし, システムの構造とともにその係数を推定する方法も試みられている⁴⁾。その方法では, 低次より構造を複雑化して逐次探索せねばならず, かなりの計算量を要する。

そこで, 非線形要素を予め分類し, それに基づいて非線形の型を識別した後, その分類に入るシステムに前述の方法⁴⁾を適用し逐次比較すれば, 能率のよい同定が可能となる。

Linear によれば, 有限整定時間をもつ非線システムは, メモリーのある線形要素とそれに縦続接続したメモリーのない非線形要素で表わされる⁵⁾。このシステムの特徴は, 当然出力に反映して現われる, したがって, 不規則入力の場合, 非線形要素の特徴は出力の確率密度関数の形状に反映される。そこで, その出力分布の形状により, 非線形要素を類別して, その探索範囲を狭めて同定を能率よく行なうことが考えられる。その同定のために, 従来から実システムの出力とモデルの出力の偏差が用いられているが, システムの出力は観測雑音に汚されている。システムの非線形性から, この偏差はゆらぎ分とバイアス成分とからなり, しかもガウス分布に従うとはかぎらない。したがって, 偏差の代表的統計量あるいはエントロピーでは評価しきれない。このため, 同定の評価量として, **Kullback's divergence** を用いる。さらに, 観測データ長が有限である場合, パラメータの推定値がゆらぎを示すことから, その漸近的性質を考察し, 総合的に

* 電子工学科

** 大学院電子工学専攻

評価することによって、モデルの構造を最終的に決定している。

2. 問題の提示

有限整定時間をもつ非線形システムは、Wienerによれば、Fig. 1のようにメモリーのある線形部Lにメモリーのない非線形要素NLを縦続接続して表わされる⁵⁾。ここでは、有限整定性の安定な一入力一出力系を対象とする。Fig. 1において、 $u(k)$ 、 $y(k)$ はシステムの入出力であり、 $z(k)$ は出力の観測値である。線形部Lは次の線形階差方程式で表わされる。

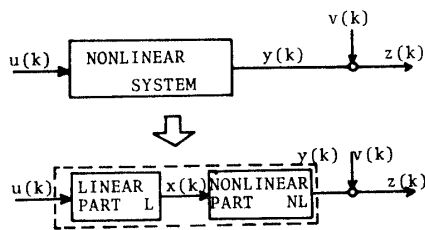


Fig. 1 Nonlinear system with the finite settling time.

$$x(k+1) = a^T x(k) + b^T u(k) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} x(k) &\triangleq [x(k), x(k-1), \dots, \\ &x(k-n+1)]^T \\ u(k) &\triangleq [u(k), u(k-1), \dots, \\ &u(k-m+1)]^T \end{aligned}$$

であり、 a 、 b は推定すべき線形部のパラメータで、その次数 n 、 m も未知である。

非線形部NLは次の非線形関数で表わされるが、未知である。

$$y(k) = f(x(k)) \quad (2)$$

また、観測値 $z(k)$ は雑音 $v(k)$ で汚されている。

$$z(k) = y(k) + v(k) \quad (3)$$

ここで、 $u(k)$ と $v(k)$ は統計的に独立で、 $v(k)$ の統計的性質は既知とする。

3. 非線形要素の分類

非線形システムの入力 $u(k)$ は、実際の操作データをみれば、外乱等の影響で不規則な信号となっている場合が多い。したがって、入力是不規則系列とみなす。不規則入力がFig. 1のシステムに加えられたとき、線形部Lの出力はそのメモリー効果のため、中心極限定理によりガウス性に近い分布をとる。よって、線形部の出力 $x(k)$ はガウス分布に従うとみな

す。

次に、この $x(k)$ を入力とする非線形要素NLの出力 $y(k)$ は、システム固有の非線形性を強く反映している。この点に着目して、非線形システムの出力分布に現われる特徴により、非線形要素の型を分類し、探索を能率よく行なうことが考えられる。

3.1 出力分布の導出

Fig. 1において、非線形要素がN値関数のとき、その出力の確率密度関数 $P(y)$ は次のように表わされる。

$$P(y) = \sum_{i=1}^N P(g_i(y)) \left| \frac{dg_i(y)}{dy} \right| \quad (4)$$

ただし、 $g_i(y)$ は $y=f(x)$ の根である。

また、非線形要素が多変数関数のとき、出力分布は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} P(y) &= \int P(y, x') P(x') dx' \\ &= \int P_x(g(y, x'), x') \left| \frac{dg(y, x')}{dx'} \right| dx' \end{aligned}$$

ただし、 $g_i(y, x')$ は $y=f(x_1, x')$ の根である。(5)

この(4)、(5)式を用いて種々の代表的な非線形関数の出力の確率密度関数を求めることができる。

さらに、観測値 $z(k)$ の確率密度 $P_z(z)$ と雑音 $v(k)$ の確率密度 $P_v(v)$ より、出力の確率密度 $P(y)$ は次式で与えられる。

$$P(y) = \int P_z(y+v) P_v(v) dv$$

3.2 出力分布の特徴

一般に、非線形関数が多値関数である場合、極値が存在する。極値においては、ヤコビアンは零となり、出力分布は無限大となる。一値関数の場合でも、非線形関数の導関数が零となる点では、確率分布は無限大となる。したがって、非線形関数の特徴の一つとして導関数が零となることが考えられ、それは出力分布に無限大として現われる。ここでは、これをピークと呼ぶ。

また、非線形変換に伴う特徴として、領域の拡大あるいは縮小がある。二次特性、飽和特性等は縮小の例である。一般に、領域が限定されると、確率密度が零となる区間が生じる。これを切断区間と呼ぼう。これら二つの特徴ピーク、切断区間は共に確率分布の形状として捉え易くかつ非線形性の特徴がよく反映されている。よって、ピークの数および切断区間の数により非線形関数を分類しよう。

代表的な非線形要素について、ピーク数と切断区間数による分類をTable 1に示す。一般に、 n 次関数は $n-1$ 個の極値をもち、 $n-1$ 個のピークをもつ。

Table 1 Classification of nonlinear systems.

NUMBER OF PEAK NUMBER OF DISCONTINUES REGION	0	1	2	3
0	FIRST DEGREE	DEAD ZONE	THIRD DEGREE	FOURTH DEGREE
1		SECOND DEGREE		
2			SATURATION	
3			RELAY	

また、それが偶関数のときは、領域は半無限域となり、切断区間が一つ存在する。奇数次ならば、切断区間は存在しない。

したがって、出力の観測値より出力分布を求め、そのピーク数と切断区間数から非線形要素の型を限定することができる。

3.3 出力の頻度分布

前節で、出力の確率密度 $P(y)$ の形状により非線形要素を分類した。しかし、出力の観測値 $z(k)$ は有限個であり、このデータより出力の頻度分布を作成しなければならない。

いま、 N 個のデータを得たとし、その最大値を a 、最小値を b とする。頻度分布の区間数を M とすれば、区間幅は $h = (a-b)/M$ となる。このとき、準最適な区間数 M^* を求めよう。この M^* はデータ数 N とデータの存在する区間 $a-b$ に関する。真の確率分布と頻度分布との差は、大別して量子化誤差とデータのばらつきによる誤差によると考えられる。この二つの誤差は相反する性質をもつ。すなわち、区間数が多いほど、量子化誤差は小さくなるが、その区間に入るデータ数が少なくなるためばらつきは大きくなる。このことから、区間数を決定するための評価量として、次の I_M を導入する。

$$I_M = E \int_b^a \{P_M(y|Y) - P(y)\}^2 dy \quad (6)$$

ここで、 $P(y)$ は真の確率分布であり、 $P_M(y|Y)$ は観測値 $Y = \{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$ に基づく M 区間としたときの頻度分布である。簡単のため、データは独立とする。いま、Fig. 2 のように、第 i 区間に MN_i 個のデータが入ったとき、第 i 区間にデータが入る確率の推定値は次式で与えられる。

$$P_M(y|Y) = \frac{MN_i}{N} \times \frac{u(y-y_{i-1}) - u(y-y_i)}{h} \quad (7)$$

ただし、 $u(\cdot)$ は単位ステップ関数である。さらに、 MN_i 個のデータが入る確率を二項分布に従うとすれば、次の期待値と分散を得る。

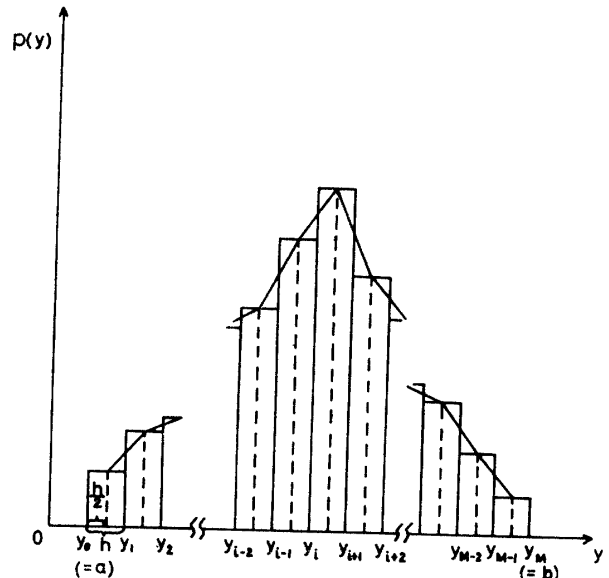


Fig. 2 Histogram of system output.

$$P_i \triangleq E\{P_M(y|Y)\} = P_i \times \frac{u(y-y_{i-1}) - u(y-y_i)}{h} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &\triangleq E\{P_M(y|Y) - P_i\}^2 \\ &= \frac{1}{N} P_i(1 - P_i) \left\{ \frac{u(y-y_{i-1}) - u(y-y_i)}{h} \right\}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 P_i はデータが第 i 区間に入る確率である。ここで、各区間の中心点を結ぶ折線で真の確率分布を近似できるとすれば、(6) 式の評価量は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} I_M &\doteq \sum_{i=1}^{M-1} \left\{ \frac{1}{2Nh} \{P_i(1 - P_i) + P_{i+1}(1 - P_{i+1})\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{h}{12} \{P_{i+1}/h - P_i/h\}^2 \right\} + \Delta \end{aligned}$$

ただし、 Δ は Fig. 2 の両端の部分を表わす。

さらに、 $M \gg 1$ ならば、 $P_i \ll 1$ となるので、次のようになる。

$$I_M \doteq \frac{1}{Nh} + \frac{h}{12} \sum_{i=1}^{M-1} \{P_{i+1}/h - P_i/h\}^2 \quad (10)$$

ここで、 P_i は未知なので、その推定値 \hat{P}_i を代りに
用いれば、(10) 式の第2項は次のように近似できる。

$$\frac{h}{12} \sum_{i=1}^{M-1} \{P_{i+1}/h - P_i/h\}^2 \doteq \frac{h}{12} \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{\hat{P}_{i+1} - \hat{P}_i}{h} \right)^2 - \frac{1}{6Nh}$$

結局、評価量は次のように表わされる。

$$I_M \doteq \frac{5}{6Nh} + \frac{h}{12} \sum_{i=1}^{M-1} \left\{ \frac{\hat{P}_{i+1} - \hat{P}_i}{h} \right\}^2 \quad (11)$$

上式の第1項はばらつきによる誤差を表わし、 M に比
例して増加し、第2項は量子化誤差を意味し、 M の
増加と共に減少する。したがって、この I_M を最小と
する準最適な区間数 M^* が存在する。すなわち、

$$I_{M^*} = \text{Min}_M I_M \quad (12)$$

この区間数 M^* により、頻度分布を求めよう。

4. システム同定

前節の考察により、非線形要素 NL をある型の複
数個のモデルにしぼることができたので、これらのモ
デルの中から、定量的評価に基づいてモデルの構造と
そのパラメータを推定しよう。

まず、階差方程式で表わされる線形部 L の次数と非
線形要素 NL を該当した分類中から選び、モデルを作
成する。パラメータ θ をもつモデルの出力 $\hat{y}(k)$ と実
システムの出力 $y(k)$ との偏差

$$\varepsilon(k) \triangleq y(k) - \hat{y}(k) \quad (13)$$

は実システムとモデルとの差異を表わしている。しか
し、出力 $y(k)$ は雑音に汚されており、 $z(k)$ が観測
される。そこで、 $\varepsilon(k)$ の代りに、次の量を考えよう。

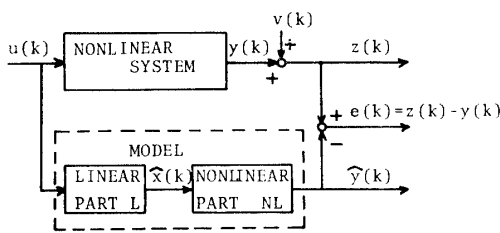


Fig. 3 Deviation between system output and model output.

$$e(k) \triangleq z(k) - \hat{y}(k) = \varepsilon(k) + v(k) \quad (14)$$

さらに、モデルと実システムが一致したとき、 $e(k)$
は $e_0(k)$ となる。

$$e_0(k) = v(k) \quad (15)$$

いま、 $e(k)$ 、 $e_0(k)$ および $\varepsilon(k)$ の確率密度関数を
それぞれ $P_e(\cdot | \theta)$ 、 $P_0(\cdot) (= P_v(\cdot))$ および $P_\varepsilon(\cdot)$
とする。力と雑音の独立性から、 $P_e(\cdot | \theta)$ は $P_0(\cdot)$
と $P_\varepsilon(\cdot)$ とのたたみ込積分として与えられる。

特に、

$$P_e(\cdot | \theta) = P_v(\cdot) \quad (16)$$

なるとき、次の関係を満たす。

$$P_e(\cdot) = \hat{\rho}(\cdot) \quad (17)$$

上式は、 $P_e(\cdot | \theta)$ を $P_v(\cdot)$ に近づけることによ
り、 $\varepsilon(k)$ を確率的な意味で零に近づけられることを
示している。

以上のことから、 $e(k)$ の平均値とゆらぎを系統的
に評価するため、Kullback's divergence をシステム
を同定の評価量として用いる⁴⁾。

$$D(\theta) = \int \left\{ \log \left(\frac{P_e(e(k) | \theta)}{P_v(e(k))} \right) P_e(e(k) | \theta) + \log \left(\frac{P_v(e(k))}{P_e(e(k) | \theta)} \right) P_v(e(k)) \right\} de(k) \quad (18)$$

この $D(\theta)$ について、次の定理が知られている⁶⁾。

定理： $D(\theta)$ は非負であり、 $P_e(\cdot | \theta) = P_v(\cdot)$ でか
つそのときのみ、 $D(\theta) = 0$ である。

この定理および (17) 式を考慮して評価量 $D(\theta)$
を最小化することにより、モデルと実システムの偏差
を確率的な意味で零に近づけるパラメータ $\hat{\theta}$ が得ら
れる。そのためには、確率密度関数 $P_e(\cdot | \theta)$ およ
び $P_v(\cdot)$ を具体的に得る必要がある。すでにのべた
ように、 $e(k)$ はシステムの非線形性により非ガウス
性を示す。よって、 $e(k)$ の確率密度関数を公知のグ
ラム・シャリーエA型級数で展開表現しよう⁷⁾。

$$P_e(e(k) | \theta) = \frac{e^{-(e(k)-\mu)^2 / (2\sigma^2)}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \left\{ 1 + \sum_{i=3}^{\infty} \gamma_i H_i \left(\frac{e(k)-\mu}{\sigma} \right) \right\} \quad (19)$$

ただし、 $H_i(\cdot)$ はエルミート関数であり、

$$\mu = E\{e(k) | \theta\}, \quad \sigma^2 = E\{(e(k)-\mu)^2 | \theta\}$$

$$\gamma_i = E\{H_i((e(k)-\mu)/\sigma) | \theta\} / i!$$

しかしながら、これらの統計量 μ 、 σ^2 、 γ_i は未知
であり、期待値操作を観測値 $z(k)$ 、 $u(k)$ を用いた
時間平均に置換しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e(k), \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (e(k) - \hat{\mu})^2 \\ \hat{\gamma}_i &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H_i \left(\frac{e(k) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) / i!, \quad i=3, 4, \dots \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで、統計量の推定値を $\hat{\gamma}$ で表わそう。

$$\hat{\gamma} = [\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\gamma}_3, \dots, \hat{\gamma}_i, \dots] \quad (21)$$

この $\hat{\gamma}$ を統計量としてもつ $e(k)$ の確率密度関数を
 $\hat{P}_e(\cdot | \theta)$ とする。

一方、雑音の確率密度関数 $P_v(\cdot)$ も一般に次のよ
うに表わされる。

$$P_v(v(k)) = \frac{e^{-(v(k)-\mu_v)^2/2\sigma_v^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \left\{ 1 + \sum_{i=3}^{\infty} r_{vi} H_i\left(\frac{v(k)-\mu_v}{\sigma_v}\right) \right\} \quad \text{は次式で与えられる.}$$

$$(22) \quad \Sigma_\theta \doteq \left(\frac{\partial^2 D(\theta)}{\partial \theta \partial \theta} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial^2 D(\theta)}{\partial r \partial \theta} \right) \cdot \Sigma_r \cdot \left(\frac{\partial^2 D(\theta)}{\partial r \partial \theta} \right)^T \left(\frac{\partial^2 D(\theta)}{\partial \theta \partial \theta} \right)^{-1} \quad (26)$$

ただし, μ_v , σ_v^2 および r_{vi} はそれぞれ μ , σ^2 , r_i に準じ, 雑音のモーメントが既知であると仮定したことから, これらの統計量も与えられる.

したがって, 統計量の推定値 $\hat{\theta}$ を用いたとき, (18) 式の $D(\theta)$ を最小にする $\hat{\theta}$ をパラメータの推定値として採用しよう.

$$D(\hat{\theta}) = \underset{\theta}{\text{Min}} D(\theta) \quad (23)$$

この最小化にあたっては, 極値探索のための初期設定値を物理的意味を考慮して与えなければならない. さらに, 複数個の極値をもつ場合はランダム探索を行なう必要がある.

4.2 システムの構造決定

3節でのべた方針に基づき, 非線形要素の該当する分類を見出したとすれば, その中のモデルの一つについて, 4.1節の評価量 $D(\theta)$ を最小化することによって, パラメータ $\hat{\theta}$ を得る. この推定値 $\hat{\theta}$ は観測 $z(k)$ および $u(k)$ の関数として与えられ, ゆらぎを示す. その結果, $D(\hat{\theta})$ もまた確率的な性質をもつ. したがって, この $D(\hat{\theta})$ を確率的な立場で評価しなければならない. その評価の方法は種々考えられるが, ここでは, 最も基礎的な $\hat{\theta}$ についての期待値を採用する^{1),2)}.

$$D_0 = E\{D(\hat{\theta})\} \quad (24)$$

この D_0 を具体的に評価するために, 推定値 $\hat{\theta}$ の漸近的性質について考察しよう. $\hat{\theta}$ のゆらぎは (21) 式で与えられる統計量の推定値 $\hat{\gamma}$ に起因する. この $\hat{\gamma}$ は漸近的普遍一致推定量であるが, 十分大きなデータ数 N に対して, 次の共分散をもつ.

$$\Sigma_\gamma \doteq \frac{1}{N} \left(1 - \frac{h_0+1}{N} \right)^{-1} \left(1 - \frac{h_0}{N} \right)^{-1} \sum_{h=-h_0}^{h_0} \left(1 - \frac{|h|}{N} \right) \{ R(h) - \hat{\gamma} \hat{\gamma}^T \} \quad (25)$$

ここで,

$$R(h) = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H_i \left(\frac{e(k) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) H_j \left(\frac{e(k) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \frac{1}{i! \cdot j!} \right]$$

ただし, $H_1(\cdot) = e(k)$, $H_2(\cdot) = (e(k) - \hat{\mu})^2$ とおく.

また, h_0 は次式を満たす正の整数である.

$$R(h) - \hat{\gamma} \hat{\gamma}^T \doteq O, \quad h \geq h_0$$

次に, N が大なるとき, $\hat{\theta}$ はその最適値の近傍にあると期待できるので, $D(\theta)$ の $\hat{\theta}$ についての二次偏導関数は正定性を有し, その逆行列が存在すると考えられる. したがって, (25) 式より $\hat{\theta}$ の共分散行列

(25) 式から, Σ_r は N に反比例し, Σ_θ もまた N に反比例することがわかる. また, $\hat{\gamma}$ が漸的に不偏一致推定量であれば, $\hat{\theta}$ もまた同様な性質をもつ.

したがってデータ数 N が大なるときは, $\hat{\theta}$ の不偏性およびその分散 Σ_θ を考慮すれば, (24) 式を具体的に次のように評価できる.

$$D_0 \doteq D(\hat{\theta} + tr. \left\{ \frac{\partial^2 D(\theta')}{\partial \theta \partial \theta} \cdot \Sigma_\theta \right\}) \quad (27)$$

ただし θ' は $\hat{\theta}$ の一実現値を示す.

(27) 式において, 第一項は残差を表わし, θ の次元数に関して単調減少であり, データ数 N については単調増加の傾向を示す. 第二項は $\hat{\theta}$ のゆらぎに起因し $D(\theta)$ の θ についての二次偏導関数行列および分散 Σ_θ の正定性から, θ の次元数に関して単調増加であり, データ数 N については反比例する傾向をもつ. したがって, 有限な N 個のデータが与えられたとき, この D_0 を最小とするモデルが存在する. すなわち, 線形部の次数および非線形要素の構造を D_0 を最小化することにより決定できる.

このシステム同定法の計算手順は次のようになる.
第一段: 出力の観測値より頻度分布を作成し, 分類により該当する非線形要素の型を識別する. また, 同時に, 必要な統計量 $\hat{\gamma}$ および $R(h)$ を求めておく.
第二段: 第一段で候補とした分類の中から, 適当な非線形要素と線形部からなるモデルについて, 評価量 $D(\theta)$ を最小とするパラメータの推定値 θ を求める.
第三段: 総合評価量 D_0 を計算し, これを最小とする線形部および非線形要素をモデルとして採用する. このため, 候補となる線形部および非線形要素の組について, 第二段, 第三段を順次計算する.

5. シミュレーション

この方法の正当性を検証するため, デジタル・シミュレーションを行なった. 次のヒステリシス特性をもつ一次系を対象とする.

$$x(k) = a_{01}x(k-1) + b_{01}u(k-1)$$

$$y(k) = c_{01} \tanh(c_{02}x(k) \pm c_{03})$$

ただし $a_{01} = 0.4$, $b_{01} = 1.0$, $c_{01} = 1.2$, $c_{02} = 1.4$, $c_{03} = 0.2 \operatorname{sgn}(x(k) - x(k-1))$ である.

システム入力および観測雑音として, それぞれ $u(k) \sim N(0, 1.0^2)$, $v(k) \sim N(0, 0.1^2)$ なる正規乱数を用

いた。

まず、非線形要素の型分類をするため、システム出力の頻度分布を3.3節の指針により作成した。これをFig. 4に示す。ピーク数2，切断区間数2より、Table 1の飽和要素の汎中に入ることがわかる。(データ数1000)

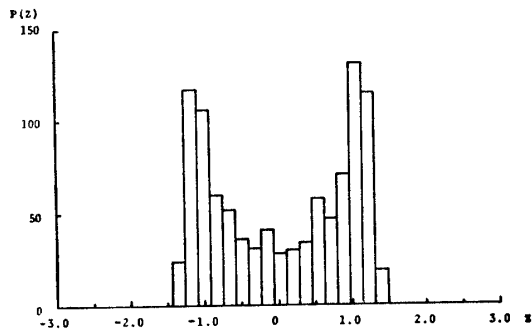


Fig. 4 Histogram of system output in digital simulation.

次に、非線形要素の候補として、2種

i 飽和要素 $y(k) = c_1 \tanh(c_2 x(k) + c_3)$

ii ヒステリシス要素 $y(k) = c_1 \tanh(c_2 x(k) \pm c_3)$

を考え、線形部の候補として、3種

I $x(k) = b_1 u(k)$

II $x(k) = a_1 x(k-1) + b_1 u(k-1)$

III $x(k) = a_1 x(k-1) + a_2 x(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$

を考え、これらの組合せにより、候補となるモデルを作成した。

これらの各モデルについて、パラメータ推定のための評価量 $D(\theta)$ を最小化することによって、 $\hat{\theta}$ を得た。その際、パラメータの初期設定値を零として、Fletcher-Powell 法により最小化した。

さらに、システムの構造を決定するため、総合評価量 D_0 を算出した。これを Table 2 に示す。この表より、線形部はII一次系、非線形要素はii ヒステリシス要素のとき、 D_0 は最小値をとり、正しい構造を識別している。

また、パラメータの推定精度は、Table 3 に示すように、データ数の増加と共に向上しており、漸近的に不偏一致推定量であることがうかがえる。

Table 2 Total criterion D_0 of models.

LINEAR PART	NON-LINEAR PART	TOTAL CRITERION D_0
I	i	0.6491×10^{-1}
II	i	0.3719×10^{-2}
III	i	0.3718×10^{-2}
I	ii	0.2944×10^{-1}
II	ii	0.2911×10^{-2}
III	ii	0.3251×10^{-2}

Table 3 A result of estimated parameters.

NUMBERS OF DATA	PARAMETERS					CRITERION D	TOTAL CRITERION D_0
	a_1	b_1	c_1	c_2	c_3		
100	0.5955	0.9776	1.0790	1.4757	0.8895	0.2022×10^{-1}	0.2002×10^{-1}
200	0.3819	1.0358	1.2035	1.3464	0.1573	0.6978×10^{-4}	0.1709×10^{-1}
500	0.3929	1.0321	1.2074	1.3470	0.1791	0.1533×10^{-5}	0.7580×10^{-2}
1000	0.3951	1.0330	1.2045	1.3484	0.1855	0.1012×10^{-3}	0.2911×10^{-2}
REAL VALUE OF PARAMETERS	0.40	1.00	1.20	1.40	0.20		

6. 結 言

有限な整定時間をもつ非線形システムを対象としてシステムの構造とそのパラメータを推定する方法を提案した。一般に、非線形システムは多種多様であり、その同定の際、構造についての先験情報が十分与えられない場合が多い。そこで、システムの出力分布の形状によって、非線形要素の型を分類し、それにより型を識別することを試みた。これにより、同定の際

に、システムの構造を決定するための探索範囲を狭めることが可能となり、能率よく同定が行なえる。

今後の課題としては、大きく雑音に汚された場合、観測値の頻度分布より出力の頻度分布を推定する際、その精度の改善が望まれる。

最後に、卒業研究として協力いただいた寺沢富三(現松下電工K.K.)、岩村聡(現徳島大学大学院生)の両氏に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) H. Akaike: *Ann. Inst. Statist. Math.*, 23,267 (1971)
- 2) 竹内: *数理科学*, No. 153, 12 (1976)
- 3) 有本: *情報処理*, 12, 549 (1971)
- 4) 沖田, 中島, 太田: *電気学会論文誌*, . 99, 199 (1979)
- 5) A. G. Bose: *MIT Research Lab. Er., Tech. Rept.* (1956) P.309
- 6) Kullback & Solomon: *Information theory and Statistics*.p 22, John Wiley, (1959) p.22
- 7) 竹内: *確率分布の近似*, 教育出版 (1975) p.96
- 8) 沖田, 野村, 小林: *非線形要素の出力分布による分類と識別*, 第18回 SICE 学術講演会予稿 (1979), P.299

(昭和55年10月15日受理)