

# 経済成長率の低下を説明する簡単な景気循環モデル

馬田 哲次

The purpose of this paper is to explain the decline of economic growth rate of Japan, using simple business cycle model.

## I はじめに

下のグラフは、横軸に年、縦軸に実質GDPの成長率をとったものである。



出所：内閣府ホームページのデータより筆者作成

一見して明らかなように、経済成長率は傾向的に低下してきている。

本稿の目的は、経済成長率の低下を、投資関数のパラメータの変化で説明する簡単な景気循環モデルを提示することである。

本稿のモデルの特徴は、財・サービス市場で需給一致を仮定しないこと、今期の総需要と総供給との差で来期の総供給が決定されること、投資関数が利子率、GDP、資本ストックの関数であることである。

本稿の構成は次の通りである。Ⅱ節で本稿の基本モデルについて説明し、Ⅲ節でそれを基に景気循環モデルについて説明する。そしてⅣ節で投資関数の定数項の変化が経済変動に与える影響について分析し、Ⅴ節で実際のデータをもとに簡単な分析を試みる。最後にⅥ節で本稿のまとめと今後の課題について述べる。

## Ⅱ 基本モデル

この節では、基本モデルについて説明する。

海外との取引もなく、政府も存在しない経済を考える。総需要は民間消費と民間投資の和であるから、

$$Y^D = C + I \quad (1)$$

と書くことができる。ここで、 $Y^D$ は、総需要、 $C$ は民間消費、 $I$ は民間投資である。

民間消費は総生産（＝総所得）の関数であると仮定して、

$$C = C(Y) \quad (2)$$

とする。ここで、 $Y$ は総生産（＝総所得）である。

なお、このモデルでは、需給一致は仮定していない。需給が一致しない場合は、明示されていないが、在庫により調整されると考える。つまり、総需要が総供給よりも多ければ、在庫が減らされて総需要が実現する。逆に、総供給が総需要よりも大きければ、売れ残った分は在庫の増加として処理される。

民間投資は、利子率、総供給、資本ストックの関数だと仮定して、

$$I = I(r, Y, K), \quad \frac{\partial I}{\partial r} < 0, \quad \frac{\partial I}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial I}{\partial K} < 0 \quad (3)$$

とおく。ここで、 $r$ は利子率、 $K$ は資本ストックである。

投資が利子率の関数であることは、ケインズ型の投資関数でよく仮定されている。また、投資がGDPと資本ストックの関数であることは、カルドアの投資関数で仮定されている。なお、ここではカルドアとは異なり、特に投資関数の非線形性は仮定しない。後述するが、線形の投資関数を仮定し、天井と床で景気循環を説明するのが本稿のモデルの特徴である。

総供給は、今期の総需要が総供給を上回れば、来期の総生産を増加させると仮定して、

$$Y_{t+1} = Y_t + \varepsilon (Y^D_t - Y_t) \quad (4)$$

とおく。なお、下付添え字は時間を表す。

総供給関数を、

$$P = \phi (Y) \quad (5)$$

とおく。ここで、Pは物価である。

貨幣市場の需給一致式を、

$$M/P = L (Y, r) \quad (6)$$

とおく。ここで、Mは貨幣供給量で一定である。

最後に、民間投資と資本ストックの関係式として、

$$K_{t+1} = K_t + I_t - d K_t \quad (7)$$

とする。ここで、dは資本減耗率である。

(5)を(6)に代入すると、

$$M/\phi (Y) = L (Y, r) \quad (8)$$

となる。

(8)より、rはYの関数であるから、

$$r = r (Y) \quad (9)$$

と書くことができる。

(2), (3), (9)を(1)に代入して、

$$Y^D = C (Y) + I (r (Y), Y, K) \quad (10)$$

を得る。

(10)を(4)に代入して、

$$Y_{t+1} = Y_t + \beta (C(Y_t) + I(r(Y_t), Y_t, K_t) - Y_t) \quad (11)$$

を得る。

(3), (7), (9) より,

$$K_{t+1} = K_t + I(r(Y_t), Y_t, K_t) - dK_t \quad (12)$$

を得る。

モデルは, (11) と (12) に集約される。

(12) より, Yの増加は直接的には民間投資を増加させるが, 間接的に利子率を上昇させ, 民間投資を減少させる働きをする。ここでは, Yの直接的な効果と間接的な効果を簡単にまとめて考える。つまり, IはYとKの関数だと考える。そして, 連立の非線形差分方程式は分析が複雑になるので, 消費関数と投資関数をそれぞれ, 線形の関数だと仮定し,

$$C = A + \alpha Y, \quad A > 0, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (13)$$

$$I = B + \beta Y - \tau K, \quad B > 0, \quad 0 < \tau < 1 \quad (14)$$

とおく。βはY増加の直接的な効果と利子率を介した間接的な効果の両方の効果を含んだ係数であるので, 正負のどちらの可能性もあると考えられる。

このように仮定すると, (11) と (12) は次のように書くことができる。

$$Y_{t+1} = (1 + \varepsilon(\alpha + \beta - 1)) Y_t - \varepsilon \tau K_t + \varepsilon(A + B) \quad (15)$$

$$K_{t+1} = \beta Y_t + (1 - \tau - d) K_t + B \quad (16)$$

この連立差分方程式が安定であるためには, 次の特性方程式

$$\begin{vmatrix} \lambda - (1 + \varepsilon(\alpha + \beta - 1)) & \varepsilon \tau \\ -\beta & \lambda - (1 - \tau - d) \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

の解の絶対値が1よりも小さいことが必要十分条件である。

(17) を展開して整理すると,

$$\lambda^2 - (2 - \tau - d + \varepsilon(\alpha + \beta - 1))\lambda + (1 - d)\varepsilon\beta + (1 - \tau - d)(1 + \varepsilon(\alpha - 1)) = 0 \quad (18)$$

となる。

この特性方程式の解の絶対値が1よりも小さい条件は, (18) の左辺を

f(λ) とおいた二次関数で,

$$f(1) > 0 \quad (19)$$

$$f(-1) > 0 \quad (20)$$

$$f(0) < 1 \quad (21)$$

が成り立つことである。

(19), (20), (21) の条件は, それぞれ,

$$-a\beta - (a-1)(\tau+d) > 0 \quad (22)$$

$$(2-d)\varepsilon\beta + (1-\tau+1-d)(2+\varepsilon(a-1)) > 0 \quad (23)$$

$$(1-d)\varepsilon\beta + (1-\tau-d)(1+\varepsilon(a-1)) < 1 \quad (24)$$

となる。

(22) は,  $\beta$  についての 1 次式と見たときに,  $\beta$  の係数が負で定数項が正であるので,  $\beta$  が十分小さければみたされるが, 大きくなるとみたされなくなる。

(23) は,  $\beta$  の係数が正で, 定数項も正であると考えられるので,  $\beta$  が正であればみたされる。

(24) は, 定数項の符号がはっきりしないけれども  $\beta$  の係数が正であるから,  $\beta$  が十分大きければみたされなくなる。

結局,  $\beta$  が十分大きければ安定性の条件はみたされなくなることが分かった。

(15) より,

$$Y_{t+1} = Y_t \quad (25)$$

の線は,

$$K = \frac{a+\beta-1}{\tau} Y + \frac{A+B}{\tau} \quad (26)$$

となる。

(16) より,

$$K_{t+1} = K_t \quad (27)$$

の線は,

$$K = \frac{\beta}{\tau+d} Y + \frac{B}{\tau+d} \tag{28}$$

となる。

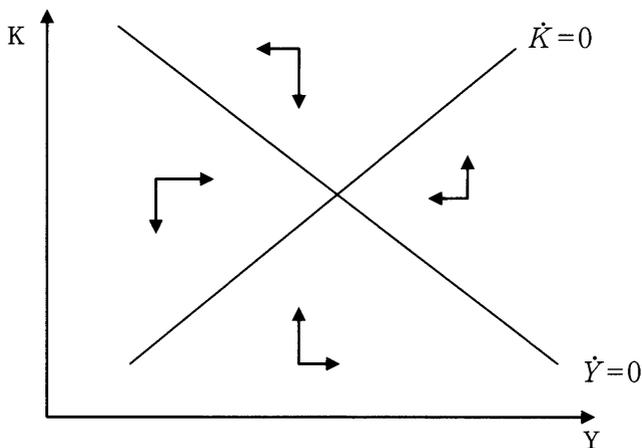
(26), (28) から容易に分かるように, (26) の切片が (28) のそれよりも大きい。

$\beta$  が正で小さいときは (26) の傾きは負で, (28) の傾きは正になる。

この場合の位相図は, 次の図1のようになり, 均衡点は安定である。

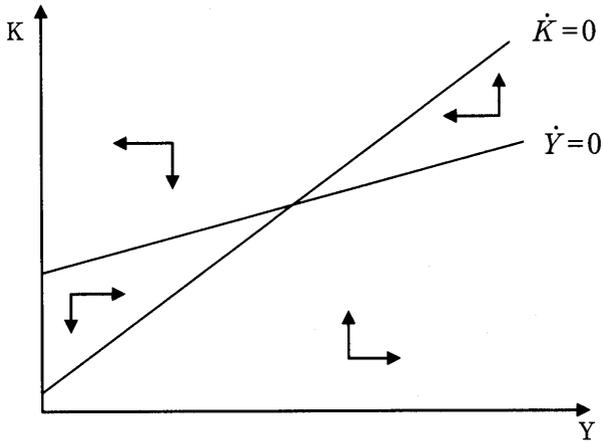
なお,  $\dot{K}=0$  の線は,  $K_{t+1} = K_t$  を示す線であり,  $\dot{Y}=0$  の線は,  $Y_{t+1} = Y_t$  を示す線である。

図1



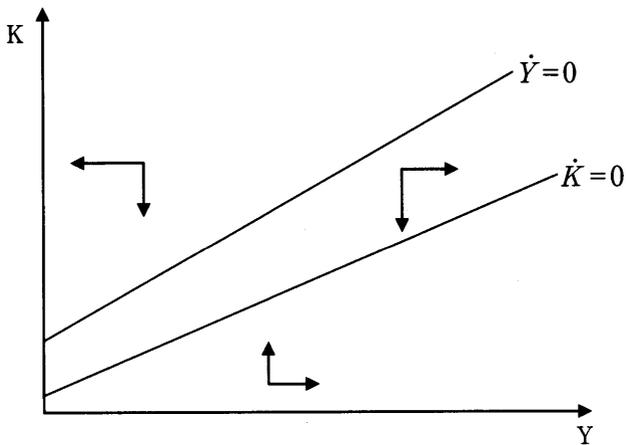
$\beta$  が正で大きくなれば, (26) の傾きは正になり, 位相図は次の図2のようになる。均衡点は不安定である。

図2



$\beta$  が大きく、 $d$  も大きければ、位相図は次の図3のようになり、均衡点は無くなる。体系は不安定である。

図3



### Ⅲ 景気循環モデル

Ⅱ節では、 $\beta$ の大きさを基準に、均衡点の安定性を分析した。 $\beta$ が正で小さいときには均衡点は安定である。換言すれば、長期的な停滞に陥るということである。

$\beta$ がある程度大きくなると、均衡点は不安定であり、体系は発散する。しかしながら、 $Y$ は無限に大きくなることはない。労働力人口、技術等の制約があるからである。

ここでは、労働力の制約により、 $Y$ が $Y$ の最大値（これを $\bar{Y}$ とおく）を超えて増加しない場合を想定する。これを天井と考える。

経済が天井にとどまる条件は、(10)で決定される $Y^D$ が $\bar{Y}$ を上回ることである。すなわち、

$$Y^D > \bar{Y} \quad (29)$$

である。

この場合は、 $Y$ は最大値のままなので、

$$Y_{t+1} = Y_t = \bar{Y} \quad (20)$$

となる。

$Y$ が一定なので、民間消費は一定である。

資本ストックが増加すれば民間投資は減少することになるが、資本ストックの減耗を上回れば、資本ストックは増加を続けることになる。

$$Y^D = A + \alpha \bar{Y} + B + \beta \bar{Y} - \tau K \quad (21)$$

であるから、

$$Y > Y^D \quad (22)$$

に成らない限り、

天井に張り付いた動きを続けることになる。

(22)の条件は、

$$K > \frac{A + B - (1 - \alpha - \beta) \bar{Y}}{\tau} \quad (23)$$

と書くことができる。

資本ストックの運動は、

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= K_t + B + \beta Y - \tau K_t - d K_t \\ &= (1 - \tau - d) K_t + B + \beta Y \end{aligned} \quad (24)$$

とかくことができる。

$$0 < 1 - \tau - d < 1$$

であると考えられるので、(23) がみたされない限り、資本ストックは一定の値に収束し、完全雇用の状態が持続することになる。換言すれば、資本減耗率が大きければ、資本ストックはあまり増加せず、投資の減少も少ないので、完全雇用状態が持続することになる。

(23) の条件がみたされれば、経済は天井を離れ、下方過程にはいる。そのときのモデルは、つぎのように書くことができる。

$$Y_{t+1} = Y_t + \varepsilon (A + a Y_t - Y_t) \quad (25)$$

$$K_{t+1} = K_t - d K_t \quad (26)$$

つまり、投資がゼロに等しい状態である。

経済がこの状態にある条件は、(22) と後述する (26) で決定される  $Y$  を生産するのに十分な資本ストックがあることである。

(25) より、

$$Y_{t+1} = (1 + \varepsilon (a - 1)) Y_t + \varepsilon A \quad (25)$$

となり、

$$0 < (1 + \varepsilon (a - 1)) < 1$$

と考えられるので、 $Y$  は一定値に収束する。そのときの値は、

$$Y = \frac{A}{a-1} \quad (26)$$

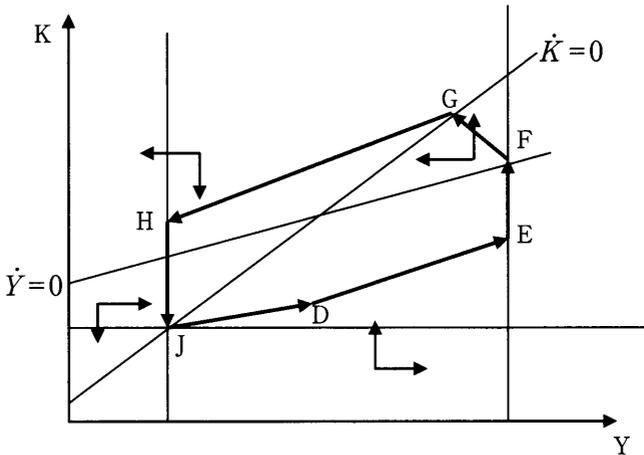
となる。経済がこの状態にあるときを床と呼ぶことにする。

$Y$  は収束するが、経済がこの点に永久にとどまることはない。なぜならば、(26) より、資本ストックが減少していく。資本ストックが減少し、(26) で決まる  $Y$  を生産するのに不足するようであれば、投資は正になり、(14) で決定される投資関数が復活し、経済は上方過程に入る。

また、(26)により資本ストックが減少するので、投資が増加し、(22)の条件をみたさなくなれば、経済が床に到達する前に、上方過程に入ることもありうる。

以上のことを図で説明すると、次の図4のようになる。

図4



経済は、図のD点にあるとする。経済は上方過程にあるので、天井である点Eに到達する。

経済が点Eに来ると、天井上の運動を続け、Fに来る。

経済がF点に来ると、Yは減少を始める。まだKは増加を続けるが、G点に来るとKも減少を始める。

YとKが減少を続け、経済は点H（床）に来る。

経済は床の上の運動を続け、点Jに来る。

点Jに来るとYとKは増加を始め、点Dに来る。

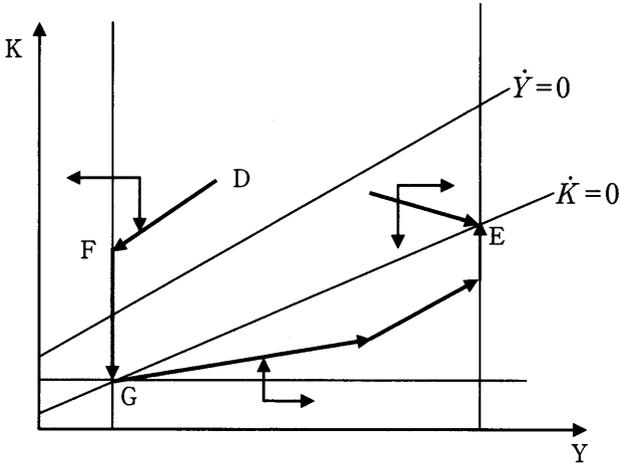
以下この繰り返しである。

また、床に到達する前に、Y増加・K減少の局面に入り、さらにY増加・

K増加の上昇過程に入る場合もある。

$\beta$  が大きく、 $d$  も大きいと経済は図5のようになる。

図5



経済は発散をする。初期値が真ん中または下の領域にある場合は上方へ発散し点Eにとどまることになる。点Eでは完全雇用の状態が持続する。

経済が図5の上の領域（例えば点D）にあると、 $Y$ 、 $K$ ともに減少する。 $Y$ の下限（例えば点F）に到達すると、床上で運動を続け、点Gに来る。

点G来到ると、 $Y$ と $K$ は増加を始め、結局点Eに留まることになる。

#### IV 投資関数定数項の効果

Ⅲ節では、主に $\beta$ の大きさによる景気循環の形態の変化を分析した。

この節では、投資関数の定数項の変化の効果について分析する。

均衡点は、(26)と(28)の交点で決定される。均衡の $Y$ を $Y^*$ 、 $K^*$ とおくと、

$$Y^* = \frac{A(d+\tau) + Bd}{(1-\alpha)(\tau+d) - \beta d} \quad (27)$$

$$K^* = \frac{(1-\alpha)B + \beta A}{(1-\alpha)(\tau+d) - \beta d} \quad (28)$$

となる。

(27) から明らかなように、 $B$  が小さくなると、均衡点の  $Y$  の値は小さくなる。

均衡点の  $Y$  の値が小さくなれば、天井との距離が大きくなる。

体系が循環しながら収束するような場合、天井との距離が小さければ、循環の途中で天井にぶつかり、天井上での運動を行うこともあるけれども、天井との距離が大きくなれば、天井にぶつかることなく（つまり完全雇用に達することなく）均衡点に収束する。逆に床との距離が短くなり、停滞局面が長引くことも考えられる。

## V 簡単なデータ分析

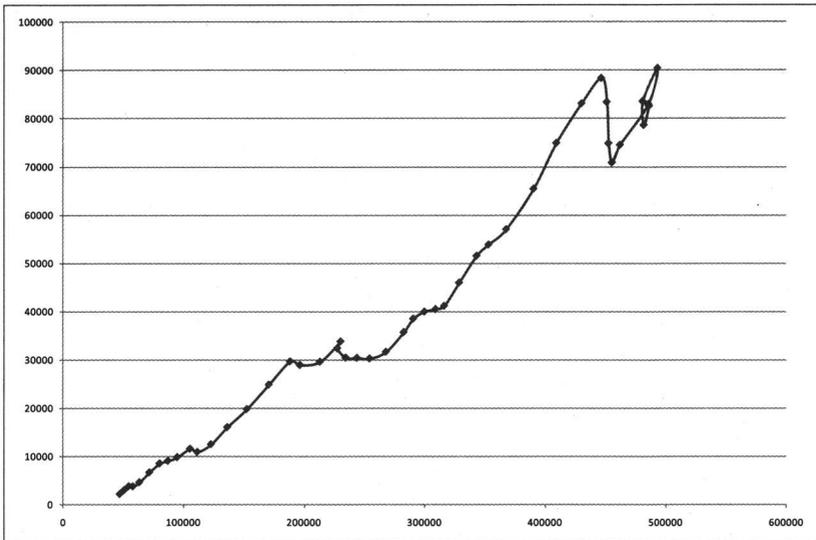
図6は、1955年から2000年までのデータで、横軸に実質GDP、縦軸に民間設備投資をとったものである。

エクセルのslope関数を用いて、1955年～1973年のデータの傾きを求めると、0.18、1974年～1991年のそれは、0.27、1992年～2000年のそれは、0.25である。傾きが高度経済成長時代と比較して低下しているとは必ずしも言えない。

しかしながら、図6のグラフは明らかに右にシフトしているように見える。

日本経済が、成長率が高い状態から低い状態に変化してきている原因は、民間設備投資がGDPの変化に反応する度合いが小さくなったことよりも、投資関数が右にシフトしてきたことが大きな要因であると考えられる。

図6



出所：内閣府ホームページのデータより筆者作成

## VI まとめと今後の課題

本稿では、簡単な投資関数と景気循環モデルとマクロ経済データを用いて日本経済の成長率が低下してきた原因について分析してきた。

その原因の1つは、横軸にGDP、縦軸に民間設備投資をとったグラフが、右にシフトしていることである。

もともと、循環しながら収束するような経済、あるいは循環を続けるような経済が、均衡点と天井との距離が短いので天井に達していた（完全雇用を達成していた）ものが、均衡点と天井との距離が短くなり、逆に床との距離が短くなり、天井に達せず、床近くを長く這うようになったのが、日本経済の経済成長率が低下した原因のようである。

現実のデータを見るまでは、民間設備投資がGDPの変化に対して反応しなくなり、経済は不安定な状態（上方への累積過程に入る）から安定な状態に移行するのではないかと予想をしていた。しかしながらデータを見る限り

そうではなさそうである。

本稿のモデルでは、技術進歩、労働力の増加を考慮していない。これらを考慮することによって、天井や均衡点の移動を分析できる、より現実的なモデルになるとと思われる。

今後は、何故投資関数がシフトするか、逆にシフトさせることが可能かについての分析が大きな課題になる。

#### 参考HP

内閣府GDPデータ

<http://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/qe011-68/gdemenuja.html/gaku-jcy01168.csv> (2010年8月18日取得)