

柔軟梁制御用バイモルフ型圧電素子の最適設計に関する研究*

江 鐘 偉^{*1}, 田 中 真 美^{*2}
井 林 純^{*2}, 長 南 征 二^{*1}Optimum Design of Piezoelectric Bimorph Cell
for Active Vibration Control of Flexible BeamZhong-Wei JIANG, Mami TANAKA,
Jun IBAYASHI and Seiji CHONAN

This paper presents a study on the optimum design of a distributed actuator that is introduced in order to suppress the multimode vibration of a flexible structure. The piezoelectric bimorph cell installed as a distributed actuator is driven so that it suppresses the transient vibration of a flexible cantilever. The actuator is designed with the inclusion of the idea of dynamic compliances, of which is the compliance of the beam driven by a distributed actuator, while the other is the oscillation compliance of a beam subjected to a sinusoidal fluctuation at its base. It is found that a piezoelectric actuator to suppress the multimodal vibration can be designed systematically with the use of the compliances proposed here.

Key Words: Dynamics of Machinery, Flexible Structure, Dynamic Compliance, Higher-Mode Vibration, Distributed Actuator, Multiple Sensors

1. 緒 言

宇宙ステーションのような大型軽量構造物に対し姿勢制御用及び振動制御用アクチュエータをいかに配置するかは重要な課題である。近年柔軟構造物の姿勢制御や振動制御について数多くの研究がなされているが、一般には構造物の1次固有振動数以下の周波数に対する振動制御・抑制問題が取り扱われている^[1-6]。

柔軟構造物には外乱によっていろいろな振動モードが励振されるがこれまでの研究では単一アクチュエータを用いる場合、構造物のある1つのモードの振動を抑え他のモードの抑制は構造物の内部減衰に任せる、あるいはセンシング位置の調整やフィルタを用いてそれらの影響を無視することで制御がなされてきた^[7-12]。高次モードの消散を内部減衰に任せる場合高速制御の実現は困難であり、場合によっては他のモードの振動を励振してしまうことがある。もちろん多数のアクチュエータを用いれば高次モードも制御可能であるが制御系が複雑となり、コストの上昇のみならず系の軽量化や小型化の実現も妨げられる。江・長南・井林^[13]は

この問題に関連し小型フレキシブルアームの複数モード振動を単独のバイモルフ型圧電アクチュエータと複数センサを用いて抑える問題を数値計算と実験で解析し、バイモルフ型圧電素子は1種の分布アクチュエータとしてフレキシブルアームを様々に駆動かつ制御できることを示した。しかしながらバイモルフ型圧電素子を柔軟構造物の振動制御用分布アクチュエータとする場合、素子の配置場所や長さがアームの振動制御特性にいかに関与するかは現在のところ十分に解明されていない。

本研究はこの点に鑑み、分布アクチュエータとして導入されたバイモルフ型圧電素子の最適貼りつけ位置および長さにつき検討を行うものである。具体的には、バイモルフ型圧電素子の分布アクチュエータとしての駆動特性、ならびに外乱を受ける柔軟はりの振動抑制問題をとり上げ、動的コンプライアンスの概念を導入した分布アクチュエータの設計法とシステムの駆動・制御特性を調べる。

2. 理論解析

図1に圧電素子を分布アクチュエータとする柔軟弾性はりを示す。図中、 $O-XY$ は空間に置かれた固定座標系であり、 $o-xy$ ははりに固定され、揺動するはりと

* 平成5年7月21日 1993 Dynamics and Design Conferenceにおいて講演, 原稿受付 平成6年1月19日。

^{*1} 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 学生員, 東北大学大学院。

共に移動する座標系である。はりの基礎が図のように Y 方向に変位 $u(t)$ なる外乱を受ける場合、各座標系に関するはりの変位 Y, y の間には

$$Y = y + u(t) \quad (1)$$

なる関係が成立する。弾性ははりが面内でのみ振動すると仮定すると、はりに固定された座標 $o-xy$ に関するはりの運動方程式は

$$\begin{aligned} & [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(x)I(x)(1+c \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}] \\ & = M[\delta'(x-l_1) - \delta'(x-l_2)] \\ & - [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここに $\delta'(x) = d\delta(x)/dx$, $\delta(\cdot) = \text{Dirac}$ デルタ関数, $\rho(x)$ ははりの密度, $A(x)$ ははりの断面積, $E(x) = \text{縦弾性係数}$, $I(x) = \text{断面二次モーメント}$, $m = \text{先端質量}$, $c = \text{内部減衰係数}$ である。また M は、素子が印加電圧によって発生するはり単位長さあたりの曲げモーメントで、結晶物理学により $M = k(d_{31}/h_p)V$ と近似される。ここに V は印加電圧, d_{31} は圧電横効果の圧電定数, h_p は圧電素子の厚さ, k ははりと圧電素子の縦弾性係数と断面寸法より定まる定数である。

さて、式(2)を解くためにはりの変位を

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N w_n^i(x) f_n(t), \quad i = \text{I, II, III} \quad (3)$$

とおく。ここに $w_n^i(x)$ は i 番目一様断面部のモード関数である⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned} w^i(x) &= A^i S(\xi^i x) + B^i T(\xi^i x) \\ &+ C^i U(\xi^i x) + D^i V(\xi^i x) \\ &+ ml \xi^i w^i(l) V[\xi^i(x-l)] H(x-l), \\ & \quad i = \text{I, II, III} \end{aligned} \quad (4)$$

上式において固有値 ξ^i と未定係数 $A^i \sim D^i$ は、はり両端の境界条件ならびに各一様断面はりの結合部における変位、傾き、モーメント、およびせん断力の連続条件より決定される。

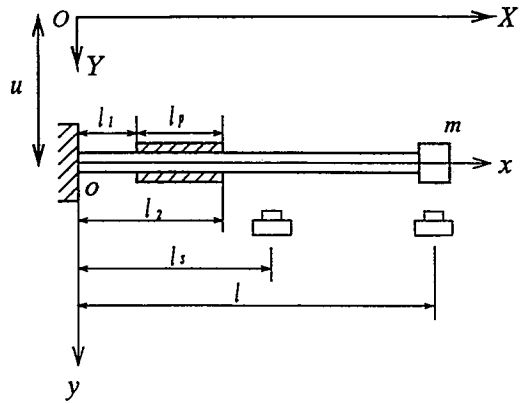


図1 解析モデル及び座標

(3) 式を(2)式に代入し、さらにモード関数の直交性を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 f_n(t)}{dt^2} + 2\mu_n \frac{df_n(t)}{dt} + k_n^2 f_n(t) \\ & = R_n(t) - S_n(t), \end{aligned} \quad (5)$$

ここに

$$\begin{aligned} 2\mu_n &= k_n^2 c, \\ R_n(t) &= \frac{M_p(t)}{\phi_n} \left[\frac{dw_n(l_2)}{dx} - \frac{dw_n(l_1)}{dx} \right] \equiv \alpha_n M_p(t), \\ S_n(t) &= \frac{1}{\phi_n} \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \int_0^l [\rho(x)A(x) \\ & \quad + m\delta(x-l)] w_n(x) dx \\ & = \beta_n \frac{d^2 u(t)}{dt^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

(5) 式をさらにサンプリング時間 T で離散化すると、最終的に次式のようなはりの変位応答式を得る。

$$\begin{aligned} & y_n(\overline{j+1}T) \\ & = e^{-\mu_n T} (B_n \cos p_{dn} T + C_n \sin p_{dn} T) \\ & \quad + \frac{R_n(jT) - S_n(jT)}{\mu_n^2 + p_{dn}^2} \\ & \quad \times [1 - e^{-\mu_n T} (\cos p_{dn} T + \frac{\mu_n}{p_{dn}} \sin p_{dn} T)]. \end{aligned} \quad (7)$$

3. モデルの妥当性の検証

始めに数値シミュレーション結果を実験結果と比較し、本解析モデルの妥当性を検討する。使用する試験片は銅製の薄肉はりであり、両側にバイモルフ型圧電素子を貼り付けてある。はりと圧電素子の物性値を表1に示す。数値計算と実験により得られたアームの1次及び2次固有振動数はそれぞれ $(f_{1st})_{th} =$

2.85Hz, $(f_{2nd})_{th} = 26.0\text{Hz}$ および $(f_{1st})_{ex} = 2.97\text{Hz}$, $(f_{2nd})_{ex} = 27.0\text{Hz}$ であり両者は良く一致していることがわかる。以下基礎に外乱を受けて振動するはりの制振問題を考えるが、制御方法としてはPD制御則を採用する。なお、はりは柔軟はりであるため、はりには駆動中に多数の振動モードが発生する。以下、変位の大きな1次モードと2次モードについて制御を考えるとする。はりの変位を測定するギャップセンサは、はり先端 ($x = l$) 及びはりの2次モード変位が最も大きく現れる中央部 ($x = l_s$) に2個設置し、それらの情報をフィードバックし制御を行いアーム全体の振動を抑えることとする。なお、ギャップセンサは2個ともはりと共に移動するステージ上に固定している。この場合、圧電素子の発生する制御モーメントは次式で与える。

$$M_d(i) = M_t(i) + M_c(i) \\ - G_{pt}y_t(i) - G_{vt}[y_t(i) - y_t(i-1)]/T \\ - G_{pc}y_c(i) - G_{vc}[y_c(i) - y_c(i-1)]/T, \quad (8)$$

ここで y_t , y_c はそれぞれはり先端および $x = l_s$ におけるはりの変位, G_{pt} , G_{vt} は先端情報に対する位置, 速度フィードバックゲイン, また G_{pc} , G_{vc} は $x = l_s$ からの情報に対する位置, 速度フィードバックゲインである。

表1 アーム及びバイモルフ型圧電素子の物性値

	Beam	Cell
Length (m)	168.4×10^{-3}	40.9×10^{-3}
Width (m)	12.2×10^{-3}	12.2×10^{-3}
Thickness (m)	0.3×10^{-3}	0.65×10^{-3}
Density (kg/m^3)	8.67×10^3	7.8×10^3
Young's Modulus (N/m^2)	102.47×10^9	58.03×10^9
Damping Coefficient (s)		4.08×10^{-4}
Tip mass (kg)		8.7×10^{-3}
l_1 (m)		10.0×10^{-3}

図2は表1に示すはりの基礎が横方向に3Hzの正弦半波状の外乱を受けた場合の $o-xy$ 座標から見たはりの過渡応答振動を、図3は同一外乱に対しはり先端 ($x = l$) および中央部 ($x = l_s$) からの変位と速度情報を共にフィードバックして制振を試みた場合の結果である。各図において図(a)は数値計算結果、図(b)は実験結果であり、図中の太線ははり先端、細線は中央の変位応答を示す。これらの結果より数値計算結果は

実験結果と良く一致し本解析モデルが妥当であることがいえる。このように分布アクチュエータとして単一のバイモルフ型圧電素子を使用し、複数センサと組み合わせることで柔軟構造物の高次モードの振動抑制が可能である^[13]。

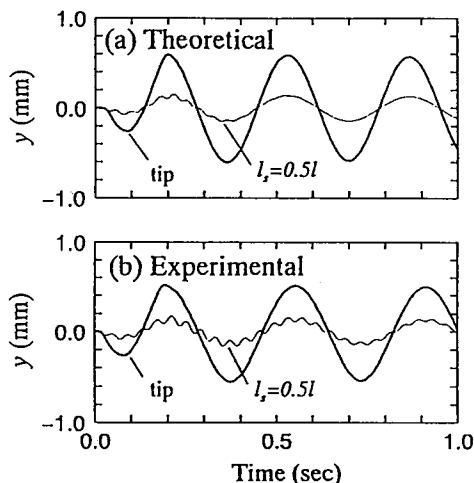


図2. 基礎外乱によって励振されるはりの自由振動応答

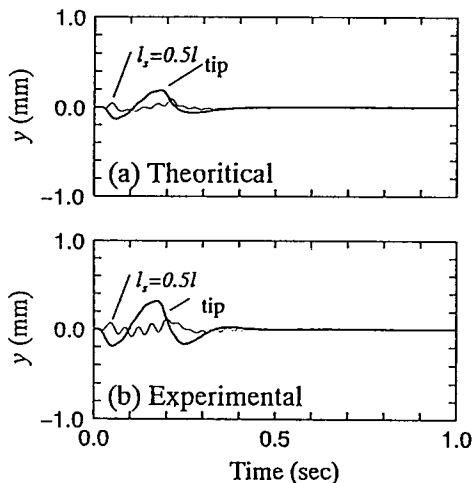


図3. 図2のはりにフィードバック制御をかけた場合の結果

4. 分布アクチュエータとしての駆動・設計法

以下、表1のはりで素子の長さや貼り付け位置を変化させ、はりの応答を数値解析し、圧電素子を分布アクチュエータとして用いた場合のはりの駆動・制御特性を調べる。具体的には圧電素子の長さを固定端

($l_1=0.0\text{mm}$) から $l_p = 0.03l$, $0.24l$, $0.89l$ と変化させて分布アクチュエータの長さの影響を調べ、さらにアクチュエータの長さを $l_p = 0.24l(40.9\text{mm})$ と固定し、貼付け位置を固定端より $l_1 = 5.0\text{mm}$ (根元付近), 64.2mm (中央付近), 123.4mm (先端付近) と変化させた場合のアクチュエータの制御特性を調べる。

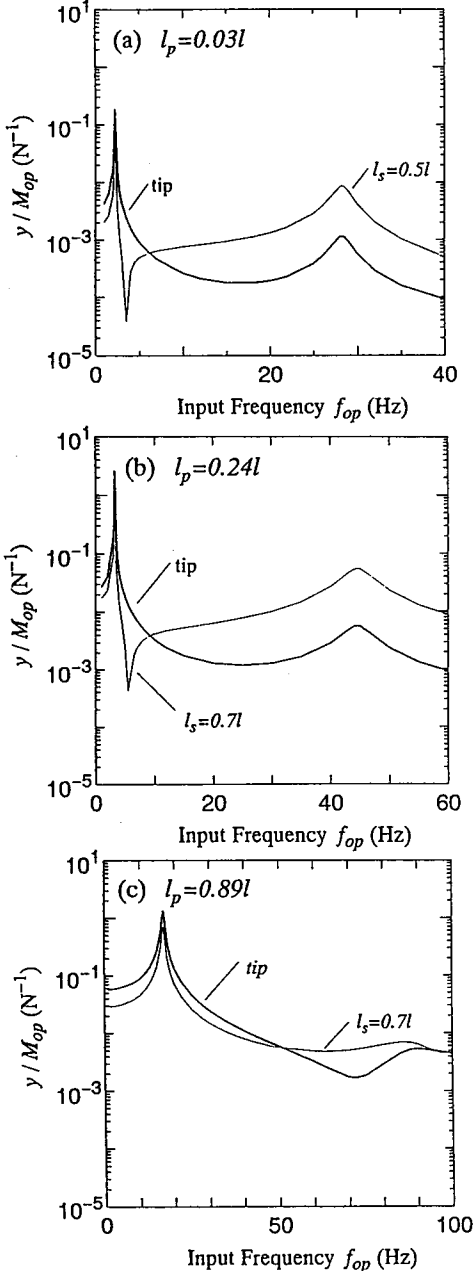


図4 圧電素子の長さ (l_p) を変化させた場合の駆動コンプライアンス周波数応答 $l_1 = 0$ 。

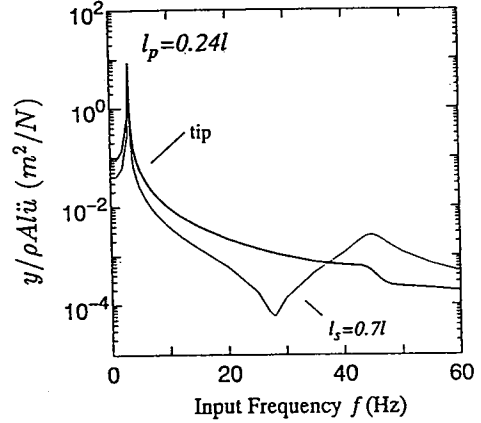


図5 図4bに対する加振コンプライアンス周波数応答 $l_1 = 0$ 。

4.1. 分布アクチュエータの長さの影響

始めに分布アクチュエータの長さのはりの駆動特性に及ぼす影響を調べる。図4は圧電アクチュエータに一定振幅の正弦波電圧を印加したときのはり先端 ($x=l$) 及び中央部 ($x=l_s$) における単位駆動モーメント当たりの変位 (以下駆動コンプライアンスと呼ぶ) の定常周波数応答である。図中、太線ははり先端 $x=l$, 細線は $x=l_s$ 点での駆動コンプライアンスを示す。図より、はり先端及び $x=l_s$ 点の駆動コンプライアンスは、はりの1次固有振動数付近で最も大きくなるのが分かる。また分布アクチュエータの長さが短い場合 (図 a, b) は、 $x=l_s$ 点のコンプライアンスは1次固有振動数を越えた狭い振動数域で急激に減少するがその後再び上昇、先端 $x=l$ のコンプライアンスよりも大きくなる。これに対して分布アクチュエータが長くなると、図cに見られるようにはり先端のコンプライアンスはある周波数で落ち込むものの全体として駆動コンプライアンスが大きくなる、言い換えればはりが駆動されやすくなるのがわかる。一方、はりをアクチュエータで駆動せずにはりの基礎を一定加速度で正弦加振した場合のはり単位長さ当たりの慣性力に対する変位 (以下加振コンプライアンスと呼ぶ) の周波数変化を図5に示す。本図におけるはりと圧電素子の組み合わせは図4(b) ($l_p = 0.24l$) のものである。図5を図4(b)と比較すると、 $x=l_s$ 点に対しコンプライアンスの最小値を与える振動数がかなり異なっているのがわかる。またはりの1次固有振動数以下では、 $x=l$ および l_s の加振コンプライアンスと駆動コンプライアンスの変化は似たような傾向を示すが、1次と2次の固有振動数間では両コンプライアンスの変化にかなりの差が見られる。したがって、 $x=l$ と l_s の情報を

フィードバックし柔軟構造物の制振を行う場合は両コンプライアンスの特性や違いを十分考慮して行う必要があることがいえる。

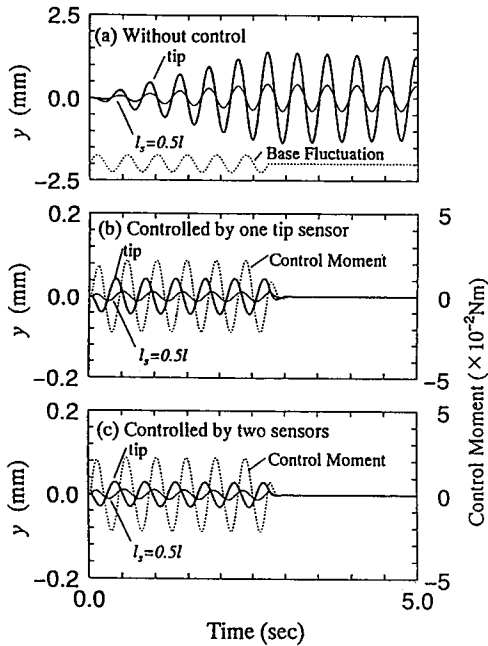


図6. 基礎外乱 2.2Hzの正弦 6波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.03l$.

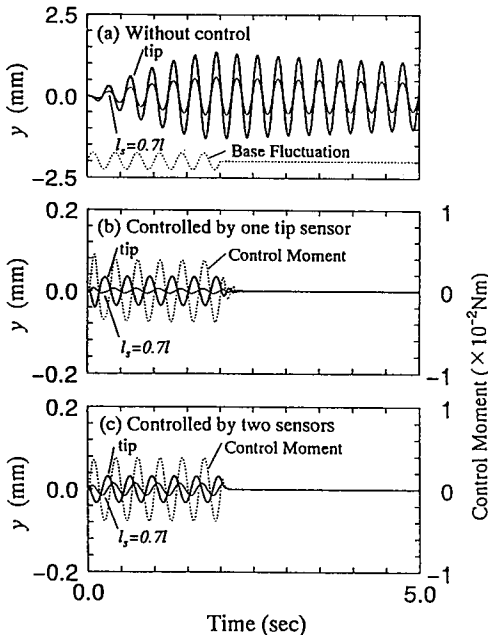


図7. 基礎外乱 3.0Hzの正弦 6波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.24l$.

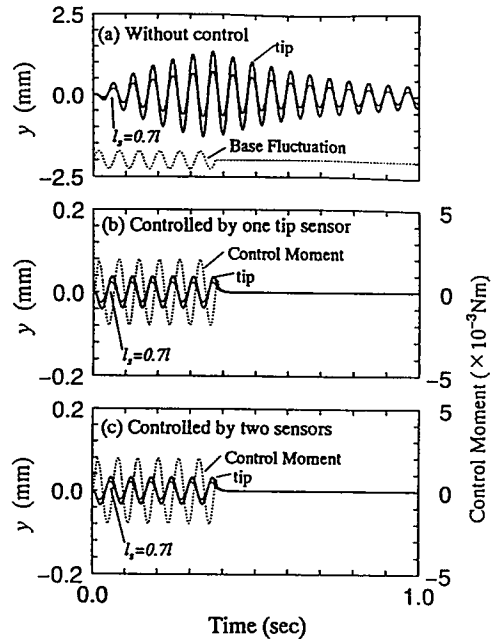


図8. 基礎外乱 16Hzの正弦 6波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.89l$.

図6-8はそれぞれ $l_p = 0.03l, 0.24l, 0.89l$ の場合につき、基礎がはりの1次固有振動数に近い周波数の正弦6波で加振される場合のはりの過渡応答ならびに制御効果を示す。図(a)は外乱を受けるはりの過渡応答、図(b)は先端 ($x = l$) 情報のみをフィードバックした場合、図(c)は先端と $x = l_s$ 点の両情報を同時にフィードバックした場合の制振結果である。図中、太線ははり先端の変位、細線は $x = l_s$ 点の変位、破線は圧電素子の発生する制御モーメントを示す。各図の右側縦軸は制御モーメントを示す。図より、外乱が作用している間ははりの振動を完全に抑え切れないものの振幅はかなり小さく抑えられること、外乱が止まった後は自由振動が迅速に減衰することが分かる。さらに、本例の場合は先端情報フィードバックだけでも十分な制御効果が見られる。また、分布アクチュエータが長いほど制御に必要な制御モーメントの値は小さくて済むことがわかる。

図9-11は、基礎にはりの2次固有振動数に近い周波数の正弦6波が加えられた場合である。制御を加えない図(a)の場合は、はりの過渡振動応答には外乱が作用している間1次モードに加え2次モードの振動が大きく現れており、外乱が止まった後は2次モード振動が内部減衰によって急減し1次固有振動数のみで振動することが分かる。

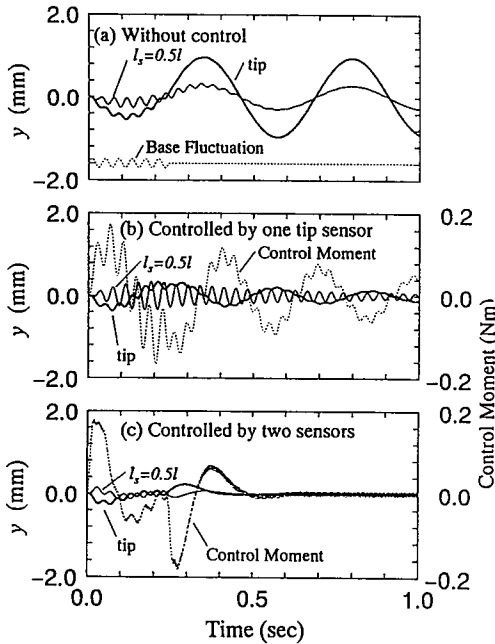


図9. 基礎外乱 25Hz の正弦 6 波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.03l$.

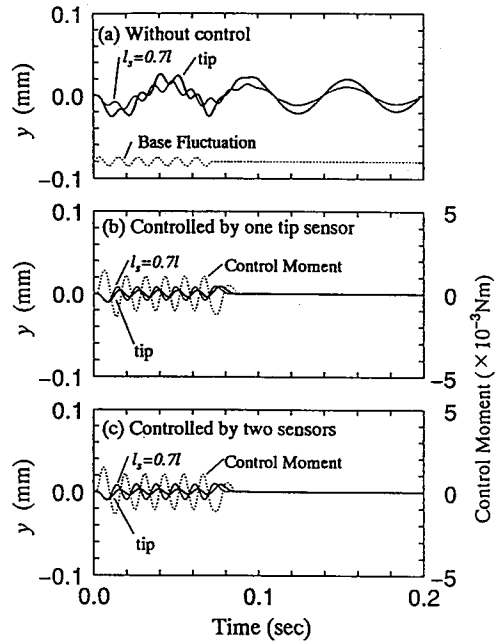


図11. 基礎外乱 85Hz の正弦 6 波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.89l$.

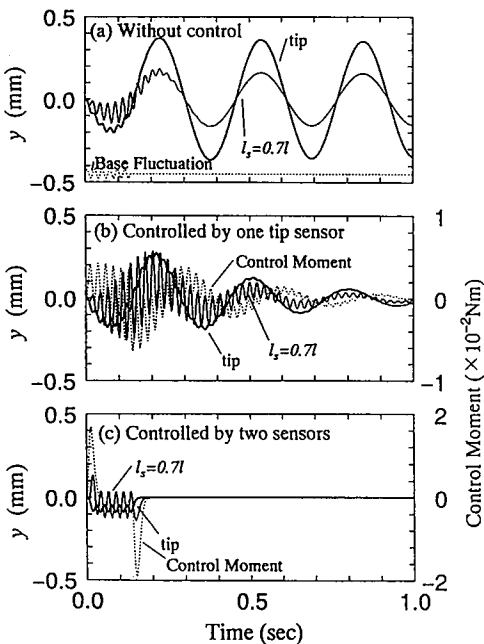


図10. 基礎外乱 44Hz の正弦 6 波を受けた場合のはりの振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.24l$.

先端情報のみをフィードバックした図 9(b), 10(b) では $x = l_s$ 点における応答に 2 次モードが大きく励起され制振が困難となっている。これは図 4(a)(b) から分かるように 2 次共振点付近では $x = l_s$ 点の駆動コンプライアンスが先端のコンプライアンスに対してかなり高くなっており、 $x = l_s$ 点が駆動されやすいためである。一方、先端情報と $x = l_s$ 点の情報を同時にフィードバックした図 9(c), 10(c) の場合は外乱が作用している間も各点の振幅は小さく抑えられており、また外乱の停止とともにはりの振動も迅速に減衰していることがわかる。分布アクチュエータを長くした場合は図 11 から明かなように外乱が作用している間も応答内で優勢な 1 次振動成分が完全に抑えられており、先端情報のみをフィードバックしても十分な制振効果が得られていることがわかる。これは図 4(c) より明らかなように先端と $x = l_s$ 点のコンプライアンス曲線が非常に近い特性を示しており、さらに 1 次固有振動数付近の高い駆動コンプライアンスが広い周波数領域に渡って維持されているためと理解される。

最後に外乱の周波数が、図 4(b) での最小駆動コンプライアンスを与える 5.5Hz と、図 5 で最小加振コンプライアンスを与える 28.0Hz である場合の駆動・制御結果を図 12, 13 に示す。5.5Hz で加振された図 12 の場合は図 (a) より分かるようにはりの過渡応答には 1 次モード振動 (3Hz) に加え 5.5Hz の振動成分が大きく現

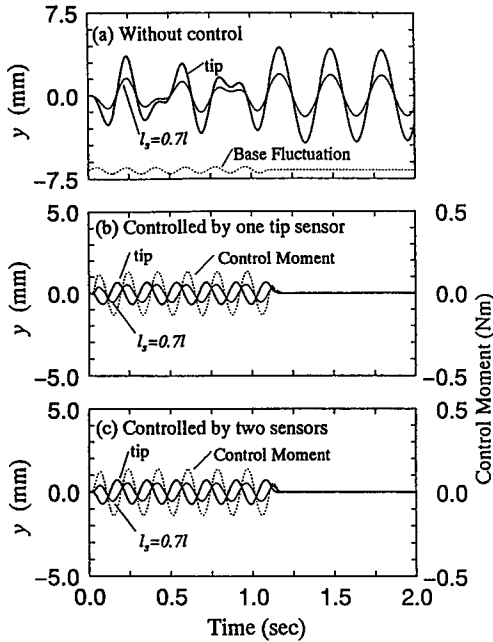


図 12. 基礎外乱 5.5Hz の正弦 6 波を受けた場合の振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.24l$.

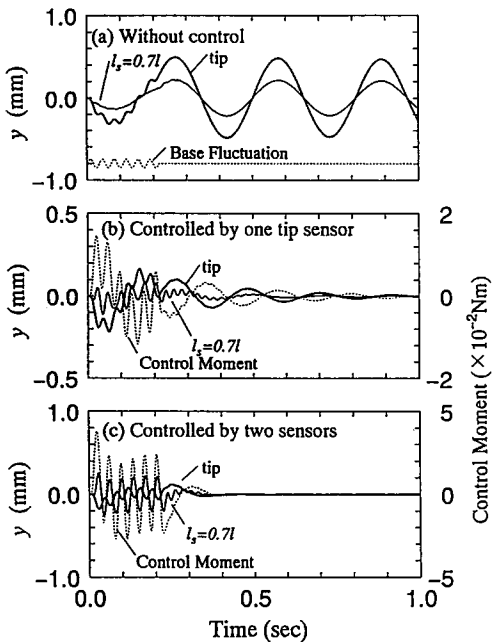


図 13. 基礎外乱 28Hz の正弦 6 波を受けた場合の振動応答と制御結果. $l_1 = 0, l_p = 0.24l$.

れている。制御モーメントを加えた場合の駆動コンプライアンス特性 (図 4b) を見ると、5.5Hz では $x = l_s$ 点のコンプライアンスは最小でありしたがって、 $x = l_s$ 点の変位は 5.5Hz 近辺の駆動モーメントによって励振されにくいことが予測される。この場合の制御モーメントを加えた場合の結果、図 12(b)(c) から分かるように、外乱が作用している間先端フィードバックか 2 点同時フィードバックかにかかわらず 5.5Hz の振動成分は増幅されず、かつ外乱停止後は 1 次振動モード成分も抑えられている。28.0Hz で 6 波加振された図 13 の場合は、図 5 より明らかなように $x = l_s$ 点の加振コンプライアンスは最小であり 28.0Hz の外乱に対して加振されにくい (a) のように $x = l_s$ 点はほとんど 1 次固有振動数でのみ振動している。また図 4(b) から分かるように、28.0Hz 近傍では先端の駆動コンプライアンスは小さく $x = l_s$ 点では大きいことから、素子に制御モーメントを加えた場合 $x = l_s$ 点は駆動されやすく、また一方では先端振動は抑えにくいことが予測される。この場合の制御結果を図 13(b)(c) に示す。図より先端フィードバックのみでは $x = l_s$ 点が励振されやすく、制御は効果的に行われていないことがわかる。

以上より、柔軟構造物の駆動及び制御を行うためには分布アクチュエータの長さ、およびセンサ数、さらには設置場所の選択が重要であると言える。

4. 2. 分布アクチュエータの貼りつけ位置の影響

次に分布アクチュエータの長さを一定 ($l_p = 40.9$ mm) とし、貼りつけ位置を変化させた場合の制御性を調べる。

図 14 はアクチュエータの設置位置の変化によるはり先端及び $x = l_s$ 点における駆動コンプライアンスの周波数特性の変化を示す。図 (a) はアクチュエータをはりの根元付近 ($l_1 = 10$ mm) に貼りつけた場合の駆動コンプライアンスの計算結果と実験結果を示したものである。これより、実験結果と計算結果がほぼ一致していることがわかる。また (b) は中央付近 ($l_1 = 64.2$ mm)、(c) は先端付近 ($l_1 = 123.4$ mm) に貼りつけた場合の駆動コンプライアンスの変化を数値計算により求めたものである。これらより、アクチュエータが根元付近にある場合は駆動コンプライアンスは全体として大きく、先端に近づくにしたがい小さくなっていくことが分かる。また図 (a) では $x = l_s$ 点の応答、(b)(c) では先端の応答に最小点が見られる。さらに (b)(c) の場合 $x = l_s$ 点の駆動コンプライアンスは 1 次固有振動数を越えた広い周波数領域に渡って先端のコンプライアンスより大きくなっており、 l_s 点は先端より駆動されやすくなっていることが分かる。

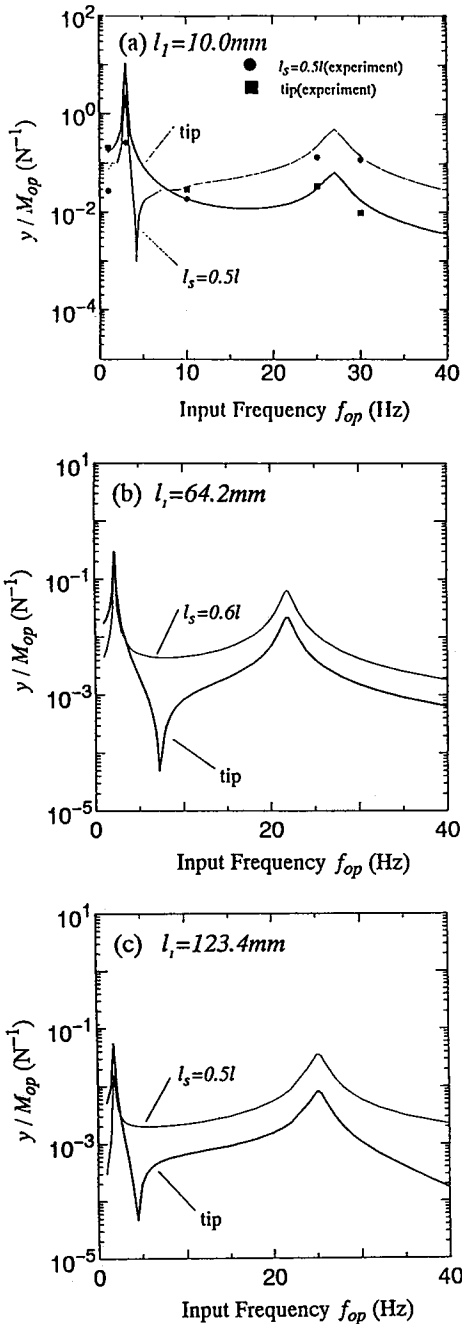


図 14 圧電素子の貼りつけ位置による駆動コンプライアンス周波数応答。 $l_p = 40.9\text{mm}$ 。

以上より、はり先端変位制御を行う場合は一般に分布アクチュエータは根元付近に貼りつけたほうが制御を効率的に行えるが、なお柔軟構造物の特定モードを

加振する等の目的でアクチュエータを設置する場合は条件に応じその設置場所を変える必要のあることが分かる。

5. 結 言

本研究はバイモルフ型圧電素子を柔軟構造物の分布アクチュエータとして使用する場合のアクチュエータの制御性ならびに駆動性につき検討を加えたものである。得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) バイモルフ型圧電素子は柔軟構造物の分布アクチュエータとして有効である。また、分布アクチュエータの長さ、貼りつけ位置、フィードバック制御用センサの数およびそれらの配置場所等の選択は、本論文で提案した駆動コンプライアンスと加振コンプライアンスの比較検討法を用いて容易に行うことができる。
- (2) 一般には分布アクチュエータを長くし、かつ構造物の固定端に近い位置に貼りつけたほうが柔軟構造物の駆動制御には効果がある。しかしながら柔軟構造物の特定モードを励振する等の目的では、条件に応じてアクチュエータの長さや配置を決定する必要がある。
- (3) 単一の分布アクチュエータに複数のセンサを併用することで、高次モードを含んだ柔軟構造物の振動を有効に抑えることができる。

なお本研究は(財)村田学術振興財団、平成4年度研究助成金の補助の元に行われたことを付記する。

文 献

- (1) D.E.Cox and D.K.Linder, Journal of Vibration and Acoustics, 113(1991), 369.
- (2) C.K.Sung and Y.C.Chen Transactions of the ASME, 113(1991), 14.
- (3) R.Clark, C.R.Fuller, and A.Wicks, J.Acoust.Soc.Am, 90-1(1991), 346.
- (4) 長南・高橋, 機論 C, 55-513(1989), 1215.
- (5) 江・長南・谷, 機論 C, 56-522(1990), 416.
- (6) 長南・佐藤・江, 設計・製図, 26-11(1991), 551.
- (7) 背戸, 日本ロボット学会誌, 7-4(1989), 127.
- (8) 背戸・他3名, 機論 C, 57-534(1991), 13.
- (9) 近藤・矢富・井上, 機論 C, 55-513(1989), 1206.
- (10) A.Baz and S.Poh, J.Sound & Vibr., 139-1(1990), 133.
- (11) S.Cetinkunt and S.Wu, Computers & Structures, 36-3(1990), 429.
- (12) 西原, 他3名, 機論 C, 57-538(1991), 126.
- (13) 江・長南・井林, 機論 C, 60-570(1994), 掲載予定