

分布圧電アクチュエータを用いたフレキシブルアームの マルチモード振動制御*

江 鐘 偉^{*1}, 長 南 征 二^{*1}, 井 林 純^{*2}

Multi-Mode Vibration Control of a Miniature Flexible Robot Arm Driven by a Piezoelectric Distributed Actuator

Zhong-wei JIANG, Seiji CHONAN and Jun IBAYASHI

This paper describes a study on the multi-mode vibration control of a miniature flexible robot arm driven by piezoelectric bimorph cells. It is well known that n actuators and sensors are required to control the n th-mode vibration of the flexible arm. However, the installation of many actuators and sensors makes the control scheme of the system complicated. In this study, the piezoelectric bimorph cell was used as a distributed actuator to control the multiple-mode vibration. It is shown both theoretically and experimentally that the distributed actuator suppresses the higher-mode vibrations effectively as well as the fundamental mode of the arm.

Key Words: Dynamics of Machinery, Multi-Mode Vibration, Miniature Flexible Arm, Distributed Actuator, Piezoelectric Bimorph Cell

1. 緒 言

ロボットマニピュレータに対して、運動の高速化や作業能率の向上、小型軽量化が重要な課題となっており、そのひとつとして軽量フレキシブル小形アームについていくつか研究が行われている^[1-6]。これらの研究を見ると主にアームの1次固有振動数以下の周波数に対する制御や振動抑制が考えられている。

フレキシブルアームには外乱によっていろいろな振動モードが励振される。これまでの研究では単一のアクチュエータを用いる場合、ある1つのモードの振動を抑え他のモードの振動抑制は構造物の内部減衰に任せるか、あるいはセンシングの調整やフィルタを用いて高次モードを無視することで制御がなされてきた^[7-12]。高次モードの消散を内部減衰に任せる場合は高速制御の実現は困難である。もちろん、多数のアクチュエータを使用すれば高次振動も制御可能であるが制御系が複雑となり、コストの上昇のみならず系の軽量化や小型化の実現も妨げられる。

バイモルフ型圧電素子は1種の分布アクチュエータでありアームの様々な振動モードを駆動しやすい。本

研究はこの点に鑑み、素子を小形フレキシブルアームの高次振動制御用分布アクチュエータとして導入し、その駆動・制御法を探索するものである。具体的には素子をはりつけた小型フレキシブルアームをとり上げ、アーム基礎に衝撃外乱が作用する場合に生じるアームの振動を高次モードも含めて迅速に抑える問題を考える。衝撃外乱のかたちによってはアームの高次モードが大きく励振される場合や、アームの振動を迅速に抑えるために大きな制御力を加え、逆にアームの高次モードを励起してしまう場合もある。以下、センサでアーム先端部ならびに中央部の情報を同時測定しそれらを分析・組み合わせることで単独のアクチュエータで高次振動も含め振動抑制が可能か否か、さらにその場合アクチュエータの駆動をいかに行うか検討することにする。

2. 理論解析

図1に本解析で用いた圧電素子をアクチュエータとするフレキシブルアームを示す。圧電素子は電圧を加えると印加電圧に応じて伸長あるいは収縮し、素子の発生する曲げモーメントによってアームが駆動される。図中、 $O-XY$ は空間に置かれた固定座標系であり、 $o-xy$ はアームに固定され、揺動するアームと共に移動する座標系である。アーム固定端に原点 o を置きア

* 平成5年8月26日 IIP '93情報・知能・精密機器部門講演会において講演、原稿受付 平成5年6月18日。

*1 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

*2 学生員、東北大学大学院。

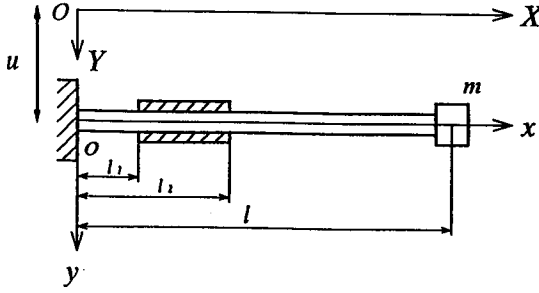


図1. 解析モデル及び座標

ムに沿って x 軸、またこれに垂直に y 軸をとる。アーム基礎が変位 $u(t)$ なる外乱を受けるとすると、それぞれの座標系に関するアームの変位 Y と y との間には

$$Y = y + u(t) \quad (1)$$

なる関係が成立する。アームが面内でのみ振動すると仮定すると、アームに固定された座標 $o-xy$ に関するアームの運動方程式は

$$\begin{aligned}
 & [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\
 & + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(x)I(x) (1 + c \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}] \\
 & = M[\delta'(x-l_1) - \delta'(x-l_2)] \\
 & - [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

となる。ここに

$$\begin{aligned}
 \delta'(x) &= d\delta(x)/dx, \\
 \rho(x)A(x) &= \begin{cases} (\rho A)_{bp} & \text{for } l_1 \leq x \leq l_2, \\ \rho_b A_b & \text{else,} \end{cases} \\
 E(x)I(x) &= \begin{cases} (EI)_{bp} & \text{for } l_1 \leq x \leq l_2, \\ E_b I_b & \text{else.} \end{cases} \quad (3)
 \end{aligned}$$

ただし、 ρ = アームの密度、 A_b = アームの断面積、 E_b = 縦弾性係数、 I_b = 断面二次モーメント、 m = 先端質量、 c = 内部減衰係数、 $\delta(\cdot)$ = Dirac デルタ関数、 $(\rho A)_{bp}$ = 圧電素子をはりつけた部分のアームの単位長さ当たりの質量、 $(EI)_{bp}$ = 圧電素子をはりつけた部分の曲げ剛性である。

また、 M は素子が印加電圧によって発生するはり単位長さあたりの曲げモーメントで、結晶物理学により $M = k(d_{31}/h_p)V$ と近似される。ここに V は印加電圧、 d_{31} は圧電横効果の圧電定数、 h_p は圧電素子の厚

さ、 k ははりと圧電素子の縦弾性係数と断面寸法より定まる定数である。

以下、モード級数展開法を用いて式 (2) を解くこととする。始めに系のモード関数を求める。アームは中間に圧電素子を有するためアームの断面はその部分で不連続となる。いまアームを3つの等断面部で分け、固定端から i ($i = \text{I: } 0 \leq x \leq l_1, i = \text{II: } l_1 \leq x \leq l_2, i = \text{III: } l_2 \leq x \leq l$) 番目をはり i とするとその部分のモード関数は

$$\begin{aligned}
 w^i(x) &= A^i S(\xi^i x) + B^i T(\xi^i x) \\
 & + C^i U(\xi^i x) + D^i V(\xi^i x) \\
 & + \bar{m} l \xi^i w^i(l) V[\xi^i(x-l)] H(x-l), \\
 & i = \text{I, II, III}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

ここに $H(\cdot)$ は Heaviside の単位ステップ関数である。また

$$\begin{aligned}
 (\xi^{\text{I}})^4 &= (\xi^{\text{III}})^4 = k^2 \rho_b A_b / (E_b I_b), \\
 (\xi^{\text{II}})^4 &= k^2 (\rho A)_{bp} / (EI)_{bp}, \\
 \bar{m} &= m / \rho_b A_b l, \\
 S(\xi x) &= [\cosh(\xi x) + \cos(\xi x)] / 2, \\
 T(\xi x) &= [\sinh(\xi x) + \sin(\xi x)] / 2, \\
 U(\xi x) &= [\cosh(\xi x) - \cos(\xi x)] / 2, \\
 V(\xi x) &= [\sinh(\xi x) - \sin(\xi x)] / 2. \quad (5)
 \end{aligned}$$

図1に見られるアーム両端の境界条件と、各はりの結合部における変位、傾き及びモーメント、せん断力の連続条件を用いることにより、式 (4) の固有値 ξ^i と未定係数 $A^i \sim D^i$ が決定される。

アームのモード関数 (4) を用いて、式 (2) の解を

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N w_n^i(x) f_n(t) \quad i = \text{I, II, III} \quad (6)$$

とおく。式 (6) を式 (2) に代入し、さらに正規関数の直交性

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] w_n(x) w_m(x) dx \\
 & = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \phi_n & \text{if } m = n \end{cases} \quad (7)
 \end{aligned}$$

を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^2 f_n(t)}{dt^2} + 2\mu_n \frac{df_n(t)}{dt} + k_n^2 f_n(t) \\
 & = R_n(t) - S_n(t) = Q_n(t), \quad (8)
 \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 2\mu_n &= k_n^2 c, \\
 R_n(t) &= \frac{M_p(t)}{\phi_n} \left[\frac{dw_n(l_2)}{dx} - \frac{dw_n(l_1)}{dx} \right] \equiv \alpha_n M_p(t), \\
 S_n(t) &= \frac{1}{\phi_n} \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \int_0^l [\rho(x) A(x) \\
 &\quad + m\delta(x-l)] w_n(x) dx \\
 &\equiv \beta_n \frac{d^2 u(t)}{dt^2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

式(8)を状態方程式に表すと

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t), \\
 \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t),
 \end{aligned} \tag{10}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(t) &= [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T, \\
 \mathbf{u}(t) &= [Q_1(t) \ Q_2(t) \ \cdots \ Q_n(t)]^T, \\
 \mathbf{A}_c &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & & & \\ & \mathbf{A}_{c2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{A}_{cn} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{B}_c &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{c1} & & & \\ & \mathbf{B}_{c2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B}_{cn} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{C} &= [\mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_2 \ \cdots \ \mathbf{C}_n],
 \end{aligned} \tag{11}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_n(t) &= \begin{bmatrix} f_n(t) \\ \dot{f}_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{cn} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_n^2 & -2\mu_n \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{B}_{cn} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_n = [w_n \ 0]
 \end{aligned} \tag{12}$$

である。式(10)をサンプリング周期 T で離散化すると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(i+1) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(i) + \mathbf{B} \mathbf{u}(i), \\
 \mathbf{y}(i) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(i), \\
 i &= 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{13}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \exp(\mathbf{A}_c T), \\
 \mathbf{B} &= \left[\int_0^T \exp(\mathbf{A}_c \eta) d\eta \right] \mathbf{B}_c.
 \end{aligned} \tag{14}$$

表1 アーム及びバイモルフ型圧電素子の物性値

	Arm	Cell
Length (m)	168.4×10^{-3}	40.9×10^{-3}
Width (m)	12.2×10^{-3}	12.2×10^{-3}
Thickness (m)	0.3×10^{-3}	0.65×10^{-3}
Density (kg/m ³)	8.67×10^3	7.8×10^3
Young's Modulus (N/m ²)	102.47×10^9	58.03×10^9
Damping Coefficient (s)		4.08×10^{-4}
Tip mass (kg)		8.7×10^{-3}
l_1 (m)		10.0×10^{-3}

表2 アームの固有振動数

	Theoretical value	Experimental value
1st mode (Hz)	2.97	2.85
2nd mode (Hz)	27.0	26.0

以下、式(13)を用いて数値計算を行い、また実験と対比する。

3. 実験

本実験に用いた実験装置の概略を図2に示す。アームは銅製の薄肉はりであり両側にバイモルフ型圧電素子をはりつけたものである。実験で用いたアームと圧電素子の諸定数を表1に示す。さらに数値計算と実験により得られたアームの固有振動数を表2に示す。アームを固定したステージは加振器により横方向に駆動される。ステージにはギャップセンサが2個取り付けられており、ステージに対するアーム先端ならびに中央部の相対変位を非接触で独立に測定することができる。またステージには加速度センサが設置されている。これらのセンサからの信号はA/D変換器でデジタル信号に変換された後、パーソナルコンピュータへ送られ制御信号が計算される。得られた信号はD/A変換器でアナログ信号に変換された後、パワーアンプにより増幅され圧電素子へ印加される。加振器へ式(15)で表される3Hzの正弦半波の電圧 $V_{BASE}(t)$ を印加し

$$V_{BASE}(t) = \begin{cases} 4.0 \sin(6\pi t) & (0 \leq t \leq 1/6) \\ 0 & (1/6 \leq t) \end{cases} \tag{15}$$

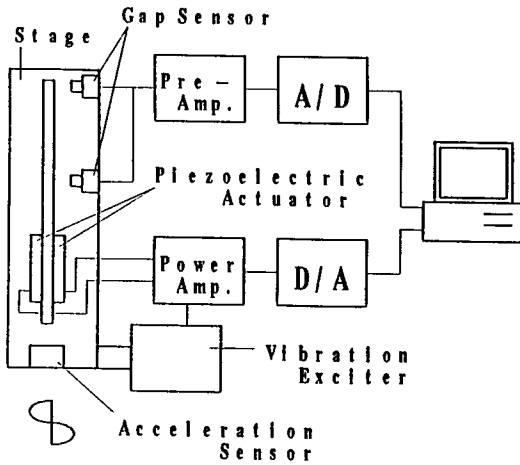
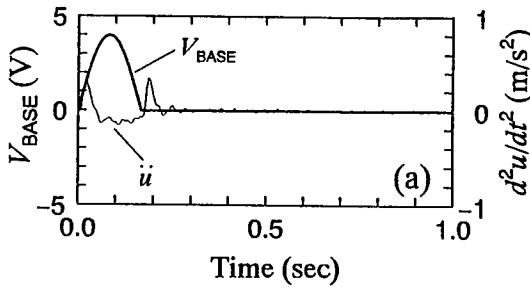
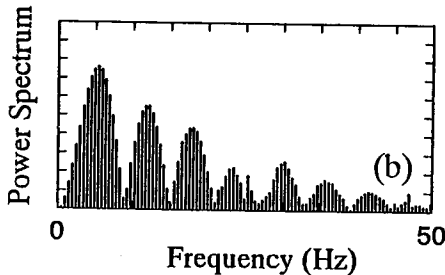


図2. 実験装置概略図



(a) 印加電圧 V_{BASE} 及びステージ加速度 \ddot{u} の時間変化



(b) ステージ加速度 \ddot{u} のパワースペクトル

図3. ステージの動作特性

たときのステージ加速度 $\ddot{u}(t)$ の時間変化を図3(a)に示す。図よりステージの始動と停止の場合に、大きな加速度がアームに加わることが分かる。図bは加速度応答を周波数分析した結果を示す。図よりステージからアームに加わる外乱には様々な周波数成分が含まれていること、特に5Hz、12Hz、18Hz付近に大きなピークが見られることが分かる。数値計算を行うにあたってこの外乱を完全に数式化するのは困難であるので、

アーム基礎に作用する加速度として加速度センサから得られた本信号をサンプリング周期ごとに分けて記録し、式(9)の $d^2u(t)/dt^2$ に代入数値計算を行うこととした。図4は3次までのアームの変位モード関数を示したものである。図より1次モードはアーム先端、2次モードはアーム中央部において最大変位が生ずることが分かる。このため以下ではそれぞれのモードを検出しやすいよう、2つのギャップセンサを各々アーム先端ならびに中央部に設置することとする。

4. 数値計算ならびに実験結果

以下、PD制御法を適用して圧電素子へ印加する電圧を変化させ、素子の発生する曲げモーメントを制御してアーム全体の振動を抑える問題を考える。

数値計算、実験ともにサンプリング周期 T は 2msec とし、また数値計算においてははりの振動モードを3次まで考慮した。以下に示すはりの変位の時間応答はアームと共に移動する座標系 $o-xy$ から見たものであり、太線はアーム先端、細線はアーム中央部の応答を示す。

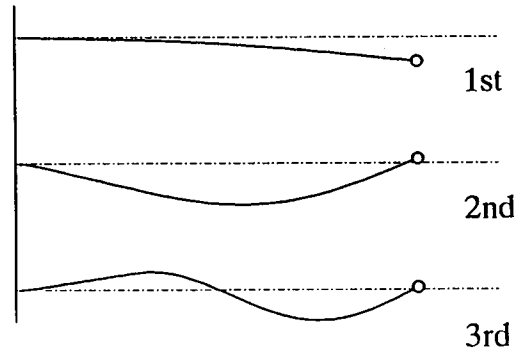


図4. アームの変位モード

4.1 PD制御による制振

図5は、図3に示す外乱がアーム基礎に作用した場合の制御をかけないときのアーム先端 ($x=l$) 及び中央部 ($x=l_s$) における変位応答を示す。図(a)は計算結果、図(b)は実験結果である。アーム中央部の変位応答に2次モードの振動が見られるが、これは図3(b)で示したように外乱には5Hz、12Hz、18Hzなどのほりの1次固有振動数より高い周波数成分が含まれているためである。

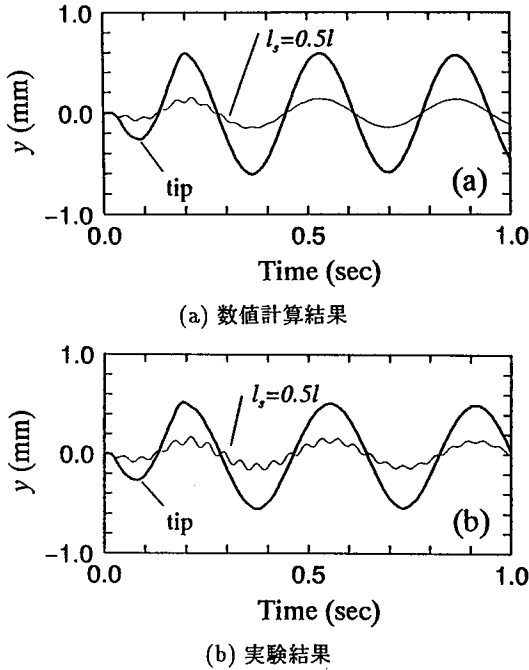


図5. 基礎外乱によるアームの変位応答

このような振動を抑えるために複数のセンサからの情報をフィードバックして制御を加えた場合の制振結果を図6~8に示す。いずれの図において図(a)は計算結果、図(b)は実験結果を示す。

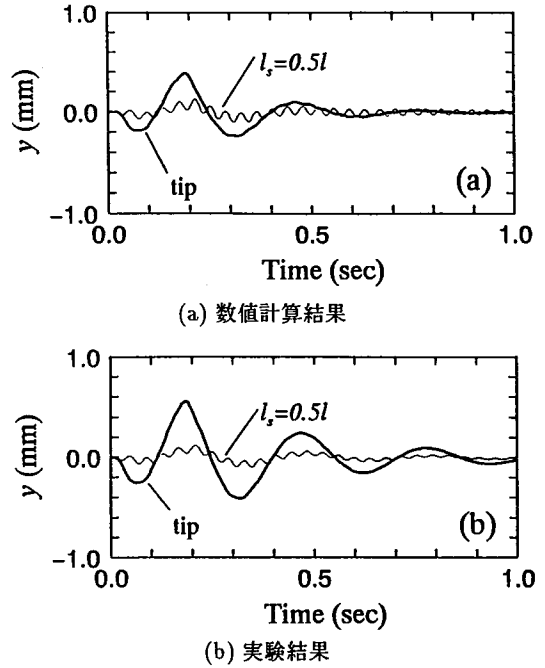
図6はアーム先端情報をフィードバックして制振を行った場合であり、このときの制御モーメント $M_t(i)$ は次式のように与えられる。

$$M_t(i) = -G_{pt}y_t(i) - G_{vt}[y_t(i) - y_t(i-1)]/T, \quad (16)$$

ここで $y_t(i)$ はアーム先端の変位、 G_{pt} 、 G_{vt} はそれぞれアーム先端情報に対する位置、速度フィードバックゲインである。図中のフィードバックゲインは数値計算で用いたゲインに換算してあり、後述のアーム中央部情報に対するフィードバックゲイン G_{pc} 、 G_{vc} と合わせて

$$\mathbf{G} = [G_{pc} \ G_{vc} \ G_{pt} \ G_{vt}] \quad (17)$$

の形で記述してある。図から分かるように先端情報を用いた場合、アームの1次モードは良く抑えられているが2次モード成分はほとんど制振されておらず、はりの内部減衰によって小さくなっていくだけである。

図6. アーム先端情報のみで制御を行った場合の結果 $\mathbf{G} = (0, 0, 110, 140)$

一般に高次モードは低次モードより振幅は小さいが振動数が高いため、制御信号は速度フィードバックゲインに大きく依存するかたちになる。このため減衰を速めようとして速度フィードバックゲインを大きくすると制御信号に高次成分が大きく出てしまい、これが逆にアームの高次振動モードを励起してしまうことが多い。図3で示したようにアーム基礎には様々な高次モード成分を含んだ外乱が作用するため、アームの振動にも少なからず高次振動成分が現れる。この場合高次振動を抑えようとしてアーム先端情報をフィードバックしただけではアームの安定性を維持するためフィードバックゲインの上限値は高く設定できず、大きな制御効果が得られない。

図7はアーム中央部の情報をフィードバックして制振を行ったときの結果である。この場合の制御モーメント $M_c(i)$ は次式で表せる。

$$M_c(i) = -G_{pc}y_c(i) - G_{vc}[y_c(i) - y_c(i-1)]/T, \quad (18)$$

ここで $y_c(i)$ はアーム中央部の変位、また G_{pc} 、 G_{vc} はそれぞれアーム中央部の情報に対する位置、速度フィードバックゲインである。

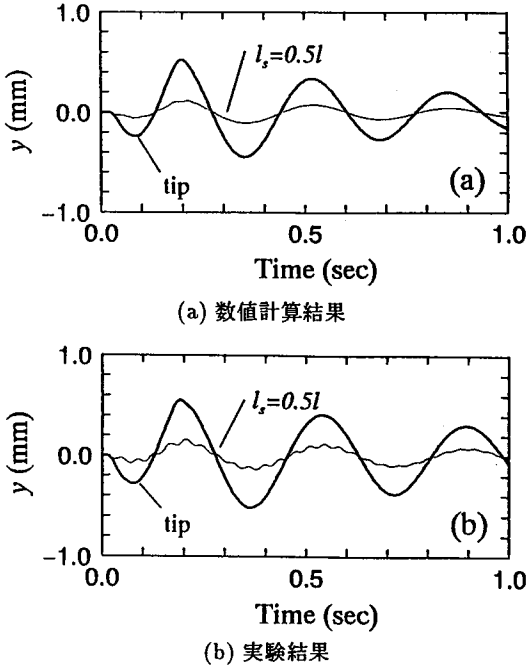


図 7. アーム中央部情報のみで制御を行った場合 $G = (0, 150, 0, 0)$

図 (a)(b) とともに 2 次モードの振動は良く抑えられているが、図 6 に比してアーム先端の制振は遅くなっている。2 次モードが抑えられるのは、2 次モードが検出されやすいアーム中央部で情報を得るため、2 次の振動成分を抑える方向に制御モーメントが加えられるためである。反面、アーム中央部から先のアーム先端部分は制御されず自由振動状態となり、その収束はアームの内部減衰に任せられることとなる。以上の理由により中央部情報のフィードバックのみではアーム先端の高速な制振は困難といえる。

図 8 はアーム先端ならびに中央部の情報を同時にフィードバックして制振を試みた場合の結果である。このときの制御モーメント $M_d(i)$ は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
 M_d(i) &= M_c(i) + M_t(i) \\
 &= -G_{pc}y_c(i) - G_{vc}[y_c(i) - y_c(i-1)]/T \\
 &\quad - G_{pt}y_t(i) - G_{vt}[y_t(i) - y_t(i-1)]/T
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

図 6、7 と比較して制振は迅速に行われていることが分かる。これはアーム中央部の情報をフィードバックすることで 2 次モードの励振が避けられ、アーム先端

情報をフィードバックすることで 1 次モードの振動が抑えられるためと考えられる。図 8(b) の結果ではアーム中央部の 2 次モードの振動は完全に抑え切れていないが、これは中央部の変位応答が 1 次モードと 2 次モードを足した形であり、特に 1 次モードの振幅が 2 次モードの振幅より大きいため 2 次モードを制御のためのフィードバックゲインだけを大きくできないことによる。そこでアーム中央部の振動から 2 次モード振動成分だけを抽出し、これをフィードバック信号として使い、制御することを考える。

バンドパスフィルタ (BPF) を通した後のアーム中央部変位信号をフィードバック信号として使用してみる。本 BPF は系の 2 次固有振動数である 27Hz 前後の周波数成分のみを通過させるよう設計されており、図 9(a) にその特性を示す。図中、細線は制御をかけない場合のアーム中央部の変位応答であり、太線は BPF 通過後の出力信号である。これより 2 次モードの振動成分だけがうまく抽出されていることが分かる。図 9(b) は BPF を用いてアーム中央部の信号から 2 次成分のみをとりだした信号とアーム先端情報を同時にフィードバックして制御を行った場合の実験結果である。

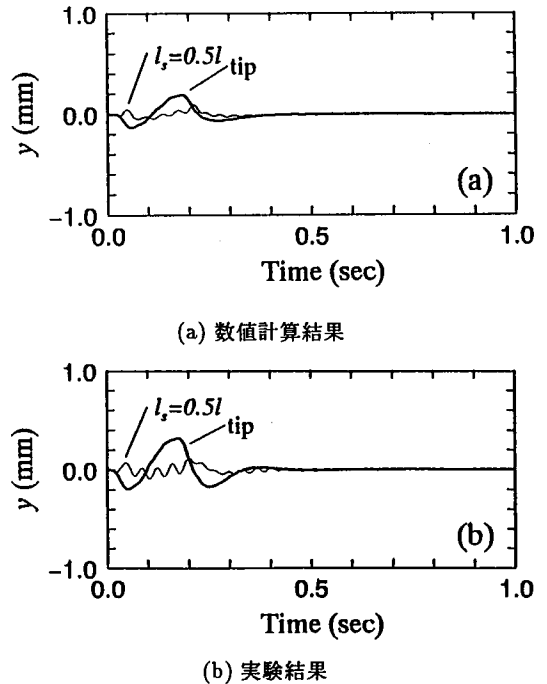
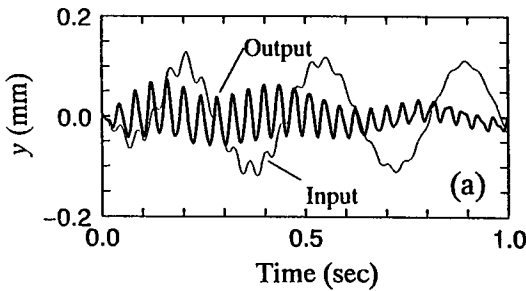
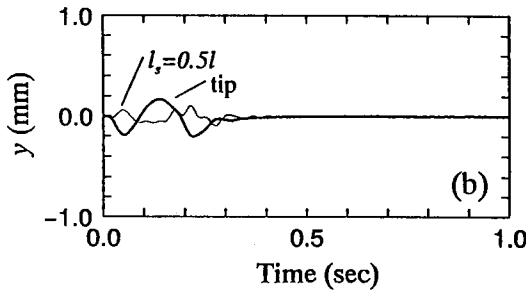


図 8. アーム先端と中央部情報を同時にフィードバック制御を行った場合 $G = (354, 111.4, 110.7, 413)$



(a) バンドパスフィルタの入出力応答



(b) アームの制振効果

図9. バンドパスフィルタを用いた場合の制振効果 (実験結果)

結果を図8(b)と比較すると立ち上がり変位、アーム中央部の2次モード振動が共に小さく抑えられており、BPFを使用することでの制御効果が改善されることが分かる。

以上、数値計算と実験によりアームの制御性に関して検討を行ってきたがいずれにおいても両者の結果は良好に一致しており理論解析におけるモデルは妥当であることがいえる。

4.2 圧電素子の長さ制振効果

バイモルフ型圧電素子は1種の分布アクチュエータであり、力学的にはアームに対して圧電素子の長さ分だけ分布するモーメントを加え、アームを駆動制御するものである。これまで扱ってきた圧電素子の長さは $l_p (= l_2 - l_1) = 40.9\text{mm}$ であるが、本節では l_p を $5(\text{mm})$ と短くした場合のはりの応答を調べ、圧電アクチュエータの長さがはりの振動制御に及ぼす影響を数値計算により検討する。素子はアームの固定端から $l_1 = 10\text{mm}$ の距離をおいてはりに貼付されている。このときのアームの固有振動数は1次が 2.21Hz 、2次は 27.5Hz と計算される。

図10は素子の長さを変えた場合の制振効果の違いを示したものである。図(a)は素子が長い場合、(b)は素子が短い場合である。

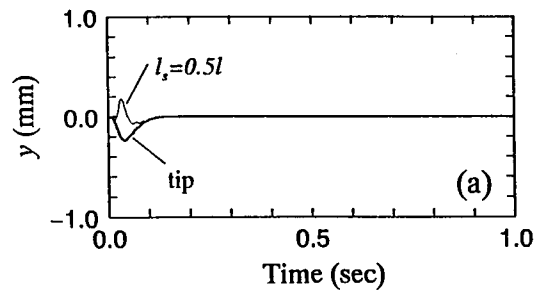
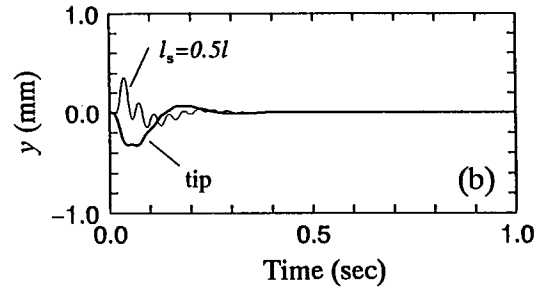
(a) 素子長さ $l_p = 40.9(\text{mm})$, $G = (50, 200, 1000, 600)$ (b) 素子長さ $l_p = 5(\text{mm})$, $G = (200, 600, 7500, 3800)$

図10. 圧電素子長さの異なるアーム先端と中央の変位応答

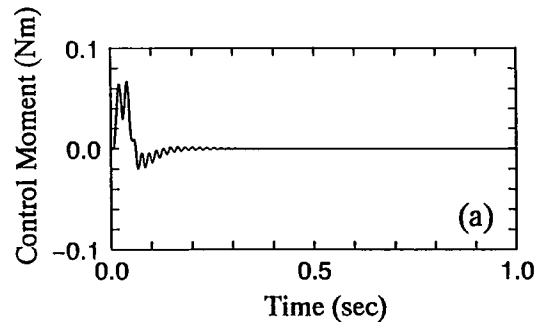
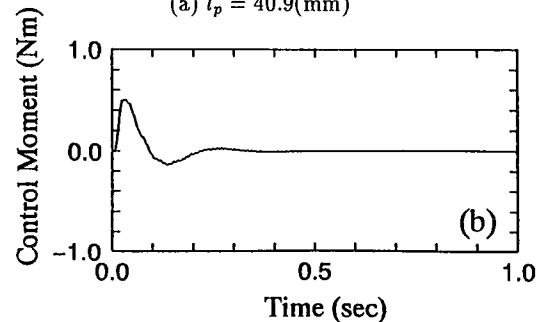
(a) $l_p = 40.9(\text{mm})$ (b) $l_p = 5(\text{mm})$

図11. 図10における制御モーメントの時間変化

制御モーメントは式(19)を使用し、フィードバックゲインはそれぞれ制御効果が最も良くなるように選んだ値である。図より素子が短い場合はフィードバックゲインが大きいかかわらず、2次モードの振動は抑えられていない。図11は図10に対する制御モーメントの時間変化を示したものであり、図(a)は素子が長い場合、(b)は素子が短い場合である。図(a)では制御モーメントに高次成分が見られ、素子がアームの高次振動を制御するための制御信号を十分に再現していることが分かる。一方図(b)の場合は素子が短いため素子は高次の信号を再現できずアーム全体を1次モードでのみ駆動制御してしまうと考えられる。また圧電素子が短いとアームに対して1点まわりでモーメントを加えることになるが、素子がある長さを持つと分布モーメントを加えることになり、アームの各種振動モードを駆動しやすくなると思われる。したがって、素子の長さをうまく利用すれば適当な高次モードの制御も行うことが可能となり、この点においてモータをアクチュエータとした場合と違いが生じ、高次振動制御を実現するアクチュエータとしてバイモルフ型圧電素子を用いた方がより有効であると言える。

4. 結 言

小型フレキシブルアームの複数モード振動をバイモルフ型分布圧電アクチュエータを用いて抑える問題について理論解析と数値シミュレーション及び実験を行った。得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) 分布アクチュエータおよびアーム先端と中央部の情報を同時にフィードバックする制御を用いることで、アームの2次モードを含んだ振動の抑制を迅速に行うことができること。

(2) アクチュエータとして適切な長さのバイモルフ型圧電素子を使用し、かつ複数のセンサを用いることで高次振動の制御が可能である。この場合センサにバンドパスフィルターを組み合わせることで高次振動の抑制をさらに効果的に行うことができる。

なお本研究は(財)村田学術振興財団、平成4年度研究助成金の補助を受けて行われたことを付記する。

文 献

- (1) Cox, D.E. and Linder, D.K. *Journal of Vibration and Acoustics*, 113(1991), 369.
- (2) Sung C.K. and Chen Y.C. *Transactions of the ASME*, 113(1991), 14.
- (3) Clark R., Fuller, C.R. and Wicks, A. J. *Acoust. Soc. Am.*, 90-1(1991), 346.
- (4) 長南征二・高橋和彦, 機論, 55-513, C(1989), 1215.
- (5) 江 鐘偉・長南征二・谷 順二, 機論, 56-522, C(1990), 416.
- (6) 長南征二・佐藤秀弘・江 鐘偉, 設計・製図, 26-11(1991), 551.
- (7) 背戸一登, 日本ロボット学会誌, 7-4(1989), 127.
- (8) 背戸一登・吉田和夫・野波健蔵・原文雄, 機論, 57-534, C(1991), 13.
- (9) 近藤晋司・矢富盟祥・井上紘一, 機論, 55-513, C(1989), 1206.
- (10) Baz A. and Poh, S. J. *Sound & Vibr.*, 139-1(1990), 133.
- (11) Cetinkunt S. and Wu, S. *Computers & Structures*, 36-3(1990), 429.
- (12) 西原 修・松久 寛・佐藤 進・中須信昭, 機論, 57-538, C(1991), 126.